

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

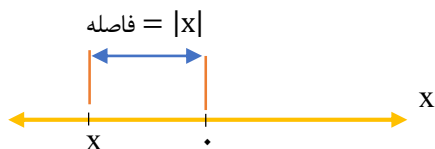
**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>

## \* قدر مطلق و ویژگیهای آن :

**قدر مطلق:** قدر مطلق هر عدد حقیقی، یعنی فاصله ی آن عدد حقیقی تا مبدا مختصات. قدر مطلق عدد

حقیقی  $x$  را با  $|x|$  نشان می دهیم.



به عنوان مثال فاصله نقاط به طول های ۲ و -۲ روی محور اعداد حقیقی تا مبدا مختصات برابر ۲ واحد است

$$|-2| = |2| = 2$$

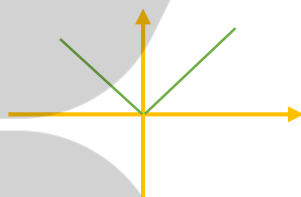
پس:

به طور کلی فاصله ی ۲ عدد  $a$  و  $b$  روی محور اعداد حقیقی برابر  $|a - b|$  است تعریف جبری قدر مطلق عدد

حقیقی  $x$  به صورت زیر است:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

قرینه ←



یعنی اگر داخل قدرمطلق مثبت باشد خود آن عدد را بیرون می آوریم و اگر درون قدر مطلق منفی باشد قرینه ی آن عدد را بیرون می آوریم.

◀ **مثال ۱:** حاصل عبارات زیر را بدون قدر مطلق بنویسید.

الف)  $|-12 \div 2 \times 3|$

ب)  $|3 - \sqrt{2}|$

پ)  $|3 - \pi|$

ت)  $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$

فرهودی :

ج)  $|1 - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2|$

د)  $|-(x - 1)^2 - 3|$

◀ مثال ۲: حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف)  $\sqrt{a^4 + 2a^2 + 1}$

ب)  $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

◀ مثال ۳: اگر  $x < 0$  حاصل  $\sqrt{x^2 + 1 + 2\sqrt{x^2}}$  کدام است.

الف)  $-(x - 1)$     ب)  $x + 1$     ج)  $x - 1$     د)  $-(x + 1)$

◀ مثال ۴: اگر  $a > 0 > b$  حاصل  $|a - b| + |a + 1| - |1 - b|$  را به ساده ترین صورت بنویسید.

◀ مثال ۵: اگر  $1 < x < 3$  باشد حاصل عبارت  $|x - 1| + |x - 3|$  را بدست آورید.

\* روش کلی رسم نمودار توابع شامل قدرمطلق :

۱- ریشه های داخل قدر مطلق را بدست می آوریم و عبارات داخل قدرمطلق را تعیین علامت می کنیم.

۲- با توجه به جدول تعیین علامت و علامت عبارت داخل قدرمطلق در هر بازه، قدر مطلق را برمی داریم و تابع

را به صورت یک تابع چند ضابطه ای می نویسیم.

۳- نمودار هر ضابطه را با توجه به محدوده ی مورد نظر رسم می کنیم.

◀ مثال ۶: با استفاده از تعیین علامت، ضابطه ی هر یک از توابع زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید

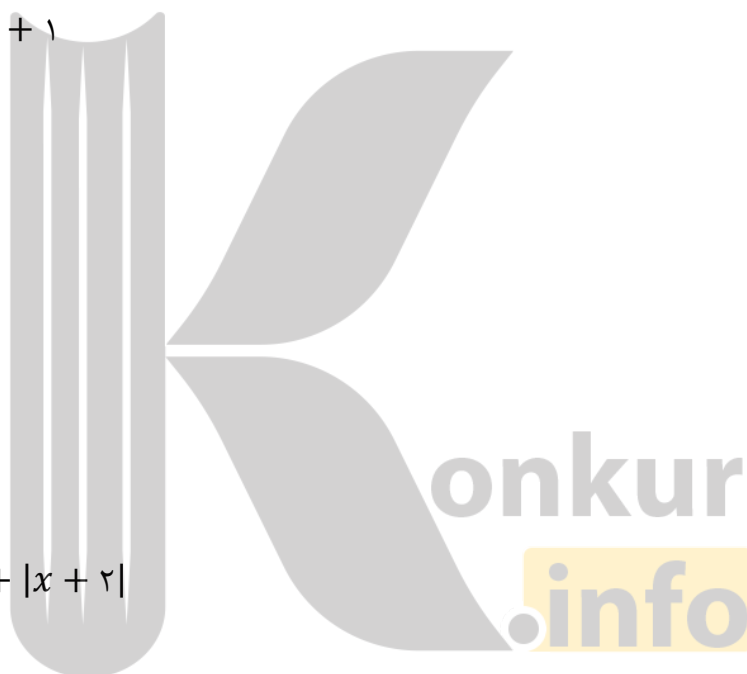
و نمودار آن را رسم کنید.

