بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info

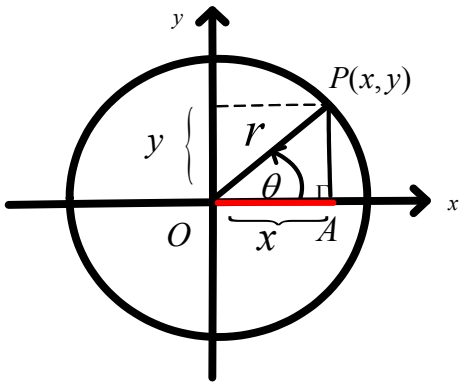
فصل چهارم

مثلثات

Konkur.info

نسبت های مثلثاتی یک زاویه :

اگر $P(x,y)$ یک نقطه روی دایره ای به شعاع r باشد . درمثلث قائم الزاویه OAP داریم :



$$x^2 + y^2 = r^2$$

یا

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$Sin\theta = \frac{AP}{OP} \Rightarrow \boxed{Sin\theta = \frac{y}{r}}$$

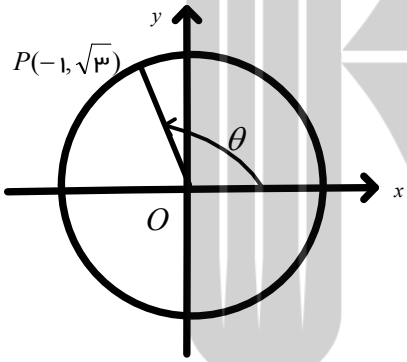
$$Cos\theta = \frac{OA}{OP} \Rightarrow \boxed{Cos\theta = \frac{x}{r}}$$

$$\tan\theta = \frac{AP}{OA} \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0)}$$

$$Cot\theta = \frac{OA}{AP} \Rightarrow \boxed{Cot\theta = \frac{x}{y} \quad (y \neq 0)}$$

مثال۱ :

درشکل زیر نسبت های مثلثاتی زاویه θ را حساب کنید .



رابطه بین نسبت های مثلثاتی :

در روابط بالا داشتیم $Sin\theta = \frac{y}{r}$ و $Cos\theta = \frac{x}{r}$. بنابراین :

$$\left.\begin{array}{l} Sin\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = rSin\theta \\ Cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = rCos\theta \end{array}\right\} \xrightarrow{y^2+x^2=r^2} (rSin\theta)^2 + (rCos\theta)^2 = r^2 \xrightarrow{\div r^2 \neq 0} \boxed{Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1}$$

که از این تساوی می توان نتیجه گرفت

$$\boxed{\begin{array}{l} Sin^2\theta = 1 - Cos^2\theta \\ Cos^2\theta = 1 - Sin^2\theta \end{array}}$$

https://konkur.info

همچنین :

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{rSin\theta}{rCos\theta} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$$

$$Cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{rCos\theta}{rSin\theta} \quad \Rightarrow \quad Cot\theta = \frac{Cos\theta}{Sin\theta}$$

مثال۲ :

درستی تساوی های زیر را بررسی کنید .

الف) $Cos^{۴}\theta - Sin^{۴}\theta = ۲Cos^{۲}\theta - ۱$

ب) $۱ + \tan^{۲}\theta = \frac{۱}{Cos^{۲}\theta}$

ب) $\tan\theta + Cot\theta = \frac{۱}{۲Sin\theta Cos\theta}$

نسبت های مثلثاتی زاویه های خاص :

مقدار θ	۰°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۸۰°	۳۶۰°
$Sin\theta$	صفر	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱	صفر	صفر
$Cos\theta$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	صفر	-۱	۱
$\tan\theta$	صفر	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	تعریف نشده	صفر	صفر
$Cot\theta$	تعریف نشده	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	صفر	تعریف نشده	تعریف نشده

https://konkur.info

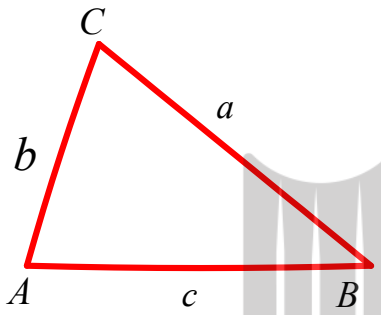
مثال۳ :

حاصل عبارت زیر را بنویسید .

$$A = Sin۳۰^\circ Cos۶۰^\circ + ۲\sqrt{۶}Sin۶۰^\circ + \tan^۲ ۶۰^\circ =$$

محاسبه مساحت مثلث :

مساحت مثلث ABC شکل زیر را می توان از روابط زیر محاسبه کرد :



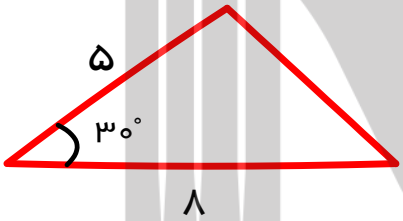
$$S = \frac{۱}{۲} AB.ACSin\hat{A} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{۱}{۲} bcSin\hat{A}$$

$$= \frac{۱}{۲} acSin\hat{B}$$

$$= \frac{۱}{۲} abSin\hat{C}$$

مثال۴ :

در شکل ، مساحت مثلث را حساب کنید .



