

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

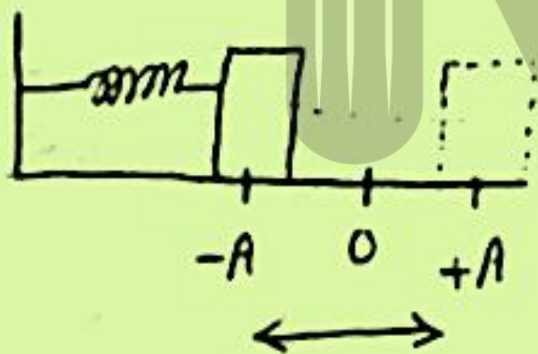
<https://konkur.info>

حرکت تناوبی:

حرکت نوسانی که چرخش آن در بازه زمانی مساوی عیناً تکرار می‌شود. مثل: لب در دراز در جرمی ساده

حرکت نوسان ساده:

حرکت تناوبی حول یک نقطه روی یک پاره خط مستقیم را می‌گویند. (حرکت به صورت رفت و برگشتی است)



حرکت های تناوبی

هر حرکتی که در بازه‌های زمانی مساوی تکرار شود حرکت تناوبی است.

جابجایی هر ذره در حرکت تناوبی را همیشه می‌توان بر حسب توابع سینوسی یا کسینوسی بیان کرد.

اگر ذره‌ای که حرکت تناوبی دارد روی یک مسیر واحد پس و پیش برود، حرکت آن را نوسانی یا ارتعاشی می‌نامند.

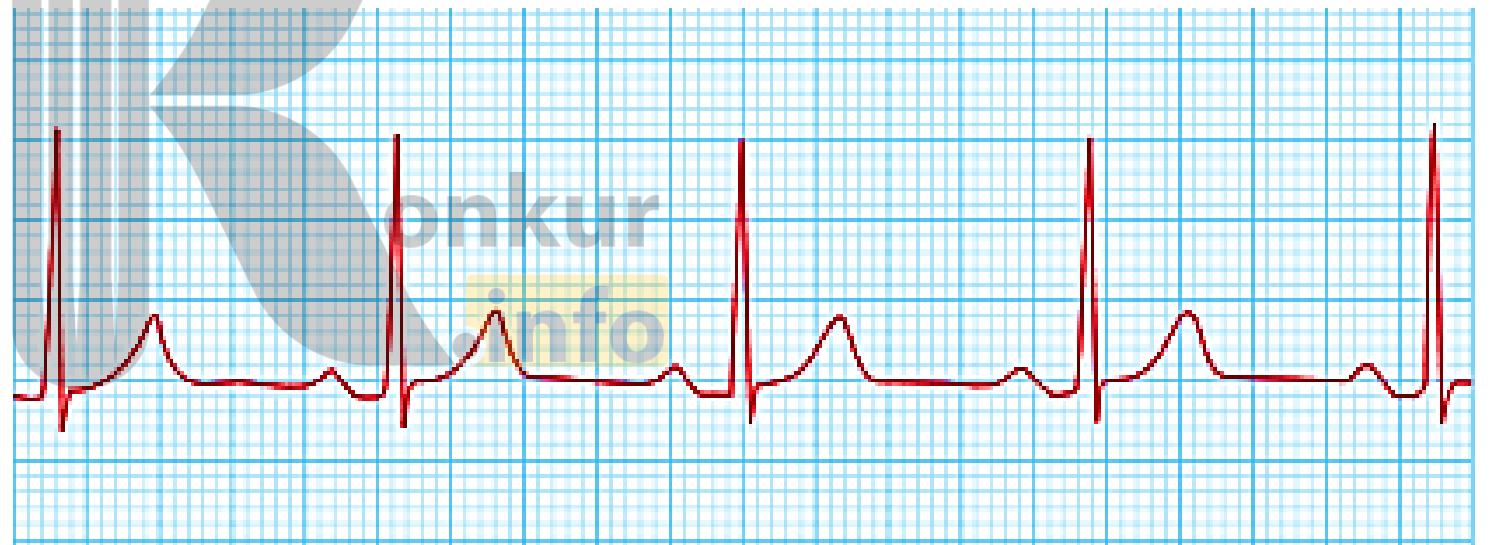
جهان پر از حرکت‌های نوسانی است که از آن جمله می‌توان به نوسانهای رقاصک ساعت ، سیم ویولن ، جرم متصل به فنر و ... اشاره کرد.

انواع
نوسان‌ها

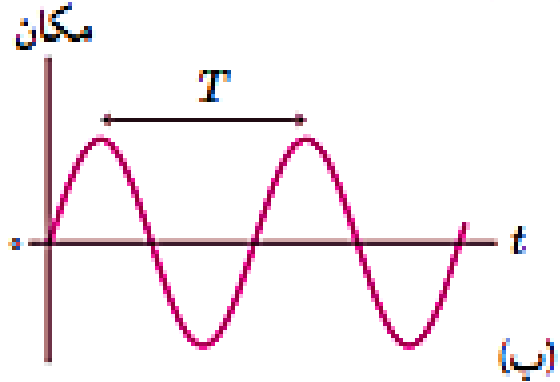
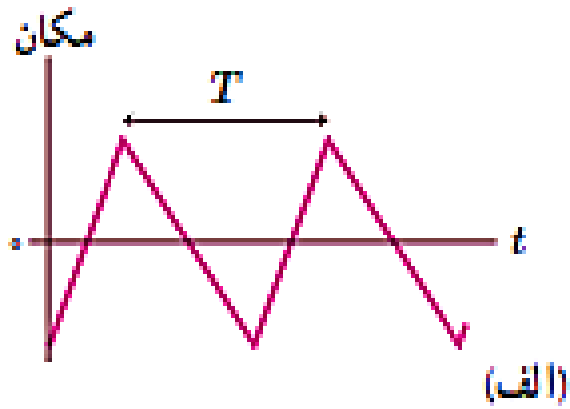
دوره‌ای : نوسان‌هایی که هر حرفه آن در دوره‌های دیگر تکرار شود. مثل : آرد -
روزانه و فتر - تناب - شب و روز - در اثنای ماه به دور زمین و ...

غیر دوره‌ای : نوسان‌هایی که در دوره‌های دیگر تکرار نمی‌شود. مثل : زلزله - صبح آرد -

نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای یا غیر دوره‌ای باشند؛ مثلاً شکل ۲-۲ تصویری از ضربان‌هنگ (ریتم) قلب یک شخص را نشان می‌دهد که در هر دقیقه ۶۵ بار می‌زند. نقش‌های این تصویر به‌طور منظم تکرار می‌شوند، که به آن چرخه (سیکل) نوسان گفته می‌شود. چنین نوسان‌هایی را که هر چرخه آن در دوره‌های دیگر تکرار شود نوسان‌های دوره‌ای می‌نامند. مدت زمان یک چرخه، دوره تناوب حرکت نامیده می‌شود و آن را با T نشان می‌دهند. بنابه این تعریف، دوره تناوب ضربان قلب این شخص $\frac{1}{65}$ دقیقه، یا $\frac{60}{65}$ ثانیه است.



شکل ۲-۲ نمونه‌ای از نمودار الکترو قلب نگاره^۱ (نوار قلب) یک شخص^۲



شکل ۲-۱ نمودار مکان - زمان برای دو نمونه از نوسان دوره‌ای

به نوسان‌های سینوسی، حرکت هماهنگ ساده (SHM)^۱ گفته می‌شود

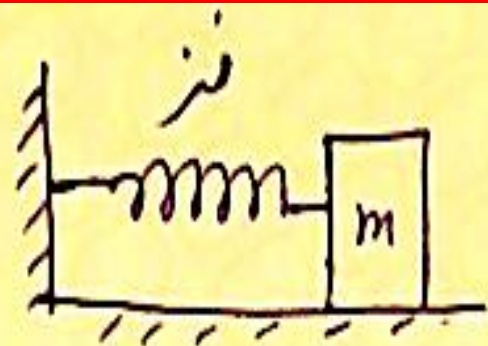
حرکت نوسانی ساده (هماهنگ ساده):

هر حرکت رفت و برگشت بر روی یک پاره خط حول نقطه‌ای در وسط پاره خط (مرکز نوسان) را که در بازه های زمانی عیناً تکرار می شود را می گویند.

مثل نوسان آونگ ساده با دامنه کم و یا سیستم وزنه و فنر

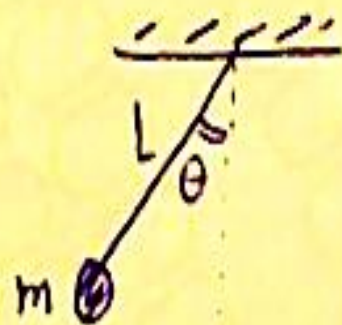
بعد حرکت یا مکان نوسانگر:

فاصله نوسانگر یا متحرک در هر لحظه تا مرکز نوسان **بعد حرکت یا مکان نوسانگر** نام دارد.



سیستم وزنه- فنر: شامل فنر و بدنه جسم به جرم m که به آن متصل است.

آونگ ساده: شامل میخ به همراه طول متصل به آن است که زاویه اعراض ناچیزی دارد.

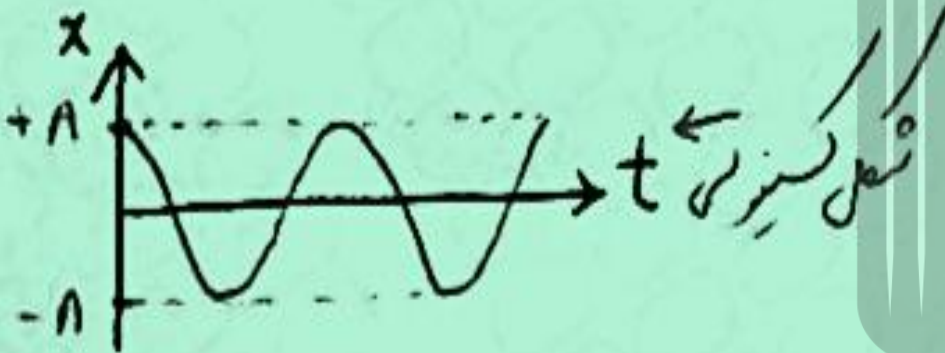
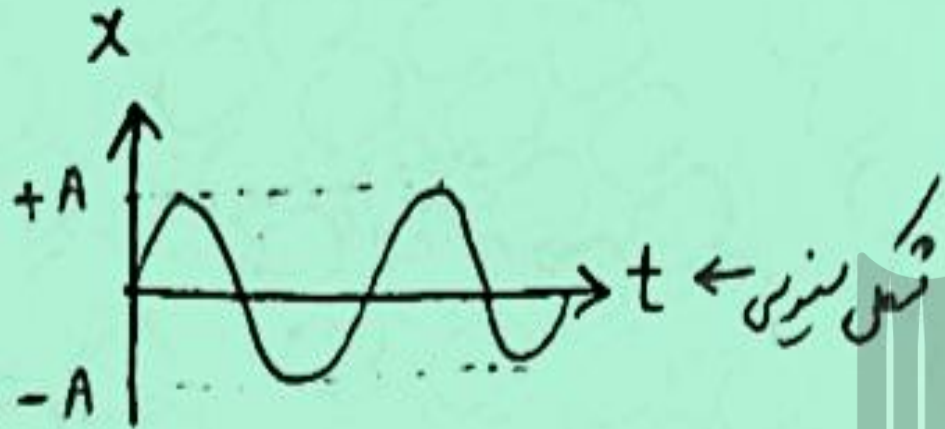


$$\theta < 9^\circ$$

زاویه اعراض ضعیف بوده است.

نکته: به حرکت نوسان ساده، حرکت هماهنگ ساده، هم‌فاز بودن

نکته: کمزاد حرکت نوسان ساده، به شکل سینوسی یا کسینوسی است.

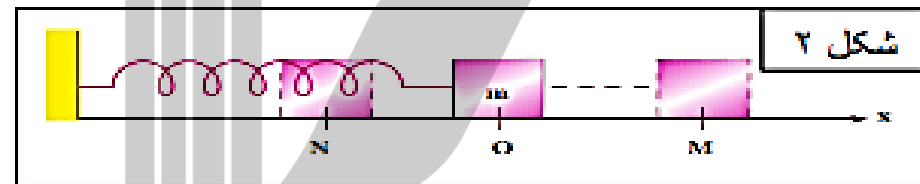
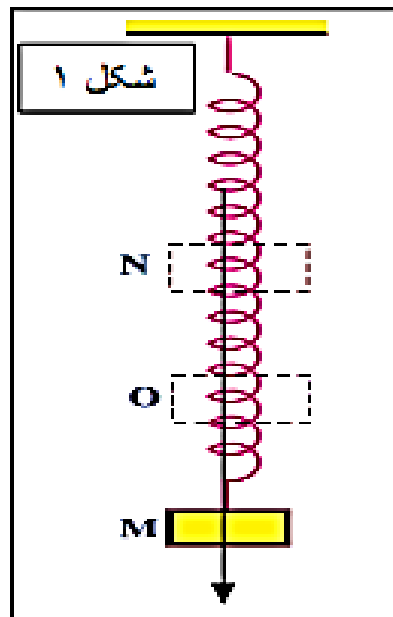


konkur
info

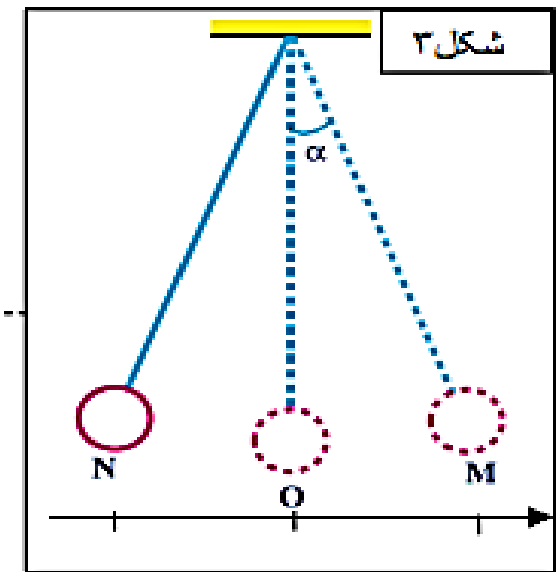
۱- تعریف حرکت های دوره ای : به حرکت هایی گفته می شود که بعد از مدتی عیناً تکرار می شوند . مانند حرکت ماه به دور زمین ، حرکت یک آونگ ، وزنه ای متصل به فنر ، ضربان قلب انسان ، ارتعاش سیم های سازه های سیمی مانند تار و سه تار و ...

