

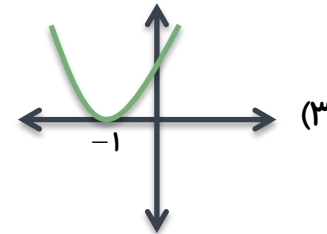
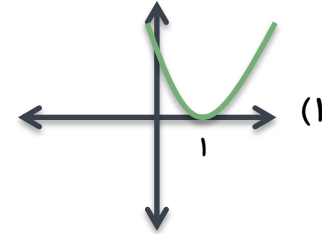
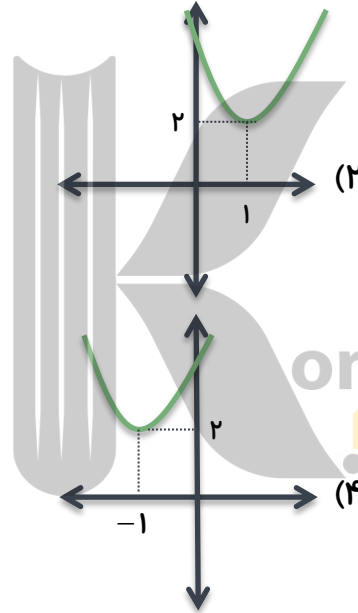
بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>

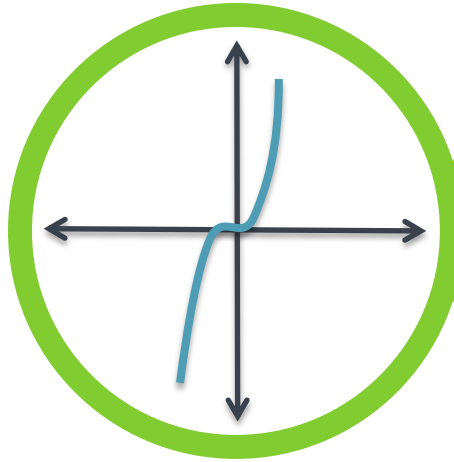
تست ۱ (یادآوری): نمودار تابع $f(x) = |(x-1)^3| + 2$ کدام است؟



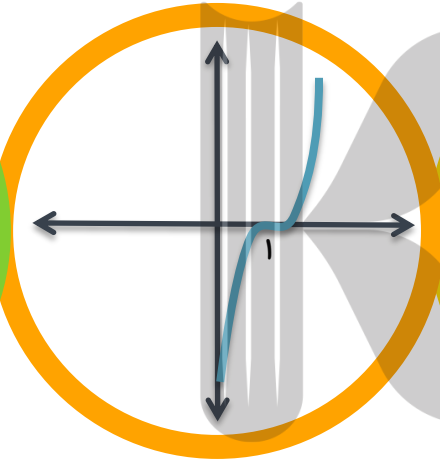
زیر محور y ها را حذف
قرینه y آن را با تابع اضافه می کنیم

۲ واحد به سمت بالا

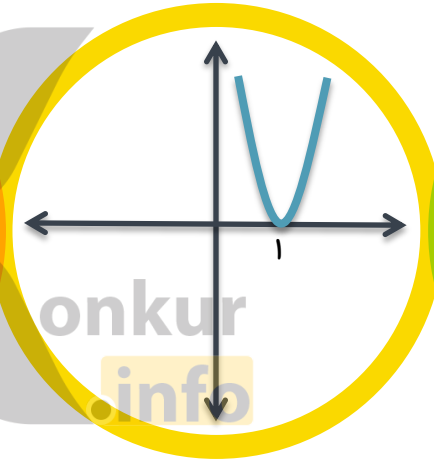
یک واحد به سمت راست



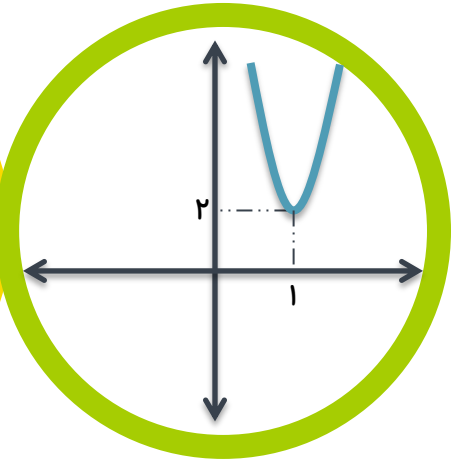
$$y = x^3$$



$$y = (x - 1)^3$$



$$y = |(x - 1)^3|$$



$$y = |(x - 1)^3| + 2$$

تقسیم و بخش پذیری

صورت کلی قضیه تقسیم برای چند جمله ای ها :