رابطه شیب خط و تانژانت زاویه :

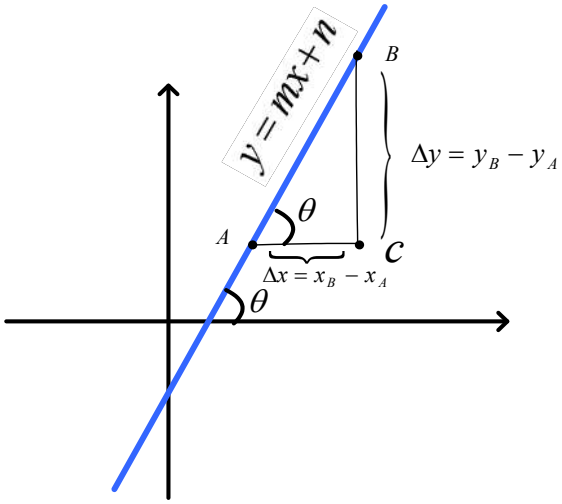
شیب خط را به شکل زیر تعریف می کنند :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه ABC ، داشتیم :

$$\tan\theta = \frac{BC}{AC} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

بنابراین : $m = \tan\theta$



https://konkur.info

مثال۵ :

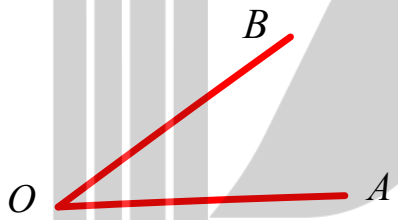
معادله خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور طول ها زاویه ۶۰° می سازد و از نقطه ی $A(۰,۲)$ می گذرد .

زاویه مثلثاتی :

در شکل زیر

اگر نیم خط OA حول نقطه O دوران کند و بر نیم خط OB منطبق شود یک زاویه مثلثاتی به وجود می آید .

نیم خط OA ضلع ابتدا و OB ضلع انتهای زاویه است .



زاویه مثبت :

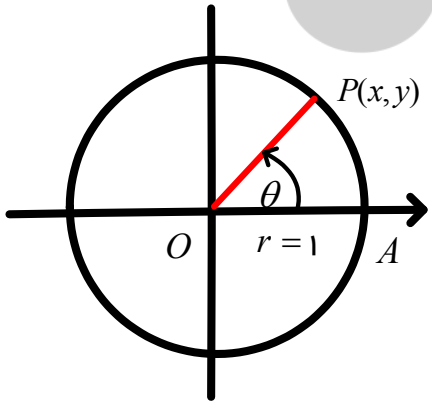
اگر جهت دوران (افزایش) زاویه AOB در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت (پادساعتگرد) باشد آن را با علامت مثبت درنظر می گیریم.

زاویه منفی :

اگر جهت دوران (افزایش) زاویه AOB موافق جهت حرکت عقربه های ساعت باشد آن را با علامت منفی درنظر می گیریم.

دایره مثلثاتی :

دایره ای به شعا ع واحد(یک) که مرکز آن بر مبدأ مختصات منطبق بودهو دارای جهت می باشد که جهت آن برخلاف حرکت عقربه های ساعت (پادساعتگرد) است .



توجه :

برای نمایش زاویه روی این دایره (در موقعیت استاندارد) پاره خط OA به عنوان ضلع ابتدایی در نظر گرفته می شود .

https://konkur.info

مثال ۶ :

زاویه های زیر را در موقعیت استاندارد نمایش دهید .

الف) $\alpha = ۴۵^\circ$ ب) $\beta = -۲۱۰^\circ$

واحد های اندازه گیری زاویه :

درجه :

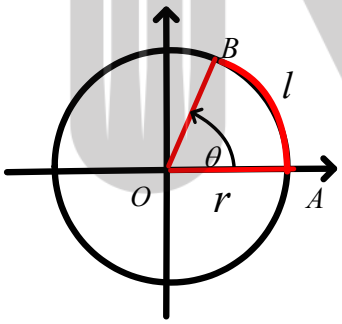
اگر محیط دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم زاویه مرکزی روبروی هر قسمت یک درجه است .

بنابراین یک دایره ۳۶۰° است . درجه دارای اجزای کوچکتری مانند دقیقه و ثانیه است .

رادیان :

اگر در یک دایره ، طول کمان روبروی زاویه مرکزی با طول شعاع دایره برابر باشد آن زاویه مرکزی یک رادیان است .