۲- حرکت نوسانی هماهنگ ساده : به حرکتی دوره ای گفته می شود که متحرک روی پاره خطی با طول ثابت حول نقطه وسط آن انجام می دهد.

نکته : به متحرکی که دارای حرکت هماهنگ ساده است نوسانگر ساده گفته می شود.



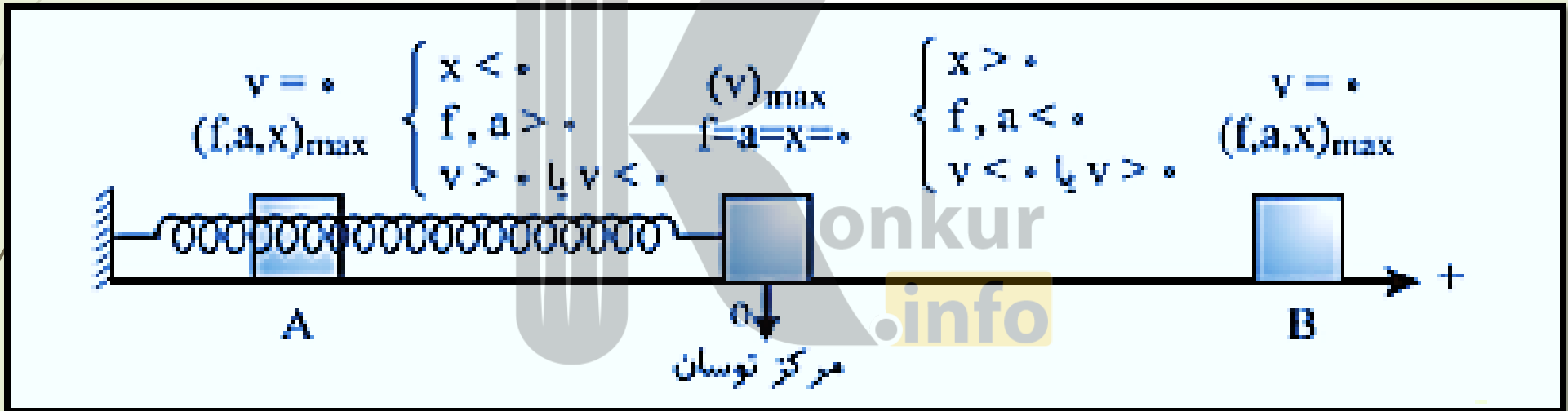
حرکت نوسانی وزنه - فنر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک روی پاره خط NM و حول نقطه O در وسط پاره خط ، یک حرکت هماهنگ ساده است. برای بررسی این حرکت محور x را منطبق بر پاره خط NM طوری انتخاب می کنیم که مبدا آن نقطه O باشد.



حرکت وزنه آویزان از یک فنر در راستای قائم با صرف نظر از مقاومت هوا نیز یک حرکت هماهنگ ساده است. در این حرکت محور y را روی پاره خط NM طوری انتخاب می کنیم که وسط پاره خط مبدا باشد.

حرکت یک آونگ ساده با زاویه انحراف کوچکتر از 6° از وضع تعادل خود ، در صورتی که از جرم نخ و مقاومت هوا چشم پوشی شود، یک حرکت هماهنگ ساده است. در این حرکت نیز محور x را روی پاره خط NM طوری انتخاب می کنیم که وسط پاره خط مبدا باشد.

❖ **حرکت نوسانی:** حرکتی است که یک متحرک روی یک پاره خط (AB) حول وسط آن (نقطه O) چنان انجام می دهد که همواره شتابی متناسب با فاصله نوسانگر از مرکز نوسان و به طرف مرکز نوسان داشته باشد.



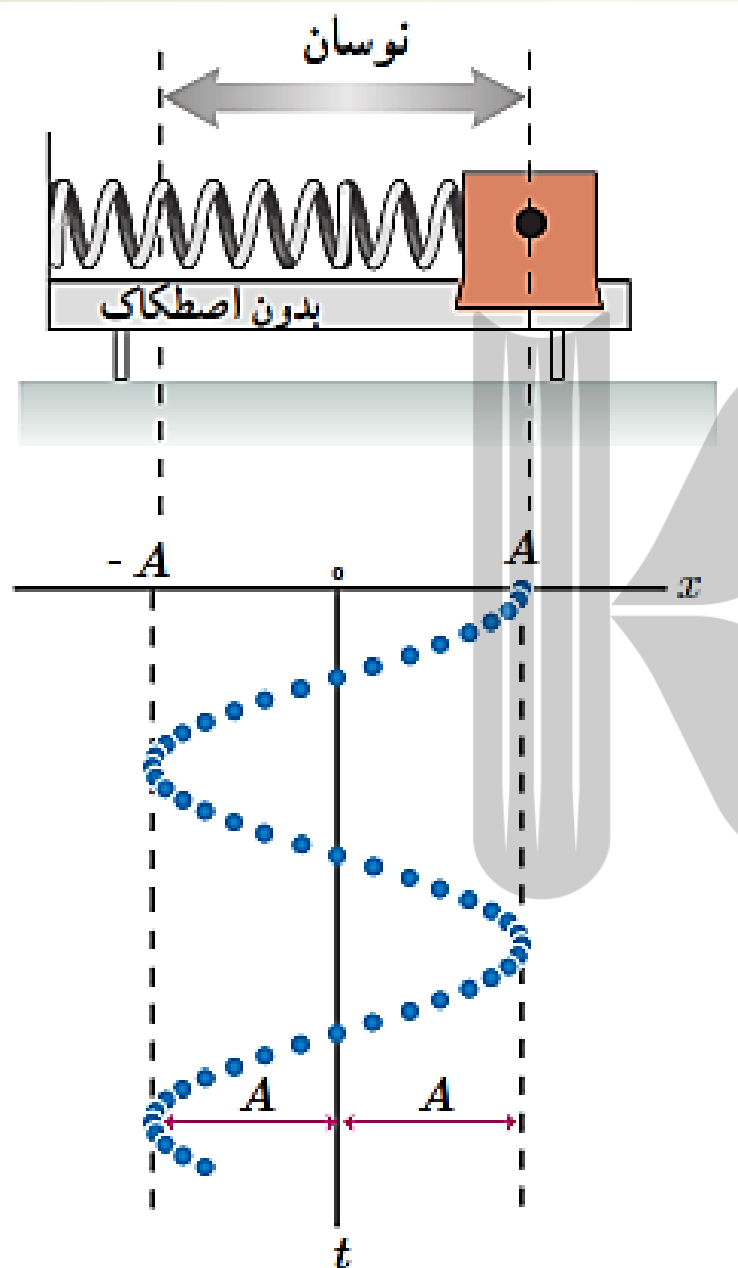
دامنه نوسان (A) :

بیشترین فاصله نوسانگر تا مرکز نوسان یا

بیشترین بعد نوسان را گویند. (دامنه برابر با

شعاع دایره نوسان می باشد.) به بیان دیگر

دامنه نصف پاره خط نوسان می باشد.



تعریف دامنه نوسان: بیشترین جابه جایی نوسانگر از وضع تعادل خود را دامنه ی نوسان می نامیم. آن را با نماد A نشان داده و یکای آن متر است.

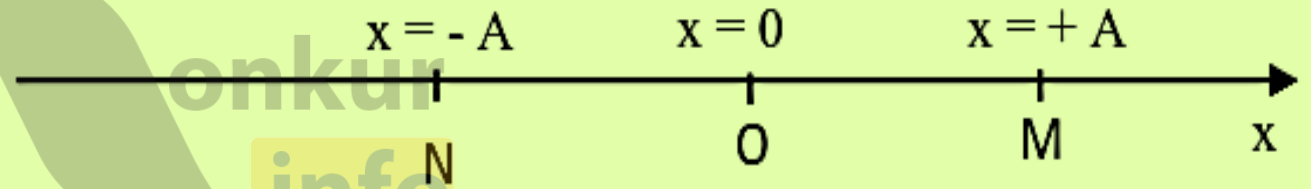
نکته: اگر طول پاره خط نوسان (NM) داده شده باشد، دامنه نصف آن است. یعنی $(A = \frac{MN}{2})$

تغییرات مکان: همچنانکه در شکل های بالا ملاحظه می شود، محور X یا Y روی پاره خط نوسان به گونه ای انتخاب می شود که وسط آن مبدا محور باشد، در این صورت مکان های بین OM با X های مثبت و مکان های بین ON با X های منفی بیان می شوند. در نتیجه می توان نوشت:

$$-A \leq x \leq +A$$

$$|ON| = |OM| = A = \frac{|MN|}{2}$$

$$x_{max} = A$$



نکته: اگر نوسانگر وزنه - فنر در راستای قائم باشد، به جای X از Y استفاده می کنیم.

دوره (T):

مدت زمانی است که نوسانگر یک حرکت رفت و برگشت کامل را انجام می‌دهد یعنی دو بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند. (مدت زمان یک دور کامل در دایره نوسان فرضی)

تعداد نوسان‌های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه **بسامد** (فرکانس) نامیده می‌شود و آن را با f نشان می‌دهند. بنابراین:

$$f = \frac{1}{T}$$

(۱-۳) (بسامد)

یکای بسامد در SI، هرتز (Hz) است که به افتخار فیزیک‌دان آلمانی، هاینریش هرتز، نام‌گذاری شده است. طبق تعریف:

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ چرخه بر ثانیه} = 1 \text{ s}^{-1}$$

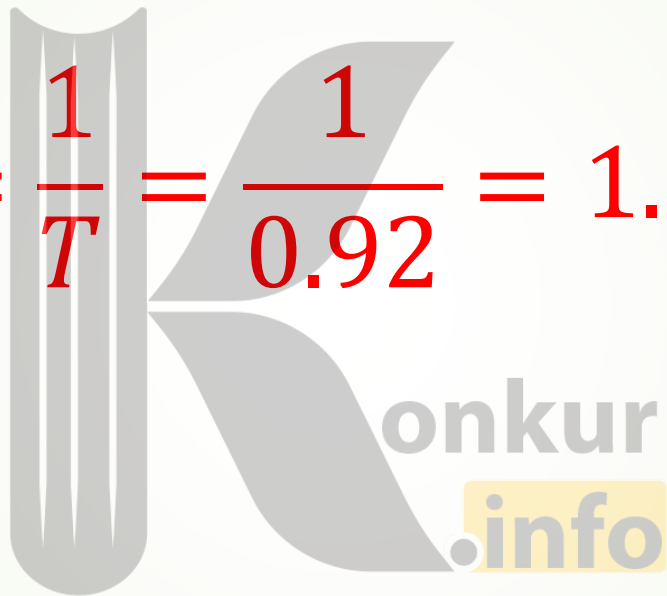
$$T = \frac{t}{n} \quad , \quad f = \frac{n}{t}$$

نکته : هرگاه نوسانگری در مدت t ثانیه تعداد n نوسان کامل انجام دهد، دوره و بسامد آن از رابطه های زیر به دست می آیند.

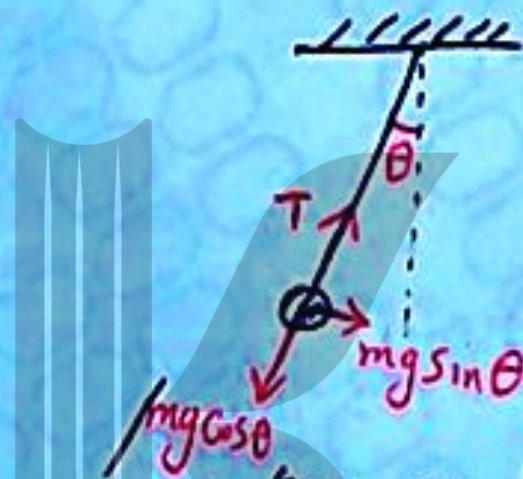
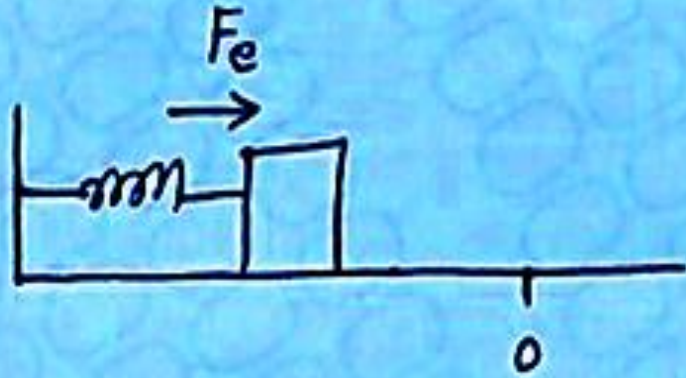
حرکت هماهنگ ساده حرکتی شتابدار با شتاب متغیر است

اندازه شتاب نیز متناسب با فاصله متحرک تا مرکز نوسان می باشد.

بسامد ضربان قلب مربوط به نمودار شکل ۲-۳ چقدر است؟

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.92} = 1.08 \text{ Hz}$$


نیروی بازگرداننده: نیرویی که نوسانگر را به مرکز نوسان برمی گرداند.



نکته: در سیستم وزنه - فنر نیروی بازگرداننده همواره در حکم نیروی بازگرداننده است و در هر دو

اوج مؤلفه وزن ($mg \sin \theta$) نیروی بازگرداننده را تأمین می کند.

نکته: همواره جهت نیروی بازگرداننده به سمت مرکز نوسان است.

