

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۲/۱۴

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

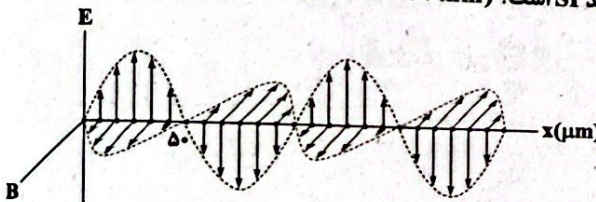
نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۵۰ دقیقه
		۱۰	زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		۱۰		۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		۱۰	زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰		۱۲۶	۱۳۵	

فیزیک



- ۵۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر با فیزیک کلاسیک قابل توجیه نیست؟
 الف) حرکت فضاپیما با سرعت ۰/۹c
 ب) فیزی که روی میز حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.
 ج) بررسی حرکت الکترون‌ها به دور هسته اتم
 د) عبور فضاپیما از سیاه‌چاله‌های فضایی
 ه) انتشار پرتوهای گاما
 ۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۳
 ۴) ۴
- ۵۷- یک سلاح لیزری، در هر ثانیه، تعداد 10^{28} فوتون به سمت هدفی گسیل می‌کند. اگر قدرت تخریب آن معادل انفجار ۱۶ تن TNT باشد، بسامد این فوتون‌ها چند هرتز است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4/2 \times 10^9$ J و $h = 4 \times 10^{-15}$ eV.s و $e = 1/6 \times 10^{-19}$ C)
 ۱) $1/05 \times 10^{15}$
 ۲) $1/5 \times 10^{15}$
 ۳) $1/05 \times 10^{16}$
 ۴) $1/5 \times 10^{16}$
- ۵۸- توان یک چشمه نور، ۴۰W است. این توان چند الکترون‌ولت بر دقیقه است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19}$ C)
 ۱) $1/5 \times 10^{21}$
 ۲) $1/5 \times 10^{22}$
 ۳) 3×10^{21}
 ۴) 3×10^{22}
- ۵۹- نمودار میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک چشمه نور، مطابق شکل زیر است. اگر در مدت ۱ دقیقه، تعداد 16×10^{15} فوتون از این چشمه به سطحی با مساحت 25 mm^2 گسیل شود، شدت نور تابشی چند واحد SI است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19}$ C, $hc = 1200 \text{ eV.nm}$)
 ۱) $1/024 \times 10^{-3}$
 ۲) $1/024 \times 10^{-2}$
 ۳) $2/048 \times 10^{-3}$
 ۴) $2/048 \times 10^{-2}$
- 
- ۶۰- از یک چشمه نور با توان ۱۲۵W، فوتون‌های با طول موج ۶۰۰nm خارج می‌شوند. اگر بازده این چشمه نور، ۸۰ درصد باشد، تعداد فوتون‌های تابشی در مدت زمان ۱۶s چقدر است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19}$ C و $h = 4 \times 10^{-15}$ eV.s, $c = 3 \times 10^8$ m/s)
 ۱) 2×10^{21}
 ۲) 2×10^{22}
 ۳) 5×10^{21}
 ۴) 5×10^{22}
- ۶۱- در اتم هیدروژن، الکترونی در تراز $n = 5$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، بلندترین طول موجی که گسیل می‌کند چند برابر طول موج فوتونی است که انرژی معادل ۱/۸۹eV دارد؟ $(E_R = 13/6 \text{ eV})$
 ۱) ۳/۰۹
 ۲) ۶/۱۷
 ۳) ۰/۱۶
 ۴) ۰/۰۸
- ۶۲- نیمه عمر ماده A به جرم $6 \mu\text{g}$ ، ۴ روز است. پس از گذشت مدتی 5625 ng آن واپاشیده می‌شود. در همین مدت ماده B به جرم ۹mg، چند میکروگرم واپاشیده می‌شود؟ (نیمه عمر ماده B را ۸ روز در نظر بگیرید.)
 ۱) ۶/۷۵
 ۲) ۶۷۵۰
 ۳) ۲/۲۵
 ۴) ۲۲۵۰
- ۶۳- در یک واپاشی هسته‌ای، عدد جرمی عنصر دختر، ۶ واحد بیشتر از عدد اتمی آن خواهد بود. کدام یک از موارد زیر می‌تواند چنین واپاشی را رقم بزند؟
 الف) ذره آلفا
 ب) ذره آلفا و ۲ ذره بتای منفی
 ج) ۲ ذره آلفا و ۲ ذره بتای منفی
 د) ۲ ذره بتای منفی
 ۱) «الف» و «ج»
 ۲) «الف» و «ب»
 ۳) «ب» و «د»
 ۴) «ج» و «د»

۶۴- در اتم هیدروژن، اختلاف بسامد دومین خط طیفی یک رشته با چهارمین خط آن برابر $\frac{625}{6}$ THz است. این رشته کدام

است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, R = 0.01 (nm)^{-1})$

- (۱) براکت ($n' = 4$) (۲) پاشن ($n' = 3$) (۳) بالمر ($n' = 2$) (۴) لیمان ($n' = 1$)

۶۵- در طیف اتمی اتم هیدروژن، فوتونی در گستره امواج فرابنفش گسیل شده است. کدام گذار می تواند چنین فوتونی را گسیل کند؟

- (۱) $n = 6$ به $n' = 2$ (۲) $n = \infty$ به $n' = 2$ (۳) $n = 6$ به $n' = 3$ (۴) $n = \infty$ به $n' = 6$

۶۶- در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n = 2$ قرار دارد. انرژی فوتونی که می تواند باعث گسیل القایی شود، چند ژول

است؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} C, E_R = 13.6 eV)$

- (۱) $12/3 \times 10^{-18}$ (۲) $16/32 \times 10^{-19}$ (۳) $8/32 \times 10^{-16}$ (۴) $18/5 \times 10^{-19}$

۶۷- فوتونی با انرژی فرودی $5/8 eV$ به سطح فلزی با طول موج آستانه $248 nm$ می تابد. فوتوالکترون های گسیل شده در یک میدان

مغناطیسی به بزرگی $0.3 T$ قرار می گیرد و به صورت عمود بر خطوط این میدان شروع به حرکت می کند. بزرگی نیروی وارد بر این

الکترون های جدا شده از سطح فلز چند فمتونیوتون است؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} C, hc = 1240 eV \cdot \mu m, m_e = 9 \times 10^{-31} kg)$

- (۱) $12/8$ (۲) $25/6$ (۳) $51/2$ (۴) $10/24$

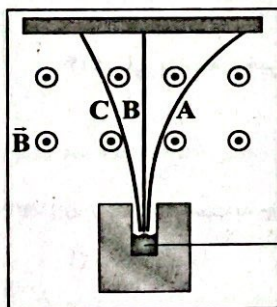
۶۸- می خواهیم با کمک یک راکتور گداخت، انرژی الکتریکی مورد نیاز برای روشن کردن یک لامپ 100 واتی را تامین کنیم. در مدت $1/6 s$ ، چه

تعداد نوترون در این واکنش شرکت می کند؟ (انرژی آزاد شده در هر واکنش گداخت $20 MeV$ است و $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 5×10^{13} (۲) 15×10^{13} (۳) 5×10^{12} (۴) 15×10^{12}

۶۹- شکل زیر، مسیر پرتوهای گسیل شده از عنصر پرتوزای ^{237}X را نشان می دهد که از یک میدان مغناطیسی عبور می کنند. تعداد نوترون های

هسته دختر پرتوی A چه تعداد کم تر از تعداد نوترون های هسته دختر پرتوی C است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷۰- چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

الف) واکنش زنجیری به طور طبیعی در معادن اورانیم رخ نمی دهد چون احتمال این که ایزوتوپ 235 بتواند توسط نوترونی شکافته شود، بسیار کم است.

ب) آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم های کربن) از جمله موادی هستند که سبب کاهش انرژی جنبشی نوترون ها در واکنش های شکافت هسته ای می شوند.

ج) واکنش زنجیری در راکتورهای شکافت، با جذب نوترون های کند توسط هسته های اورانیم 238 شروع می شود.

د) با وارد کردن میله های کنترل به داخل راکتور، آهنگ واکنش شکافت تنظیم می شود.

ه) در فرایند شکافت هسته ای دو هسته سبک با هم ترکیب می شوند و هسته سنگین تری به وجود می آورند.

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۷۱- دامنه موج الکتریکی پرتوی نور A، ۲ برابر دامنه موج الکتریکی پرتوی نور B بوده و در خلأ طول موج پرتوی B، ۵۰٪ کم تر از طول موج پرتوی A است. اگر انرژی n_A فوتون پرتوی A با انرژی n_B فوتون پرتوی B برابر باشد، نسبت $\frac{n_B}{n_A}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) ۲

(۴) ۴

(۳) $\frac{1}{2}$

۷۲- کمترین انرژی مورد نیاز برای جدا کردن یک الکترون از سدیم برابر $2/3 \text{ eV}$ است. با تاباندن چه تعداد از پرتوهای زیر به سدیم، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 4/1 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

الف) پرتوی نور بنفش با طول موج 410 nm

ب) پرتویی که انرژی هر فوتون آن $2/2 \times 10^{-19} \text{ J}$ است.

ج) پرتوی نور نارنجی با بسامد 480 THz

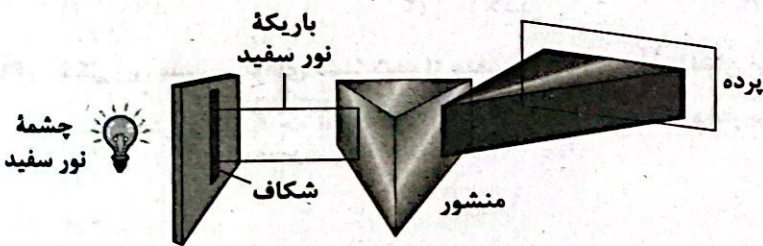
(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۷۳- شکل زیر، تشکیل چه نوع طیفی را نشان می‌دهد و آیا می‌توان از این طیف برای شناسایی نوع اتم‌های جسم استفاده کرد؟



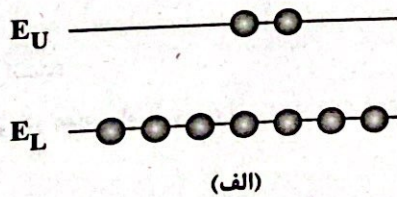
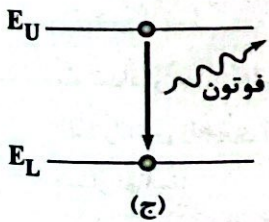
(۱) گسیلی خطی - بله

(۲) گسیلی خطی - خیر

(۳) گسیلی پیوسته - بله

(۴) گسیلی پیوسته - خیر

۷۴- به ترتیب از راست به چپ، کدام یک از شکل‌های زیر شرایط وارونی جمعیت و کدام یک گسیل القایی را به درستی نشان می‌دهند؟

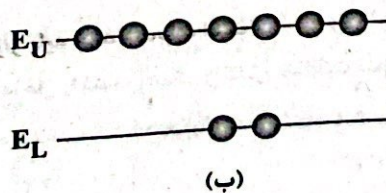
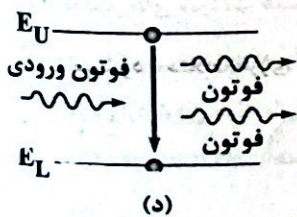


(۱) «الف» و «ج»

(۲) «ب» و «ج»

(۳) «الف» و «د»

(۴) «ب» و «د»



محل انجام محاسبات

۷۵- در مورد نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

(الف) با مربع فاصله بین دو نوکلئون نسبت عکس دارد.

(ب) کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

(ج) بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۷۶- اگر تعداد پروتون‌های هسته را با Z و تعداد نوترون‌ها را با N نشان بدهیم، نسبت $\frac{Z}{N}$ برای هسته‌های پایدار سبک و سنگین به ترتیب

تقریباً در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) تقریباً برابر یک - کوچک‌تر از یک

(۲) تقریباً برابر یک - بزرگ‌تر از یک

(۳) بزرگ‌تر از یک - کوچک‌تر از یک

(۴) بزرگ‌تر از یک - بزرگ‌تر از یک

۷۷- نیمه‌عمر ماده A ، دو برابر نیمه‌عمر ماده B است. در لحظه $t = 0$ مقدار مساوی از هر دو ماده وجود دارد. اگر پس از ۴۸ شبانه‌روز، جرم

باقی‌مانده از یکی از دو ماده، ۴ برابر ماده دیگر باشد، نیمه‌عمر ماده B چند شبانه‌روز است؟

۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۶ (۴)

۷۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد هسته ${}_{82}^{209}\text{Pb}$ صحیح است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$)

(الف) این هسته را می‌توان با روش‌های شیمیایی از هسته ${}_{81}^{209}\text{X}$ جدا کرد.

(ب) بار الکتریکی این هسته برابر $1.312 \times 10^{-17} \text{C}$ است.

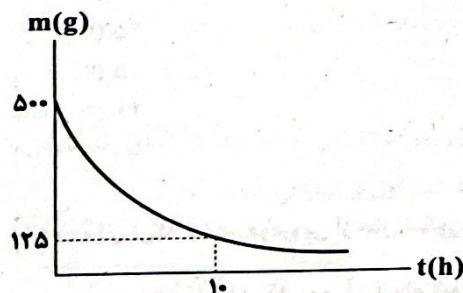
(ج) تعداد نوترون‌های این هسته برابر ۱۲۷ است.

(د) اگر این هسته واپاشی β^- انجام دهد، هسته به دست آمده دارای ۸۳ پروتون خواهد بود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۹- نمودار زیر نشان‌دهنده جرم باقی‌مانده از ماده‌ای پرتوزا برحسب زمان است. نسبت جرم واپاشیده شده در بازه زمانی ۵h تا ۱۰h به جرم

واپاشیده‌شده در بازه زمانی ۱۵h تا ۲۰h در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۲ (۱)

۴ (۲)

$\frac{32}{3}$ (۳)

$\frac{16}{3}$ (۴)

۸۰- الکترونی در اتم هیدروژن از حالت پایه به تراز n می‌رسد و اختلاف بین شعاع مدارهای مانا در دو حالت، هشت برابر شعاع مدار پایه

می‌شود. اختلاف انرژی تراز n و تراز پایه چند ریذبرگ است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{8}{9}$ (۳)

محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

زوج درس ۱

۸۱- درون کره‌ای مسی به شعاع ۱۰cm، حفره‌ای وجود دارد. یک بار حفره را با آب و بار دیگر حفره را با روغن پر می‌کنیم. اگر جرم مجموعه در حالت دوم، ۶۰g کم‌تر از جرم مجموعه در حالت اول باشد، جرم مس به کاررفته در این کره چند کیلوگرم است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{مس}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \pi = 3)$

۳۶ (۴)

۳۲ (۲) (۳)

۳۱ (۱) (۲)

۳۳ (۳) (۱)

۸۲- یک مکعب فلزی توپر به ابعاد ۱۰cm، ۲۰cm و ۱۰cm و جرم ۱۰ کیلوگرم، در کف آسانسوری قرار دارد. این آسانسور می‌تواند حداکثر با اندازه شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کند. بیشترین فشاری که این مکعب می‌تواند به کف آسانسور وارد کند، چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

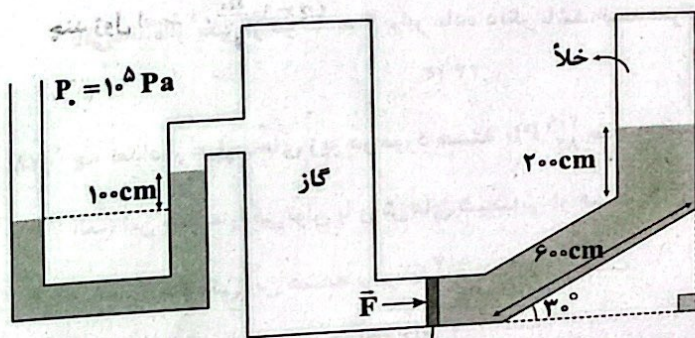
$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۶ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)



۸۳- در شکل مقابل، بزرگی نیروی \vec{F} چند نیوتون باشد تا بیستون ساکن بماند؟ (سطح مقطع بیستون 1cm^2 ، چگالی مایع $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.)