الف)  $y = |x - 2| + 1$

ب)  $y = x|x|$

پ)  $y = |x - 1| + |x + 2|$

ت)  $y = |x - 1| - |x + 2|$



$$ج) y = |x^2 - 1|$$

$$د) y = 3 - |x + 1|$$

$$ه) y = x + |x|$$

$$و) f(x) = 2x - |x - 1| + \frac{|x|}{x}$$

نکته:

برای رسم توابع به فرم  $y = k|ax + b| + d$  به کمک نقطه یابی ابتدا ریشه ی داخل قدر مطلق را بدست آورده و ریشه ی بدست آمده را همراه با یک عدد در سمت چپ و یک عدد در سمت راست آن را به  $x$  می دهیم و  $y$  را بدست می آوریم .

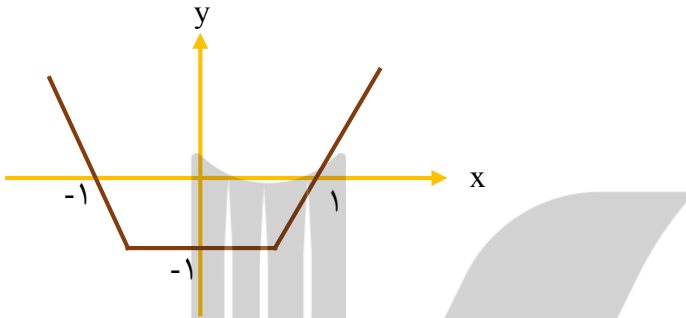
X	یک عدد قبل	ریشه	یک عدد بعد
y			

◀ مثال ۷: نمودار تابع  $f(x) = -2|x - 3| + 1$  را رسم کنید .

\* رسم توابع به فرم  $y = |f(x)|$

ابتدا نمودار  $y = f(x)$  یعنی عبارات داخل قدر مطلق را رسم می کنیم سپس قسمت های بالای محور X ها را نگه می داریم و قرینه ی قسمتهایی که زیر محور X ها هستند را نسبت به محور X ها بدست می آوریم .

◀ مثال ۸: شکل زیر نمودار تابع با ضابطه ی  $y = f(x)$  است نمودار  $y = |f(x)|$  را رسم کنید.



◀ مثال ۹: نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = |x^2 - 1|$

ب)  $y = |\sin x|$        $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

پ)  $y = |\cos x|$        $0 \leq x \leq 2\pi$

فهرودی :

$$ت) y = ||x| - ۲|$$

$$ج) y = |x^۲ - ۲x|$$

$$د) y = ||x + ۱| - ۱|$$

### \* ویژگیهای قدر مطلق :

۱- قدر مطلق هر عدد حقیقی، مقداری نامنفی است  $|x| \geq ۰$

۲- قدر مطلق هر عدد حقیقی و قدر مطلق قرینه ی آن عدد با هم برابرند  $|x| = |-x|$

۳-  $\sqrt{x^۲} = |x|$  در حالت کلی  $\forall x \in \mathbb{R}: \sqrt[n]{x^{۲n}} = |x|$

۴- برای هر دو عدد حقیقی X و Y همواره داریم  $(y \neq ۰)$   $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$  و  $|x \cdot y| = |x||y|$

**تمرین:** ویژگی ۴ را ثابت کنید.

۵- برای هر عدد حقیقی X  $|x^۲| = |x|^۲ = x^۲$

۶- برای هر دو عدد حقیقی X و Y داریم:

$$|x| = |y| \Rightarrow x = \pm y \quad |x| = a \stackrel{a>0}{\Rightarrow} x = \pm a$$

۷- برای هر عدد حقیقی  $x$ ، اگر  $a > 0$  باشد آنگاه

الف)  $|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$

ب)  $|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ \text{یا} \\ x \leq -a \end{cases}$

**تمرین:** ویژگی ۷ را ثابت کنید.

۸- برای هر عدد حقیقی  $x$  داریم:

$$-|x| \leq x \leq |x|$$

**تمرین:** ویژگی ۸ را ثابت کنید.

◀ **مثال:** برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  ثابت کنید (نامساوی مثلث)

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$



◀ مثال ۱۱: برای هر دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  ثابت کنید.