از نماد $\underline{rad}$ $(Radians)$ برای نمایش رادیان استفاده می شود .



در شکل :

اگر طول کمان AB برابر با طول شعاع OA باشد یعنی $l = r$ اندازه زاویه θ یک رادیان است .

رابطه بین درجه و رادیان :

گفتیم که یک دایره برابر ۳۶۰° است . از طرفی محیط دایره به شعاع $r = ۱$ برابر با ۲π می باشد .

محیط دایره $\Rightarrow$ ۲π $\quad$ ۳۶۰°

$R \qquad D$

بنابراین : $\frac{R}{۲\pi} = \frac{D}{۳۶۰^\circ}$ که پس از ساده کردن داریم : $\boxed{\frac{R}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰^\circ}}$

https://konkur.info

مثال۷ :

زاویه های زیر بر حسب درجه هستند آن هارا برحسب رادیان بنویسید .

الف) $\alpha_{۱} = ۳۰^{\circ}$

ب) $\alpha_{۲} = ۲۱۰^{\circ}$

ج) $\alpha_{۳} = -۹۰^{\circ}$

د) $\alpha_{۴} = ۳۰۰^{\circ}$

مثال۸ :

هریک از زاویه های زیر که برحسب رادیان هستد را برحسب درجه بنویسید .

الف) $\frac{۷\pi}{۶} rad$

ب) $\frac{-۵\pi}{۳} rad$

ج) $۱ rad$

د) $\frac{۲\pi}{۵} rad$

هـ) $-۳rad$

و) πrad

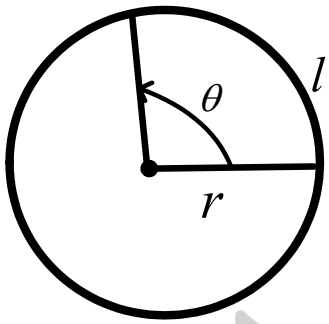
Konkur.info

محاسبه طول کمان :

می خواهیم در دایره ای به شعاع r ، طول کمان روبه رو زاویه مرکزی θ رادیان را به دست آوریم .

اگر زاویه مرکزی ۲π رادیان باشد . کمان روبه روی آن برابر با محیط کل دایره یعنی $۲\pi r$ است .

حالا اگر زاویه مرکزی θ رادیان باشد .طول کمان روبه روی آن یعنی l از رابطه زیر حساب می شود :



$$\frac{\theta}{۲\pi}=\frac{l}{۲\pi r} \Rightarrow \boxed{l=r\theta}$$

یا

$$\boxed{\theta_{rad}=\frac{l}{r}}$$

مثال۹ :

در دایره ای به شعاع $۱۲cm$ ، طول کمان روبه روی زاویه مرکزی ۱۵۰° چند سانتیمتر است ؟

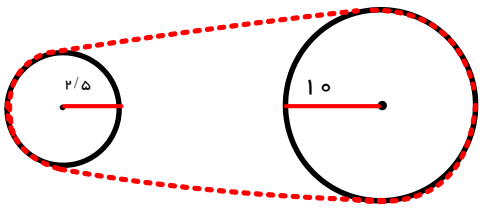
مثال۱۰ :

در دایره ای به شعاع $۴cm$ زاویه روبروی کمانی به طول $۶cm$ چند رادیان است ؟

مثال۱۱ :

در شکل مقابل یک تسمه ، دو قرقره به شعاع های $۱۰cm$ و $۲/۵cm$ را به هم وصل کرده است .وقتی قرقره بزرگ تر $\frac{\pi}{۲}$ رادیان می چرخد .

قرقره کوچکتر چند رادیان می چرخد ؟

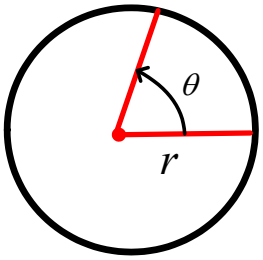


https://konkur.info

قطاع :

بخشی از سطح دایره که بین دو شعاع آن قرار دارد ، قطاع گفته می شود .

هر قطاع یک زاویه مرکزی دارد .



مساحت قطاع :

در دایره به شعاع r ، مساحت قطاع با زاویه مرکزی θ برحسب رادیان از رابطه زیر به دست می آید :

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{۱}{۲}\theta r^{۲}$$

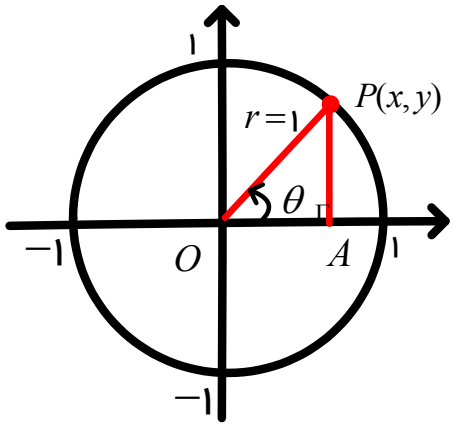
مثال۱۲ :

در دایره ای به شعاع $۶cm$ ، مساحت قطاع با زاویه مرکزی ۶۰° را حساب کنید .