۱۹ (۱)

۲۰ (۲)

۲۳ (۳)

۳۲ (۴)

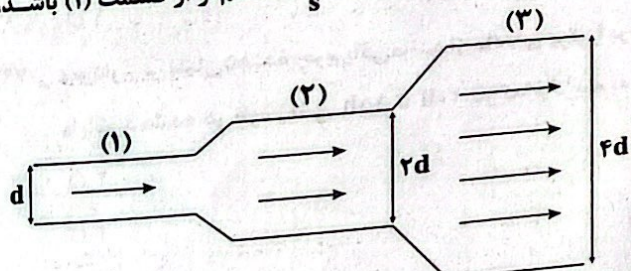
۸۴- مطابق شکل زیر، جریان پایا و لایه‌ای آب درون لوله‌ای برقرار است. اگر تندی حرکت آب در قسمت (۳)، $75 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ کم‌تر از قسمت (۱) باشد، تندی حرکت آب در قسمت (۲) چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۲۰ (۱)

۲۵ (۲)

۵ (۳)

۴۰ (۴)



۸۵- برای آن‌که تندی خودرویی از حال سکون به v برسد، باید کار کل W_1 روی آن انجام شود. همچنین برای آن‌که تندی خودرو از v به nv برسد، باید کار کل W_2 روی آن انجام شود. نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟ (n عددی بزرگ‌تر از یک است.)

n-1 (۱)

n (۲)

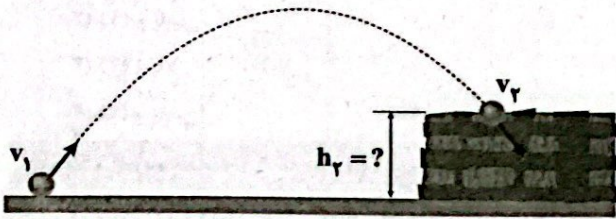
n^2-1 (۳)

n^2 (۴)



۸۶- مطابق شکل زیر، توپی به جرم 250g از سطح زمین با تندی $v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود و با تندی $v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به بالای

صخره برخورد می‌کند. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی توپ در طول مسیر برابر 25J باشد، ارتفاع h_2 چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۲۵ (۱)

۵۰ (۲)

۴۰ (۳)

۲۰ (۴)

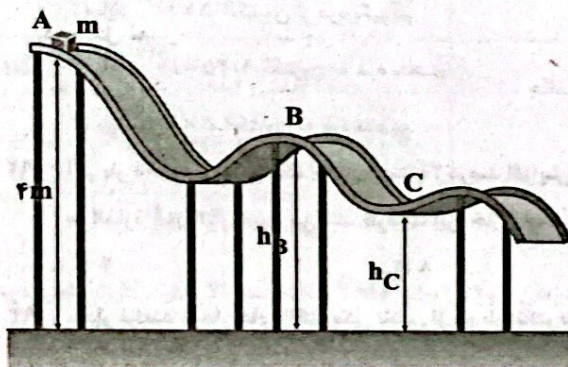
۸۷- در شکل زیر، جسمی به جرم 2kg بدون سرعت اولیه از نقطه A روی سطح بدون اصطکاک رها می‌شود. اگر انرژی پتانسیل گرانشی جسم

در نقطه B، 60J بیشتر از نقطه C باشد و تندی آن در نقطه C، ۲ برابر تندی آن در نقطه B باشد، انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه C

چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۴۰ (۱)

۶۰ (۲)

 $\frac{80}{3}$ (۳) $\frac{60}{3}$ (۴)

مبدأ پتانسیل گرانشی

۸۸- دو دماسنج A و B به ترتیب از راست به چپ، دمای 10°C را ۵ و 15°C واحد و دمای 40°C را ۳۰ و 20°C واحد نشان می‌دهند. در چه دمایی

برحسب درجه فارنهایت، این دو دماسنج، عدد یکسانی را نشان می‌دهند؟

 $\frac{50}{3}$ (۲)

۲۵ (۱)

۷۷ (۴)

۶۲ (۳)

۸۹- نمودار گرمای دریافت شده توسط یک کیلوگرم جسم جامد برحسب تغییر دمای آن مطابق شکل زیر است. این جسم ابتدا در دمای θ قرار

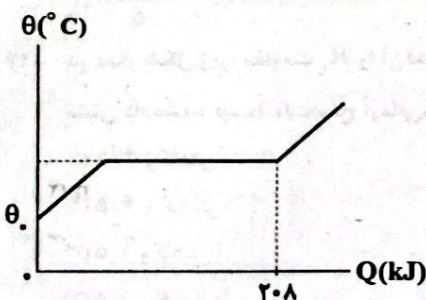
دارد و پس از دریافت 162kJ گرما، نیمی از آن ذوب می‌شود. گرمای نهان ذوب این جسم چند کیلوژول بر کیلوگرم است؟

۴۵ (۱)

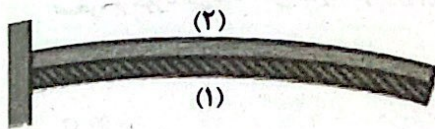
۹۰ (۲)

 $112/5$ (۳)

۱۴۵ (۴)



۹۰- در شکل زیر با کاهش دما، نوار دوفلزه به طرف پایین خم می‌شود. ضریب انبساط طولی کدام فلز بیشتر است و اگر نوارها را گرم کنیم به کدام سمت خم می‌شوند؟

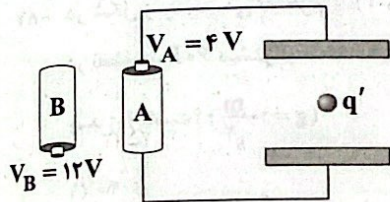


- (۱) و بالا
- (۱) و پایین
- (۲) و بالا
- (۲) و پایین

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

زوج درس ۲

۹۱- در شکل زیر، ذره‌ای با بار $q' = -6\mu C$ بین دو صفحه فلزی در حالت تعادل قرار دارد. اگر به جای باتری A، باتری B را در مدار قرار دهیم، چه اقدامی انجام دهیم تا ذره دوباره در حالت تعادل قرار گیرد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

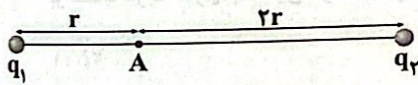


- (۱) باید $1/25 \times 10^{13}$ الکترون از ذره بگیریم.
- (۲) باید 5×10^{13} الکترون از ذره بگیریم.
- (۳) باید $1/25 \times 10^{13}$ الکترون به ذره بدهیم.
- (۴) باید 5×10^{13} الکترون به ذره بدهیم.

۹۲- اگر بار ذخیره‌شده در یک خازن تخت ۲۰ درصد افزایش یابد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات آن $100V$ و انرژی ذخیره‌شده در آن به اندازه $440\mu J$ تغییر می‌کند، ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

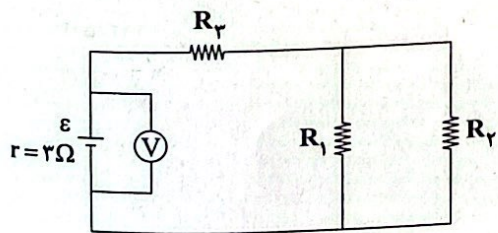
- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۰/۰۰۴
- (۴) ۰/۰۰۸

۹۳- بردار برآیند میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در شکل زیر، در نقطه A برابر \vec{E} است. اگر جای دو بار q_1 و q_2 را عوض کرده و سپس بار q_2 را قرینه کنیم، بردار برآیند میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار در نقطه A برابر $2\vec{E}$ می‌شود. در حالت اولیه، فاصله بار q_1 از نقطه‌ای که در آن میدان برآیند صفر می‌شود، چند برابر r است؟



- (۱) $\frac{9\sqrt{2} + 6}{7}$
- (۲) $\frac{9\sqrt{2} - 6}{7}$
- (۳) $\frac{2\sqrt{2} - 1}{5}$
- (۴) $\frac{2\sqrt{2} + 1}{5}$

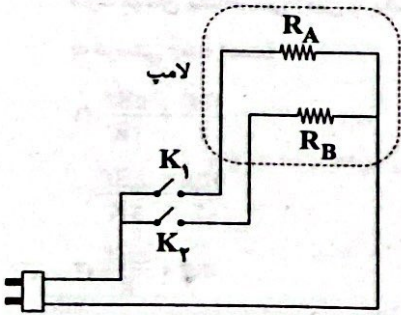
۹۴- در مدار شکل زیر، مقاومت R_1 را آن قدر افزایش می‌دهیم تا جریان عبوری از مقاومت R_3 ، به اندازه $0.5A$ تغییر کند. در این صورت عدد نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج آرمانی، چند ولت و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ۴/۵ و کاهش
- (۲) ۴/۵ و افزایش
- (۳) ۱/۵ و کاهش
- (۴) ۱/۵ و افزایش

محل انجام محاسبات

۹۵- یک لامپ سه راهه $۲۲۰V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر $R_A > R_B$ بوده و $R_B = ۴۰۰\Omega$ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین توان مصرفی این لامپ چند وات است؟



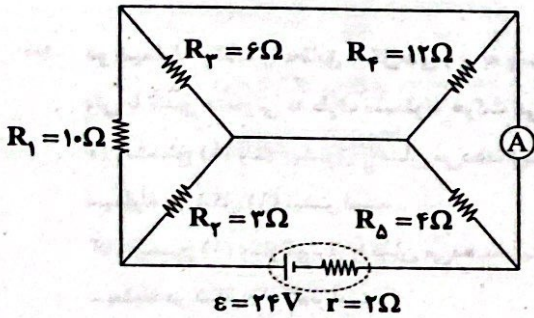
(۱) ۱۲۱

(۲) ۲۲۱

(۳) ۵۱

(۴) اطلاعات مساله کافی نیست.

۹۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چه جریانی را برحسب آمپر نشان می دهد؟



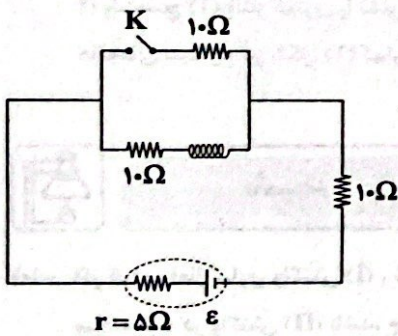
(۱) ۰/۵

(۲) ۲/۲۵

(۳) ۲/۷۵

(۴) ۳

۹۷- در شکل مقابل، انرژی ذخیره شده در سیملوله آرمانی پس از گذشت مدت زمان طولانی برابر $۴mJ$ شده است. اگر کلید K را ببندیم، پس از گذشت مدت زمان طولانی، انرژی ذخیره شده در سیملوله چند میلی ژول می شود؟



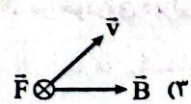
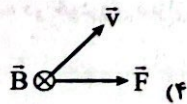
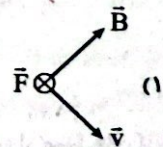
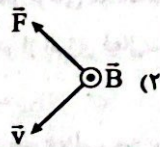
(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{25}{16}$

(۳) $\frac{6}{4}$

(۴) $\frac{10}{24}$

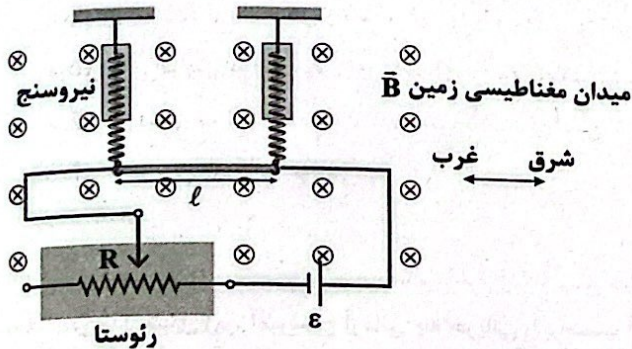
۹۸- در کدام گزینه جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون به درستی نشان داده شده است؟



محل انجام محاسبات

۹۹- به دو سر یک سیم رسانا به جرم m و مقاومت ناچیز، نیروسنج فنری بسته شده است و سیم، به طور افقی و در راستای غرب - شرق قرار دارد. میدان مغناطیسی زمین را یکنواخت، به طرف شمال و با اندازه B در نظر بگیرید. نیرویی که هر نیروسنج اندازه می‌گیرد در کدام گزینه

به درستی آمده است؟



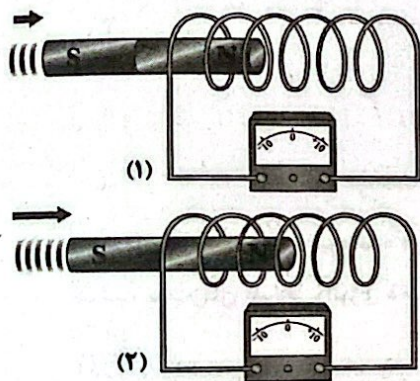
(۱) $\frac{mg}{2} + \frac{\epsilon Bl}{2R}$

(۲) $\frac{mg}{2} - \frac{\epsilon Bl}{2R}$

(۳) $mg + \frac{\epsilon Bl}{R}$

(۴) $mg - \frac{\epsilon Bl}{R}$

۱۰۰- دو سیملوله مشابه را مطابق شکل‌های زیر به ولت‌سنج حساسی وصل کرده‌ایم. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (آهن‌ریاها مشابه‌اند ولی با تندی متفاوتی به طرف سیملوله حرکت می‌کنند.)



(۱) ولت‌سنج (۱) ولتاژ بیشتری را نشان می‌دهد، زیرا شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌های سیملوله در شکل (۱) بیشتر است.

(۲) ولت‌سنج (۱) ولتاژ کم‌تری را نشان می‌دهد، زیرا شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌های سیملوله در شکل (۱) کم‌تر است.

(۳) ولت‌سنج (۱) ولتاژ بیشتری را نشان می‌دهد، زیرا آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌های سیملوله در شکل (۱) بیشتر است.

(۴) ولت‌سنج (۱) ولتاژ کم‌تری را نشان می‌دهد، زیرا آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌های سیملوله در شکل (۱) کم‌تر است.

شیمی



۱۰۱- اگر انرژی فعال‌سازی واکنش (I)، نصف انرژی فعال‌سازی واکنش (II) و مقدار گرمای مبادله شده در واکنش (I)، دو برابر مقدار گرمای مبادله شده در واکنش (II) باشد، چه تعداد از نتیجه‌گیری‌های زیر درست است؟

- واکنش (I) با سرعتی معادل دو برابر واکنش (II) انجام می‌شود.
- با استفاده از کاتالیزگر مناسب، می‌توان مقدار گرمای مبادله شده در دو واکنش را با هم برابر کرد.
- انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش (II) بیشتر از انرژی فعال‌سازی برگشت واکنش (I) است.

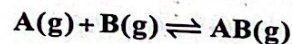
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۲- اگر حجم گاز نیتروژن مونوکسید در یک خودروی دیزلی، سه برابر حجم این گاز در خودروی بنزینی باشد، با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی در دو خودرو، مقدار گاز نیتروژن تولید شده در خودروی دیزلی چند برابر خودروی بنزینی است؟ (حجم گاز NO_2 در خودروی دیزلی بیشتر از گاز NO است.)

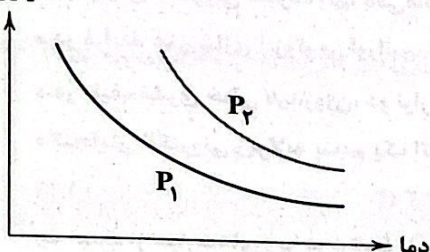
(۱) ۱/۵ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۱۱۳- نمودار زیر تغییر غلظت فراورده را برای یک واکنش تعادلی گازی در دو شرایط متفاوت نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



فراورده



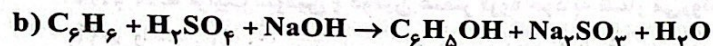
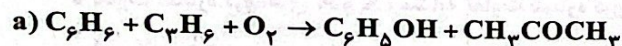
(۱) $P_1 < P_2, \Delta H < 0$

(۲) $P_2 < P_1, \Delta H < 0$

(۳) $P_1 < P_2, \Delta H > 0$

(۴) $P_2 < P_1, \Delta H > 0$

۱۱۴- معادله‌های شیمیایی زیر تهیه ماده فنول (C_6H_5OH) را به دو روش نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارتهای پیشنهاد شده در ارتباط با آنها درست است؟



• واکنش b به دلیل مصرف کم‌تر مواد آلی (با پایه نفتی)، آسیب کم‌تری به محیط زیست وارد می‌کند و با اصول شیمی سبز هم‌خوانی بیشتری دارد.

• انجام واکنش a در صنعت توصیه نمی‌شود زیرا فنول در استون حل شده و جداسازی آنها از هم، به راحتی انجام‌پذیر نیست.

• در واکنش b، بنزن و سولفوریک اسید به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند.