الف)  $|x - y| \leq |x| + |y|$

ب)  $|x| - |y| \leq |x - y|$

**\* حل معادلات شامل قدر مطلق:**

الف) معادلاتی که به وسیله ی ویژگی های قدر مطلق حل می شوند:

$$|u| = a \Rightarrow u = \pm a \quad |f(x)| = |g(x)| \Rightarrow f(x) = \pm g(x) \quad |u|^2 = u^2$$

◀ مثال ۱۲: معادلات زیر را حل کنید.

۱)  $|2x + 1| - 2 = 5$

۲)  $||3x - 1| - 3| = 8$

۳)  $|3x - 2| = |x - 4|$

۴)  $|x - 1| = 4 - 3x$

۵)  $||x^2 - 1| - 2| = 1$

$$۶) ۲x - |x - ۵| = ۱$$

$$۷) |x^۲ - ۳x| + x^۲ - ۳x = ۰$$

ب) معادلاتی که با ویژگی های قدر مطلق حل نمی شوند را با ریشه یابی عبارات درون قدر مطلق و تعیین علامت آنها، حل می کنیم.

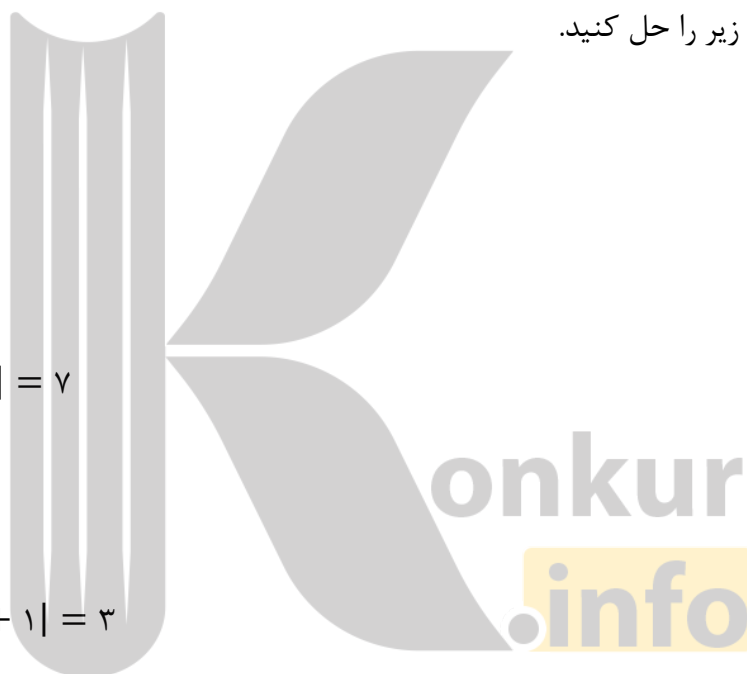
◀ **مثال ۳:** معادلات زیر را حل کنید.

$$۱) x|x| = -۴$$

$$۲) |۲x - ۱| + |x| = ۷$$

$$۳) |x - ۲| - |x + ۱| = ۳$$

$$۴) |۳x - ۱| - |x| = x + ۲$$



◀ **مثال ۱۴:** معادلات زیر را حل کنید.

$$۱) \sqrt{x-1} - |x-1| = 0$$

$$۲) \frac{2-x}{|x-3|} = 1$$

$$۳) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1$$

◀ **مثال ۱۵:** بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آنها از دو نقطه به طول های ۱- و ۳ روی محور X ها برابر ۶ باشد.

✱ **حل معادلات به روش هندسی:**

برای حل معادله  $f(x) = g(x)$  کافی است نمودارهای  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  را در یک دستگاه رسم کنید طول نقاط محل تلاقی این دو نمودار جواب های معادله  $f(x) = g(x)$  خواهند بود.  
در این روش حل معادله، تعداد جواب ها و مقدار تقریبی آنها ( و گاهی دقیق) قابل تشخیص است.

◀ مثال ۶: معادلات زیر را به روش هندسی حل کنید.