معادله‌ی حرکت نوسانی ساده:

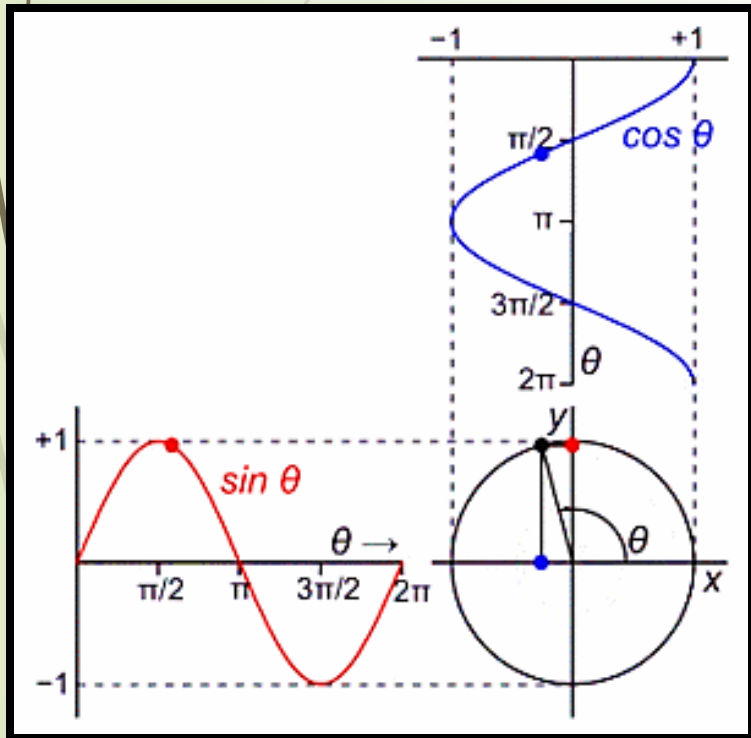
اگر متحرکی را فرض کنیم که روی محیط یک دایره به نام دایره مرجع با سرعت زاویه‌ای ثابت در حال چرخیدن باشد، تصویر آن روی محور x ها حرکت نوسانی ساده خواهد بود. پس می‌توان

نوشت:

$$\cos \theta = \frac{x}{R} \rightarrow x = R \cos \theta \xrightarrow{\theta = \omega t, R = A}$$

$$x = A \cos \omega t$$

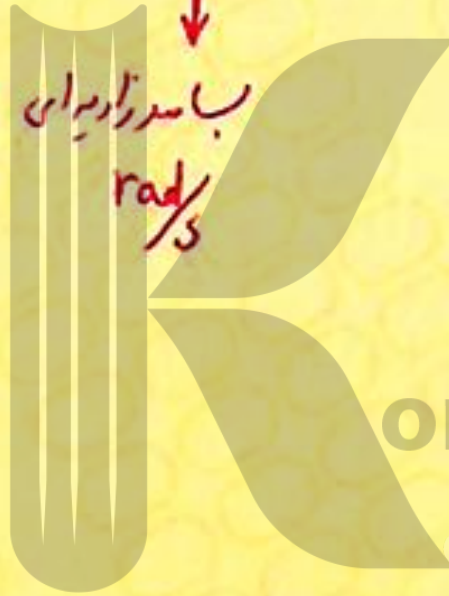
بعد دامنه سرعت زاویه‌ای



معادله حرکت نوسانی ساده:

$x(t) = A \cos(\omega t)$

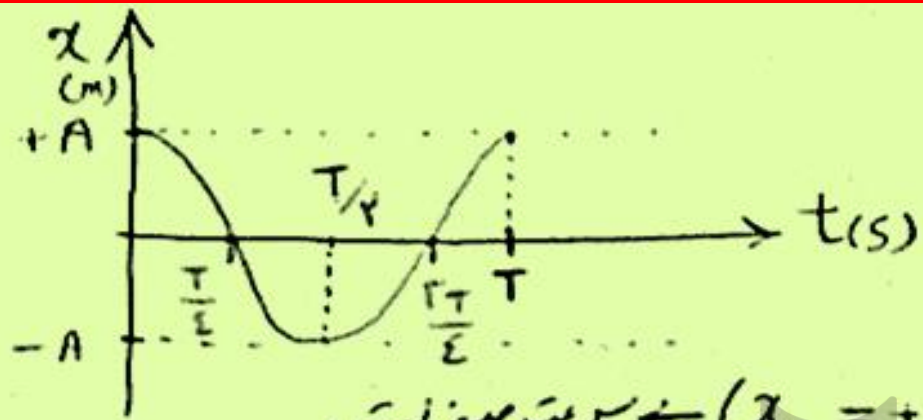
دایره نوسان (m) →
زمان (s) →
مکان جسم نوسانگر
(تأیی از زمان) در هر متر m



$\theta = \omega t$ فاز حرکت نوسان
(شماره سنج)
rad رادین

$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{و} \quad \omega = 2\pi f$

مکوندار مکان - زمان :
 حرکت نوسانی



$$x_{(t)} = A \cos(\omega t)$$

در لحظه $t = 0$ ← متحرک نوسانگر در $(+A)$ قرار دارد. $(x = +A) \leftarrow$ سرعت صفر است.

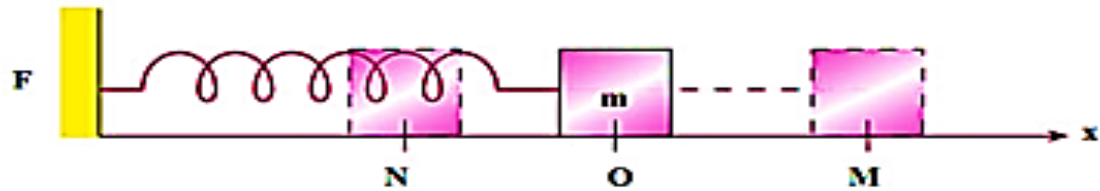
در لحظه $t = T/4$ ← نوسانگر از مبدأ می‌گذرد. در این جا سرعت حرکت آن بیشترین مقدار است: (V_{max})

در لحظه $t = T/2$ ← نوسانگر در بیشترین فاصله از مرکز نوسان است $(x = -A) \leftarrow$ سرعت نوسانگر صفر است.

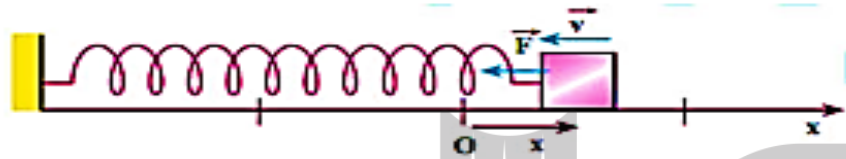
در لحظه $t = 3T/4$ ← نوسانگر مجدداً از مرکز نوسان گذشته و سرعت آن بیشترین مقدار خلاف جهت است.

در لحظه $t = T$ ← نوسانگر مجدداً به نقطه اولیه حرکت برگشته است و سرعت آن صفر است.

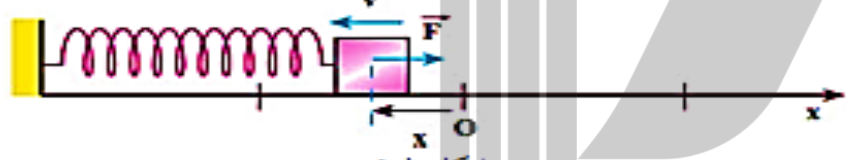
$$\begin{cases} x = \pm A \rightarrow \bar{v} = 0 & \text{و} & F_{\text{بزرگ}} = \text{بیشترین مقدار} & \text{و} & a = \text{بیشترین مقدار} \\ x = 0 \rightarrow v_{max} & \text{و} & F_{\text{بزرگ}} = 0 & \text{و} & a = 0 \end{cases}$$