• در واکنش a، عدد اکسایش اتم‌های کربن در پروپن یا ثابت مانده‌اند یا افزایش یافته‌اند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۵- ۱۵۹۰ گرم پارازایلین اکسید می‌شود تا یکی از مونومرهای سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات به دست آید. اگر بازده واکنش اکسایش پارازایلین همانند

واکنش پلیمری شدن برابر با ۸۰٪ باشد، در نهایت چند گرم پلیمر به دست می‌آید؟ ($C=12, H=1, O=16: g \cdot mol^{-1}$)

۲۳۰۴ (۲)

۱۸۴۳/۲ (۱)

۱۶۵۸/۸ (۴)

۲۱۱۲ (۳)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۲۲۶ تا ۲۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

۱۱۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت «مطابق نظریه مهبانگ، ذره‌های زیراتمی قبل از عنصر هیدروژن یا به عرصه جهان گذاشته‌اند.» است؟

- در آرایش الکترونی فشرده اتم، باقی‌مانده الکترون‌ها نسبت به نماد گاز نجیب، همان الکترون‌های ظرفیتی اتم هستند.
- در فرایند غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم، هدف این است که مقدار ایزوتوپ ^{235}U را افزایش دهند.
- در طیف نشری خطی هیدروژن، دو نوار رنگی مربوط به انتقال‌های $n=6 \rightarrow n=2$ و $n=5 \rightarrow n=2$ ، کم‌ترین فاصله را از هم دارند.
- گنجایش الکترونی زیرلایه پنجم یک اتم برابر با شمار عنصرهای دوره ششم جدول است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با عنصرهای X و A درست است؟

- فرمول ترکیب حاصل از آن‌ها می‌تواند به صورت A_3X باشد.
- شمار زیرلایه‌های پر در اتم X ، $1/5$ برابر شمار زیرلایه‌های پر در اتم A است.
- تفاوت شماره گروه‌های A و X ، مشابه تفاوت شماره گروه‌های ^{37}Cl و ^{33}As است.
- A و X به ترتیب سومین و دومین عنصر گروه خود به شمار می‌روند.

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۱۹- در زیر توضیحات مربوط به چهار گاز آورده شده است. مقایسه میان دشواری تبدیل آن‌ها به حالت مایع در کدام گزینه درست است؟
(a) فراوان‌ترین گاز نجیب در لایه تروپوسفر هوا کره

(b) گاز دو اتمی که برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی از آن استفاده می‌شود.

(c) گازی سه اتمی که در صنعت از آن برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

(d) فراوان‌ترین گاز نجیب سیاره مشتری

(۱) $d > a > b > c$ (۲) $d > b > a > c$ (۳) $c > b > a > d$ (۴) $c > a > b > d$

۱۲۰- در ساختار چه تعداد از گونه‌های زیر، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی، دست کم دو برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی است؟

N_2O_4 • H_2CSO • FNO • $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ •
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۱- از واکنش کلسیم فسفات با گازهای کلر و کربن مونوکسید، می‌توان فسفریل کلرید (POCl_3) و کلسیم کربنات تهیه کرد. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر با $5/6$ گرم باشد، مجموع حجم مصرفی واکنش‌دهنده‌های گازی (با فرض شرایط STP) چند لیتر است؟

($\text{Ca}=40, \text{P}=31, \text{Cl}=35.5, \text{O}=16, \text{C}=12: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $134/40$ (۲) $64/52$ (۳) $107/52$ (۴) $80/64$

۱۲۲- معادله انحلال‌پذیری نمک A در آب برحسب دما در مقیاس درجه سلسیوس به صورت $S = 0.3\theta + b$ است. اگر $71/1$ گرم محلول سیرشده

نمک A را از دمای 60°C تا 20°C سرد کنیم، $5/4$ گرم رسوب تشکیل می‌شود. در این صورت b کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

۱۲۳- انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در دمای 45°C برابر با 40 گرم است. اگر در همین دما 5 گرم پتاسیم کلرید جامد را به محلولی از آن به جرم 40 گرم که درصد جرمی آن برابر 20 است، اضافه کنیم، کدام مورد روی می‌دهد؟

(۱) 0.2 گرم پتاسیم کلرید رسوب می‌کند.

(۲) تمام پتاسیم کلرید اضافه شده به صورت محلول درمی‌آید.

(۳) تمام پتاسیم کلرید اضافه‌شده رسوب می‌کند.

(۴) درصد جرمی حل‌شونده در محلول به 22 می‌رسد.

۱۲۴- چند گرم محلول سدیم سولفات با غلظت ۶۲۰ppm را با ۴۰۰ گرم محلول سدیم سولفات با غلظت ۸۴۰ppm مخلوط کنیم تا غلظت

سدیم سولفات در محلول حاصل برابر با ۷۱۸ppm شود؟

- ۷۰۰ (۱) ۶۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)

۱۲۵- انحلال پذیری گاز نیتروژن در فشار ۴atm و دمای ۲۰°C برابر ۰/۰۰۸ گرم است. انحلال پذیری این گاز در فشار ۹atm و دمای ۱۰°C کدام

مقدار (برحسب گرم) می تواند باشد؟

- ۰/۰۳۶ (۱) ۰/۰۱۴ (۲) ۰/۰۱۸ (۳) ۰/۰۲۲ (۴)

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

زوج درس ۲

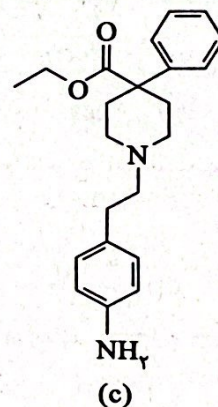
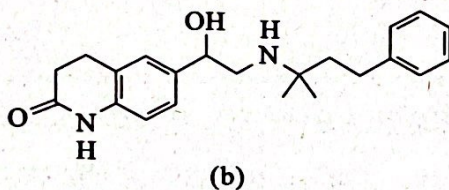
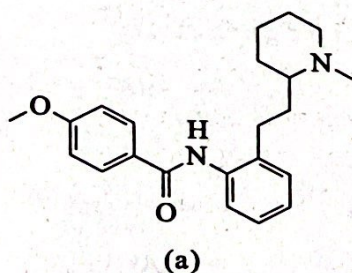
۱۲۶- ۸۵ گرم فلز آلومینیم با مقدار کافی محلول مس (II) سولفات واکنش می دهد. قبل از این که تمام فلز آلومینیم مصرف شود، بنا به دلایلی

واکنش متوقف شده و در مخلوط واکنش ۱۸۸/۵ گرم فلز وجود دارد. بازده واکنش بر مبنای مصرف آلومینیم چند درصد است؟

(Al=۲۷, Cu=۶۴: g.mol⁻¹)

- ۴۷/۶۴ (۱) ۵۲/۳۶ (۲) ۴۴/۱۳ (۳) ۵۵/۸۷ (۴)

۱۲۷- چه تعداد از عبارات های پیشنهاد شده در ارتباط با ساختارهای a, b و c درست است؟



- در ساختار b همانند c، سه اتم کربن وجود دارد که فقط به اتم های کربن متصل هستند.
- تفاوت شمار اتم های کربن و هیدروژن در ساختار a مشابه همین تفاوت در ترکیب ۲- هگزن است.
- ترکیب های a و c با هم ایزومرنند.

• مجموع شمار اتم های مولکول b برابر با شمار اتم های هیدروژن مولکول وازلین (با فرمول تقریبی) است.

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۲۸- چه تعداد از عبارات های زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت «شمار فلزهای جدول بیشتر از مجموع شمار نافلزها و شبه فلزها

است.» می باشد؟

• هالوژنی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع است در دمای ۴۰۰°C با گاز هیدروژن واکنش می دهد.

• سه عنصر نخست گروه چهاردهم در اثر ضربه خرد شده و رسانایی الکتریکی دارند.

• استخراج صنعتی آلومینیم دشوارتر از استخراج صنعتی فلز طلا است.

• از هر بشکه نفت سنگین کشورهای عربی در مقایسه با نفت سنگین ایران، مقدار بیشتری نفت کوره می توان به دست آورد.

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲۹- برای آلکانی که هر مولکول آن شامل ۲۰ اتم هیدروژن است، چند ساختار شاخه‌دار می‌توان در نظر گرفت که دست کم دارای یک شاخه اتیل باشد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) بیش از ۸

۱۳۰- با توجه به داده‌های واکنش‌های زیر، ΔH واکنش $B(s) + H_2(g) \rightarrow B_2H_6(g)$ به ازای تغییر حجم ۵۶ لیتری مخلوط واکنش (در شرایط STP) چند کیلوژول است؟

- a) $4B(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2B_2O_3(s)$ $\Delta H = -2512 kJ$
 b) $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ $\Delta H = -572 kJ$
 c) $B_2H_6(g) + 3O_2(g) \rightarrow B_2O_3(s) + 3H_2O(l)$ $\Delta H = -2148 kJ$
- +۴۲/۵ (۴) -۴۲/۵ (۳) +۸۵ (۲) -۸۵ (۱)

۱۳۱- درون یک گرماسنج، ۲ لیتر محلول مولار باریم نیترات به یک لیتر محلول ۲ مولار پتاسیم سولفات اضافه شده و در اثر انجام واکنش دمایی مخلوط واکنش از $28^\circ C$ به $43^\circ C$ می‌رسد. اگر چگالی محلول $1/5 g \cdot mL^{-1}$ و ظرفیت گرمایی ویژه آن $1.8 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ باشد، تغییر آنتالپی واکنش به ازای تولید یک مول رسوب سفید رنگ چند کیلوژول است؟

- ۳۳۷/۵ (۱) -۶۷۵ (۲) -۲۷۰ (۳) -۵۴۰ (۴)

۱۳۲- ۲۰ مول گاز N_2O_5 را وارد یک ظرف بسته ۸ لیتری می‌کنیم تا در شرایط مناسب به گازهای اکسیژن و نیتروژن دی‌اکسید تجزیه شود. اگر پس از گذشت ۴۵ دقیقه از آغاز واکنش، شمار مول‌های درون ظرف برابر با ۳۲ باشد، سرعت متوسط واکنش در این مدت چند مول بر لیتر بر ساعت بوده است؟

- ۰/۵۰۰ (۱) ۱/۰۰۰ (۲) ۰/۳۳۳ (۳) ۰/۶۶۷ (۴)

۱۳۳- شمار اتم‌های کربن نمونه‌ای از پلی‌اتن سنگین به جرم $7/35 \times 10^4 g$ نصف شمار اتم‌های کربن نمونه‌ای از پلی‌استیرن است. جرم نمونه پلی‌استیرن چند کیلوگرم است؟ ($C=12, H=1: g \cdot mol^{-1}$)

- ۱۳۶/۵ (۱) ۲۷۳ (۲) ۱۳۶۵ (۳) ۲۷۳۰ (۴)

۱۳۴- اگر ساده‌ترین دی‌آمین و ساده‌ترین دی‌اسید در واکنش تولید پلی‌آمید شرکت کنند، در هر واحد تکرار شونده از پلی‌آمید تشکیل شده، چند جفت الکترون پیوندی وجود دارد؟

- ۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۳۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با ویتامین‌های C و D درست است؟

- ویتامین C در آب و ویتامین D در روغن انحلال پذیر است.
- شمار گروه‌های هیدروکسیل در ویتامین C، چهار برابر شمار این گروه در ویتامین D است.
- در ساختار ویتامین D برخلاف ویتامین C، حلقه کربنی وجود دارد.
- مقایسه شمار اتم‌ها در هر دو ویتامین به صورت $O < C < H$ است.

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۰۲/۱۴

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه	تعداد سؤال: ۱۱۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۰ دقیقه	۱	۱۰	۱۰	حسابان ۲	۱
	۱۱	۲۰	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۲۱	۳۰	۱۰	هندسه ۳	
	۳۱	۳۵	۵	حسابان ۱	
	۳۶	۴۵	۱۰	هندسه ۲	
	۴۶	۵۵	۱۰	آمار و احتمال	
۵۰ دقیقه	۵۶	۸۰	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۸۱	۹۰	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۱	۱۰۰	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۰۱	۱۱۵	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۱۶	۱۲۵	۱۰	شیمی ۱	
	۱۲۶	۱۳۵	۱۰	شیمی ۲	



$$f'(x) = \frac{-2(2x)}{(1+2x^2)^2} + 2x = 0 \Rightarrow 2x(1 - \frac{2}{(1+2x^2)^2}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \frac{2}{(1+2x^2)^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{1+2x^2} = 1 \Rightarrow 1+2x^2 = 2 \\ \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{2}{1+2x^2} = -1 \Rightarrow 1+2x^2 = -2 \\ \Rightarrow x^2 = -\frac{3}{2} \text{ غ ق} \end{cases} \end{cases}$$

تابع $f'(x)$ در هر سه نقطه $x = 0$ و $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ تغییر علامت می‌دهد و هر سه نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ هستند.

۴ ۴

$$f'(x) = 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

با مقایسه عرض‌های نقاط بحرانی تابع، Max و Min مطلق را به دست می‌آوریم. (ابتدا و انتهای بازه نیز نقاط بحرانی هستند.)

$$f(0) = 2a = \text{مطلق Max}$$

$$f(3) = 2a - 6$$

$$f(-2) = 2a - 20 = \text{مطلق Min}$$

$$\Rightarrow (2a) + (2a - 20) = 12 \Rightarrow 4a = 32 \Rightarrow a = 8$$

برای یافتن معادله خط مماس در نقطه عطف ابتدا نقطه عطف، سپس خط مماس در این نقطه را به دست می‌آوریم.

$$x_1 = -\left(\frac{-3}{2 \times 1}\right) = 1 \Rightarrow y_1 = 1 - 2 + 16 = 14$$

$$\text{مماس } m = f'(1) = 2 - 6 = -4$$

$$\text{معادله مماس: } y - 14 = -4(x - 1) \Rightarrow y = -4x + 18$$

نقطه برخورد با محور y : $x=0 \Rightarrow y=18$

۳ ۵

$$f'(x) = 2\left(\frac{4}{\sqrt{2x+2}} - 2x\right) = 4\left(\frac{2-x\sqrt{2x+2}}{\sqrt{2x+2}}\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow 2 - x\sqrt{2x+2} \leq 0$$

$$\Rightarrow x\sqrt{2x+2} \geq 2 \Rightarrow x^2(2x+2) \geq 4$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 + 2x + 2) \geq 0$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^2 - 2ax^2 + 2bx = x(2 \cdot x^2 - 2ax + 2b)$$

$x=0$ نباید اکسترمم نسبی باشد بنابراین حتماً باید ریشه مضاعف

باشد. یعنی حتماً عبارت $2 \cdot x^2 - 2ax + 2b$ را هم صفر می‌کند و داریم:

$$0 \cdot 0 + 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot x^2 - 2ax^2$$

از طرفی $x = -1$ طول اکسترمم نسبی است و داریم:

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow -2 \cdot 0 - 2a = 0 \Rightarrow a = -\frac{2 \cdot 0}{2}$$

تابع تنها یک اکسترمم در $x = -1$ دارد و ضرب x^2 مثبت است. بنابراین

کمترین مقدار تابع در $x = -1$ اتفاق می‌افتد.

$$\min f(x) = f(-1) = 5 - \frac{2 \cdot 0}{2} + 0 + 4 = \frac{9}{2}$$

نقاط بحرانی تابع $f(x) = |g(x)|$ ریشه‌های $g(x) = 0$ و

$g'(x) = 0$ هستند.

$$g(x) = \sin 2x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = 1 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{5\pi}{8} \\ x = \frac{9\pi}{8} \\ x = \frac{13\pi}{8} \end{cases}$$

$$g'(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = -1 \Rightarrow$$

$$2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{8} \\ x = \frac{11\pi}{8} \\ x = \frac{15\pi}{8} \end{cases}$$

در مجموع تابع $f(x)$ دارای ۸ نقطه بحرانی در بازه $(0, 2\pi)$ می‌باشد.

۱ ۸

$$\left(\frac{f}{f'}\right)' = \frac{f'f'' - ff''}{f'^2} = \frac{ff''}{f'^2}$$

با توجه به نمودار، علامت f' به صورت زیر است:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'	$-$	$+$	$-$	$+$

پس تابع $f(x)$ به ازای $x < 0$ اکیداً صعودی و به ازای $x > 0$ اکیداً نزولی است پس با توجه به گزینه‌ها، گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.

ریشه‌های $x = -1$ و $x = -2$ می‌تواند درست باشند. **۴ ۹**

$$\text{مخرج} = a(x+2)(x+1) = ax^2 + 2ax + 2a \Rightarrow \begin{cases} c = -2a \\ d = 2a \end{cases}$$

تابع در $x = -2$ حد دارد پس $x = -2$ ریشه صورت کسر نیز هست.

$$-2a^2 - b - 6a + 6a = 0 \Rightarrow b = -2a^2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a^2(x+2)}{a(x+2)(x+1)} = \frac{a}{x+1}$$

از طرفی $f(0) = 3$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{a}{0+1} = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{x+1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(0) = -3$$

شیب خط مماس برابر -3 می‌باشد و از نقطه $(0, 3)$ می‌گذرد پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y - 3 = -3(x - 0) \Rightarrow y = -3x + 3 \xrightarrow{y=0} x = 1$$

نقطه برخورد با محور طول‌ها

معادله طول‌های نقاط برخورد در تابع را می‌نویسیم: **۲ ۱۰**

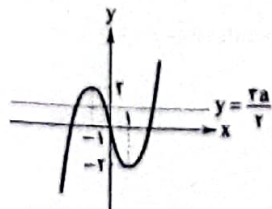
$$x^2 - 2x - a = x + \frac{a}{x} \Rightarrow x^2 - 2x = \frac{2a}{x}$$

نمودار $y = x^2 - 2x$ را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - 2x \Rightarrow y' = 2x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	$+$
y	$+$	$+$	$-$	$+$

max min



برای آن که خط $y = \frac{2a}{x}$ در دو نقطه به طول مماس و یک نقطه به طول مثبت نمودار $y = x^2 - 2x$ را قطع کند، باید داشته باشیم:

$$0 < \frac{2a}{x} < 2 \Rightarrow 0 < a < \frac{4}{x}$$

در این باره تنها یک مقدار صحیح ($a = 1$) برای a وجود دارد.