$$f(x) = P(x)Q(x) + R(x)$$

مقسوم

مقسوم علیه


خارج قسمت


باقی مانده


$$\begin{array}{r|l} f(x) & P(x) \\ \vdots & Q(x) \\ \hline & R(x) \end{array}$$

نکات مربوط به باقی مانده $(R(x))$

در عبارت $f(x) = P(x)Q(x) + R(x)$:

همواره درجه ی $R(x)$ از $P(x)$ کوچکتر است. 

اگر $R(x) = 0$ آنگاه $f(x)$ بر $P(x)$ بخش پذیر است. 

باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $ax+b$ برابر $f(-\frac{b}{a})$ می باشد. 
 $P(x)$



تست ۲:

باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - 2$ و $x + 3$ به ترتیب -1 و 4 است. باقیمانده

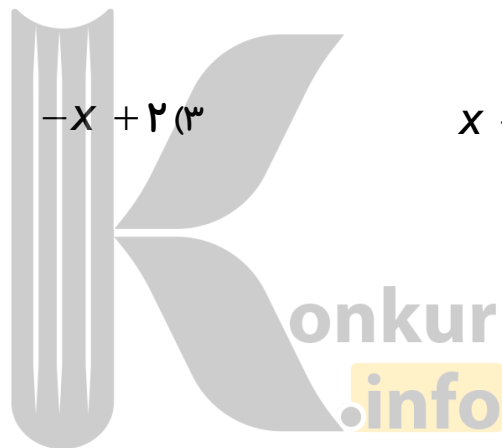
تقسیم $P(x)$ بر $x^2 + x - 6$ کدام است؟

$$2x - 1 \quad (4)$$

$$-x + 2 \quad (3)$$

$$x + 1 \quad (2)$$

$$x - 1 \quad (1)$$



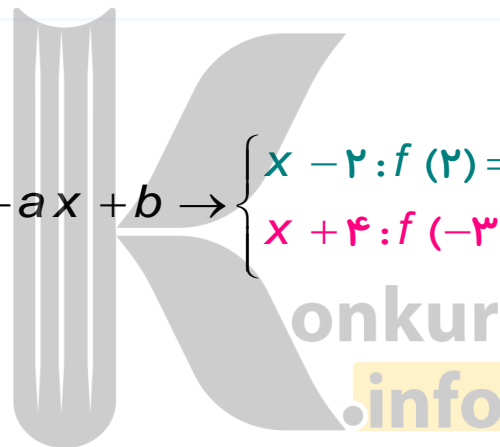
چون درجه عبارت مقسوم علیه ما $(x^2 + x - 6)$ می باشد پس درجه ی باقی مانده ی ما حداکثر ۱ می باشد یعنی:



$$R(x) = ax + b$$

$$f(x) = (x^2 + x - 6)Q(x) + ax + b \rightarrow \begin{cases} x - 2: f(2) = 1 \rightarrow 2a + b = 1 \\ x + 3: f(-3) = -4 \rightarrow -3a + b = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$R(x) = x - 1$$





تست ۳:

چند جمله ای $P(x) = (x^2 - 2)^n + (x - x^3 - 1)^{n-1}$ بر چند تا از عبارت های زیر قطعا بخش پذیر است؟

الف) $x - 1$

ب) $x + 1$

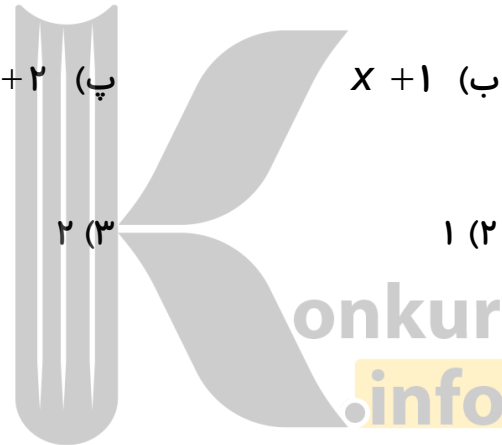
پ) $x + 2$

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳



بررسی گزینه ها:

$$\text{الف) } x = 1 \rightarrow P(1) = ((1)^2 - 2)^n + (1 - (1)^3 - 1)^{n-1} = (-1)^n + (-1)^{n-1}$$

n و $n-1$ دو عدد پشت سر هم بوده و قطعا یکی از این دو زوج است در نتیجه یک جمله توان زوج داشته و مثبت شده