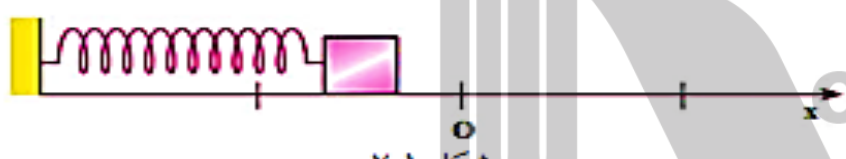
شکل ۱-۱



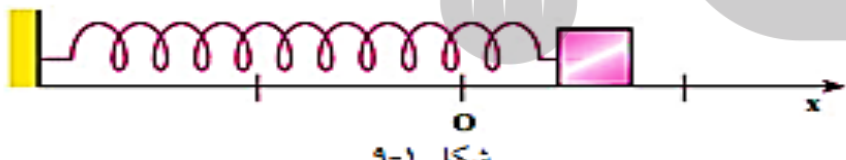
شکل ۲-۱



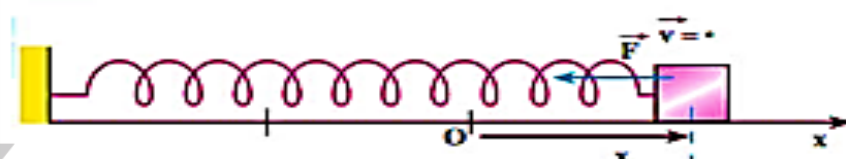
شکل ۳-۱



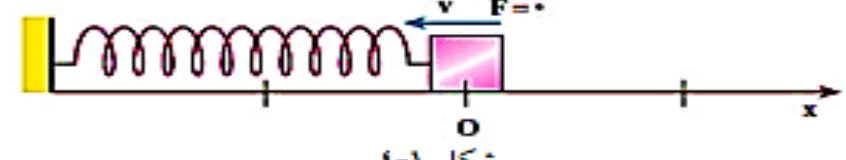
شکل ۴-۱



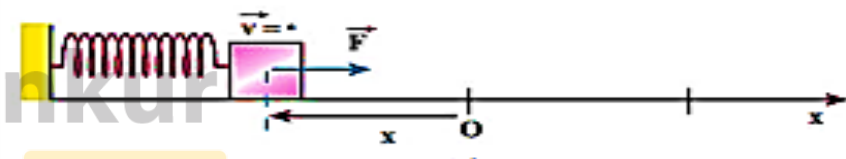
شکل ۵-۱



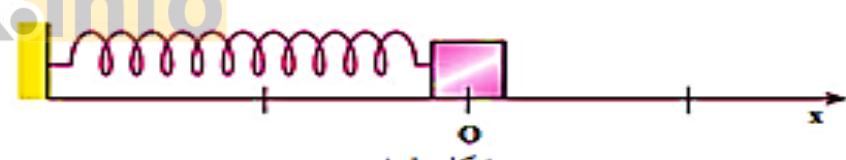
شکل ۲-۱



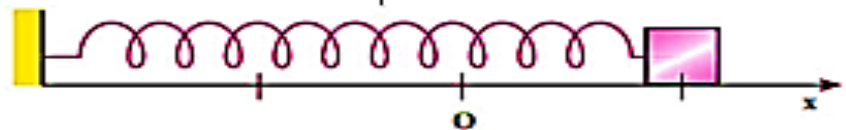
شکل ۳-۱



شکل ۴-۱



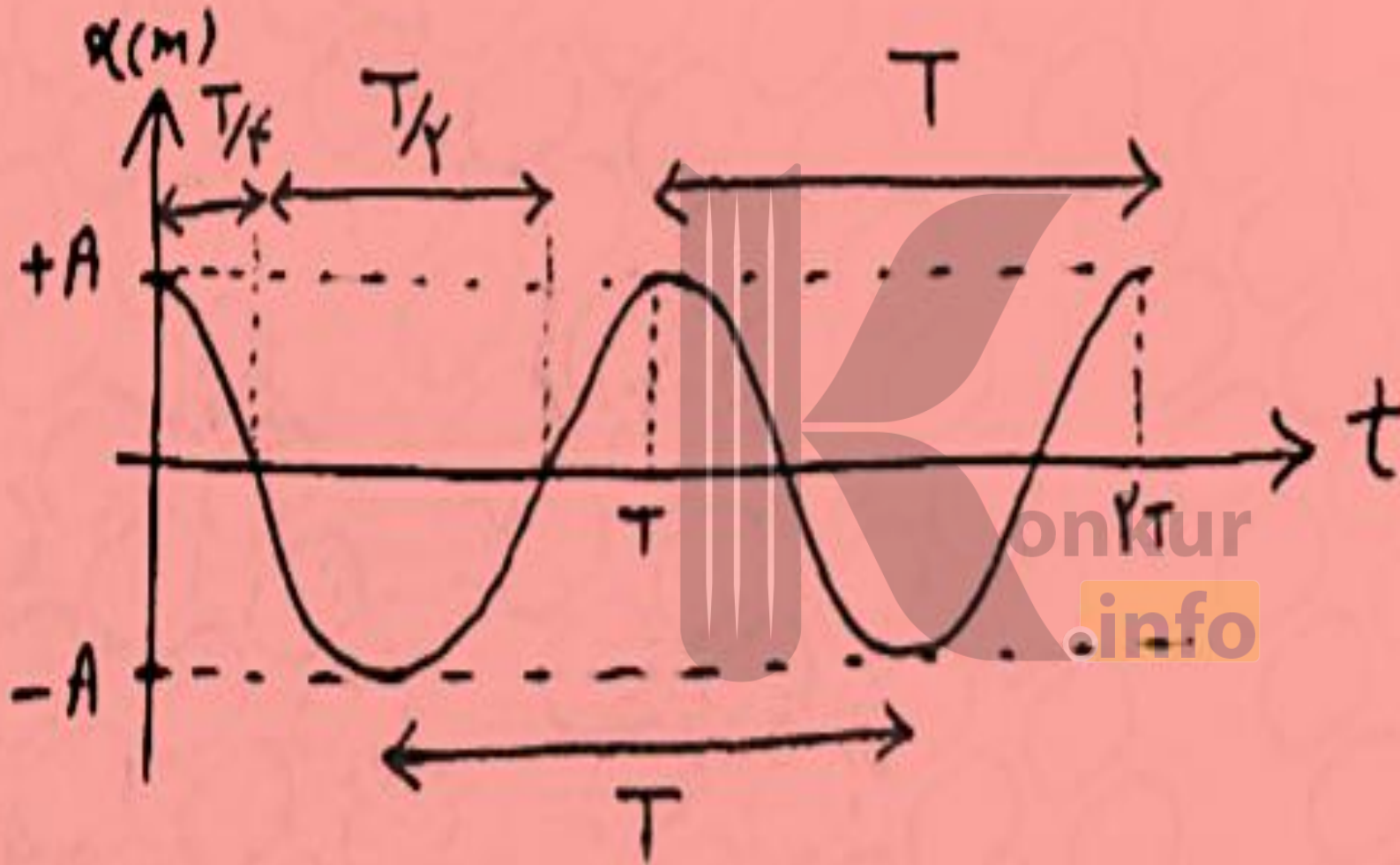
شکل ۵-۱

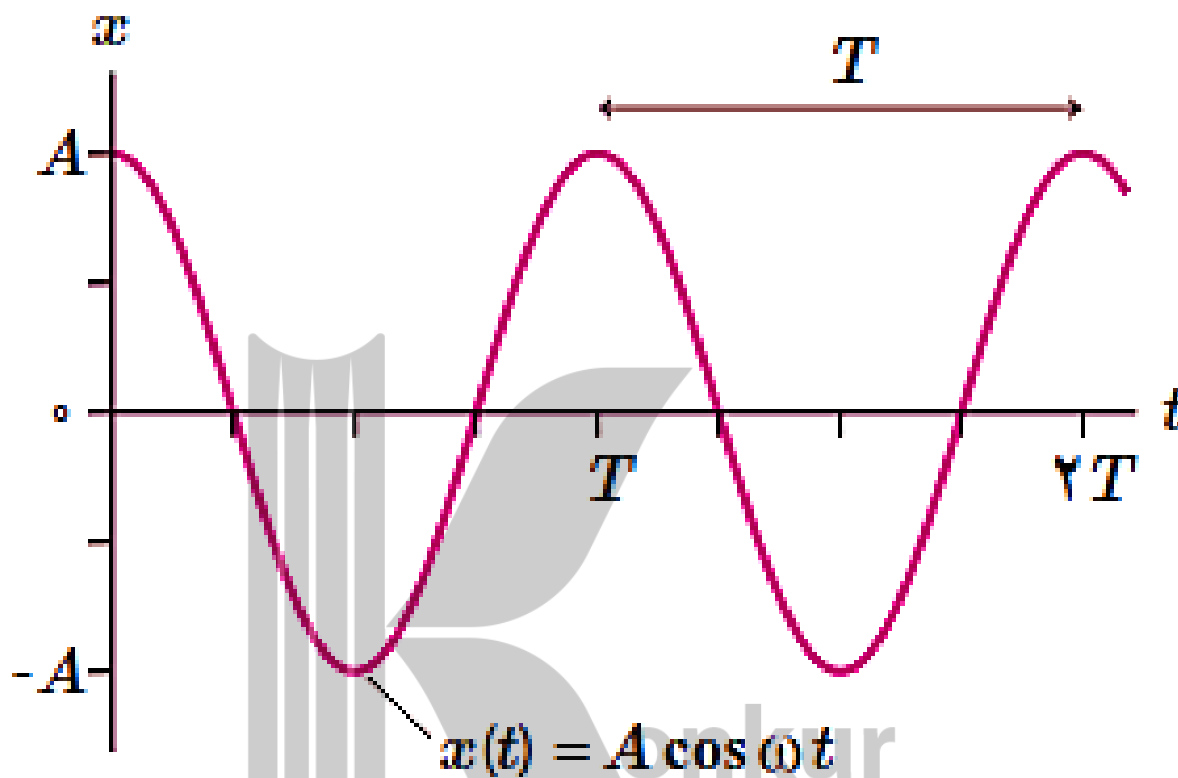


شکل ۱۰-۱

$$F = -kx$$

نمودار حرکت
نوسانی برای
دو دوره
تناوب





وقتی نوسانگر در $x = \pm A$ است، سرعت آن برابر با صفر است. به این نقطه‌ها اصطلاحاً نقطه‌های بازگشت^۲ حرکت می‌گویند. همچنین وقتی $x = 0$ است (یعنی نوسانگر از نقطه تعادل می‌گذرد) اندازه سرعت بیشینه است، یعنی بسته به اینکه جسم در جهت $+x$ یا $-x$ از نقطه تعادل بگذرد،

$v = +v_{max}$ یا $v = -v_{max}$ خواهد بود

رابطه فاز حرکت با دوره تناوب :

θ	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	\dots
t	T	$\frac{T}{2}$	$\frac{T}{3}$	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{6}$	\dots

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \omega t & \text{تغییر فاز} \\ \theta = \omega t & \text{فاز نوسان} \end{cases}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{R}$$

↓

فاز نوسان

استفاده از تبدیلات زمانی و فازی زیر بسیار مهم است:

$$\frac{T}{2} \equiv \pi \quad \frac{T}{3} \equiv \frac{2\pi}{3} \quad \frac{T}{4} \equiv \frac{\pi}{2} \quad \frac{T}{6} \equiv \frac{\pi}{3} \quad \frac{T}{8} \equiv \frac{\pi}{4}$$

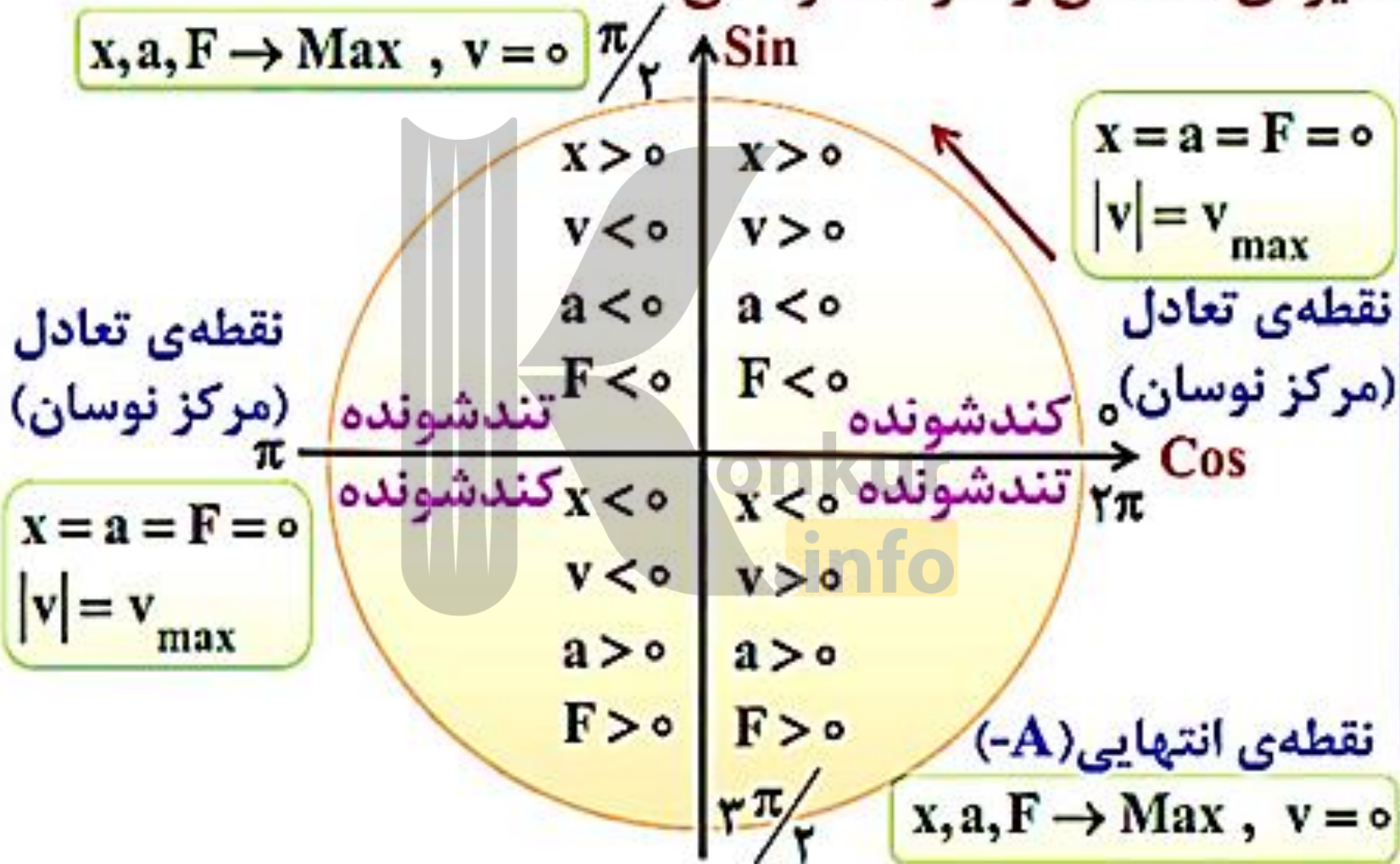
مطالعه آزاد

$$\begin{array}{ccc} \sin & \xrightarrow{-\frac{\pi}{2}} & \cos \\ \cos & \xrightarrow{-\frac{\pi}{2}} & -\sin \\ \cos & \xleftarrow{+\frac{\pi}{2}} & \sin \\ \sin & \xleftarrow{+\frac{\pi}{2}} & -\cos \end{array}$$

مهم چند تبدیل مثلثاتی!

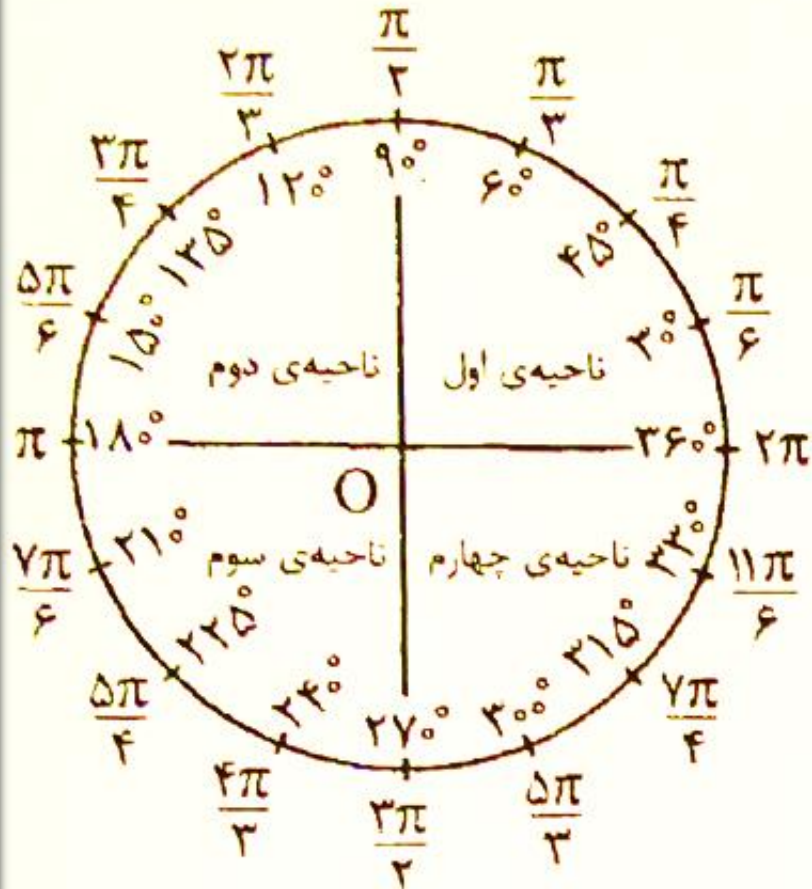
konkur
.info

دایره‌ی مثلثاتی و حرکت نوسانی:



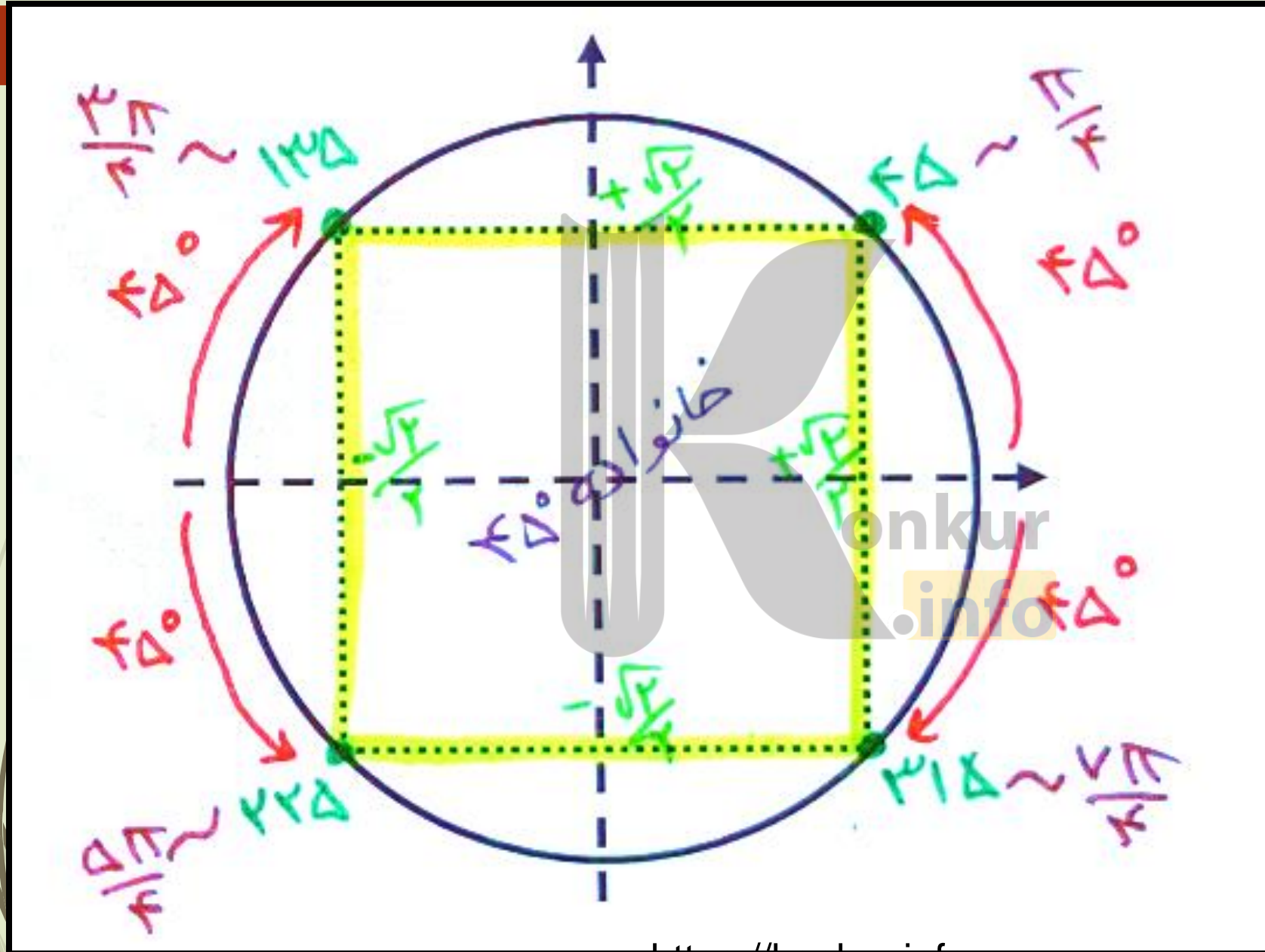
مطالعه آزاد

دایره و نسبت‌های مثلثاتی:

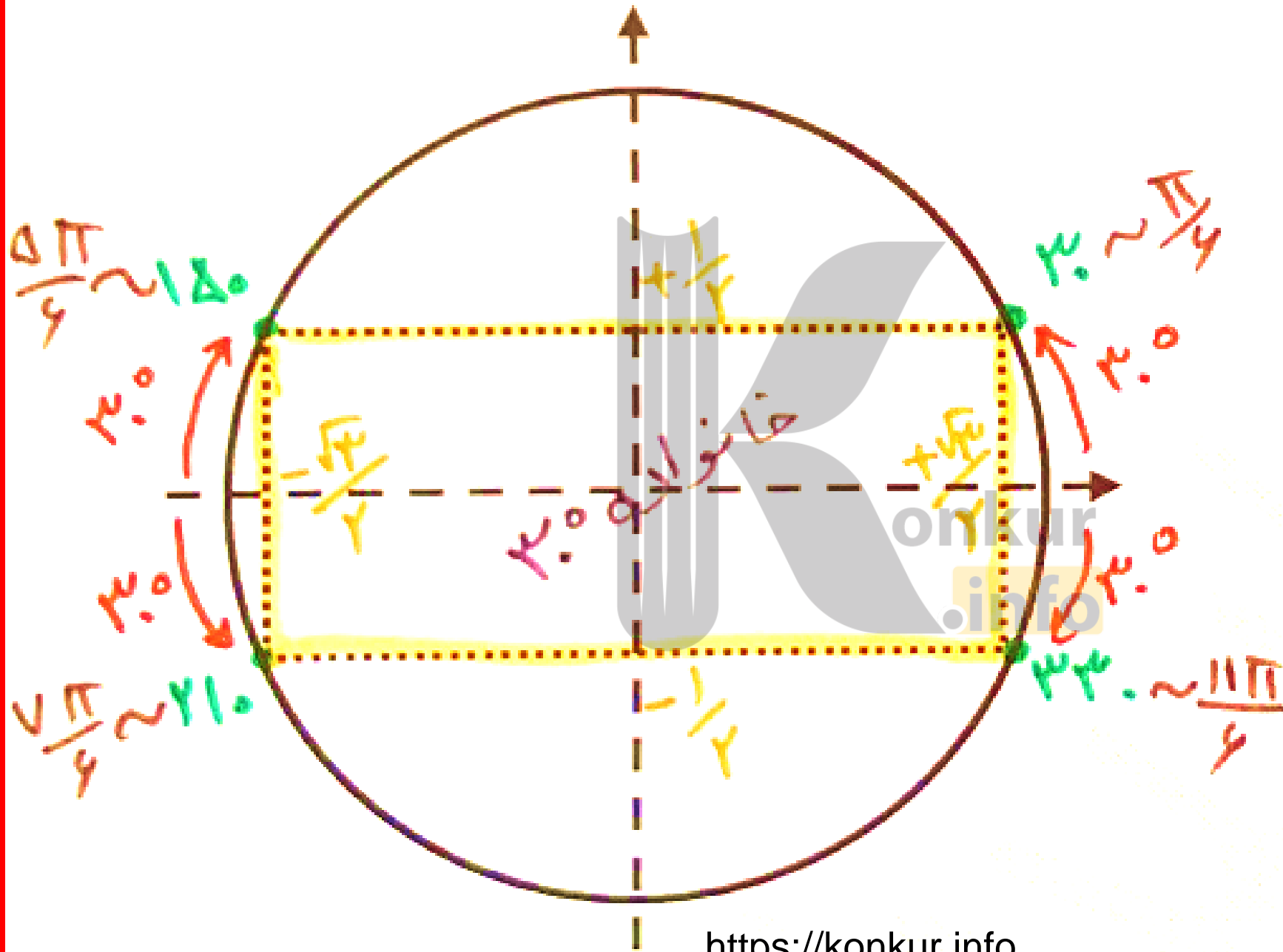


$\cot x$	$\tan x$	$\cos x$	$\sin x$	X بر حسب رادیان	X بر حسب درجه
تعریف نشده	0	1	0	$2\pi, 0$	360 و 0
$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	30
1	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	45
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	60
0	تعریف نشده	0	1	$\frac{\pi}{2}$	90
تعریف نشده	0	-1	0	π	180
0	تعریف نشده	0	-1	$\frac{3\pi}{2}$	270

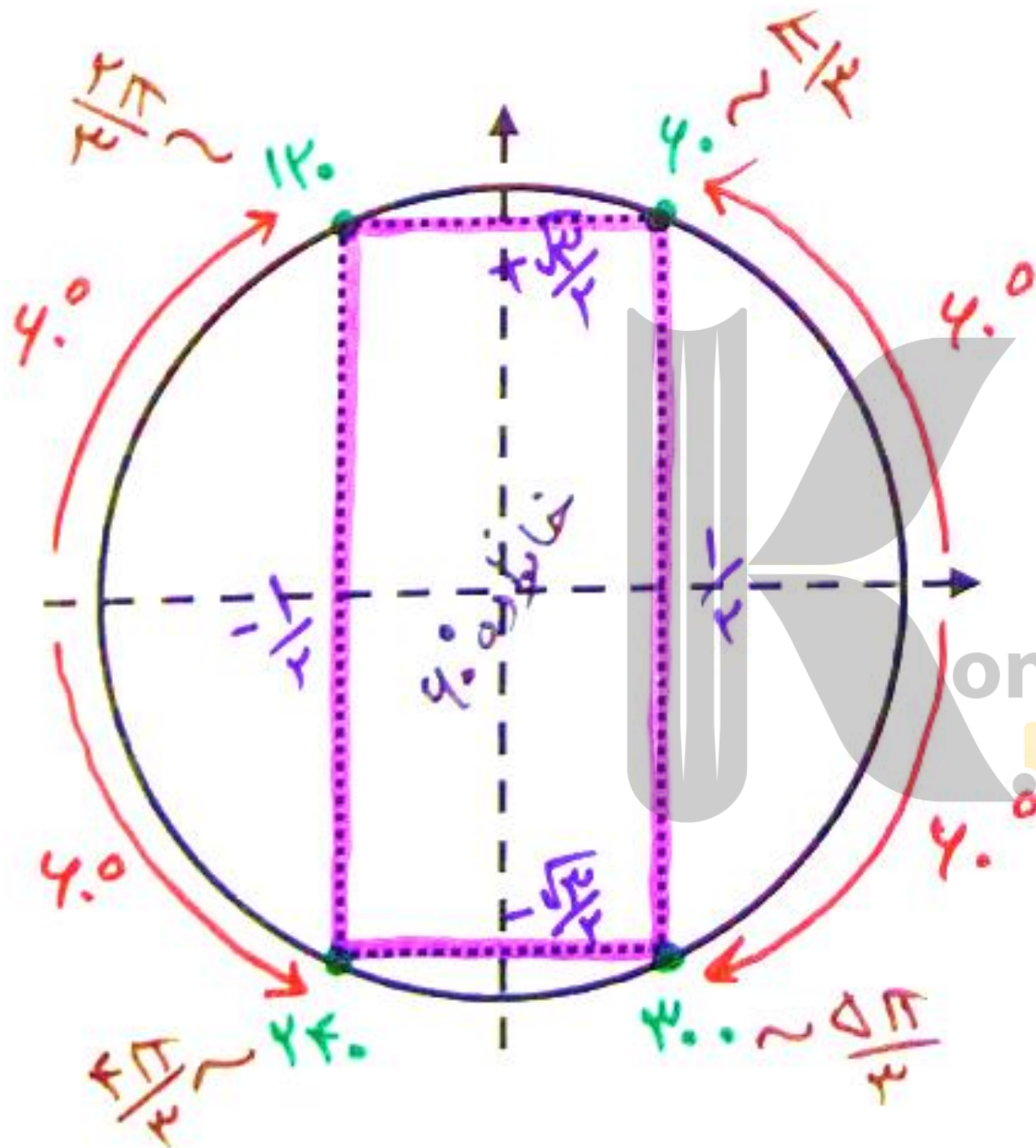
مطالعه آزاد



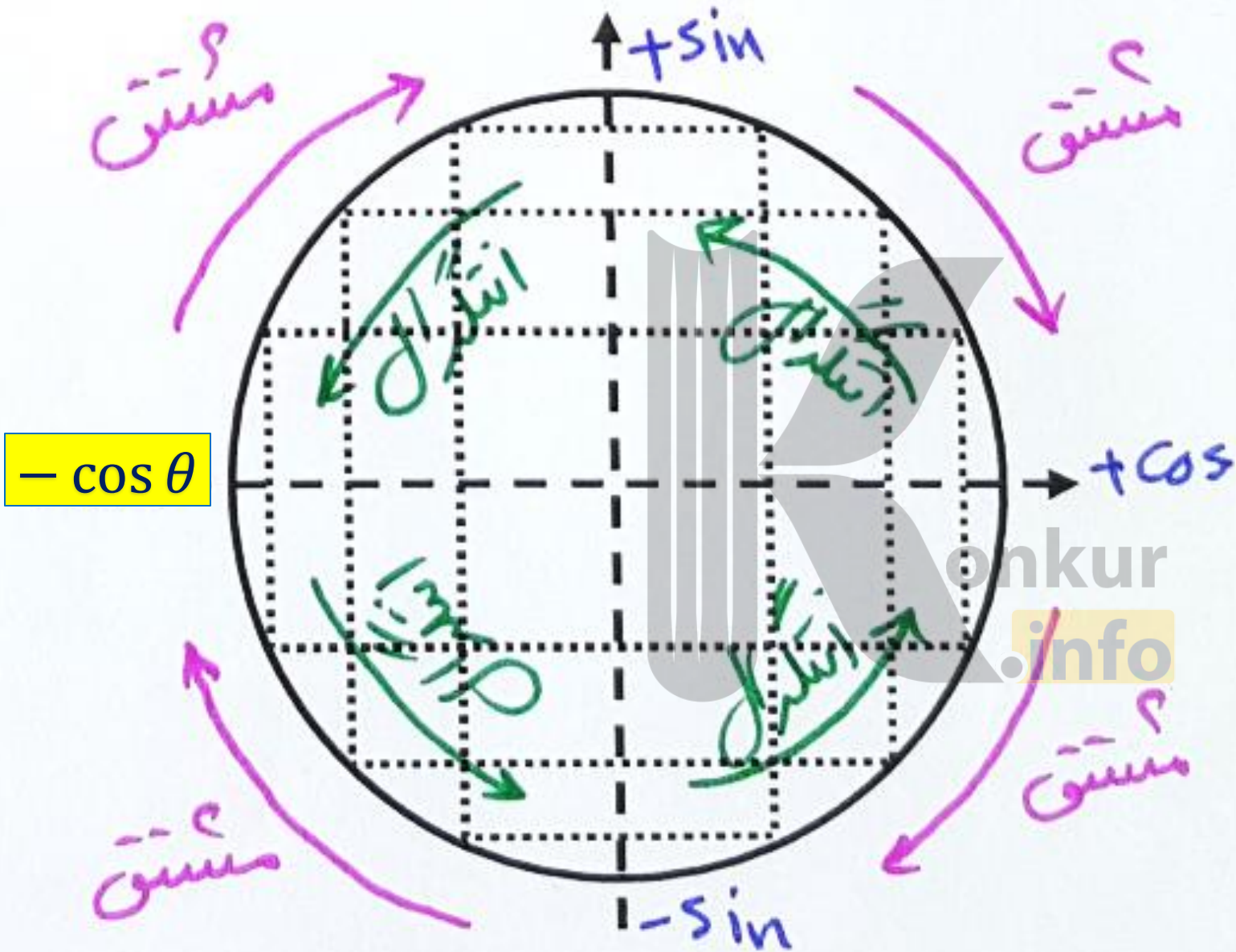
مطالعه آزاد



مطالعه آزاد



مطالعه آزاد



مثال ۳-۱

جرمی متصل به یک فنر با بسامد 20 Hz و دامنه 3 cm به طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می کند. پس از گذشت $10/66 \text{ s}$ از رها شدن جرم از بالای نقطه تعادل، جابه جایی این جرم نسبت به نقطه تعادل چقدر است؟

پاسخ: با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ جابه جایی نسبت به نقطه تعادل جرم - فنر را محاسبه می کنیم:

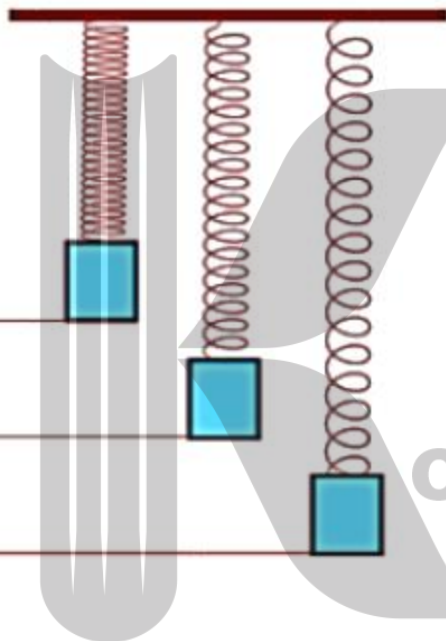
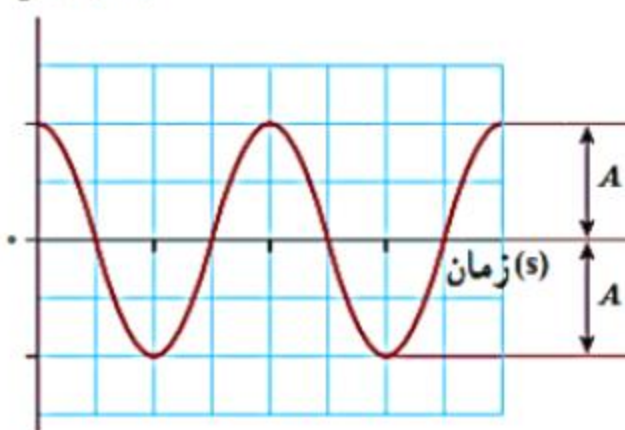
که در آن:

$$A = 0.03 \text{ m}, \omega = 2\pi f = 2\pi (20 \text{ s}^{-1}) = 40\pi \text{ rad/s}, t = 10/66 \text{ s}$$