در عبارت $\Delta = x^2 + 2x + 2$ منفی است و عبارت همواره مثبت است پس داریم:

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow m = 1$$

$$g(x) = -x^2 + 6x^2 + 4$$

$$\Rightarrow g'(x) = -2x + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

x	0	6	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$+$	$-$
$g(x)$	\searrow	\nearrow	\searrow

با تعیین علامت $g'(x)$ معلوم است که تابع $g(x)$ در بازه $[0, 6]$ اکیداً صعودی است.

۲ ۶ نکته: (۱) در بازه پیوسته‌ای که در آن $f'(x) > 0$ باشد،

$f(x)$ اکیداً صعودی است.

(۲) در بازه پیوسته‌ای که در آن $f'(x) < 0$ باشد، $f(x)$ اکیداً نزولی است.

(۳) در بازه‌ای که $f'' > 0$ باشد، f' صعودی باشد) تفر $f(x)$ رو به بالا است.

(۴) در بازه‌ای که $f'' < 0$ باشد، f' نزولی باشد) تفر $f(x)$ رو به پایین است.

با توجه به نکات بالا داریم:

الف) اکیداً صعودی است پس $f'(x) > 0$ است ($f'(x)$ بالای محور طول است).

ب) تفر رو به پایین است پس $f'' < 0$ است ($f''(x)$ نزولی است).

با توجه به ویژگی‌های الف و ب بازه (d, e) بازه مورد نظر است.

۱ ۷

نکته:

$$(x+\alpha)(x+\beta)(x+\gamma) = x^3 + (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)x + \alpha\beta\gamma$$

بنابراین داریم:

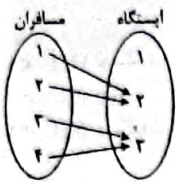
$$\begin{aligned} f'(x) &= -2(x^2 + (a+2)x^2 + (a+2a+2)x + 2a) \\ &= -2(x^2 + (a+2)x^2 + (2a+2)x + 2a) \end{aligned}$$

برای یافتن نقاط عطف $f'(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = -2(2x^2 + 2(a+2)x + 2a+2)$$

$$\begin{cases} \text{مجموع طول‌های نقطه عطف} = \frac{-2a-2}{2} \\ \text{حاصل ضرب طول‌های نقطه عطف} = \frac{2a+2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2a+2}{2} = \frac{-2a-2}{2} \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$



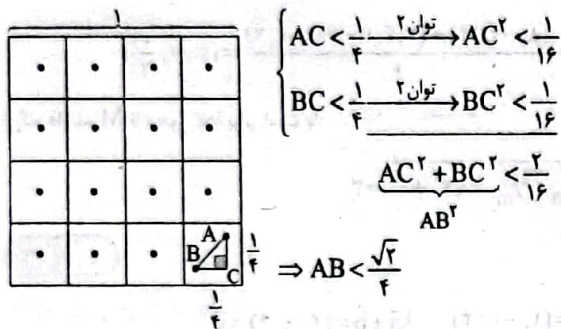
۱۶) ۳ طبق تعمیم اصل لانه کبوتر داریم:

$$k+1=4 \Rightarrow k=3$$

$$n=7 \times 12=84 \text{ تعداد لانه‌ها}$$

$$\text{تعداد کبوترها} = nk+1=3 \times 84+1=253$$

۱۷) ۳ طبق اصل لانه کبوتر داریم:



بنابراین ۱۷ نقطه داخل مربع باید انتخاب کنیم.

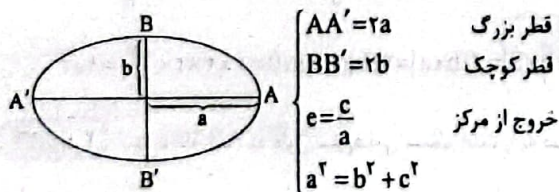
۱۸) ۳ مستطیل داده شده را به ۲۴ مربع ۳×۳ تقسیم می‌کنیم. توجه

کنید که قطر مربع ۳×۳ برابر $3\sqrt{2}$ است. حال اگر ۲۴ مربع پدید آمده را به عنوان لانه‌ها در نظر بگیریم با انتخاب حداقل ۲۵ نقطه (کبوتر) طبق اصل لانه کبوتری (چون تعداد کبوترها از تعداد لانه‌ها بیشتر است) حداقل دو نقطه در یک مربع ۳×۳ قرار می‌گیرند که فاصله آن‌ها کمتر از $3\sqrt{2}$ خواهد بود.

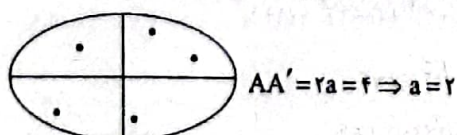
۱۹) ۴ ایام هفته ۷ روز است (لانه کبوتر). بنابراین طبق اصل لانه

کبوتری حداقل یک روز از هفته وجود دارد که در آن روز ۴ نفر به دنیا آمده باشند و چون این امر یک پدیده قطعی است پس احتمال آن یک می‌باشد.

۲۰) ۴ می‌دانید که:



بیضی را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. (تعداد لانه‌های کبوتر)



$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow a=2 \rightarrow c=\sqrt{3}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow b=1$$

۱۱) ۳ می‌دانید که:

$$A \cup B' = (A' \cap B)' = (B - A)'$$

بنابراین:

$$|A \cup B'| = |S| - |B - A| = |S| - |B| + |A \cap B|$$

$$A = 2 \text{ مضرب } 2, |S| = 100$$

$$B = 3 \text{ مضرب } 3 \Rightarrow |B| = \left[\frac{100}{3}\right] - \left[\frac{100}{9}\right] = 66 - 22 = 44$$

$$A \cap B = 6 \text{ مضرب } 6 \Rightarrow |A \cap B| = \left[\frac{100}{6}\right] - \left[\frac{100}{18}\right] = 23 - 16 = 17$$

$$|A \cup B'| = |S| - |B| + |A \cap B| = 100 - 44 + 17 = 73$$

۱۲) ۴ مسئله را با اصل شمول و عدم شمول حل می‌کنیم.

$$A = 2 \text{ مضرب } 2 \Rightarrow |A| = 8 \times 9 \times 9 = 648$$

$$B = 3 \text{ مضرب } 3 \Rightarrow |B| = 8 \times 9 \times 9 = 648$$

$$A \cap B = 2, 3 \text{ مضرب } 6 \Rightarrow |A \cap B| = 7 \times 8 \times 8 = 448$$

طبق اصل شمول داریم:

$$|S| = 900 \text{ کل اعداد سه رقمی}$$

$$|S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

۱۳) ۲ تعداد راه‌های توزیع m شی متمایز بین ۳ نفر به طوری که به

هر نفر حداقل یک شی برسد، برابر است با:

$$3^m - 3 \times 2^m + 3 = 3^6 - 3 \times 2^6 + 3 = 540$$

۱۴) ۴ می‌دانید که:

(الف) تعداد توابع از مجموعه k عضو به یک مجموعه m عضو برابر است با m^k .

(ب) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه m عضو به یک مجموعه k

$$\text{عضوی با شرط } k \geq m \text{ برابر است با: } (k)_m = \frac{k!}{(k-m)!}$$

تعداد توابع یک به یک - کل توابع = تعداد توابع غیر یک به یک

$$= 6^4 - \frac{6!}{(6-4)!} = 1296 - 360 = 936$$

۱۵) ۲ تعداد حالت‌های پیاده شدن مسافران با توجه به شرایط مسئله

معادل است با تعداد حالت‌های توزیع ۴ شی متمایز در ۳ جعبه متمایز با این شرط که حداقل یک جعبه خالی بماند. هم‌چنین این تعداد برابر تعداد توابع غیرپوشا از یک مجموعه ۴ عضو به یک مجموعه ۳ عضو است.

$$\text{تعداد توابع غیر پوشا} = \begin{matrix} 2^4 & + & 2^4 & + & 2^4 \\ \text{ایستگاه ۱ کسی} & & \text{ایستگاه ۲ کسی} & & \text{ایستگاه ۳ کسی} \\ \text{پیاده نشود} & & \text{پیاده نشود} & & \text{پیاده نشود} \end{matrix}$$

$$= 1 - 1 + 0 = 48 - 3 = 45$$

ایستگاه ۱، ۲ کسی پیاده نشود

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow m - 1 + 4m + 1 - 7 = 0 \Rightarrow 5m - 6 = 0 \Rightarrow m = \frac{6}{5}$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{d} \times \vec{e}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1(-2) - 2(-1-2) - 1(-2) = -2 + 6 - 2 = 2$$

$$= -2 + 6 + 2 = 6$$

ابتدا با توجه به شکل، رابطه بین سه بردار را می‌نویسیم.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = -\vec{b} \quad (1)$$

$$a \cdot b + b \cdot c = b \cdot (a + c) = b \cdot (-b) = -|b|^2$$

$$a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c = -|b|^2 + a \cdot c \quad (2)$$

$$(1) \cdot a + a \cdot c = -b \Rightarrow |a + c| = |-b| \Rightarrow |a|^2 + |c|^2 + 2a \cdot c = |b|^2$$

$$\Rightarrow 9 + 26 + 2a \cdot c = 16$$

$$\Rightarrow 2a \cdot c = -29 \Rightarrow a \cdot c = -14.5$$

$$(2): -|b|^2 + a \cdot c = -16 - 14.5 = -30.5$$

۲ ۲۷

$$\vec{a}(x, 2y, z)$$

$$\vec{b}(1, -1, 2)$$

$$|a \cdot b| \leq |a| |b|$$

$$|x - 2y + 2z| \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \sqrt{1 + 1 + 4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \geq \frac{1}{\sqrt{6}} |x - 2y + 2z| \Rightarrow \sqrt{6} \sqrt{x^2 + 4y^2 + z^2} \geq |x - 2y + 2z|$$

$$\Rightarrow x^2 + 4y^2 + z^2 \geq \frac{1}{6} (x - 2y + 2z)^2 \Rightarrow \min(x^2 + 4y^2 + z^2) = \frac{1}{6}$$

$$a \cdot (b \times c) = 0 \text{ اگر بردارهای } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ هم‌صفحه باشند آن‌گاه}$$

در نتیجه

$$\vec{a} \cdot (b \times c) = \begin{vmatrix} 1 & m & 2 \\ m-2 & 2m & 5 \\ m & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2m^3 - 12m + 12 = 0$$

$$\Delta = 144 - 4(2)(12) = 0$$

$$m = \frac{12 \pm 0}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{12}{2} = 6 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-5, 7, -2)$$

$$|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{25 + 49 + 4} = \sqrt{78}$$



$$MH < 1 \Rightarrow \frac{r}{\sin \alpha} < 1 \Rightarrow MH^2 < 1$$

$$NH < r \Rightarrow \frac{r}{\cos \alpha} < r \Rightarrow NH^2 < r^2$$

$$\frac{MH^2 + NH^2}{MN^2} < 1 \Rightarrow MN < \sqrt{3}$$

۳ ۲۱

$$\vec{AM} = \frac{1}{2} \vec{CB} \Rightarrow r(M - A) = B - C \Rightarrow rM - rA = B - C$$

$$\Rightarrow rM = rA + B - C \Rightarrow M = \frac{rA + B - C}{r}$$

$$M = \frac{(2, -2, 12) + (2, 2, 1) - (-1, 1, 2)}{2} = (3, 1, \frac{11}{2})$$

از آن‌گاه فاصله M تا محور x برابر است با

$$\sqrt{x_m^2 + y_m^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = 2$$

۱ ۲۲

$$\begin{cases} \vec{a} = (1, -2, 2) \\ \vec{b} = (1, 2, 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (2, 0, 3) = \vec{c} \\ \vec{b} - \vec{a} = (0, 4, -1) = \vec{d} \end{cases}$$

تصویر بردار \vec{c} روی \vec{d} برابر است با

$$\vec{c}' = \frac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{|\vec{d}|} \vec{d} = \frac{-2 + 0 + (-2)(-1)}{\sqrt{1 + 16 + 1}} (-1, 4, -1)$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{18}} (-1, 4, -1) = \frac{1}{\sqrt{18}} (-1, 4, -1)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{4}{\sqrt{18}}, \frac{-1}{\sqrt{18}} \right) \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 0$$

۲ ۲۳

$$|a| = 2 \quad |b| = \sqrt{2 + 2 + 2} = 2 \quad \theta = 60^\circ$$

$$S = |(a + b) \times (a - 2b)| = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \sin^2 \theta} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \frac{3}{4}} = 6\sqrt{3}$$

$$= |\vec{a} \times \vec{b}| = 2 |b \times a| = 2 |b| |a| \sin \theta = 2 \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

۲ ۲۴ ابتدا فاصله AB که طول شرطی منتظم است را به دست

می‌آوریم.

$$a = |AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-2)^2 + (1+1)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 9 + 4} = \sqrt{14} = 2\sqrt{7}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2} a = \sqrt{2} (2\sqrt{7}) = 2\sqrt{14}$$

$$|\vec{AD}| = 2a = 2(2\sqrt{7}) = 4\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{AD} = |\vec{AC}| |\vec{AD}| \cos 45^\circ = 2\sqrt{14} \times 4\sqrt{7} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2}$$

۱ ۲۹

۲۴ ۴ در نقاط صحیح نابسته است ولی چون برای هر عدد

صحیح مقدار $\sin \pi x$ برابر صفر است، بنابراین تابع f روی \mathbb{R} پیوسته است.

۲ ۲۵

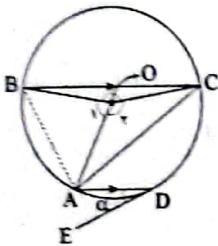
$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(1-x^2)$$

$$= \begin{cases} 1 & 1-x^2 > 0 \Rightarrow -1 < x < 1 \\ 0 & 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ -1 & 1-x^2 < 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x < 1 \\ 0 & x = \pm 1 \\ -1 & x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

در $x=1$ و $x=-1$ نابسته است.

۲ ۲۶



$$\widehat{ABO} = 55^\circ \xrightarrow{OA=OB} \widehat{BAO} = 55^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{O} = 180 - 2 \times 55 = 70^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 70^\circ \xrightarrow{BC \parallel AD} \widehat{CD} = 70^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 85^\circ \Rightarrow \widehat{OAC} = 85^\circ - 55^\circ = 30^\circ$$

$$\xrightarrow{OA=OC} \widehat{OCA} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} : \widehat{O} = 180 - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = 120^\circ \xrightarrow{\widehat{CD} = 70^\circ} \widehat{AD} = 50^\circ$$

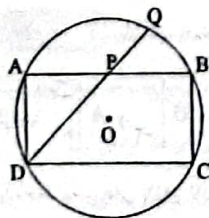
$$\widehat{ADE} \stackrel{\text{ظلی}}{=} \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ = \alpha$$

۱ ۲۷

$$\begin{cases} AP=PB=f \\ AD=f \end{cases} \Rightarrow \widehat{APD} : DP = f\sqrt{2}$$

از طرفی طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AP \times PB = DP \times PQ \Rightarrow f \times f = f\sqrt{2} \times PQ \Rightarrow PQ = \sqrt{2}f$$



۴ ۲۰

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-7, -6, 5)$$

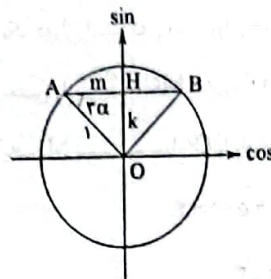
$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{49 + 36 + 25} = \sqrt{110}$$

$$V = S \times h = \sqrt{110} \times 2\sqrt{11} = 2 \times 11\sqrt{10} = 22\sqrt{10}$$

۲۰ ۴ همواره بر $\vec{a} \times \vec{b}$ عمود است. در نتیجه ضرب

داخلی آن‌ها به ازای $m \in \mathbb{R}$ صفر است.