مثال۱۳ :

در یک دایره ، طول کمان روبرو به یک قطاع $\frac{۲\pi}{۳}$ و مساحت آن قطاع ۶π سانتیمترمربع است . زاویه مرکزی قطاع چند رادیان است؟

https://konkur.info



نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی :

میدانیم که شعاع دایره مثلثاتی برابر واحد می باشد و نیز :

$$Sin\theta = \frac{y}{r} \xrightarrow{r=۱} Sin\theta = y$$

$$Cos\theta = \frac{x}{r} \xrightarrow{r=۱} Cos\theta = x$$

پس اگر $P(x,y)$ یک نقطه روی دایره مثلثاتی باشد .

$$P(x,y) = P(Cos\theta, Sin\theta)$$

بنابراین محور طولها (محور x ها) محور کسینوس و محور عرض ها (محور y ها) محور سینوس گفته می شود .

و نیز با توجه به دایره مثلثاتی برای هر زاویه مانند θ داریم :

$$-۱ \le Sin\theta \le ۱ \quad \text{و} \quad -۱ \le Cos\theta \le ۱$$

از طرفی

$$x^۲ + y^۲ = r^۲ \xrightarrow{r=۱} x^۲ + y^۲ = ۱$$

و لذا :

$$(Sin\,\theta)^۲ + (Cos\,\theta)^۲ = ۱$$

مثال۱۴ :

نشان دهید نقطه ی $P(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}, \frac{۱}{۲})$ روی دایره مثلثاتی است .

مثال۱۵ :

اگر $\cot\alpha = -۲$ و $\cos\alpha > ۰$ سایر نسبت‌های مثلثاتی α را بیابید.

مثال۱۶ :

اگر $\cos x = \frac{-۴}{۵}$ و $\sin x > ۰$، نسبت‌های مثلثاتی دیگر زاویهٔ x را بیابید.

https://konkur.info

با توجه به دایره مثلثاتی :

علامت سینوس در هر ناحیه با علامت عرض نقاط آن ناحیه یکسان است .

وعلامت کسینوس در هر ناحیه با علامت طول نقاط آن ناحیه یکسان است

از طرفی تانژانت و کتانژانت از تقسیم های سینوس و کسینوس به دست می آیند

پس علامت آنها به علامت سینوس وکسینوس بستگی دارد . تانژانت و کتانژانت در هر ناحیه ، هم علامت هستند .

بنابراین علامت های چهار نسبت مثلثاتی در چهار ناحیه مختصات به شرح جدول زیر است :

θ	ناحیه اول	ناحیه دوم	ناحیه سوم	ناحیه چهارم
$Sin\theta$	+	+	−	−
$Cos\theta$	+	−	−	+
$\tan\theta$	+	−	+	−
$Cot\theta$	+	−	+	−

در **ناحیه اول همه** نسبت های مثلثاتی زاویه ها مثبت هستند . (هـ) .

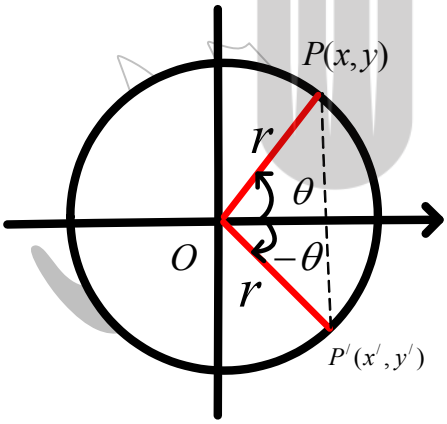
در **ناحیه دوم** فقط **سینوس** مثبت است . (س)

در **ناحیه سوم تانژانت** و کتانژانت مثبت هستند . (ت) .

در **ناحیه چهارم** فقط **کسینوس** مثبت است . (ک)

پس کلمه « **هستک** » را برای علامت های نسبت های مثلثاتی در نواحی مختلف بخاطر بسپارید .

محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه های قرینه ($-\theta$) :



در شکل زیر دو نقطه ی $P(x,y)$ و $P'(x',y')$ نسبت به محور طولها قرینه اند .

پس : $x' = x$ و $y' = -y$.