(+) و دیگری به توان فرد رسیده و منفی باقی می ماند (-) در نتیجه مجموع آن ها صفر و بخش پذیر است.

$$\text{ب) } x = -1 \rightarrow P(-1) = ((-1)^2 - 2)^n + ((-1) - (-1)^3 - 1)^{n-1} = (-1)^n + (-1)^{n-1}$$



به همان شیوه ی بالا اثبات می شود!

$$\text{پ) } x = -2 \rightarrow P(x) = ((-2)^2 - 2)^n + ((-2) - (-2)^3 - 1)^{n-1} = (2)^n + (5)^{n-1}$$



تجزیه عبارات خاص

$$۱) x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + a x^{n-2} + \dots + a^{n-2} x + a^{n-1})$$

(به ازای تمامی مقادیر n)

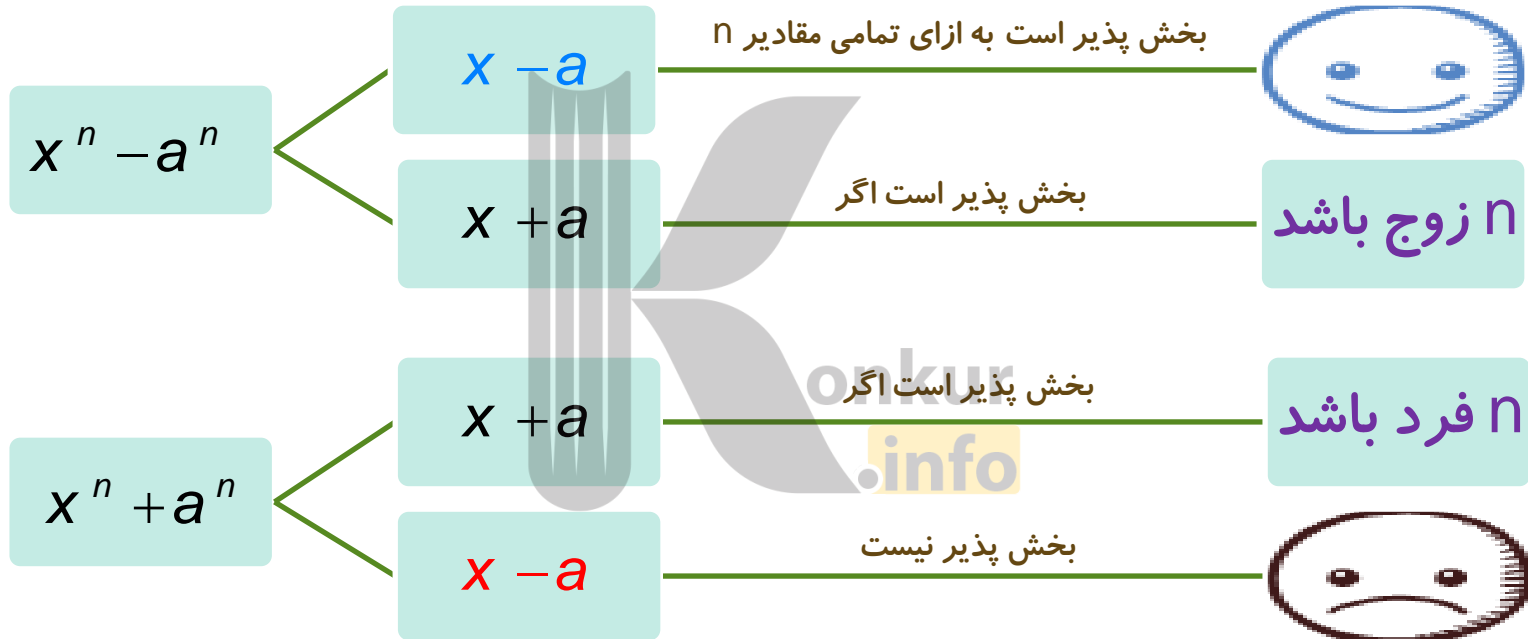
$$۲) x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - a x^{n-2} + \dots + a^{n-2} x - a^{n-1})$$