۲ ۲۱



$$\Delta OAH : \sin \alpha = k, \cos \alpha = m$$

$$S(\alpha) = \frac{1}{2} OH \times AB$$

$$\Rightarrow S(\alpha) = \frac{1}{2} \times \sin \alpha \times 2 \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{S(\alpha)}{\tan \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2} \sin 2\alpha}{\tan \alpha} = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2\alpha}{2 \tan \alpha} = \frac{2}{2} = 1$$

۳ ۲۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^r - x}{x^r - ax} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^r - x}{x^r - ax} = r$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{-ax} = r \Rightarrow a = \frac{1}{r}$$

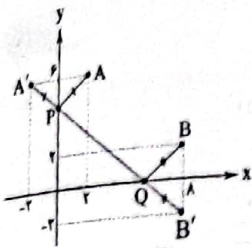
۴ ۲۳

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow r} \frac{f(x)}{x^r - a} = m &\Rightarrow f(r) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^r - 1} = m + \delta &\Rightarrow f(1) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = a(x-1)(x-r)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow r} \frac{a(x-1)(x-r)}{(x+r)(x-r)} = m &\Rightarrow \frac{ra}{f} = m \Rightarrow \frac{a}{r} = m \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)(x-r)}{(x-1)(x+1)} = m + \delta &\Rightarrow \frac{-ra}{r} = m + \delta \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow -a = \frac{a}{r} + \delta \Rightarrow a = -\frac{1\delta}{f}$$

$$f(x) = -\frac{1\delta}{f}(x-1)(x-r) \Rightarrow f(-1) = -r$$

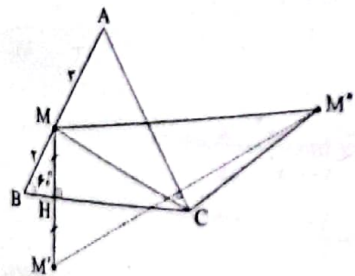


$AP = A'P, BQ = B'Q$
 $APQB \text{ مسیر} = AP + PQ + QB = A'P + PQ + QB' = A'B'$
 $= \sqrt{(r+2)^2 + (-2-r)^2} = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}$

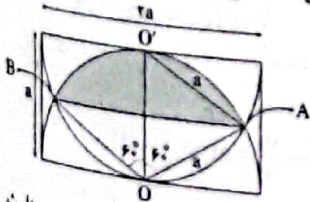
۳ ۴۱ می‌دانیم نتیجه ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای متقاطع یک دوران است که زاویه دوران دو برابر زاویه بین محورهای بازتاب می‌باشد یعنی زاویه $M\hat{C}M''$ برابر $2 \times 60^\circ = 120^\circ$ می‌باشد و نقطه M'' دوران یافته M نسبت به نقطه C با زاویه 120° می‌باشد از طرفی:

$\Delta BMH: \begin{cases} BH = 2\cos 60^\circ = 1 \Rightarrow CH = 5 - 1 = 4 \\ MH = 2\sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \end{cases}$
 $\Delta MCH: CM^2 = CH^2 + MH^2 = 16 + 3 = 19 \Rightarrow CM = \sqrt{19}$
 دوران طولی‌است. پس $CM'' = \sqrt{19}$ بنابراین:

$S_{CMM''} = \frac{1}{2} CM \times CM'' \times \sin 120^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{19} \times \sqrt{19} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$



۱ ۴۲ با توجه به آن که عرض مستطیل برابر شعاع نیم دایره و طول آن برابر قطر آن می‌باشد پس طول مستطیل دو برابر عرض آن است



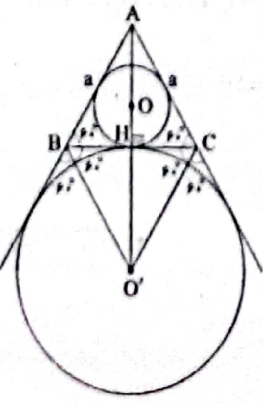
با توجه به آن که اضلاع مثلث $OO'A$ همگی برابر a می‌باشد مثلث متساوی‌الاضلاع است

$\widehat{AB} \text{ کمان} = l = R\alpha = a \times \frac{2\pi}{3}$
 طبق فرض $\widehat{AB} = a \times \frac{4\pi}{3} = 2a\pi \Rightarrow a = 6$

۴ ۳۸ می‌دانیم طول ضلع اضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی در یک دایره به شعاع r به ترتیب $2r \sin \frac{18^\circ}{n}$ و $2r \tan \frac{18^\circ}{n}$ می‌باشد از طرفی این دو اضلعی منتظم مشابه بوده و نسبت تشابه آن‌ها همان نسبت طول اضلاع می‌باشد پس:

$k = \frac{2r \tan \frac{18^\circ}{n}}{2r \sin \frac{18^\circ}{n}} = \frac{1}{\cos \frac{18^\circ}{n}}$
 $\Rightarrow \frac{\text{مساحت } n \text{ اضلعی محیطی}}{\text{مساحت } n \text{ اضلعی محاطی}} = \frac{1}{\cos^2 \frac{18^\circ}{n}} = \frac{4}{3}$
 $\Rightarrow \cos^2 \frac{18^\circ}{n} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \frac{18^\circ}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{18^\circ}{n} = 30^\circ \Rightarrow n = 6$
 طول ضلع n اضلعی محیطی $= 2r \tan \frac{18^\circ}{n} = 2 \times 2 \tan \frac{18^\circ}{6}$
 $= 4 \tan 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\Rightarrow \text{مساحت } 6 \text{ اضلعی منتظم محیطی} = S \Rightarrow r = \frac{S}{p}$
 $\Rightarrow r = \frac{S}{\frac{12\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow S = 8\sqrt{3}$

۲ ۳۹ مثلث‌های ABC و BCO' هم‌نهشتاند یعنی $AH = O'H$ از طرفی O مرکز نقل مثلث ABC بوده و $OH = \frac{1}{3}AH$ و از آنجا $r = \frac{1}{3}r'$ یعنی $OH = \frac{1}{3}O'H$



$\Rightarrow \frac{S_{\text{دایره محاطی}}}{S_{\text{دایره محیطی}}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{3}r'}{r'}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

۳ ۴۰ بازتاب نقاط A و B را نسبت به محورهای Oy و Ox به ترتیب $A \begin{vmatrix} 1 & \\ & -1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} -1 & \\ & 1 \end{vmatrix}$ می‌نامیم حال پاره‌خط $A'B'$ را رسم می‌کنیم. این پاره‌خط محورهای Ox و Oy را به ترتیب در نقاط Q و P قطع می‌کند

حال در مثلث OAB به کمک قضیه کسینوس ها، اندازه AB را می یابیم:

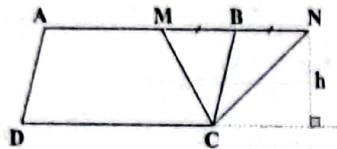
$$\Delta OAB: AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \cos \hat{O}$$

$$= 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 8 + 4\sqrt{3} \Rightarrow AC^2 = 8 + 4\sqrt{3}$$

$$\Delta ABC \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC$$

$$\xrightarrow{AB=AC} \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} (8 + 4\sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$$



$$\xrightarrow{\text{AMCD} \xrightarrow{\text{مساوی الساقین}} AD=MC=12} \text{دورزنقه}$$

$$AB=CD=27 \Rightarrow MB=27-16/5=10/5$$

$$\Rightarrow BN=10/5 \Rightarrow MN=21$$

حال مساحت مثلث MNC را می یابیم:

$$2P=21+20+12=54 \Rightarrow P=27$$

$$\xrightarrow{\text{هرن}} S_{MNC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{27(27-20)(27-21)(27-12)} = \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3}$$

$$= 2^2 \times 7 \times 2 = 126$$

از طرفی:

$$S_{MNC} = \frac{1}{2} MN \times h \Rightarrow 126 = \frac{21 \times h}{2} \Rightarrow h=12$$

$$S_{AMCD} = \frac{AM+DC}{2} \times h = \frac{16/5+27}{2} \times 12 = 261$$

چون فراوانی های نسبی یکسان اند پس زاویه ها برابر خواهند بود. ۲ ۴۶

داده های اولیه را به صورت مرتب در نظر بگیرید: ۳ ۴۷

۳, ۵, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۱۵

اگر a عددی خارج از داده ها باشد، مد ۱۵ ولی میانه ۱۵ نمی شود (ق ق)

بعلاوه:

اگر a یکی از عددهای ۳, ۵, ۱۵ باشد، میانه با مد برابر نخواهد شد (ق ق)

اگر a=۱۰ باشد، میانه برابر ۱۰ و این عدد مد هم خواهد بود (ق ق)

اگر a=۱۲ باشد، میانه برابر ۱۲ و این عدد مد هم خواهد بود (ق ق)

برای محاسبه مساحت قسمت رنگی، مساحت قطعه را یافته آن را دو برابر

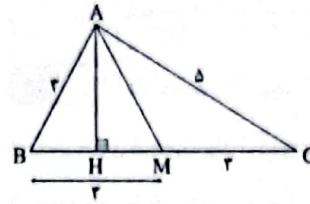
می کنیم.

$$S_{\text{قطعه}} = S_{\text{قطعه}} - S_{OAB} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi (a)^2 - \frac{1}{2} a^2 \sin 120^\circ$$

$$= \frac{\pi a^2}{3} - \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad a=6 \quad \frac{36\pi}{3} - \frac{36\sqrt{3}}{4} = 12\pi - 9\sqrt{3}$$

$$S_{\text{قسمت رنگی}} = 2S_{\text{قطعه}} = 2(12\pi - 9\sqrt{3})$$

می دانیم: ۲ ۴۳



$$\Delta ABC: b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 25 + 9 = 2m_a^2 + \frac{6^2}{2}$$

$$\Rightarrow 24 = 2m_a^2 + 18 \Rightarrow 16 = 2m_a^2 \Rightarrow m_a = 2\sqrt{2}$$

برای محاسبه AH، ابتدا مساحت مثلث را محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2+5+6}{2} = 7$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{7(7-6)(7-5)(7-2)}$$

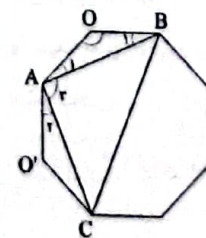
$$= \sqrt{7 \times 1 \times 2 \times 5} = 2\sqrt{14}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH \Rightarrow 2\sqrt{14} = \frac{1}{2} \times 6 \times AH \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{14}}{3}$$

$$AMH: MH^2 = AM^2 - AH^2 = 8 - \frac{4 \times 14}{9} = \frac{72 - 56}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{4}{3} \quad \checkmark$$

۳ ۴۴



$$\hat{O} = 180 - \frac{360}{n} = 180 - \frac{360}{8} = 180 - 45 = 135^\circ$$

$$OA=OB \Rightarrow \Delta OAB: \hat{A} = \hat{B} = 22/5$$

$$\Rightarrow \hat{A}_r = 22/5 \Rightarrow \hat{A}_r = 135^\circ - (2 \times 22/5)$$

$$\Rightarrow \hat{A}_r = 90^\circ$$

۵۲ اگر داده‌ها را به صورت a, b, c, d در نظر بگیریم

تعداد $\binom{4}{2} = 6$ نمونه داریم:

$$\begin{cases} \frac{a+b+c}{3} = 9 \Rightarrow a+b+c = 27 \\ \frac{a+b+d}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow a+b+d = 25 \\ \frac{a+c+d}{3} = 8 \Rightarrow a+c+d = 24 \\ \frac{b+c+d}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow b+c+d = 20 \end{cases}$$

$\Rightarrow a+b+c+d = \frac{96}{3} \Rightarrow \mu = \frac{a+b+c+d}{4} = \frac{96}{12} = 8$

۵۵ اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ در نظر بگیریم، باید دو عدد کوچک‌تر طوری انتخاب شوند که دو عدد وسط کم‌ترین مجموع را داشته باشند، بهترین انتخاب به صورت زیر است:

$6, 8, 9, 10, a, b$ دو عدد آخر بزرگ‌تر از ۱۰ و مجموع آن ۶۰ است.

$\bar{x} = \frac{6+8+9+10+60}{6} = \frac{93}{6} = 15.5$

فیزیک



۵۶ بررسی عبارت‌ها،

الف) پدیده‌هایی با سرعت‌های نزدیک به سرعت نور در نسبت خاص بررسی می‌شوند و جزء فیزیک کلاسیک نیستند.

ب) فنر و حرکت هماهنگ ساده در فیزیک کلاسیک بررسی می‌شود.

ج) بررسی حرکت الکترون‌ها در فیزیک کوانتومی بررسی می‌شود و جزء فیزیک کلاسیک نیست.

د) عبور از سیاه‌چاله فضایی به نسبت عام مربوط می‌شود و جزء فیزیک کلاسیک نیست.

ه) پرتوهای گاما، در دسته پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با فیزیک کلاسیک قابل توجه هستند.

و) طیف جذبی فرانیهوفر از مشاهداتی بود که توجه آن توسط فیزیک کلاسیک میسر نبود.

۵۷ انرژی حاصل از انفجار ۱۶ تن TNT برابر است با:

$E = 16 \times 4/2 \times 10^9 = 67/2 \times 10^9 \text{ J}$

حال این انرژی را برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم:

$E = 67/2 \times 10^9 \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 4/2 \times 10^{29} \text{ eV}$

مطلق رابطه $E = nhf$ داریم:

$E = nhf \Rightarrow f = \frac{E}{nh} = \frac{4/2 \times 10^{29}}{1.08 \times 4 \times 10^{-15}} = 1.05 \times 10^{16} \text{ Hz}$

۴۸ برای مد شدن ۱۴ باید: $14 = a + b = 3a - b$ شود. پس

داده‌ها به صورت:

$11, 12, 12, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 19$
 $Q_1 = 12, Q_2 = 12.5, Q_3 = 14$

مجموع $= Q_1 + Q_2 = 12 + 14 = 26$

۴۹ هرگاه داده‌ها فاصله یکسان از هم داشته باشند، میانگین و

میان یکی هستند.

۵۰

$\bar{x} = \frac{x_1 + 2 + x_2 + 2 + x_3 + 4}{3} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} + \frac{2+2+4}{3}$

$\Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} + 2 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \bar{x} - 2$

میانگین جدید $= \frac{-2x_1 + 2 - 2x_2 + 2 - 2x_3 + 2}{3}$

$= -2\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right) + 2 = -2(\bar{x} - 2) + 2 = -2\bar{x} + 6$

۵۱

$2a, 5a, 7a, 9a, 11a$

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{5} = 7a$

$\sigma^2 = \frac{(2a-7a)^2 + (5a-7a)^2 + (7a-7a)^2 + (9a-7a)^2 + (11a-7a)^2}{5}$

$= \frac{(-5a)^2 + (-2a)^2 + 0 + (2a)^2 + (4a)^2}{5} = (a\sqrt{2})^2 \Rightarrow a = 4$

پس داده‌های جدید:

$4, 8, 12, 16$

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40}{4} = 10$

$\sigma^2 = \frac{(4-10)^2 + (8-10)^2 + (12-10)^2 + (16-10)^2}{4}$

$= \frac{36+4+4+36}{4} = \frac{80}{4} = 20$

$\Rightarrow \sigma = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \Rightarrow CV = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

۵۲ تنها موارد «ج» و «د» صحیح هستند.

۵۳

$n = 64, \sigma = 2$

$\frac{\bar{x} - 2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \frac{\bar{x} + 2\sigma}{\sqrt{n}}$

طول بازه اطمینان $= \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2(2)}{\sqrt{64}} = \frac{4}{8} = 0.5$

۲ ۶۲ برای ماده A داریم:

$$\begin{cases} m_1 = 6 \mu\text{g} = 6000 \text{ng} \\ m_{\text{واپاشیده}} = 5625 \text{ng} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_{\text{باقی مانده}} = 375 \text{ng}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{m_{\text{باقی مانده}}}{m_1}\right) = \left(\frac{375}{6000}\right) = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow n = 4$$

از طرفی داریم:

$$\frac{t}{T_{1/2}} = n \Rightarrow \frac{t}{4} = 4 \Rightarrow t = 16 \text{ روز}$$

برای ماده B داریم:

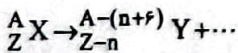
$$n_B = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow \frac{16}{4} = 4$$

$$9 \text{mg} \rightarrow 4/5 \text{mg} \rightarrow 2/25 \text{mg} = 2250 \mu\text{g}$$

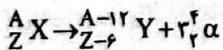
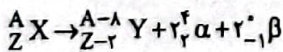
بنابراین جرم واپاشیده شده از ماده B برابر است با:

$$m_B - m_{\text{باقی مانده}} = 9000 - 2250 = 6750 \mu\text{g}$$

۱ ۶۳ صورت این واپاشی به صورت زیر است:



با توجه به گزینه‌های داده شده، چون نوترون واپاشی نشده است، باید عدد جرمی عنصر دختر مقادیر ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ... کاهش یابد که این مقدار به ازای nهای ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ... امکان پذیر است. پس:



بنابراین موارد «الف» و «ج» درست است.

۳ ۶۴ اختلاف بسامد بین دو رشته در رابطه ریذبرگ با بهره از رابطه

زیر قابل محاسبه است:

$$\Delta f = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta f = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+4)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{675}{6} \times 10^{12} = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+4)^2} \right) \Rightarrow n' = 2$$

۲ ۶۵ امواج فرابنفش فقط در محدوده رشته‌های بالمر و لیمان میسر

است. در رشته بالمر حتماً باید الکترون از لایه $n > 6$ به $n' = 2$ بیاید تا فوتون گسیلی در محدوده فرابنفش باشد.