از طرفی بنابر علامت نسبت ها ی مثلثاتی در ناحیه چهارم و تعریف آن ها داریم :

$$Sin(-\theta) = \frac{y'}{r} \overset{y'=-y}{=} -\frac{y}{r} = -Sin\theta \quad \Rightarrow \quad Sin(-\theta) = -Sin\theta$$

$$Cos(-\theta) = \frac{x'}{r} \overset{x'=x}{=} \frac{x}{r} = Cos\theta \quad \Rightarrow \quad Cos(-\theta) = Cos\theta$$

به همین ترتیب : $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ و $Cot(-\theta) = -Cot\theta$.در نتیجه :

$$\boxed{\begin{aligned} Sin(-\theta) &= -Sin\theta \\ Cos(-\theta) &= Cos\theta \\ \tan(-\theta) &= -\tan\theta \\ Cot(-\theta) &= -Cot\theta \end{aligned}}$$

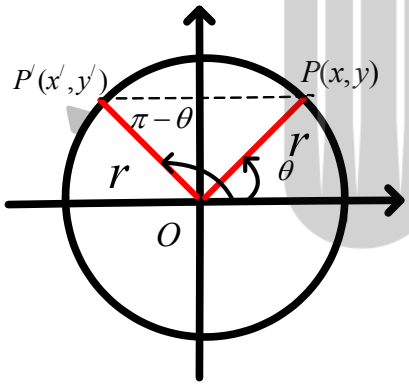
https://konkur.info

مثال۱۷ :

نسبت های مثلثاتی زاویه -۳۰° را حساب کنید .

مثال۱۸ :

حاصل $A = ۴\ \ ۳Sin(-۶۰^\circ) + Cos^۲(-\frac{\pi}{۶}) + \tan(-۴۵^\circ)$ **را به دست آورید .**



محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه های مکمل $(\pi-\theta)$

در شکل زیر دو نقطه ی $P(x,y)$ **و** $P'(x',y')$ **نسبت به محورعرض ها قرینه اند .**

پس : $x' = -x$ **و** $y' = y$.

از طرفی بنابر علامت نسبت ها ی مثلثاتی در ناحیه دوم و تعریف آن ها داریم :

$$Sin(\pi-\theta) = \frac{y'}{r} \overset{y'=y}{=} \frac{y}{r} = Sin\theta \quad \Rightarrow \quad Sin(\pi-\theta) = Sin\theta$$

$$Cos(\pi-\theta) = \frac{x'}{r} \overset{x'=-x}{=} -\frac{x}{r} = -Cos\theta \quad \Rightarrow \quad Cos(\pi-\theta) = -Cos\theta$$

به همین ترتیب : $\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$ **و** $Cot(\pi-\theta) = -Cot\theta$ **در نتیجه :**

$$\boxed{\begin{array}{c} Sin(\pi-\theta) = Sin\theta \\ Cos(\pi-\theta) = -Cos\theta \\ \tan(\pi-\theta) = -\tan\theta \\ Cot(\pi-\theta) = -Cot\theta \end{array}}$$

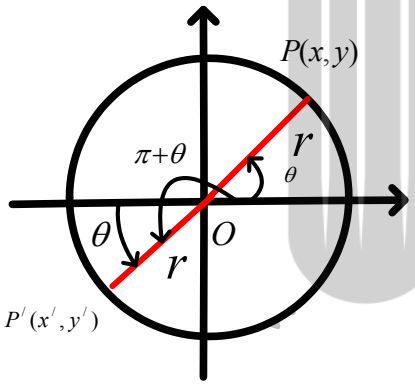
https://konkur.info

مثال ۱۹ :

نسبت های مثلثاتی زاویه ۱۳۵° را حساب کنید .

مثال ۲۰ :

حاصل عبارت $A = ۱۲Sin(-\frac{\pi}{۶}) - ۲Cos۱۲۰^\circ + \tan^۲ \frac{۲\pi}{۳} + ۳Cot۱۵۰^\circ$ **را محاسبه کنید .**



محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه $\pi + \theta$:

در شکل زیر دو نقطه ی $P(x,y)$ **و** $P'(x',y')$ **نسبت به مبدأ مختصات قرینه اند .**

پس : $x' = -x$ **و** $y' = -y$.

از طرفی بنابر علامت نسبت ها ی مثلثاتی در ناحیه سوم و تعریف آن ها داریم :

$$Sin(\pi+\theta) = \frac{y'}{r} \overset{y'=-y}{=} -\frac{y}{r} = -Sin\theta \quad \Rightarrow \quad Sin(\pi+\theta) = -Sin\theta$$

$$Cos(\pi+\theta) = \frac{x'}{r} \overset{x'=-x}{=} -\frac{x}{r} = -Cos\theta \quad \Rightarrow \quad Cos(\pi+\theta) = -Cos\theta$$

به همین ترتیب : $\tan(\pi+\theta) = \tan\theta$ **و** $Cot(\pi+\theta) = Cot\theta$

در نتیجه :

$$\boxed{\begin{array}{c} Sin(\pi+\theta) = -Sin\theta \\ Cos(\pi+\theta) = -Cos\theta \\ \tan(\pi+\theta) = \tan\theta \\ Cot(\pi+\theta) = Cot\theta \end{array}}$$

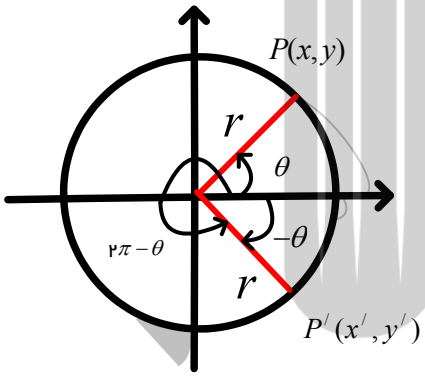
https://konkur.info

مثال ۲۱ :

نسبت های مثلثاتی زاویه $\frac{۷\pi}{۶}$ رادیان را محاسبه کنید .