(به ازای n های زوج)

$$۳) x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - a x^{n-2} + \dots - a^{n-2} x + a^{n-1})$$

(به ازای n های فرد)

نکات بخش پذیری مربوط به اسلاید قبل



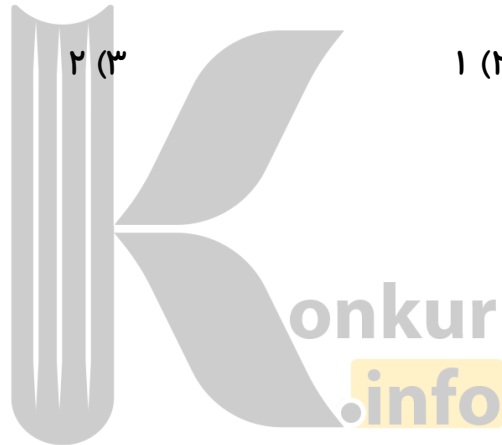
تست ۴: مجموع جواب های معادله ی $\frac{1-x+x^2-\dots+x^6-x^7+x^8}{1-x^3+x^6} = 5$ کدام است؟ 

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱



طبق نکته گفته شده داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} (1+x^9) &= (1+x)(1-x+x^2-\dots+x^6-x^7+x^8) \rightarrow 1-x+x^2-\dots+x^6-x^7+x^8 = \frac{1+x^9}{1+x} \\ (1+x^9) &= (1+x^3)(1-x^3+x^6) \rightarrow 1-x^3+x^6 = \frac{1+x^9}{1+x^3} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1-x+x^2-\dots+x^6-x^7+x^8}{1-x^3+x^6} = \frac{\frac{1+x^9}{1+x}}{\frac{1+x^9}{1+x^3}} = \frac{1+x^3}{1+x} = 1-x+x^2 = 5$$

$$\rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow S = -\frac{b}{a} = -\left(\frac{-1}{1}\right) = +1$$

توجه:

یکی دیگر از روش هایی که برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم به کار میرود (به ویژه برای معادلاتی که مقسوم علیه آن درجه دوم باشد) به صورت زیر است:

* بر خلاف روش های قبلی ما معادله ی مقسوم علیه $ax^2 + bx + c = 0$ را حل نمی کنیم ولی با جابجا کردن جملات در طرفین

تساوی می توان با جایگذاری در معادله اصلی به نتایج جالبی برسیم!

(نیاز به حفظ کردن نمی باشد) \rightarrow

مثال: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{bx + c}{a} \\ ax^2 + bx = -c \\ \vdots \end{cases}$



تست ۵: اگر عبارت $-ax^3 + 4x^2 - 14x + 10$ بر سه جمله ای $x^2 - 2x + 1$ بخش پذیر

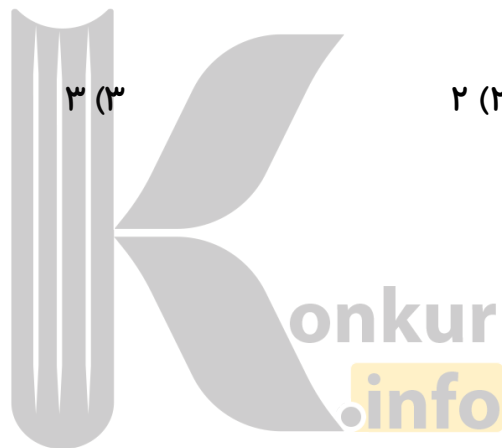
باشد a کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



$$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x^2 = 2x - 1$$

$$\rightarrow ax^3 + 4x^2 - 14x + 10 - a$$

$$= ax \cdot x^2 + 4x^2 - 14x + 10 - a$$

$$= ax(2x - 1) + 4(2x - 1) - 14x + 10 - a$$

$$= 2ax^2 - ax + 8x - 4 - 14x + 10 - a$$

$$= 2a(2x - 1) + (-a - 6)x + 6 - a$$

$$= (4a - 6)x + 6 - 2a$$

چون بخش پذیر است پس باقی مانده ی ما باید **صفر** باشد یعنی: $P(x^2 - 2x + 1) = 0$

$$\rightarrow 4a - 6 = 0 \rightarrow \boxed{a = 1.5}$$

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>