۲ ۵۸

$$40 \text{ W} = 40 \frac{\text{J}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1.5 \times 10^{22} \frac{\text{eV}}{\text{min}}$$

۴ ۵۹ با توجه به نمودار صورت سؤال داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 50 \mu\text{m} \Rightarrow \lambda = 100 \mu\text{m}$$

با توجه به رابطه $E = \frac{nhc}{\lambda}$ داریم:

$$E = \frac{1.6 \times 10^{15} \times 1200}{100 \times 10^3} = 1.92 \times 10^{12} \text{ eV}$$

تبدیل انرژی از الکترون‌ولت به ژول:

$$E = 1.92 \times 10^{12} \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3.072 \times 10^{-7} \text{ J}$$

با استفاده از رابطه $E = IAt$ ، شدت نور تابشی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{At} = \frac{3.072 \times 10^{-7}}{25 \times 10^{-6} \times 60} = 2.048 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

۳ ۶۰ توان خروجی را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{خارجی}} = 100 \text{ W} \Rightarrow P_{\text{خارجی}} \times 100 = 80 = \frac{P_{\text{خارجی}}}{125} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خارجی}} = 100 \text{ W}$$

انرژی کل فوتون‌ها را در مدت زمان ۱۶ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$E = P \times t = 100 \times 16 = 1600 \text{ J}$$

انرژی را به الکترون‌ولت تبدیل کرده و با کمک رابطه $E = \frac{nhc}{\lambda}$ ، تعداد

فوتون‌های تابشی را به دست می‌آوریم:

$$E = 1600 \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 10^{22} \text{ eV}$$

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{10^{22} \times 600 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8} = 5 \times 10^{21}$$

۲ ۶۱ بلندترین طول موج گسیلی برای الکترون در لایه $n = 5$

فوتونی است که کمترین انرژی را دارد، یعنی گذار از لایه $n = 5$ به $n = 4$:

$$\Delta E = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) = 13.6 \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 0.306 \text{ eV}$$

بنابراین طبق رابطه زیر داریم:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = \frac{1/16}{0.306} = 6/17$$

۷۱ با دیدگاه فیزیک کلاسیک، انرژی موج با محدود دامنه و مجذور بسامد متناسب است $(E \propto A^2 \cdot f^2)$. ولی در فیزیک جدید، انرژی پرتوهای تابشی به صورت کوانتومی است که انرژی هر کوانتوم آن از رابطه $E = hf$ به دست می‌آید $(E \propto f)$ ، به عبارتی نه با دامنه میدان الکتریکی کار داریم نه با مجذور بسامد. طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\lambda_B = \lambda_A - \frac{\Delta\lambda}{100} \lambda_A = \frac{1}{2} \lambda_A \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{1}{2}$$

نسبت انرژی هر فوتون پرتوی A به انرژی هر فوتون پرتوی B برابر است به

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{1}{2}$$

انرژی n_A فوتون پرتوی A با انرژی n_B فوتون پرتوی B برابر است

$$n_A E_A = n_B E_B \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{2}$$

۷۲ اگر انرژی فوتون تابیده‌شده به سطح فلز از کم‌ترین انرژی موردنیاز برای جدا کردن یک الکترون بیشتر باشد، آن‌گاه پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد، بنابراین در هر حالت، انرژی فوتون تابیده‌شده را به دست می‌آوریم.

(الف)

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4/1 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{410 \times 10^{-9}} = 7.3 \text{ eV} (\checkmark)$$

(ب)

$$E = 3/2 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{3/2 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 3 \text{ eV} (*)$$

(ج)

$$E = hf = 4/1 \times 10^{-15} \times 480 \times 10^{12} = 1/97 \text{ eV} (*)$$

۷۳ طیف نشان داده‌شده، طیف گسیلی پیوسته است که همه اجسام جامد و مایع آن را منتشر می‌کنند و نمی‌توان با کمک آن، نوع ماده را مشخص کرد.

۷۴ در وارونی جمعیت، بیشتر الکترون‌ها در تراز با انرژی بالاتر (E_U) قرار می‌گیرند که در شکل «ب» به درستی نشان داده شده است

در فرایند گسیل القایی، یک فوتون با انرژی مشخص به الکترون می‌تابد و باعث گسیل دو فوتون مشابه می‌شود. این فرایند در شکل «د» به درستی نشان داده شده است.

۶۶ فوتونی می‌تواند باعث گسیل القایی شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی ترازهای $n=1$ و $n=2$ باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} E_\gamma = -\frac{E_R}{2} = \frac{-13/6}{2} = -3/4 \text{ eV} \\ E_\gamma = -E_R = -13/6 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_\gamma - E_1 = 10/21 \text{ eV}$$

انرژی بر حسب ژول خواسته شده است، بنابراین:

$$\Delta E = 10/21 \times 1/6 \times 10^{-19} = 16/32 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۶۷ ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$W_s = \frac{hc}{\lambda_s} = \frac{1240}{248} = 5 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = E_{\text{فرودی}} - W_s = 5/8 - 5 = 0/8 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = 0/8 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1/28 \times 10^{-19} \text{ J}$$

حالا تندی الکترون جداشده را محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 = \frac{2K}{m} = \frac{2 \times 1/28 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}} = \frac{256}{9} \times 10^{10} \Rightarrow v = \frac{16}{3} \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با توجه به رابطه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک داریم:

$$F = |q| v B \sin \theta = 1/6 \times 10^{-19} \times \frac{16}{3} \times 10^5 \times 0/3 \times 1$$

$$\Rightarrow F = 25/6 \times 10^{-15} \text{ N} = 25/6 \text{ fN}$$

۶۸ انرژی کلی را محاسبه می‌کنیم:

$$E = Pt = 100 \times 1/6 = 160 \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 10^{21} \text{ eV}$$

$$\text{تعداد واکنش ها} = \frac{E_{\text{کلی}}}{E_{\text{هر واکنش}}} = \frac{10^{21}}{20 \times 10^6} = 0/5 \times 10^{14} = 5 \times 10^{13}$$

می‌دانیم در هر واکنش گداخت ۲ نوترون شرکت می‌کند، بنابراین:

$$15 \times 10^{13} = \text{تعداد واکنش ها} \times 2 = \text{تعداد نوترون ها}$$

۶۹ با کمک قاعده دست راست می‌توان اثبات کرد که پرتوی A، ذره α و پرتوی C، ذره β^- است.

$$\begin{cases} {}_{92}^{232}\text{X} \rightarrow {}_{91}^{228}\text{Y} + {}_2^4\alpha \Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 228 - 91 = 142 \\ {}_{92}^{232}\text{X} \rightarrow {}_{92}^{228}\text{Y} + {}_0^0\beta \Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 228 - 92 = 142 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 142 - 142 = 0$$

۷۰ عبارتهای «ب» و «د» درست هستند

بررسی عبارتهای نادرست،

(الف) احتمال شکافت اورانیوم ۲۳۸ توسط نوترون بسیار کم است.

(ج) واکنش (تجزیه) توسط هسته‌های اورانیوم ۲۳۵ شروع می‌شود.

(ه) در فرایند گداخت هسته‌ای، دو هسته سبک ترکیب شده و هسته سنگین‌تر به وجود می‌آورند.

۷۵ بررسی عبارت‌ها، ۱

الف) نیروی هسته‌ای کوتاه برد است و با بیشتر شدن فاصله از مقداری معین، صفر می‌شود، بنابراین نمی‌توان گفت این نیرو با مربع فاصله رابطه عکس دارد. (×)

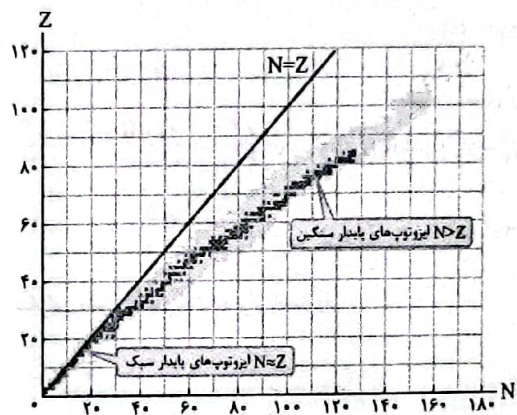
ب) کوتاه‌برد بودن نیروی هسته‌ای به معنی آن است که این نیرو فقط در ابعادی کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند. (✓)

ج) نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است و بین دو پروتون، دو نوترون و همین‌طور یک پروتون و نوترون، همواره به صورت جاذبه است. (×)

۷۶ ۱ با توجه به نمودار زیر، در هسته‌های پایدار سبک، $N = Z$

است و نسبت $\frac{Z}{N}$ تقریباً برابر یک است. در هسته‌های پایدار سنگین،

$N > Z$ است و نسبت $\frac{Z}{N}$ کوچک‌تر از یک است.



۷۷ ۱ نیمه‌عمر ماده B را T_B شبانه‌روز در نظر می‌گیریم، پس

نیمه‌عمر ماده A برابر $2T_B$ شبانه‌روز است.

$$n_A = \frac{\Delta t}{T_A} = \frac{48}{2T_B} = \frac{24}{T_B}$$

$$n_B = \frac{\Delta t}{T_B} = \frac{48}{T_B}$$

$$m_A = \frac{m_0}{2^{n_A}} = \frac{m_0}{2^{\frac{24}{T_B}}}$$

$$m_B = \frac{m_0}{2^{n_B}} = \frac{m_0}{2^{\frac{48}{T_B}}}$$

نسبت جرم باقی‌مانده دو عنصر را برابر ۴ قرار می‌دهیم. چون $n_A < n_B$ است، پس جرم باقی‌مانده A بیشتر از جرم باقی‌مانده B است.

$$\frac{m_A}{m_B} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{m_0}{2^{\frac{24}{T_B}}}}{\frac{m_0}{2^{\frac{48}{T_B}}}} = 4 \Rightarrow \frac{2^{\frac{48}{T_B}}}{2^{\frac{24}{T_B}}} = 4 \Rightarrow 2^{\frac{24}{T_B}} = 4 \Rightarrow \frac{24}{T_B} = 2 \Rightarrow T_B = 12 \text{ شبانه‌روز}$$

۷۸ ۴ بررسی عبارت‌ها،

الف) چون عدد اتمی دو هسته متفاوت است، می‌توان آن‌ها را با روش‌های شیمیایی جدا کرد. (✓)

ب) بار هسته ${}_{82}^{209}\text{Pb}$ برابر است با:

$$q = Ze = 82e \Rightarrow q = 82 \times 1.6 \times 10^{-19} = 7.312 \times 10^{-17} \text{ C (✓)}$$

ج) تعداد نوترون‌های هسته ${}_{82}^{209}\text{Pb}$ برابر است با:

$$N = A - Z = 209 - 82 = 127 \text{ (✓)}$$

د) با انجام واپاشی β^- ، تعداد پروتون‌های هسته یکی افزایش می‌یابد و از ۸۲ به ۸۳ می‌رسد. (✓)

۷۹ ۲ بعد از نیمه‌عمر اول مقدار ماده ۲۵۰ گرم و بعد از نیمه‌عمر

دوم، مقدار باقی‌مانده ۱۲۵ گرم است پس با توجه به نمودار، نیمه‌عمر این ماده برابر است با:

$$2T = 10 \Rightarrow T = 5 \text{ h نیمه‌عمر}$$

مقدار متلاشی‌شده در هر بازه زمانی ذکرشده در سؤال را از تفاضل مقدار باقی‌مانده در ابتدا و انتهای بازه زمانی به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

$$10 \text{ h} \leq 5 \text{ h} \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{10}{5}}} = \frac{m_0}{2^{\frac{5}{5}}} = \frac{m_0}{2} = \frac{m_0}{2}$$

$$20 \text{ h} \leq 15 \text{ h} \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{15}{5}}} = \frac{m_0}{2^{\frac{10}{5}}} = \frac{m_0}{2^2} = \frac{m_0}{4} = \frac{m_0}{4}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ = نسبت جرم واپاشی‌شده

۸۰ ۳ با توجه به رابطه شعاع مدارهای مانا در مدل اتمی بور، n را به

دست می‌آوریم:

$$r_n = a_0 \times n^2 \Rightarrow \begin{cases} r_1 = a_0 \\ r_n = a_0 \times n^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta r = (n^2 - 1)a_0 = 8a_0$$

$$\Rightarrow n^2 - 1 = 8 \Rightarrow n^2 = 9 \Rightarrow n = 3$$

اختلاف انرژی تراز n و تراز پایه برابر است با:

$$\begin{cases} E_1 = -E_R \\ E_n = -\frac{E_R}{n^2} = -\frac{E_R}{9} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = -\frac{E_R}{9} - (-E_R) = \frac{8}{9} E_R$$

۸۴ | ابتدا تندی آب را در قسمت‌های (۱) و (۲) مقایسه می‌کنیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi d^2 v_1 = \pi (2d)^2 v_2 \Rightarrow v_1 = 4v_2$$

$$\frac{v_1 - v_2 = 75 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{v_1 - v_2 = 75 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \rightarrow 4v_2 - v_2 = 75 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow v_2 = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

در ادامه با مقایسه قسمت‌های (۲) و (۳) داریم:

$$A_2 v_2 = A_3 v_3 \Rightarrow \pi (2d)^2 v_2 = \pi (d)^2 v_3 \Rightarrow v_3 = 4v_2$$

$$\Rightarrow v_3 = 4 \times 25 = 100 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۸۵ | در هر دو حالت از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_1 = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2} m (v^2 - 0)$$

$$\Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

رسیدن تندی از صفر به nv :

$$W_2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m ((nv)^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow W_2 = \frac{1}{2} m v^2 (n^2 - 1) \quad (2)$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{W_2}{W_1} = n^2 - 1$$

۸۶ | تغییرات انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست:

بنابراین داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{FD} \Rightarrow (mgh_2 + \frac{1}{2} m v_2^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2) = W_{FD}$$

$$\Rightarrow (0.25 \times 10 \times h_2 + \frac{1}{2} \times 0.25 \times (20)^2) - (0 + \frac{1}{2} \times 0.25 \times (40)^2) = -25$$

$$\Rightarrow (2.5h_2 + 50) - 200 = -25 \Rightarrow 2.5h_2 = 125 \Rightarrow h_2 = 50 \text{ m}$$

۸۷ | انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه B، ۶۰J بیشتر از نقطه C است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_B - U_C = 60 \Rightarrow mgh_B - mgh_C = 60$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h_B - 2 \times 10 \times h_C = 60 \Rightarrow h_B - h_C = 3 \Rightarrow h_B = h_C + 3$$

هنگامی که گلوله از نقطه A بدون سرعت اولیه رها می‌شود و به اندازه h پایین می‌آید، تندی آن از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ به دست می‌آید (چرا؟) بنابراین

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)} = \sqrt{2g(4 - h_B)} \\ v_C = \sqrt{2g(h_A - h_C)} = \sqrt{2g(4 - h_C)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{4 - h_C}{4 - h_B}}$$

۸۱ | اختلاف جرم آب و روغنی که حفره را پر می‌کند، برابر ۶۰ گرم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{حفره}} \\ m_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{حفره}} \end{cases} \Rightarrow m_{\text{آب}} - m_{\text{روغن}} = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}}) V_{\text{حفره}}$$

$$\Rightarrow 60 = (1 - 0.8) V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 300 \text{ cm}^3$$

حجم کل کره برابر است با:

$$V_{\text{کل}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم مس به کاررفته و جرم آن برابر است با:

$$V_{\text{مس}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{مس}} = 4000 - 300 = 3700 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{مس}} = \rho_{\text{مس}} V_{\text{مس}} \Rightarrow m_{\text{مس}} = 9 \times 3700 = 33300 \text{ g} = 33.3 \text{ kg}$$

۸۲ | بیشترین نیرویی که جسم می‌تواند به کف آسانسور وارد کند به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_N = m(g+a) = m(10+2) = 12m = 120 \text{ N}$$

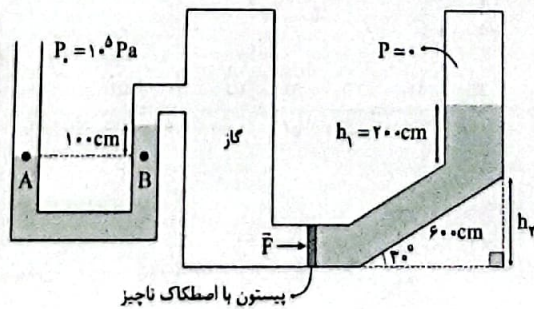
بیشترین فشار هنگامی به سطح وارد می‌شود که کوچک‌ترین وجه مکعب روی

سطح افقی باشد. بنابراین داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{120}{0.1 \times 0.1} = 12000 \text{ Pa} = 12 \text{ kPa}$$

۸۳ | ابتدا به کمک لوله U شکل و سطح هم‌تراز، فشار گاز داخل

مخزن را به دست می‌آوریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_{\text{گاز}} + \rho gh \Rightarrow 1.0^5 = P_{\text{گاز}} + 5 \times 10^2 \times 10 \times 1$$

$$\Rightarrow 1.0^5 = P_{\text{گاز}} + 5 \times 10^4 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

از طرفی برای این که بستون ساکن بماند، باید برآیند نیروهای وارد بر بستون،

صفر باشد. یعنی فشار ناشی از گاز و نیروی \vec{F} در سمت چپ بستون با فشار

ناشی از مایع در سمت راست بستون، برابر باشد، بنابراین داریم:

$$P_{\text{گاز}} + \frac{F}{A} = P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \frac{F}{A} = \rho g(h_1 + h_2)$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^4 + \frac{F}{10^{-4}} = 5 \times 10^2 \times 10 \times (2+2)$$

$$\Rightarrow 5 + F = 5 \times 5 \Rightarrow 5 + F = 25 \Rightarrow F = 20 \text{ N}$$