مثال ۲۲ :

حاصل عبارت $A = \frac{۲Cos۲۲۵^\circ - ۶Sin(-۲۱۰^\circ)}{۳\tan(-۲۴۰^\circ) + ۲\cot ۲۲۵^\circ}$ را به دست آورید .



محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه $۲\pi - \theta$:

در شکل زیر دو نقطه ی $P(x,y)$ و $P'(x',y')$ نسبت به محور طول ها قرینه اند .

پس : $x' = x$ و $y' = -y$.

از طرفی بنابر علامت نسبت ها ی مثلثاتی در ناحیه چهارم و

تعریف آن ها داریم :

$$Sin(۲\pi-\theta) = \frac{y'}{r} \overset{y'=-y}{=} -\frac{y}{r} = -Sin\theta \quad \Rightarrow \quad Sin(۲\pi-\theta) = -Sin\theta$$

$$Cos(۲\pi-\theta) = \frac{x'}{r} \overset{x'=x}{=} \frac{x}{r} = Cos\theta \quad \Rightarrow \quad Cos(۲\pi-\theta) = Cos\theta$$

به همین ترتیب : $\tan(۲\pi-\theta) = -\tan\theta$ و $Cot(۲\pi-\theta) = -Cot\theta$

در نتیجه :

$$\boxed{\begin{aligned} Sin(۲\pi-\theta) &= -Sin\theta \\ Cos(۲\pi-\theta) &= Cos\theta \\ \tan(۲\pi-\theta) &= -\tan\theta \\ Cot(۲\pi-\theta) &= -Cot\theta \end{aligned}}$$

https://konkur.info

به همین ترتیب اگر ۳۶۰° یا ۲π رادیان در دایره بچرخیم دوباره سرجای اول می رسیم پس :

$$Sin(۲\pi+\theta)=Sin\theta$$
$$Cos(۲\pi+\theta)=Cos\theta$$
$$\tan(۲\pi+\theta)=\tan\theta$$
$$Cot(۲\pi+\theta)=Cot\theta$$

به طور کلی اگر روی دایره k $(k\in Z)$ دور (موافق یا مخالف حرکت عقربه های ساعت) بزنیم دوباره سرجای اول می رسیم (هر دور معادل ۲π رادیان که k دور به صورت $۲k\pi$ می باشد.)

بنابراین :

$$Sin(۲k\pi+\theta)=Sin\theta$$
$$Cos(۲k\pi+\theta)=Cos\theta$$
$$\tan(۲k\pi+\theta)=\tan\theta$$
$$Cot(۲k\pi+\theta)=Cot\theta$$

به طور کلی:

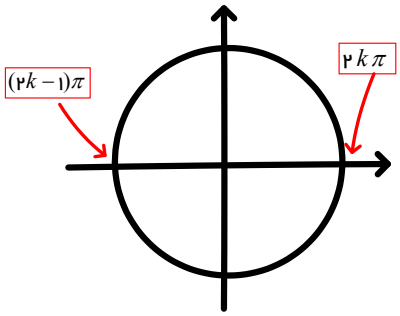
برای محاسبه نسبت مثلثاتی یک زاویه ($\pm ۲k\pi\pm\theta$) :

۱- **ناحیه ای** که انتهای کمان حاوی زاویه در آن قرار دارد را مشخص می کنیم تا **علامت** حاصل عبارت به دست آید .

توجه :

انتهای کمان تمام زاویه های با **مضارب زوج** π رادیان (۱۸۰°) روی زاویه ۲π رادیان(۳۶۰°) و

انتهای کمان تمام زاویه های با **مضارب فرد** π رادیان (۱۸۰°) روی زاویه π رادیان(۱۸۰°) قرار می گیرند .



۲- اگر برای محاسبه نسبت مثلثاتی یک زاویه با π (۱۸۰°) یا ۲π (۳۶۰°) مقایسه شود . نسبت مثلثاتی حفظ شده و برابر همان نسبت مثلثاتی برای زاویه ای که بیشتر یا کمتر از این دو مورد است .

https://konkur.info

مثال۲۳ :

حاصل $Sin(۱۷\pi - \frac{\pi}{۶})$ را حساب کنید .