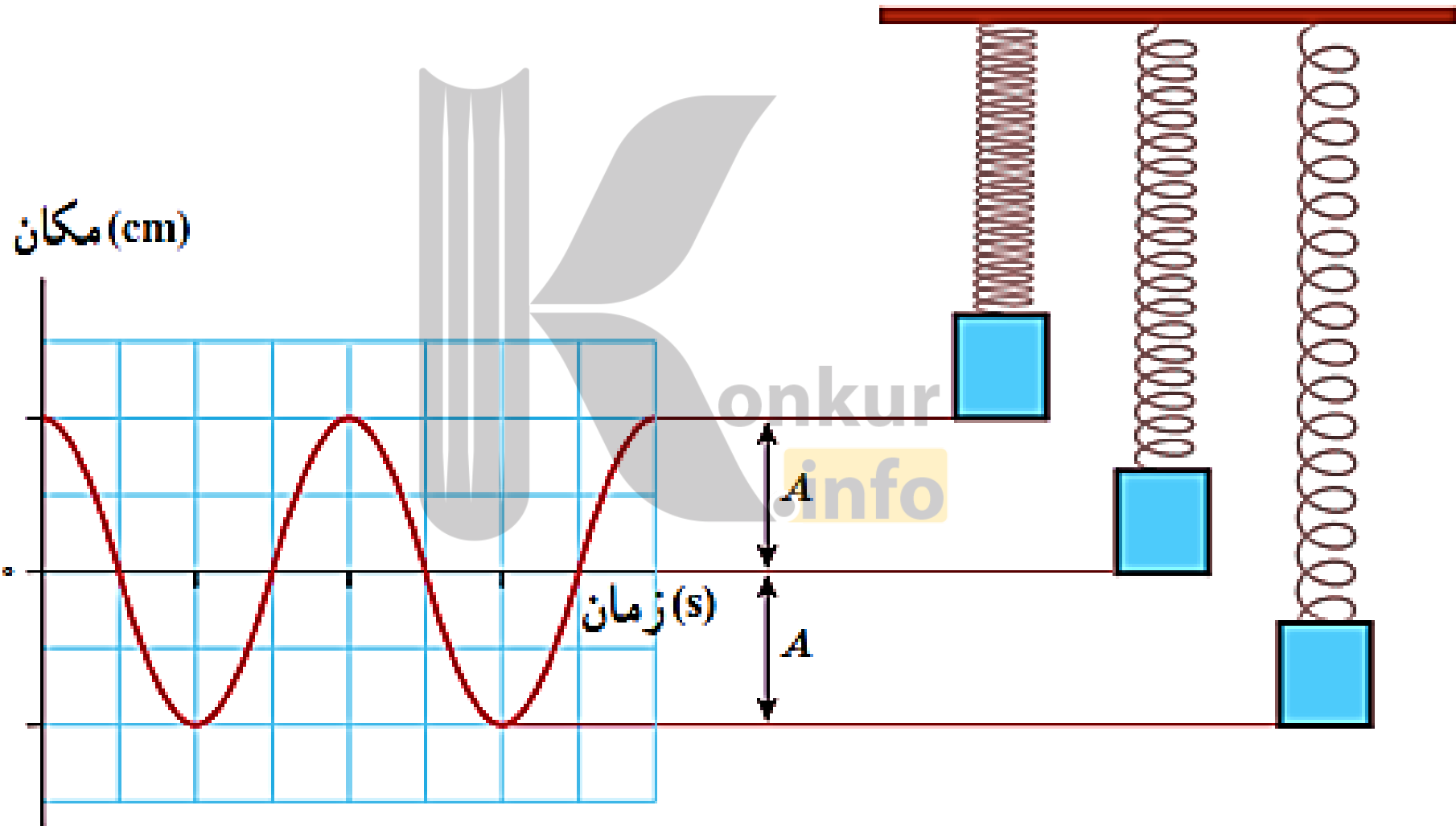
در نتیجه، در یکای SI داریم:

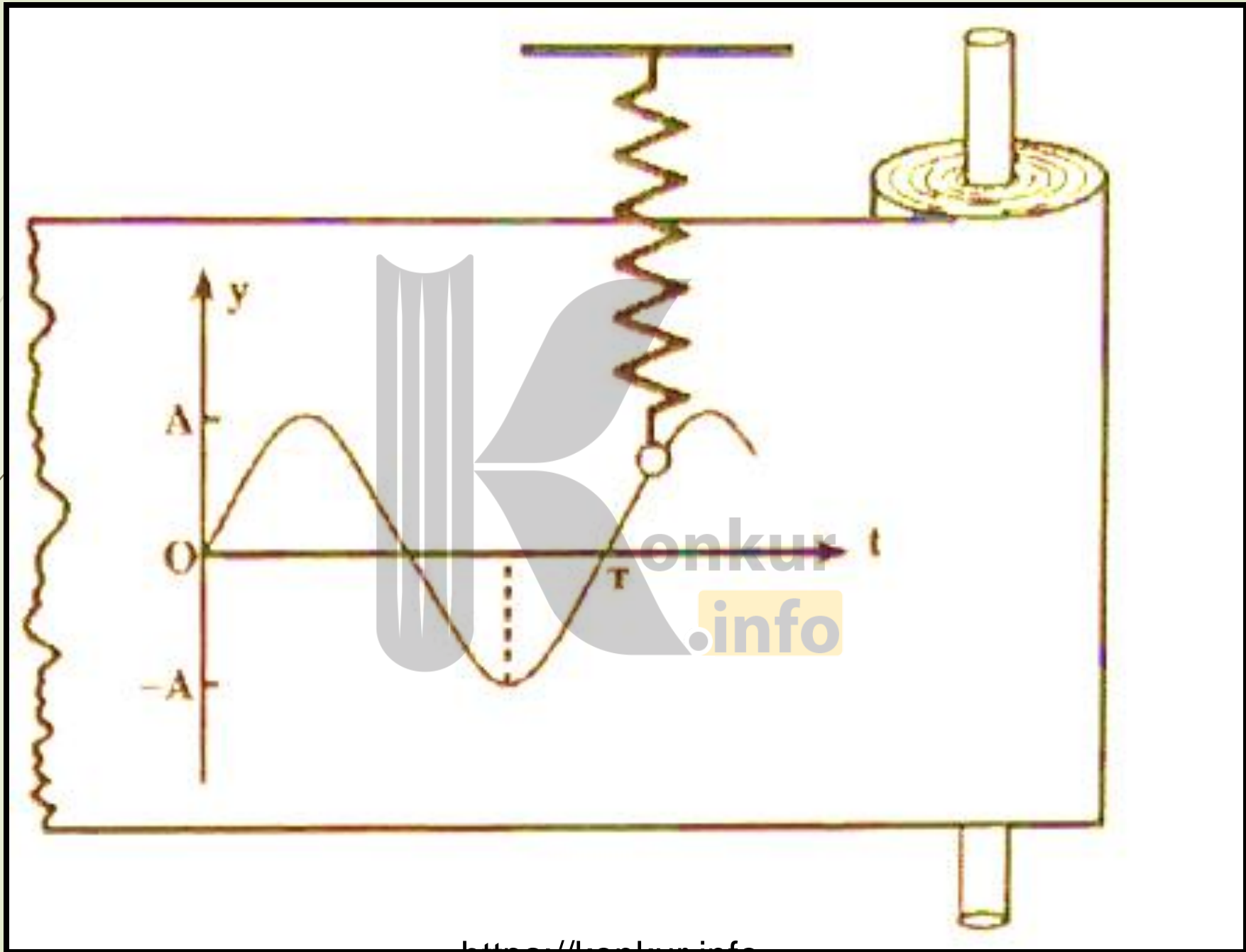
$$x = (0.03 \text{ m}) \cos (40\pi \text{ rad/s} \times 10/66 \text{ s}) = 0.02 \text{ m}$$

مکان (cm)



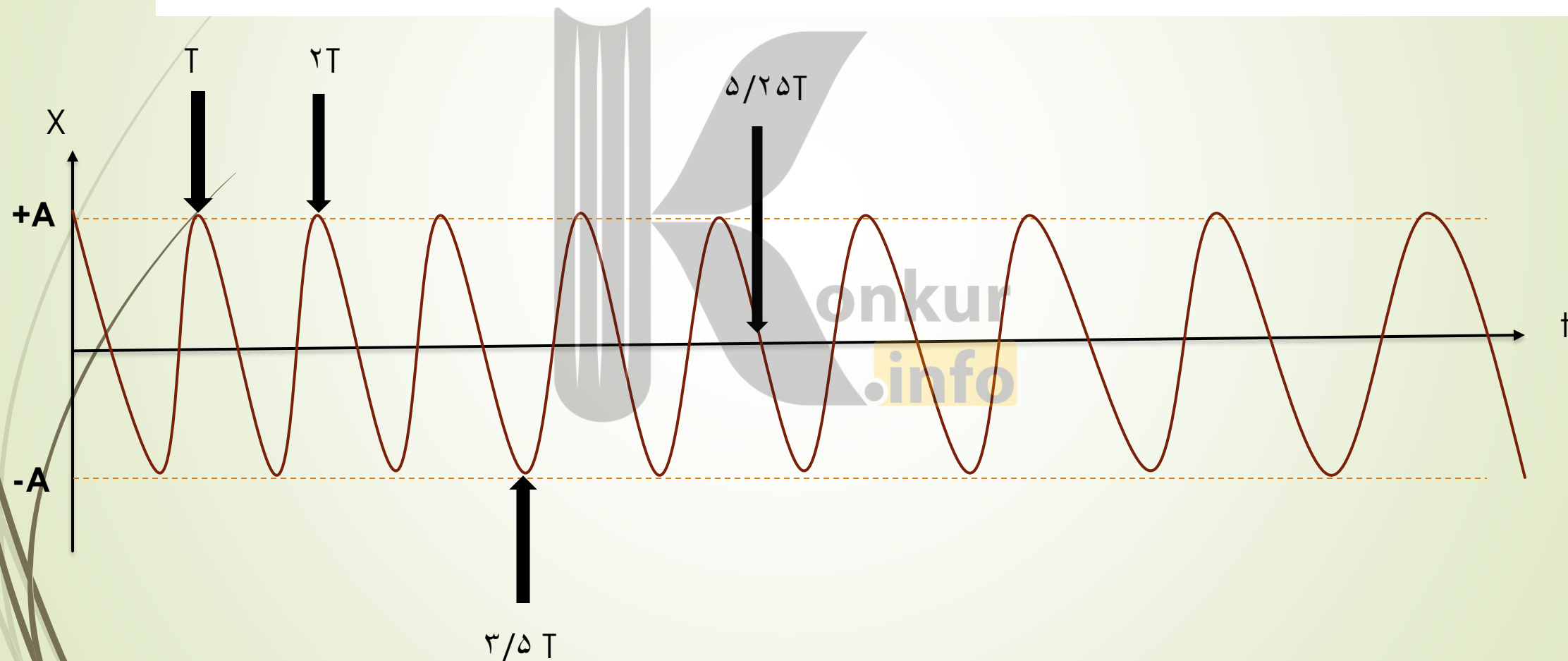
طریقه رسم نمودار مکان زمان حرکت نوسانی :





تمرین ۱-۳

ذره‌ای در حال نوسان هماهنگ ساده با دوره تناوب T است. با فرض اینکه در $t=0$ s ذره در $x=+A$ باشد، تعیین کنید در هر یک از لحظات زیر، آیا ذره در $x=-A$ ، در $x=+A$ ، یا در $x=0$ خواهد بود؟ الف) $t=2/5 T$ ، ب) $t=3/5 T$ ، پ) $t=5/25 T$ (راهنمایی: برای پاسخ به این تمرین، ساده‌تر آن است که چند دوره از یک نمودار کسینوسی را رسم کنید.)



در حرکت هماهنگ ساده، مکان $x(t)$ باید پس از گذشت یک دوره تناوب برابر مقدار اولیه اش شود. یعنی اگر $x(t)$ مکان در زمان دلخواه t باشد، آن گاه نوسانگر باید در زمان $t + T$ دوباره به همان مکان بازگردد و بنابراین $A \cos \omega t = A \cos \omega(t + T)$.
براین اساس نشان دهید $\omega = 2\pi / T$.

$$\cos(\omega t) = \cos(\omega t + 2\pi)$$

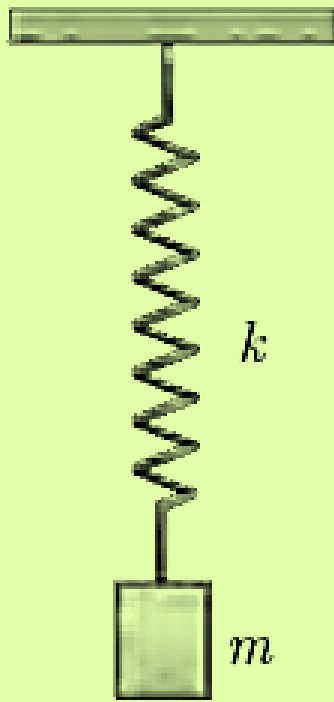
$$\cos(\omega t) = \cos(\omega(t + T))$$

برای اولین نقطه ایی که با نقطه شروع هم مکان است داریم:

از طرفی برای یک دور حرکت مجدداً به نقطه اولیه بر می گردد:

پس بنابر این باید کمان دو عبارت با هم برابر باشند:

$$\omega t + 2\pi = \omega(t + T) = \omega t + \omega T \quad \xrightarrow{\text{نتیجه}} \quad 2\pi = \omega T \quad \xrightarrow{\text{پس}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$



با انتخاب وزنه‌ها و فنرهای مختلف، با جرم‌ها و ثابت فنرهای معلوم و مناسب، در آرایشی مطابق شکل، و با اندازه‌گیری زمان تعداد مشخصی نوسان کامل، و سپس محاسبه دوره تناوب T برای هر سامانه جرم - فنر، به طور تجربی نشان دهید که :

الف) دوره تناوب سامانه جرم - فنر با یک فنر معین ولی وزنه‌های متفاوت، با جذر جرم وزنه به طور مستقیم متناسب است $(T \propto \sqrt{m})$.

ب) دوره تناوب سامانه جرم - فنر با یک وزنه معین ولی فنرهای متفاوت، با جذر ثابت فنر به طور وارون متناسب است $(T \propto 1/\sqrt{k})$.