۹۱) با توجه به تعادل ذره می توان نوشت

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow \frac{V}{d}|q| = mg \Rightarrow V = \frac{mgd}{|q|}$$

چون ولتاژ باتری B برابر ولتاژ باتری A است بنابراین برای این که دوباره ذره در حالت تعادل قرار گیرد باید اندازه بار الکتریکی آن $\frac{1}{4}$ برابر شود

$$|q_p| = \frac{1}{4}|q_1| = \frac{1}{4} \times 6 = 1.5 \mu C$$

البته دقت شود چون جهت بارهای باتری B برعکس A است بنابراین باید علامت بار ذره در حالت دوم مخالف حالت اول باشد بنابراین $q_p = -1.5 \mu C$ است

$$\Delta q = q_p - q_1 = -1.5 - 6 = -7.5 \mu C$$

$$\Delta q = ne \Rightarrow 7.5 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 4.7 \times 10^{13}$$

پس باید 4.7×10^{13} الکترون از ذره بگیریم

۹۲) با توجه به روابط زیر می توان نوشت:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{120}{100} = \frac{V_1 + 100}{V_1} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{V_1 + 100}{V_1}$$

$$\Rightarrow 6V_1 = 5V_1 + 500 \Rightarrow V_1 = 500V$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_1 + 440}{U_1} = \left(\frac{120}{100}\right)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

$$\Rightarrow 26U_1 = 25U_1 + 25 \times 440 \Rightarrow 11U_1 = 25 \times 440 \Rightarrow U_1 = 1000 \mu J$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده به راحتی می توان نوشت:

$$U_1 = \frac{1}{2} CV_1^2 \Rightarrow 1000 = \frac{1}{2} C \times (500)^2 \Rightarrow C = 0.008 \mu F$$

۹۳) در حالت اول بردار میدان الکتریکی برآیند در نقطه A برابر

با $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ است که \vec{E}_1 و \vec{E}_2 به ترتیب برابر با بردار میدان الکتریکی

حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه A است

در حالت دوم مطابق شکل زیر داریم:



$$r\vec{E} = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \quad (1)$$

$$\frac{E'_1}{E_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \left(\frac{r}{r}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{r}{r}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E'_1 = \frac{1}{4} E_1$$

$$\vec{E}'_1 = -\frac{1}{4} \vec{E}_1$$

موقعیت q_1 فرجه شده

$$\frac{h_B = h_C + \phi}{V_C = V_B} \Rightarrow \phi = \sqrt{\frac{\phi - h_C}{\phi - (h_C + \phi)}} = \sqrt{\frac{\phi - h_C}{\phi - h_C}}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{\phi - h_C}{\phi - h_C} \Rightarrow \phi - \phi h_C = \phi - h_C \Rightarrow h_C = \frac{\phi}{4} m$$

نوی بدستمال گرانشی جسم در نقطه C برابر است با

$$U_C = mgh_C = 3 \times 10^{-2} \times \frac{\phi}{4} = 0.75$$

۹۴) با توجه به شکل زیر و به کمک یک تناسب ساده داریم:



$$\frac{x_A - 0}{3 - 0} = \frac{\theta - 1}{4 - 1} \Rightarrow \frac{x_A - 0}{3} = \frac{\theta - 1}{3}$$

$$\Rightarrow x_A - 0 = \frac{\theta - 1}{1} = \theta - 1$$

$$\Rightarrow x_A = \theta - 1$$

$$\frac{x_B - 1.5}{2 - 1.5} = \frac{\theta - 1}{4 - 1} \Rightarrow \frac{x_B - 1.5}{0.5} = \frac{\theta - 1}{3}$$

$$\Rightarrow x_B - 1.5 = \frac{1}{6}(\theta - 1)$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{1}{6}\theta + \frac{8}{6}$$

هر دو مناسیح مقدار یکسانی را نشان می دهند بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow \theta - 1 = \frac{1}{6}\theta + \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{5}{6}\theta = \frac{14}{6} \Rightarrow \theta = 2.8^\circ C$$

بنابراین:

$$F = \frac{1}{5}\theta + 22 \Rightarrow F = \frac{1}{5}(2.8) + 22 = 0.56 + 22 = 22.56 F$$

۹۵) با دریافت ۱۶۳۲ گرم دمای جسم بالا می رود و سپس نیمی

از آن بوی می شود با دریافت ۴۵ گرمی دیگر و رسیدن کل گرمای

دریافت شده به ۲۰۸ گرمی دیگر این مانده یعنی ۵۰۰ گرم آن هم بوی

می شود بنابراین می توان نوشت:

$$Q = mL_F \Rightarrow 45 = 0.5L_F \Rightarrow L_F = 90 \frac{kJ}{kg}$$

۹۶) با کاهش دما طول فلز (۱) بیشتر کاهش یافته و نوار به سمت

پشتین خم شده است بنابراین ضریب انبساط طولی فلز (۱) بیشتر است با

گرم کردن نوار و افزایش دمای آن طول فلز (۱) بیشتر افزایش می یابد و نوار به

سمت بالا خم می شود

پسرخ دوازدهم ریاضی

بیشترین توان مصرفی هم زمانی رخ می دهد که کمترین مقاومت را داشته باشیم. پس باید هر دو کلید K_1 و K_2 را وصل کنیم تا مقاومت های R_A و R_B موازی شوند و کمترین مقدار مقاومت حاصل شود که در این مدار، $R_{min} = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}$ می شود و داریم:

$$P_{max} = \frac{V^2}{\frac{R_A R_B}{R_A + R_B}}$$

بنابراین:

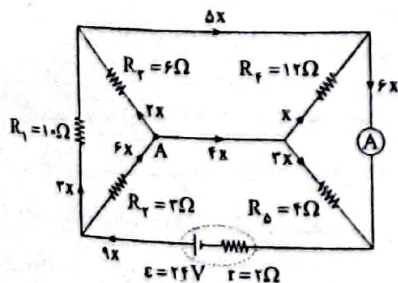
$$P_{max} - P_{min} = \frac{V^2(R_A + R_B)}{R_A R_B} - \frac{V^2}{R_A} = \frac{V^2}{R_A} \left(\frac{R_A + R_B}{R_B} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow P_{max} - P_{min} = \frac{V^2}{R_A} \left(\frac{R_A}{R_B} \right) = \frac{V^2}{R_B}$$

پس $P_{max} - P_{min}$ همان توان مصرفی مدار در حالتی است که فقط R_B در مدار باشد:

$$P_{max} - P_{min} = \frac{220 \times 220}{400} = 121W$$

۹۶ ۴ گام اول: مقاومت های R_1, R_2, R_3 و R_4 موازی هستند زیرا دو سر آنها با سیم به هم وصل است. می دانیم در مقاومت های موازی، نسبت جریان ها با نسبت عکس مقاومت ها برابر است. پس اگر جریان مقاومت R_4 را x فرض کنیم، جریان مقاومت های R_1 و R_2 به ترتیب برابر با $2x$ و $2x$ خواهد بود. در نتیجه جریان عبوری از شاخه وسط برابر $4x$ می شود. در هر گره باید جمع جریان های ورودی با جمع جریان های خروجی برابر باشد. بنابراین در گره A ، چون جمع جریان های خروجی $6x$ است، پس جریان مقاومت R_3 برابر $6x$ بوده و به گره A وارد می شود.



گام دوم: در هر حلقه ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل ها صفر است.

بنابراین در حلقه ای که مقاومت های R_1, R_2, R_3 تشکیل می دهند داریم:

$$-R_1 I_{R_1} - R_2 I_{R_2} + R_3 I_{R_3} = 0 \Rightarrow -10x - 2(2x) + 6(6x) = 0$$

$$\Rightarrow I_{R_1} = 2x$$

پس جریان خروجی از باتری باید $9x$ باشد.

$$\frac{E'_r}{E_r} = \frac{|q'_r|}{|q_r|} \times \left(\frac{r_r}{r} \right)^2 = 1 \times \left(\frac{2r}{r} \right)^2 = 4 \Rightarrow E'_r = 4E_r$$

هم موقعیت و هم علامت q_r فرینه شده $\rightarrow \vec{E}'_r = 4\vec{E}_r$

$$(1) \rightarrow 2\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \vec{E}_1 + 4\vec{E}_r$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_r \rightarrow 2\vec{E}_1 + 2\vec{E}_r = -\frac{1}{\epsilon} \vec{E}_1 + 4\vec{E}_r$$

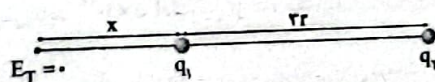
$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon} \vec{E}_1 = 2\vec{E}_r \Rightarrow \frac{E_1}{E_r} = \frac{\lambda}{\lambda}$$

چون در شکل داده شده در سؤال، بارها در طرفین نقطه A هستند، پس طبق این نتیجه، بارها ناهمنام هستند.

$$\frac{E_1}{E_r} = \frac{|q_1|}{|q_r|} \times \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 = \frac{|q_1|}{|q_r|} \times \left(\frac{2r}{r} \right)^2 = \frac{|q_1|}{|q_r|} \times 4 = \frac{\lambda}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_r|} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{q_1}{q_r} = -\frac{1}{4}$$

حالا که بارها ناهمنام هستند، پس روی خط واصل دو بار، خارج از ناحیه بین دو بار و نزدیک بار کوچکتر (q_1)، برابند میدان ها صفر می شود:



$$E_1 = E_r \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_r|}{r_r^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_r|}} = \frac{r_1}{r_r} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{2r+x}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{r} = \frac{x}{2r+x} \Rightarrow 2\sqrt{x} + \sqrt{x} = 2x \Rightarrow 3\sqrt{x} = (2-\sqrt{x})x$$

$$\Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{2\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{2\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \times \frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{x}+2x}{7}$$

۹۴ ۴ با افزایش مقاومت R_1 ، جریان عبوری از مقاومت R_2 که برابر

همان جریان کل مدار است، به اندازه $0.5A$ کاهش می یابد. طبق رابطه ولتاژ دو سر باتری ($V = \epsilon - Ir$)، با کاهش جریان، ولتاژ دو سر باتری افزایش خواهد یافت.

$$\begin{cases} V_r = \epsilon - Ir \\ V_1 = \epsilon - Ir \end{cases} \Rightarrow V_r - V_1 = r(I_1 - I_r) = 3 \times 0.5 = 1.5V$$

بنابراین ولتاژ دو سر باتری، $1.5V$ افزایش خواهد یافت.

۹۵ ۱ چون اختلاف پتانسیل مدار ثابت و برابر $220V$ است، بهتر

است توان مصرفی را از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست آوریم. کمترین توان مصرفی

زمانی رخ می دهد که بزرگترین مقاومت را داشته باشیم که در این مدار، $R_{max} = R_A$ می شود و داریم:

$$P_{min} = \frac{V^2}{R_A}$$

شیمی



۱۰۱) هر سه عبارت پیشنهاد شده نادرست هستند.

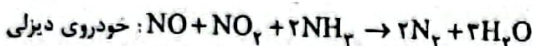
بررسی عبارت‌ها،

• از روی مقایسه E_a نمی‌توان سرعت دو واکنش را به صورت کمی با هم مقایسه کرد. تنها می‌توان گفت که واکنش (I) سریع‌تر از واکنش (II) انجام می‌شود.

• کاتالیزگر تأثیری بر روی مقدار ΔH ندارد.

• با توجه به این‌که علامت ΔH دو واکنش نامشخص است، نمی‌توان انرژی فعال‌سازی برگشت آن‌ها را با هم مقایسه کرد.

۱۰۲) معادله واکنش‌های مورد نظر در زیر آمده است:



حجم گاز NO در خودروهای بنزینی و دیزلی را به ترتیب با V و ۳V نشان می‌دهیم.

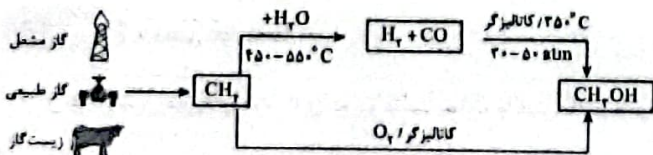
بنزینی: $\frac{VLNO}{2} = \frac{xLN_2}{1} \Rightarrow x = \frac{V}{2}LN_2$

دیزلی: $\frac{3VLNO}{1} = \frac{yLN_2}{2} \Rightarrow y = 6VLN_2$

$\frac{6V}{2} = 12$

۱۰۳) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۱۰۴) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.



از آن‌جا که در هر کدام از واکنش‌ها، عنصر به حالت آزاد (O_2 یا H_2) وجود دارد، تمامی واکنش‌ها از نوع اکسایش-کاهش هستند.

۱۰۵) عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست،

• فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

• با استفاده از جرقه نمی‌توان E_a را کاهش داد. تنها عاملی که E_a را کاهش می‌دهد، کاتالیزگر است.

گام سوم: به کمک حلقه‌ای که باتری و R_1 تشکیل می‌دهند، داریم:

$-2(1x) + \varepsilon - R_1(2x) = 0 \Rightarrow -18x + \varepsilon - 20x = 0$

$\Rightarrow x = \frac{\varepsilon}{38} = \frac{24}{38} = 0.63A$

بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، برابر است با: $I_A = 6x = 3.8A$

در حالت اول، مقاومت معادل مدار برابر $R_{eq} = 20\Omega$ است و

جریان گذرنده از سیم‌لوله برابر $I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{25}$ است.

در حالت دوم و با بستن کلید، جریان مدار برابر می‌شود با:

$R'_{eq} = \frac{10}{2} + 10 = 15\Omega$

$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{20}$

نمی‌توان از جریان از شاخه بالایی و نیمی از شاخه سیم‌لوله می‌گذرد، بنابراین

جریان عبوری از سیم‌لوله در حالت دوم برابر $I_2 = \frac{I'}{2} = \frac{\varepsilon}{40}$ می‌شود.

برای مقایسه انرژی سیم‌لوله در دو حالت می‌توان نوشت:

$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{4} = \left(\frac{\frac{\varepsilon}{40}}{\frac{\varepsilon}{25}}\right)^2 = \left(\frac{25}{40}\right)^2 = \frac{25}{64}$

$\Rightarrow U_2 = 4 \times \frac{25}{64} = \frac{25}{16}mJ$

۹۸) چون بار الکتریکی الکترون، منفی است، باید جهت نیرو را با

قاعده دست راست به دست آوریم و در نهایت آن را برعکس کنیم. اگر این کار را در شکل گزینه (۱) انجام دهیم، داریم:

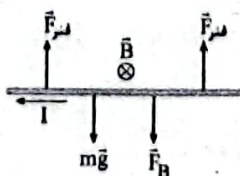


نیروی وارد بر بار مثبت، برون‌سو است، \Rightarrow

بنابراین نیروی وارد بر الکترون، درون‌سو است.

۹۹) نیروی مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست به سمت

پایین به سیم وارد می‌شود. با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



نیروی تعادل سیم: $mg + BI\ell = 2F_B$

$I = \frac{\varepsilon}{R} \rightarrow mg + \frac{\varepsilon B\ell}{R} = 2F_B \Rightarrow F_B = \frac{mg}{2} + \frac{\varepsilon B\ell}{2R}$

۱۰۰) تندی حرکت آهن‌ربا در شکل (۱) کم‌تر است، بنابراین آهنگ

تغییر شار مغناطیسی گذرنده از حلقه‌های سیم‌لوله نیز در شکل (۱) کم‌تر خواهد بود و در نتیجه طبق قانون القای فاراده، نیروی محرکه کم‌تری در سیم‌لوله (۱) القا خواهد شد و ولت‌سنج (۱)، ولتاژ کم‌تری را نسبت به ولت‌سنج (۲) نشان می‌دهد.

۱۱۰ ۲

۱۰۶ ۱ فقط عبارت آخر درست است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست،

• گاز اتن در اثر واکنش با محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات به اتیلن گلیکول تبدیل می‌شود.

• PET در شرایط مناسب با الکل چوب واکنش داده و به مواد مفیدی تبدیل می‌شود، نه به مونومرهای سازنده خود!

• در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید (در حضور پتاسیم پرمنگنات) حتی با افزایش دمای مخلوط واکنش، بازده هم‌چنان مطلوب نیست.

۱۰۷ ۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌هاک نادرست،

• در میدان‌های نفتی، برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متان را می‌سوزانند.

• خام فروشی برای منابع معدنی مانند سنگ معدن مس و روی صادق است، نه فلزهای مس و روی!

• کلرواتان به عنوان بی‌حس کننده موضعی به کار می‌رود.

۱۰۸ ۴ بررسی گزینه‌ها،

(۱) فقط دما می‌تواند مقدار عددی K را تغییر دهد.

(۲) تعادل داده شده گرماده است و با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت گاز N_۲ کاهش می‌یابد.

(۳) این تعادل، گرماده بوده و با افزایش دما، مقدار K کاهش می‌یابد.

(۴) این تعادل، گرماگیر بوده و با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و K افزایش می‌یابد.