در زاویه $۱۷\pi - \frac{\pi}{۶}$ ، مضرب π یک عدد فرد است پس روی زاویه ۱۸۰° قرار دارد . سپس به اندازه $\frac{\pi}{۶}$ به دلیل منفی بودن باید در جهت موافق عقربه های ساعت حرکت کنیم که به ناحیه دوم می رسیم . پس انتهای کمان زاویه $۱۷\pi - \frac{\pi}{۶}$ رادیان در ناحیه دوم قرار دارد . در ناحیه دوم ، علامت سینوس مثبت می باشد . لذا جواب $Sin(۱۷\pi - \frac{\pi}{۶})$ عددی مثبت است .

از طرفی به اندازه $\frac{\pi}{۶}$ اضافه یا کمتر از π رادیان (یا ۱۸۰°) دارد پس

$$Sin\ (\underbrace{۱۷\pi - \frac{\pi}{۶}}_{\text{ناحیه دوم}}) = +Sin\ \frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

مثال۲۴ : حاصل $Cos\left(-۷\pi - \frac{\pi}{۴}\right)$ را حساب کنید .

مثال۲۵ :

اگر $Sin\theta = \frac{۳}{۵}$ و θ زاویه ای در ناحیه اول باشد . ابتدا سایر نسبت های مثلثاتی θ را حساب کرده و سپس حاصل عبارت های زیر را بنویسید .

الف) $Sin(۱۲\pi - \theta) =$

ب) $Cos(۳۱\pi + \theta) =$

ج) $Sin(\theta - ۵\pi) =$

د) $Cos(-۵\pi - \theta) =$

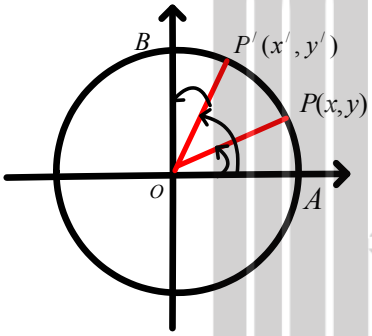
هـ) $Cot(-۱۲\pi - \theta) =$

و) $\tan(\theta - ۶\pi) =$

https://konkur.info

مثال ۲۶ :

حاصل عبارت $A=\dfrac{Sin(۲۴۰^\circ).\tan(۵۷۰^\circ)}{\left(Sin\frac{۹\pi}{۴}-Cos\frac{۱۱\pi}{۴}\right)^{۲}}$ را بنویسید .



محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه های متمم $(\frac{\pi}{۲}-\theta)$:

در شکل $AOP=\theta$ و $P'OB=\theta$ و $AOP'=\frac{\pi}{۲}-\theta$ می باشد.

دو نقطه $P(x,y)$ و $P'(x',y')$ قرینه یکدیگر نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم (خط $y=x$) می باشد .

پس : $x'=y$ و $y'=x$ در نتیجه :

از طرفی بنابر علامت نسبت ها ی مثلثاتی در ناحیه اول و تعریف آن ها داریم :

$$Sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\frac{y'}{r}\overset{y'=x}{=}\frac{x}{r}=Cos\theta \Rightarrow Sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)=Cos\theta$$

$$Cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\frac{x'}{r}\overset{x'=y}{=}\frac{y}{r}=Sin\theta \Rightarrow Cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)=Sin\theta$$

به همین ترتیب : $\tan(\frac{\pi}{۲}-\theta)=Cot\theta$ و $Cot(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\tan\theta$

پس

$$\boxed{\begin{aligned} Sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)&=Cos\theta\\ Cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)&=Sin\theta\\ \tan(\frac{\pi}{۲}-\theta)&=Cot\theta\\ Cot(\frac{\pi}{۲}-\theta)&=\tan\theta \end{aligned}}$$

https://konkur.info

همچنین برای زاویه $\frac{\pi}{۲}+\theta$:

$$Sin(\frac{\pi}{۲}+\theta)=Cos\theta$$
$$Cos(\frac{\pi}{۲}+\theta)=-Sin\theta$$
$$\tan(\frac{\pi}{۲}+\theta)=-Cot\theta$$
$$Cot(\frac{\pi}{۲}+\theta)=-\tan\theta$$

پس به طور کلی برای :

محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویه های $\pm\frac{(۲k-۱)\pi}{۲}\pm\theta$:

۱– ناحیه ای که انتهای کمان حاوی زاویه در آن قرار دارد را مشخص می کنیم تا **علامت** حاصل عبارت به دست آید .

۲– اگر برای محاسبه نسبت مثلثاتی یک زاویه با $\frac{\pi}{۲}$ (۹۰°) (مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$) مقایسه شود . نسبت مثلثاتی تبدیل می شود .

یعنی سینوس به کسینوس و برعکس تبدیل شده و تانژانت به کتانژانت و برعکس تبدیل می شود .