در حالت الف با ثابت فرض کردن فنر و تعویض جرم می‌توان این نکته را تحقیق کرد و در

قسمت ب با ثابت گرفتن جرم و تعویض فنرها می‌توان پی به این نکته برد

جرم جسم

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ثابت فنر

(دوره تناوب سامانه جرم - فنر)

konkur
info

(بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \frac{\gamma\pi}{T}$$
$$\omega = \gamma\pi f$$

$$T = \gamma\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$, f = \frac{1}{\gamma\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

قطعه‌ای به جرم 680 g به فنری با ثابت فنر $k = 65\text{ N/m}$ بسته شده است. قطعه را به اندازه مشخصی از مکان تعادل خود روی یک سطح افقی بدون اصطکاک می‌کشیم و از حالت سکون رها می‌کنیم. الف) دوره تناوب و ب) بسامد زاویه‌ای نوسان چقدر می‌شود؟

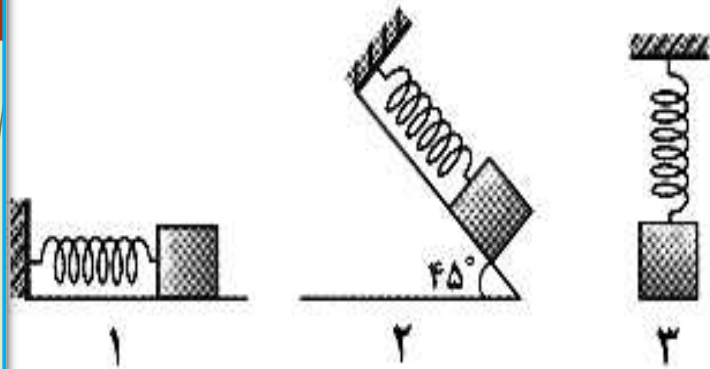
پاسخ: الف) دوره تناوب با استفاده از رابطه ۳-۴ به دست می‌آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.680\text{ kg}}{65\text{ N/m}}} = 0.64\text{ s}$$

ب) بسامد زاویه‌ای از رابطه ۳-۵ به دست می‌آید:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{65\text{ N/m}}{0.680\text{ kg}}} = 9.8\text{ rad/s}$$

اگر در شکل های مقابل از مقاومت هوا و اصطکاک سطح چشم پوشی کنیم، کدام گزینه درست است؟



$$f_3 = f_2 = f_1 \quad (1)$$

$$f_2 < f_1 < f_3 \quad (2)$$

$$f_2 > f_1 > f_3 \quad (3)$$

(4) هر سه گزینه میتواند درست باشد.

ذره ای به جرم 500 گرم روی پاره خطی به طول 10 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر دوره ی نوسان، $\frac{1}{2}$ ثانیه باشد، بیشینه ی نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتون است؟ ($\pi^2 = 10$)

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

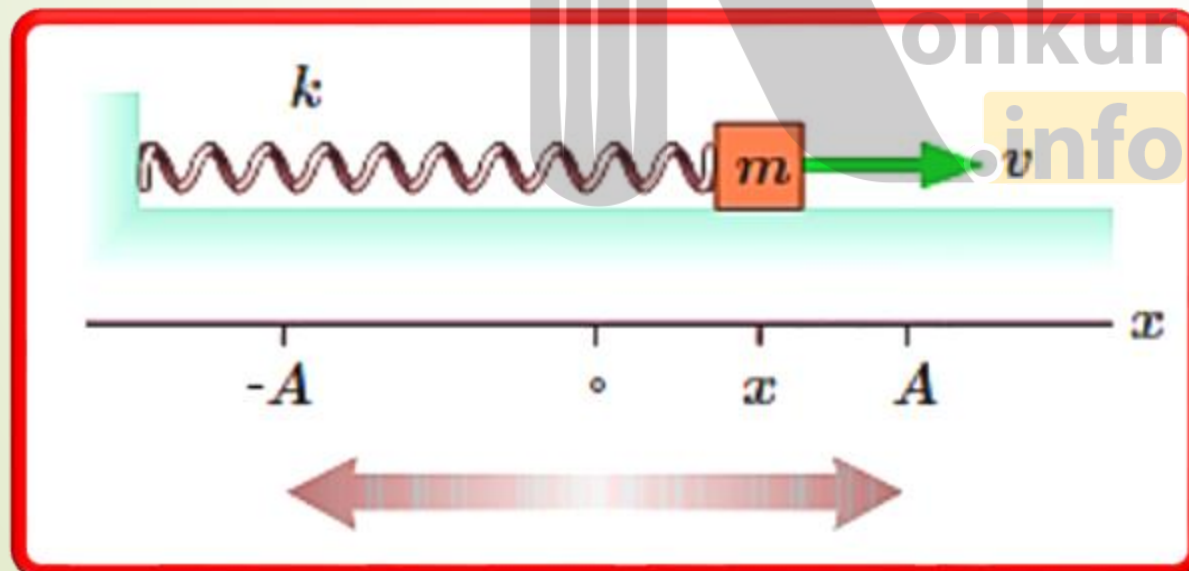
$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

وقتی فنری فشرده یا کشیده می‌شود در سامانه

جرم - فنر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، به طوری که با افزایش جابه‌جایی از نقطه تعادل (جایی که فنر نه فشرده و نه کشیده شده است) این انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. بنابراین انرژی پتانسیل سامانه جرم - فنر در نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) بیشینه و در نقطه تعادل ($x = 0$) برابر صفر است.



انرژی‌ها و نمودارهای آن در حرکت نوسانی:

انرژی مکانیکی

$$E = U + K$$

انرژی پتانسیل فنر : $U = \frac{1}{2} k x^2$

انرژی جنبشی : $K = \frac{1}{2} m v^2$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

→ $K = m \omega^2$

لاگت فنر

$$K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

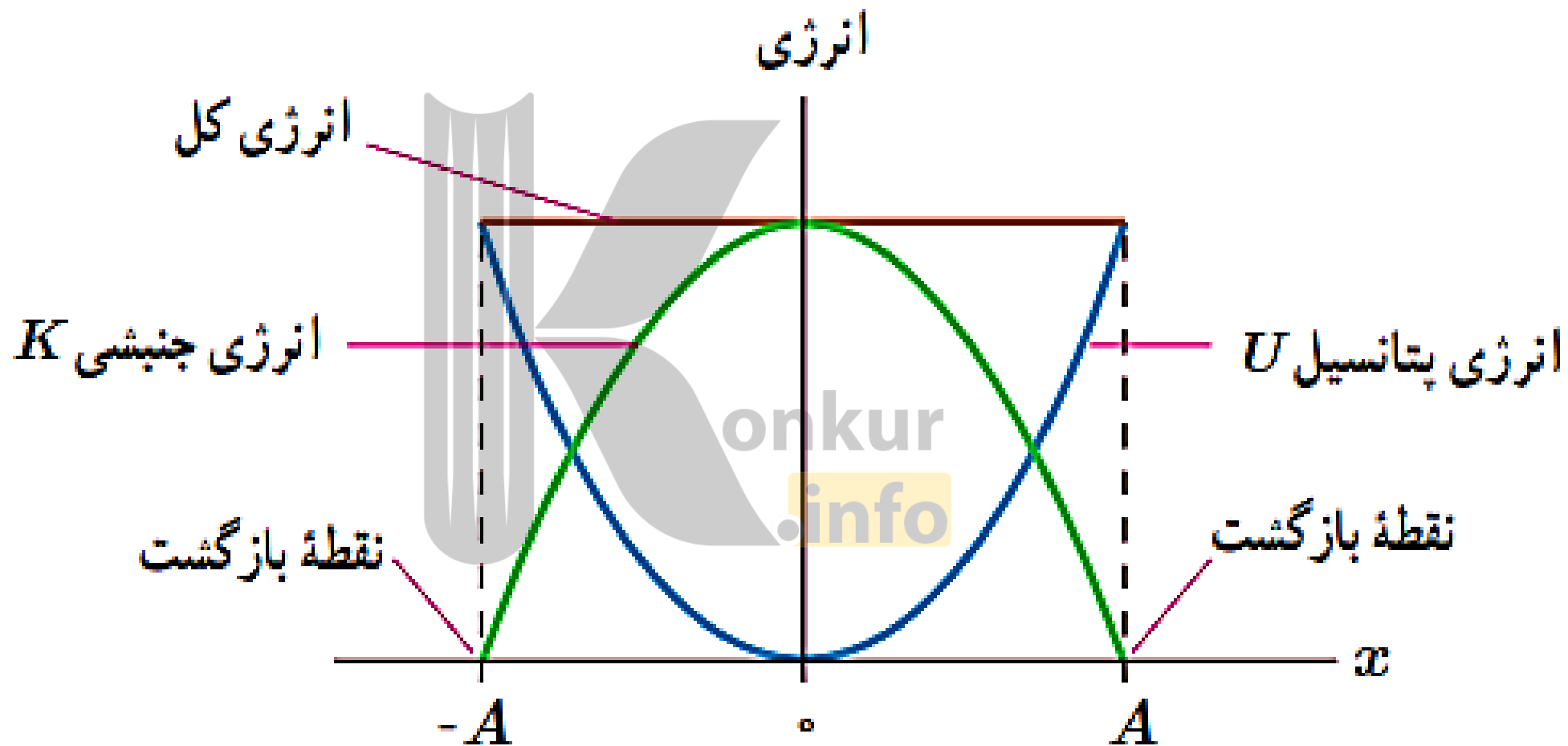
$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جرم - فنر در هر نقطه از مسیر نوسان از رابطه $U = \frac{1}{2} kx^2$ به دست می آید

انرژی جنبشی این سامانه نیز به جرم قطعه متصل به فنر و تندی آن بستگی دارد و برابر با $K = \frac{1}{2} m v^2$ است. با افزایش جابه جایی از نقطه تعادل، تندی کاهش می یابد و انرژی جنبشی سامانه نیز کم می شود، طوری که در نقاط بازگشتی $x = \pm A$ که تندی صفر می شود انرژی جنبشی سامانه به صفر می رسد. بیشینه تندی در نقطه تعادل $x = 0$ رخ می دهد و بنابراین انرژی جنبشی نیز در این نقطه بیشینه می شود.

انرژی مکانیکی این سامانه برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است ($E=K+U$). چون سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی سامانه پایسته می ماند و بنابراین مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل در نقاط بازگشتی، نقطه تعادل، و هر نقطه دلخواه دیگری از مسیر با هم برابر است. به همان اندازه که با افزایش جابه جایی از نقطه تعادل، انرژی پتانسیل افزایش می یابد، انرژی جنبشی کاهش می یابد و بالعکس. شکل ۳-۷ تبدیل انرژی های جنبشی و پتانسیل به یکدیگر و پایستگی انرژی مکانیکی در حرکت هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر را نشان می دهد.

نمودار تبدیل انرژی های نوسانگر به هم (نمودار سه گانه انرژی)



(انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر)

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

k ثابت فنر و A دامنه نوسان

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

اگرچه پایستگی انرژی مکانیکی و تبدیل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به یکدیگر را فقط برای نوسانگر جرم - فنر بررسی کردیم، ولی می‌توان نشان داد در حالت کلی، برای هرگونه نوسانگر هماهنگ ساده دیگری (از جمله آونگ ساده) نیز برقرار است.

انرژی مکانیکی هر نوسانگر هماهنگ ساده‌ای متناسب با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) است.

مثال ۳-۳

الف) نشان دهید تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده برابر است با $A\omega$.

ب) تندی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که با دامنه 1.0 cm و دوره 0.50 s نوسان می‌کند هنگام عبور از نقطه تعادل چقدر است؟

پاسخ: الف) بیشینه تندی در حرکت هماهنگ ساده هنگام عبور نوسانگر از نقطه تعادل رخ می‌دهد، جایی که انرژی پتانسیل صفر است. با استفاده از تعریف انرژی مکانیکی ($E = K + U$) و همچنین رابطه‌های ۳-۷ و ۳-۳ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow v_{\max} = \omega A = 2\pi f A$$

$$v_{\max} = \omega A = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = (0.01 \text{ m})\left(\frac{2\pi}{0.50 \text{ s}}\right) = 0.25 \text{ m/s}$$

ب)

سوال :

نشان دهید شتاب پیشینه حرکت نوسانی از رابطه زیر بدست می آید ؟

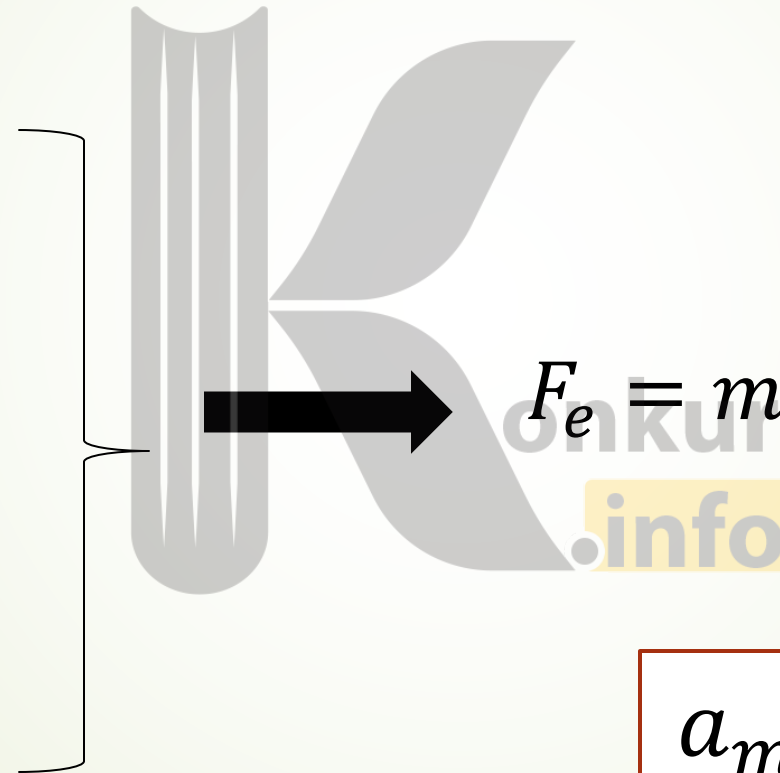
$$a_{max} = A\omega^2$$

$$F_e = kx$$

$$x_{max} = \pm A$$

$$k = m\omega^2$$

$$F = ma$$



$$F_e = ma_{max} = kA = m\omega^2 A$$

$$a_{max} = A\omega^2$$

نکته آموزشی :

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$V_{max} = A\omega$$

$$\frac{a_{max}}{V_{max}} = \omega$$

آونگ ساده : آونگ ساده شامل وزنه کوچکی به جرم m (موسوم به وزنه آونگ) است که از نخي بدون جرم و کش نیامدنی به طول L که سر دیگر آن ثابت شده، آویزان است (شکل ۳-۸). اگر زاویه انحراف آونگ از وضع تعادل کوچک باشد، آونگ حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت و همان تبدیل های انرژی نوسانگر هماهنگ ساده در اینجا نیز رخ می دهد.