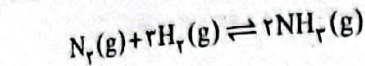
۱۰۹ ۳ بررسی عبارت‌ها،

(ا) از آن‌جا که شمار مول‌های مواد گازی در دو سمت معادله واکنش با هم برابر است، از روی شمار مول‌های تعادلی می‌توانیم مقدار K را به دست بیاوریم.

(ب) شمار مول‌های تعادلی A_۲ و B_۲ با هم برابر است. با توجه به برابر بودن ضریب استوکیومتری آن‌ها می‌توان نتیجه گرفت که شمار مول‌های آغازین آن‌ها نیز برابر بوده است.

(پ) با توجه به این‌که علامت ΔH واکنش، مشخص نیست، افزایش دما می‌تواند تعادل را در جهت رفت و یا برگشت جابه‌جا کند و محتویات درون ظرف می‌تواند تیره‌تر یا روشن‌تر شود.

(ت) تغییر فشار بر اثر تغییر حجم، بر جابه‌جایی این تعادل بی‌تأثیر است.



آغاز: $\frac{\lambda}{4} \quad \frac{\lambda}{4} \quad 0$

لحظه تعادل: $\frac{\lambda-x}{4} \quad \frac{\lambda-3x}{4} \quad \frac{2x}{4}$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

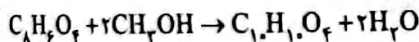
$$\frac{1}{4}[(\lambda-x) + (\lambda-3x)] = \frac{2x}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} = \frac{(\frac{2x}{4})^2}{(\frac{\lambda-x}{4})(\frac{\lambda-3x}{4})^3} = \frac{1}{\frac{2}{4} \times (\frac{1}{4})^3} = 5/32$$

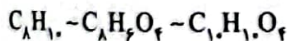
۱۱۱ ۲ • در واکنش اول به‌ازای هر مول پارازایلن (C_۸H_{۱۰})، یک

مول ترفتالیک اسید (C_۸H_۶O_۴) تولید می‌شود.

• معادله موازنه شده واکنش دوم به صورت زیر است:



بنابراین می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{2 \text{ mol } C_8H_{10} \times \frac{60}{100} \times \frac{75}{100}}{1} = \frac{x \text{ g } C_{10}H_{10}O_4}{1 \times 194}$$

$$\Rightarrow x = 267.9 \text{ g } C_{10}H_{10}O_4$$

۱۱۲ ۱ کفایت ثابت تعادل این واکنش را در دو حالت مختلف برابر

هم قرار دهیم:

$$K = \frac{[NO]^2}{[N_2][O_2]}$$

$$\frac{(a)^2}{(100-0.5a)(200-0.5a)} = \frac{(2a)^2}{(200-a)(200-a)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(100-0.5a)(200-0.5a)} = \frac{4}{(200-a)^2}$$

$$\Rightarrow 2(100-0.5a) \times 2(200-0.5a) = a^2 - 600a + 900$$

$$\Rightarrow (200-a)(600-a) = a^2 - 600a + 900$$

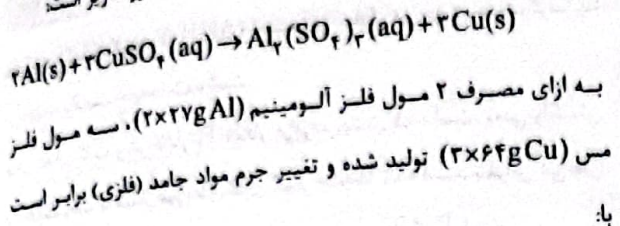
$$\Rightarrow a^2 - 800a + 120000 = a^2 - 600a + 900$$

$$\Rightarrow 200a = 200 \Rightarrow a = 10$$

$$K = \frac{a^2}{(100-0.5a)(200-0.5a)} = \frac{10 \times 10}{(100-5)(200-5)}$$

$$= \frac{100}{95 \times 195} = \frac{6 \times 6}{9} = 4$$

۱ ۱۲۶ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$(3 \times 64) - (2 \times 27) = 138g$$

اکنون از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم:

افزایش جرم فلزی (g) آلومینیم مصرفی (g)

$$\left[\begin{array}{cc} 54 & 138 \\ x & (188/5 - 85) \end{array} \right] \Rightarrow x = 40/5g Al$$

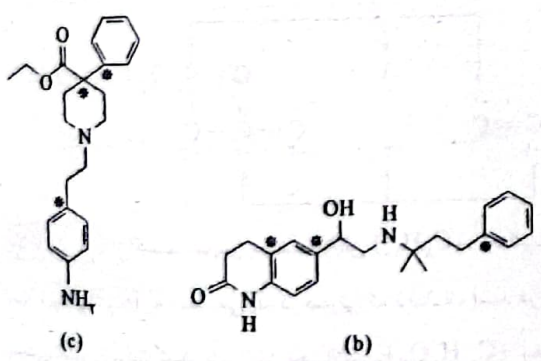
$$\frac{Al \text{ مصرفی}}{Al \text{ مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{40/5g}{85g} \times 100 = 94/4\%$$

بازده درصدی

۳ ۱۲۷ به جز عبارت آخر سایر عبارتها درست هستند.

بررسی عبارتها:

• اتمهای کربن موجود در ساختارهای b و c که فقط به اتمهای کربن متصل هستند با * مشخص شده‌اند.

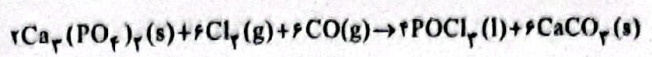


• فرمول مولکولی هر کدام از سه ساختار به صورت $C_{27}H_{28}N_4O_2$ بوده و با هم ایزومرنند. در هر کدام از این مولکول‌ها، تفاوت شمار اتمهای کربن و هیدروژن مشابه مولکول ۲- هگزن (C_6H_{12}) برابر با ۶ است.

• مجموع شمار اتمها در هر کدام از این سه مولکول برابر با ۵۴ است. شمار اتمهای هیدروژن و ازین ($C_{25}H_{52}$) برابر با ۵۲ است.

۴ ۱۲۸ چهار عبارت پیشنهاد شده همانند عبارت متن سؤال درست هستند. در ارتباط با درستی عبارت نخست باید گفت که تنها هالوژن مایع یعنی برم برای واکنش با گاز H_2 به دمای حداقل $200^\circ C$ نیاز دارد. واضح است که در دماهای بالاتر از $200^\circ C$ نیز برم با هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳ ۱۲۱ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



تفاوت جرم فرآورده‌ها $\frac{xL \text{ gas}(CO, Cl_2)}{(6+6) \times 22/4} = \frac{5/6g}{|4(152/5) - 6(100)|}$

$$\Rightarrow x = 107/52L \text{ gas}$$

۴ ۱۲۲ انحلال پذیری نمک A در دماهای 20° و 60° درجه سلسیوس برابر است با:

$$\theta = 20^\circ C: S = 0/2(20) + b = 6 + b$$

$$\theta = 60^\circ C: S = 0/2(60) + b = 18 + b$$

جرم محلول سیر شده نمک A در دماهای $60^\circ C$ و $20^\circ C$ به ترتیب برابر با $118 + b$ و $106 + b$ است. بنابراین اگر محلولی به جرم « $118 + b$ » گرم از دمای $60^\circ C$ تا $20^\circ C$ سرد شود، جرم رسوب تشکیل شده برابر خواهد بود با:

$$(118 + b) - (106 + b) = 12g$$

$$\left[\begin{array}{cc} \text{جرم رسوب} & \text{جرم محلول } 60^\circ C \\ 12 & 118 + b \\ \text{جرم رسوب} & \text{جرم محلول } 20^\circ C \\ 5/4 & 106 + b \end{array} \right] \Rightarrow b = 40$$

۱ ۱۲۳ مطابق داده‌های سؤال ۴۰ گرم محلول اولیه شامل $\frac{2}{100} \times 40 = 8g$ نمک و ۳۲ گرم آب است. ابتدا حساب می‌کنیم ۳۲ گرم آب در دمای $45^\circ C$ توانایی حل کردن چند گرم KCl را دارد:

$$?g KCl = 32g H_2O \times \frac{40g KCl}{100g H_2O} = 12/8g KCl$$

بنابراین با توجه به مقدار حل شونده اولیه موجود (۸g)، فقط ۴/۸ گرم پتانسیم کلرید جامد اضافه شده، حل می‌شود و ۰/۲ گرم آن به صورت رسوب درمی‌آید.

۳ ۱۲۴

$$718 = \frac{(m \times 620) + (400 \times 840)}{(m + 400)} \Rightarrow 7/18 = \frac{6/2m + 3360}{m + 400}$$

$$\Rightarrow 7/18m + 2872 = 6/2m + 3360 \Rightarrow 0/98m = 488$$

$$\Rightarrow m = 500g$$

۴ ۱۲۵

برابر شدن فشار گاز از ۴ به ۹ اتمسفر، انحلال پذیری گاز در دمای ثابت، ۲/۲۵ برابر می‌شود. یعنی $0/18 = 0/08 \times 2/25$ گرم می‌رسد. اما چون دما نیز کاهش یافته است، انحلال پذیری گاز بیشتر خواهد شد و باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که بزرگ‌تر از ۰/۱۸ باشد. به این ترتیب گزینه‌های (۲) و (۳) حذف می‌شوند. گزینه (۱) نیز نادرست است، چون با نصف شدن دما، انحلال پذیری گاز دقیقاً دو برابر شده است.

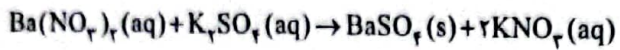
سیس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H(\text{هدف}) = \frac{1}{4}\Delta H_a + \frac{3}{4}\Delta H_b - \Delta H_c = \frac{1}{4}(-2512) + \frac{3}{4}(-572) - (-2128) = +224 \text{ kJ}$$

ΔH به دست آمده مربوط به مصرف سه مول گاز $(47/2L)H_2$ و تولید یک مول گاز $(22/4L)B_2H_6$ و در نتیجه تغییر حجم $24/8$ لیتری است. در صورتی که تغییر حجم برابر با $56L$ باشد، ΔH برابر است به

$$\frac{56}{24/8} \times (+224 \text{ kJ}) = +422/5 \text{ kJ}$$

۱۳۱ ۳



مطابق داده‌های سؤال، ۲ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها با هم مخلوط شده‌اند:

$$? \text{ mol } Ba(NO_3)_2 : 2L \times 1 \frac{\text{mol}}{L} = 2 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } K_2SO_4 : 1L \times 2 \frac{\text{mol}}{L} = 2 \text{ mol}$$

در نتیجه مطابق معادله واکنش، ۲ مول رسوب سفید رنگ تولید می‌شود.

$$Q = mc\Delta T = ((2000 + 1000) \text{ mL} \times 1/5 \frac{\text{g}}{\text{mL}}) \times 8 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}}$$

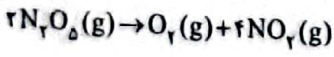
$$\times (42 - 28)^\circ \text{C} = 56000 \text{ J} = 56 \text{ kJ}$$

در نتیجه ΔH تولید یک مول $BaSO_4$ برابر است با:

$$\Delta H = \frac{-56}{2} = -28 \text{ kJ}$$

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

۱۳۲ ۴



$$2 = 0 \quad ; \quad 2 = 0 \quad ; \quad 0 = 0$$

$$1 = 4x \quad ; \quad 2 = 2x \quad ; \quad x = 2x$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$(20 - 2x) + x + 4x = 22 \Rightarrow 20 + 3x = 22 \Rightarrow x = 4$$

$$\bar{R}_{O_2} = \bar{R}_{O_2}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n(O_2)}{V \Delta t} = \frac{x \text{ mol}}{8L \times (\frac{4}{60}) \text{ h}} = \frac{4}{8 \times \frac{4}{60}} = 0.1667 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}$$

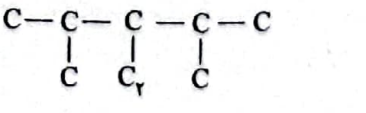
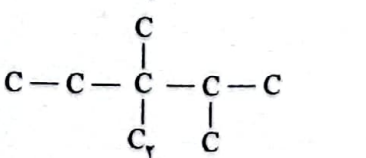
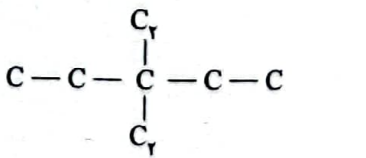
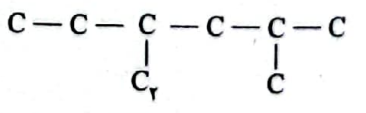
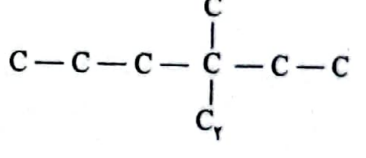
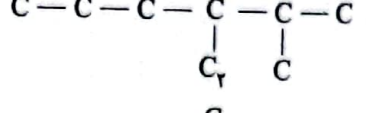
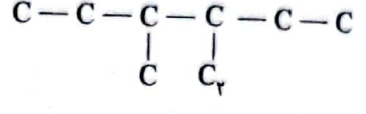
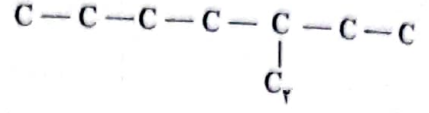
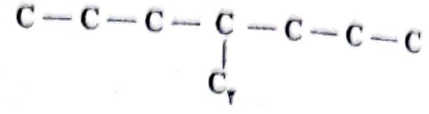
شمار مول‌های کربن موجود در نمونه پلی اتین سنگین $(C_7H_{14})_n$ به صورت زیر به دست می‌آید:

۱۳۳ ۱

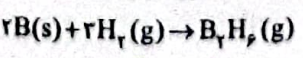
$$? \text{ mol } C = 7/25 \times 10^2 \text{ g HDPE} \times \frac{1 \text{ mol HDPE}}{28 \text{ g HDPE}} \times \frac{7 \text{ mol } C}{1 \text{ mol HDPE}}$$

$$= 5/25 \times 10^2 \text{ mol } C$$

۱۳۹ ۴ آنگان مورد نظر C_7H_{14} است. در هر کدام از ساختارهای زیر دست کم یک شاخه اتیل وجود دارد.



۱۳۰ ۴ معادله موازنه شده واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:
 - ضرایب واکنش a را بر عدد ۲ تقسیم کنیم.
 - ضرایب واکنش b را در عدد ۳ ضرب کنیم.
 - واکنش c را وارونه کنیم.

هر واحد پلی استیرن $(C_8H_8)_n$ دارای ۸ اتم کربن است. بنابراین مطابق داده‌های سؤال، شمار واحدهای پلی استیرن باید برابر باشد با:

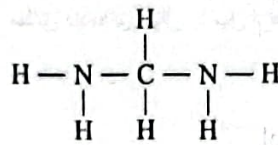
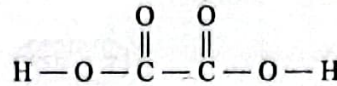
$$\frac{5/25 \times 10^3}{8} = \frac{1}{8} (\text{شمار واحدهای PS})$$

$$\Rightarrow \text{شمار واحدهای PS} = 1/3125 \times 10^3$$

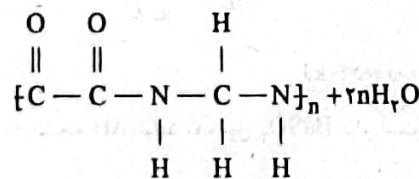
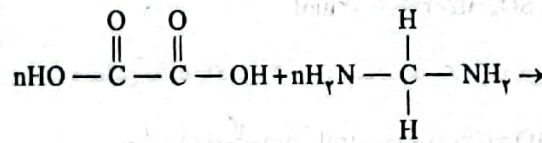
$$? \text{g PS} = 1/3125 \times 10^3 \times 10.4 = 136/5 \times 10^3 \text{g PS}$$

$$\equiv 136/5 \text{kg PS}$$

ساختار ساده‌ترین دی‌آمین و دی‌اسید در زیر آمده است: **۳ ۱۳۴**



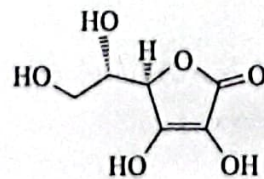
معادله واکنش تشکیل پلی‌آمید به صورت زیر است:



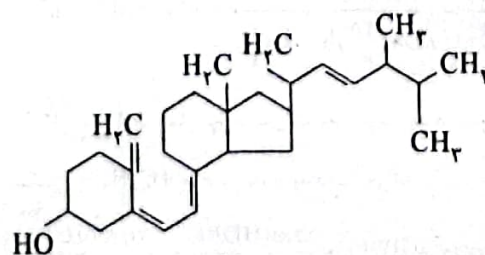
شمار جفت الکترون‌های پیوندی در هر واحد تکرار شونده از پلی‌آمید تولید شده برابر با ۱۳ است.

به جز عبارت آخر، سایر عبارات درست هستند. **۲ ۱۳۵**

در زیر ساختار هر دو ویتامین آمده است:



ویتامین C



ویتامین D

مقایسه شمار اتم‌ها در ویتامین C به صورت $O=C < H$ است.

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>