$$۱) \sqrt{x} = -x + ۱$$

$$۲) |x| = x^۲ - ۳x$$

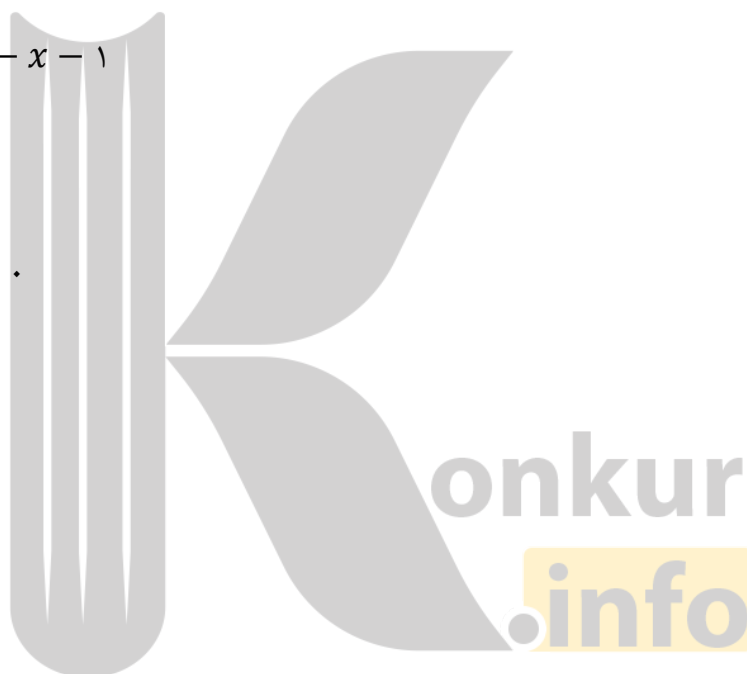
$$۳) |x - ۱| = x^۲ - x - ۱$$

$$۴) x - ۲ \sin x = ۰$$

$$۵) |x| = \sqrt{۲ - x}$$

$$۶) x^۲ - \sqrt{x + ۲} = ۲x - ۱$$

$$۷) |x - ۱| + |x + ۱| = ۲$$



◀ مثال ۱۷: معادله  $|x^2 - 1| = |2x - 1|$  را به دو روش جبری و هندسی حل کنید.

◀ مثال ۱۸: نمودار تابع  $y = x - \frac{x}{|x|}$  را رسم کنید سپس به ازای  $y = 3$  معادله را به روش جبری و هندسی

حل کنید.

◀ مثال ۱۹: نمودار  $f(x) = ||x| - 2|$  را رسم کنید سپس معادله  $f(x) = 1$  را به روش هندسی و جبری

حل کنید.

◀ مثال ۲۰: نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$  را رسم کنید سپس به دو روش جبری و هندسی معادله

$|x^2 - 2x| = 2$  را حل کنید.

\* حل نامعادلات شامل قدر مطلق به کمک ویژگی های قدر مطلق:

$$|U| \leq a \rightarrow -a \leq U \leq a$$

$$|U| \geq a \rightarrow \begin{cases} U \geq a \\ \text{یا} \\ U \leq -a \end{cases}$$

◀ مثال ۲۱: نامعادلات زیر را حل کنید.

۱)  $|2 - 3x| < 5$

۲)  $|2x + 1| > 3$

۳)  $\frac{1}{|3x - 1|} > 2$

۴)  $|2x - 3| < x$

۵)  $|x + 1| < \sqrt{3x + 1}$

۶)  $|2x + 1| < |x + 1|$



## تمرینات تکمیلی

۱- معادلات زیر را به روش هندسی حل کنید.

الف)  $|\sin x| = |\cos x|$

ب)  $\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$

پ)  $\sqrt{x-1} - \sin x = 0$

ت)  $\sqrt{x} + 2x = x^2 - 2$

۲- جوابهای معادله  $\frac{|2x|}{|x+1|} = 3$  را بدست آورید.

۳- اگر  $2x \geq x^2$  باشد حاصل  $A = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  کدام است.

۱)  $-2$       ۲)  $2$       ۳)  $2-2x$       ۴)  $2x-2$

۴- اگر فاصله ی عدد حقیقی  $x$  روی محور اعداد حقیقی تا  $-1$ ، کم تر از  $2$  باشد حاصل  $A = |x+3| + |x-1|$  کدام است.

۱)  $1$       ۲)  $4$       ۳)  $2$       ۴)  $5$

۵- مجموع جوابهای معادله  $|x^2 + x| = |x^2 + 3x - 2|$  کدام است.

۱)  $-1$       ۲) صفر      ۳)  $1$       ۴)  $2$

۶- به ازای کدام مقدار  $k$  معادله  $|x+2| - 2 = k^2 - 7$  دارای ۳ جواب است.

۱)  $\pm 1$       ۲)  $\pm 3$       ۳)  $\pm 5$       ۴)  $\pm 9$

۷- مساحت ناحیه محدودیه نمودار های دو تابع  $y = x + |x|$  و  $y = 2 - |x|$  کدام است.

۱)  $2$       ۲)  $\frac{7}{3}$       ۳)  $\frac{8}{3}$       ۴)  $3$

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>