شکل ۳-۸ آونگ ساده، شامل وزنه ای کوچک است که از نخي بدون جرم و کش نیامدنی آویزان است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

(دوره تناوب آونگ ساده)

دوره تناوب آونگ ساده فقط به شتاب گرانشی (g) و طول آونگ (L) بستگی دارد

در آونگ، ω, T, f فقط تابع l, g است. بوبه جرم آویخته به آونگ ارتباطی ندارد.

بستگی دوره تناوب آونگ به شتاب گرانشی، روش دقیقی را برای تعیین g به دست می دهد. در این روش با اندازه گیری طول L و دوره تناوب T ، می توان g را به دست آورد. ژئوفیزیک دانی با استفاده از یک آونگ ساده به طول $۰/۱۷۱\text{m}$ که $۷۲/۰$ نوسان کامل را در $۶۰/۰\text{s}$ انجام می دهد، شتاب g زمین را در مکانی خاص تعیین می کند. وی مقدار g را در این مکان چقدر به دست می آورد؟

پاسخ: رابطه دوره تناوب آونگ ساده را برای g حل می کنیم:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسانها}} = \frac{۶۰/۰\text{s}}{۷۲/۰} = ۰/۸۳۳\text{s}$$

که در آن T دوره تناوب این آونگ است:

در نتیجه g چنین به دست می آید:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 (۰/۱۷۱\text{m})}{(۰/۸۳۳\text{s})^2} = ۹/۷۳\text{m/s}^2$$

اگر جرم گلوله و طول نخ اونگ ساده هر کدام ۲ برابر شود، دوره‌ی اونگ چند برابر می‌شود؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۳)$$

طول اونگ A چهار برابر طول اونگ B و جرم گلوله‌ای A نه برابر جرم گلوله‌ی B است. در مدتی که A تعداد ۱۵+ نوسان انجام می‌دهد، اونگ B چند نوسان انجام می‌دهد؟

$$۲۵ \quad (۲)$$

$$۷۵ \quad (۱)$$

$$۳۰۰ \quad (۴)$$

$$۱۰۰ \quad (۳)$$

شرط دوام و بقای حرکت های نوسانی دو عامل است :

الف- تبدیل مداوم انرژی های جنبشی و پتانسیل به هم

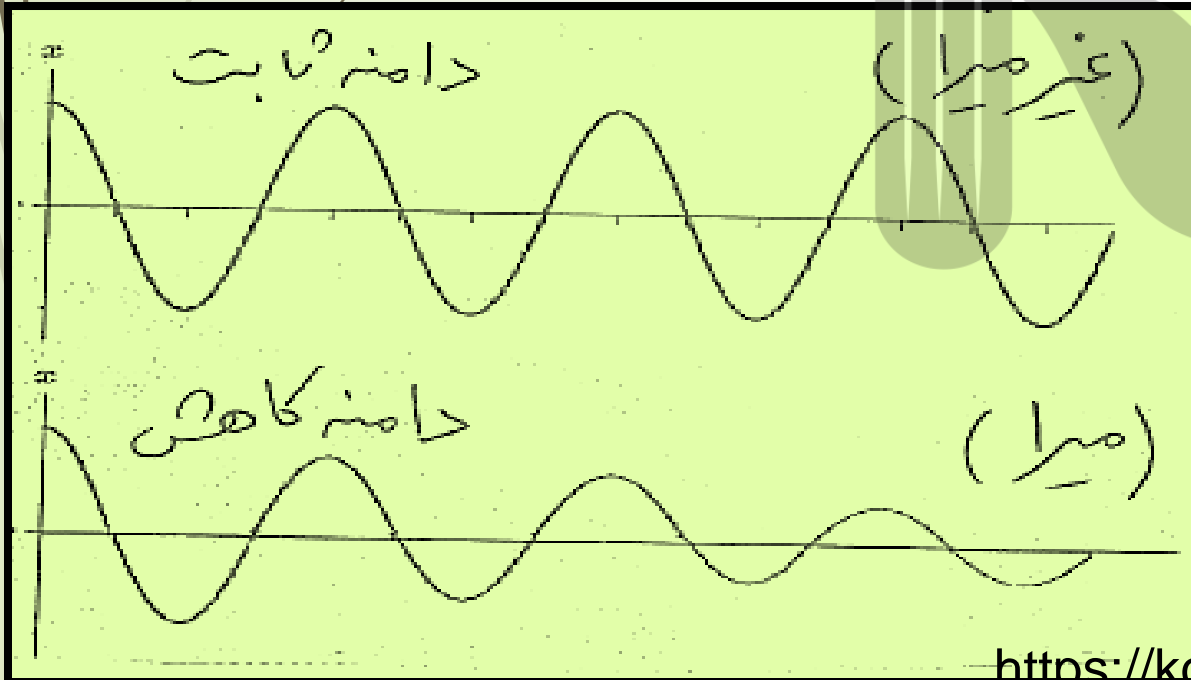
ب- وجود نیروی خارجی برای تامین نیروی نوسان سازی



انواع نوسان :

الف - نوسانات میرا : نوساناتی که به دلیل نیروی مقاومت هوا و اصطکاک دامنه نوسان رفته رفته کم شده تا بایستند

ب- نوسانات غیر میرا : نوساناتی که به دلیل نبود نیروی مقاومت هوا یا اصطکاک دامنه نوسان تغییر نکند (عملاً این گونه نوسانات وجود خارجی ندارند مگر با اعمال نیروی خارجی)



بسامد طبیعی :

وقتی نوسانگری بدون وجود نیروی خارجی به طور طبیعی نوسان کند را می گویند

بسامد واداشته :

وقتی به نوسانگری نیروی خارجی اعمال شود ، بسامد جدیدی پیدا می کند که به آن بسامد واداشته می گویند

نوسان آزاد:

نوساناتی که نیروی خارجی به آن وارد نشود چه نیروی مقاوم داشته باشیم و چه نداشته باشیم. مثل نوسان وزنه و فنر روی سطوح صیقلی و تاب خوردن

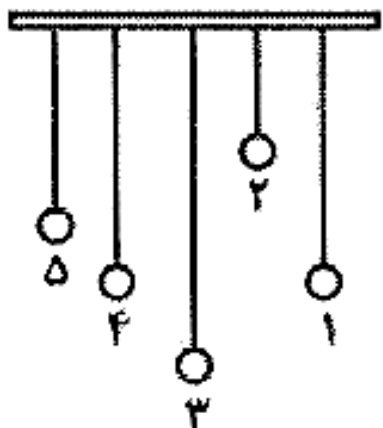
نکته : بسامد نوسان آزاد همان بسامد طبیعی است

نوسانگر (مثلاً جرم - فنر یا آونگ ساده) با انحراف از وضع تعادل با بسامدی معین شروع به نوسان می‌کند. به بسامد این نوسان‌ها بسامد طبیعی گفته می‌شود. مطابق این تعریف، بسامد طبیعی سامانهٔ جرم - فنر $f_0 = \sqrt{k/m}/2\pi$ و بسامد طبیعی آونگ ساده $f_0 = \sqrt{g/L}/2\pi$ است. اما این نوسانگرها می‌توانند با اعمال یک نیروی خارجی، با بسامدهای دیگری نیز به نوسان درآیند. به چنین نوسانی، نوسان واداشته گفته می‌شود و بسامد این نوسان را با f_d نمایش می‌دهند

نوسان تاب بی آنکه در ادامه حرکت هُل داده شود مثالی از یک نوسان آزاد است، به طوری که نوسان‌های تاب، میرا و سرانجام متوقف می‌شود. ولی وقتی شخصی تاب را هُل می‌دهد، او انرژی تلف شده بر اثر اصطکاک و مقاومت هوا را جبران می‌کند و مانع از میراشدن نوسان تاب می‌شود.

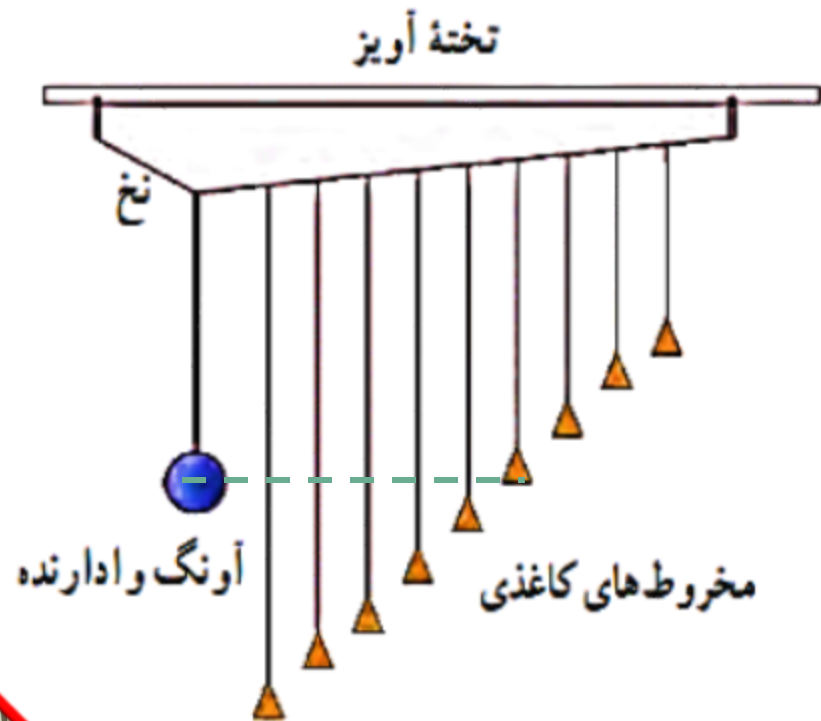
تشدید

اگر دامنه نوسان‌های تاب بزرگ‌تر و بزرگ‌تر شود حاکی از آن است که بسامد نوسان‌های واداشته با بسامد طبیعی تاب برابر شده است. در چنین وضعیتی ($f_d = f_0$) اصطلاحاً گفته می‌شود که برای نوسانگر **تشدید** (رزونانس) رخ داده است. اگر تاب را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی آن هُل دهیم، دامنه نوسان کوچک‌تر از حالتی خواهد شد که آن را با بسامد طبیعی اش هُل می‌دهیم.



در شکل مقابل، به میله‌ی افقی، آونگ‌های ساده با جرم‌های یکسان و طول‌های متفاوت آویخته‌ایم، به‌طوری که طول آونگ‌های ۱ و ۴ با هم مساوی‌اند. با به نوسان در آوردن آونگ ۱، چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) فقط آونگ ۴ در اثر پدیده‌ی تشدید نوسان می‌کند.
- (۲) همه‌ی آونگ‌ها شروع به نوسان می‌کنند و دوره‌ی نوسان آن‌ها با هم برابر است.
- (۳) آونگ ۴ ساکن می‌ماند و بقیه‌ی آونگ‌ها شروع به نوسان می‌کنند.
- (۴) به همه‌ی آونگ‌ها انرژی منتقل می‌شود، ولی بیش‌ترین انرژی در حالت تشدید به آونگ ۴ منتقل می‌شود.



آونگ‌های بارتون^۲: یک آونگ با وزنه سنگین و تعدادی آونگ سبک با طول‌های متفاوت را مطابق شکل سوار کنید. آونگ‌ها روی نخ‌ی سوار شده‌اند که هر دو انتهای آن توسط گیره‌هایی به تخته آویز متصل شده است. به آونگ سنگین اصطلاحاً آونگ وادارنده^۲ گفته می‌شود، زیرا به نوسان درآوردن این آونگ در صفحه عمود بر صفحه شکل، موجب تاب خوردن نخ آویز و در نتیجه به نوسان و داشتن سایر آونگ‌ها می‌شود. آونگ وادارنده را به نوسان درآورید و آنچه را مشاهده می‌کنید توضیح دهید.

با توجه به رابطه دوره آونگ با طول نخ، همه آونگ‌ها شروع به نوسان می‌کنند اما نوسان آنها دوام نداشته و بسته به اینکه تفاوت طول نخ‌ها با آونگ اصلی چقدر است زمان توقف آنها متفاوت است و فقط آونگی که با آونگ وادارنده هم طول است هم فرکانس بوده و پدیده تشدید رخ می‌دهد.

طول تعدادی آونگ ساده که از میله‌ای افقی آویزان‌اند، عبارت‌اند از، $۰/۴\text{m}$ ، $۰/۸\text{m}$ ، $۱/۲\text{m}$ ، $۲/۸\text{m}$ ، $۳/۵\text{m}$. فرض کنید میله دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستره $۲/^\circ\text{rad/s}$ تا $۴/^\circ\text{rad/s}$ بشود. کدام آونگ‌ها با دامنه بزرگ‌تری به نوسان در می‌آیند؟ (توجه کنید گرچه تشدید در بسامد مشخصی رخ می‌دهد، اما دامنه نوسان در نزدیک این بسامد همچنان بزرگ است).

$$\omega = 2\pi f \longrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$2 < \omega < 4$$

$$0/31 < f < 0/62$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \longrightarrow f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{L}}$$

L طول آونگ	۰/۴	۰/۸	۱/۲	۲/۸	۳/۵
f_0 بسامد طبیعی	۰/۷۹	۰/۵۵	۰/۴۵	۰/۲۹	۰/۲۶
ونگ	A	B	C	D	E

B, C, D بر اساس جدول در سه آونگ تشدید رخ می‌دهد

در پی زمین لرزه عظیمی (به بزرگی ۸/۱ در مقیاس ریشتر) که در ساحل غربی مکزیک در سال ۱۹۸۵ اتفاق افتاد ساختمان‌های نیمه بلند فرو ریختند، ولی ساختمان‌های کوتاه‌تر و بلندتر پابرجا ماندند. علت این پدیده را توضیح دهید.



(ب)



(الف)

الف) ساختمان‌های کوتاه و ب) ساختمان‌های بلند، در زمین لرزه مکزیکوسیتی بر جای ماندند.

پاسخ :

چون فرکانس زمین لرزه با فرکانس ساختمان‌های نیمه بلند نزدیک و احتمالاً برابر بوده است، بر اثر پدیده تشدید این ساختمان‌ها فرو ریختند اما ساختمان‌های باقیمانده فرکانشان با فرکانس زلزله نزدیک نبوده است

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>