مثال۲۷ :

اگر $Cos\theta=۰/۸$ و θ زاویه ای در ناحیه اول باشد . حاصل عبارت های زیر را بنویسید .

الف) $Sin(\frac{\pi}{۲}+\theta)$

ب) $Cos\left(\frac{۱۳\pi}{۲}-\theta\right)=$

ج) $Sin(\theta-\frac{۵\pi}{۲})=$

د) $Cos(-\frac{\pi}{۲}-\theta)=$

هـ) $Cot(-\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=$

و) $\tan(\theta-\frac{\pi}{۲})=$

https://konkur.info

مثال۲۸ :

اگر $\tan ۲۰^\circ = ۰/۴$ باشد . حاصل عبارت $A = \dfrac{Sin۲۵۰^\circ + Sin۷۰۰^\circ}{Cos۵۶۰^\circ - Cos۱۱۰^\circ}$ را حساب کنید .

مثال۲۹ :

اگر $\dfrac{\tan\left(\dfrac{۳\pi}{۲} - x\right) - ۲Sin(۷\pi - x)}{Cos\left(\dfrac{۵\pi}{۲} + x\right) + \tan(x - \pi)} = ۲$ باشد . حاصل $A = ۷ - ۲\tan^۲ x$ را محاسبه کنید .

مثال۳۰ :

اگر $Sin(۳\pi - \theta) + Sin\left(\dfrac{۷\pi}{۲} - \theta\right) = \dfrac{۱}{۳}$ باشد . حاصل $Sin\theta.Cos\theta$ را بیابید.

مثال۳۱ :

حاصل عبارت $A = Sin^۲\left(\dfrac{\pi}{۸}\right) + Sin^۲\left(\dfrac{۳\pi}{۸}\right) + Sin^۲\left(\dfrac{۵\pi}{۸}\right) + Sin^۲\left(\dfrac{۷\pi}{۸}\right)$ را بنویسید.

https://konkur.info

مثال۳۲ :

اگر $\tan\theta = ۰/۲$ باشد . حاصل عبارت $B = \dfrac{Cos\left(\frac{۳\pi}{۲}+\theta\right) - Cos(\pi+\theta)}{Sin(\pi-\theta) - Sin\left(\frac{\pi}{۲}-\theta\right)}$ را حساب کنید .

مثال۳۳ :

فرض کنید $f(x) = ۳\tan(۶\pi - ۲x)$ باشد . حاصل $f(\frac{۵\pi}{۶})$ و $f(\frac{\pi}{۱۲})$ را به دست آورید .

مثال۳۴ :

حاصل عبارت $(\tan ۱^\circ)(\tan ۲^\circ)(\tan ۳^\circ)..(\tan ۸۸^\circ)(\tan ۸۹^\circ)$ را بنویسید

مثال۳۵ :

اگر $-\frac{\pi}{۲} < \theta < \frac{\pi}{۲}$ و $Cos\theta = ۲m - ۱$ باشد . حدود m را تعیین کنید .

مثال۳۶ :

اگر $\frac{\pi}{۶} < \theta < \frac{\pi}{۲}$ و $Sin۲\theta = ۳ - ۲m$ باشد . حدود m را تعیین کنید .

https://konkur.info

پدیده های متناوب :

هر پدیده که پس از گذشت زمان معینی ، دقیقاً تکرار می شود پدیده های « متناوب » می گویند و مدت زمانی که طول می کشد تا پدیده تکرار شود دوره تناوب گویند.

به عنوان مثال :

فصل های سال یک پدیده تناوبی است.

توابع متناوب :

تابع f را متناوب گویند هرگاه عدد حقیقی غیرصفر مانند T وجود داشته باشد به طوری که برای هر $x \in D_f$ دوشرط زیر برقرار باشد :

۱- $(x \pm T) \in D_f$ ۲- $f(x+T) = f(x)$

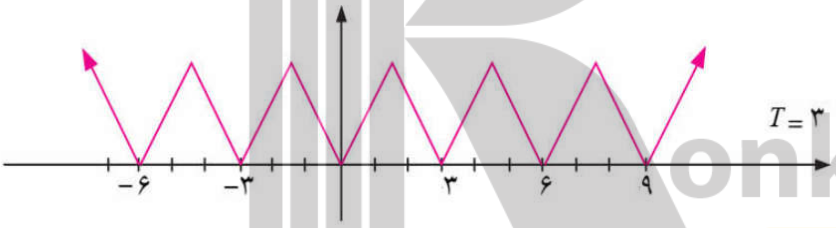
در این صورت T را دوره تناوب تابع f می گویند .

به کوچکترین مقدار مثبت T « **دوره تناوب اصلی** » تابع f گویند.

از این به بعد منظور از دوره تناوب ، دوره تناوب اصلی است

مثال۳۷ :

نمودار شکل مقابل متناوب با دوره تناوب اصلی $T = ۳$ است .

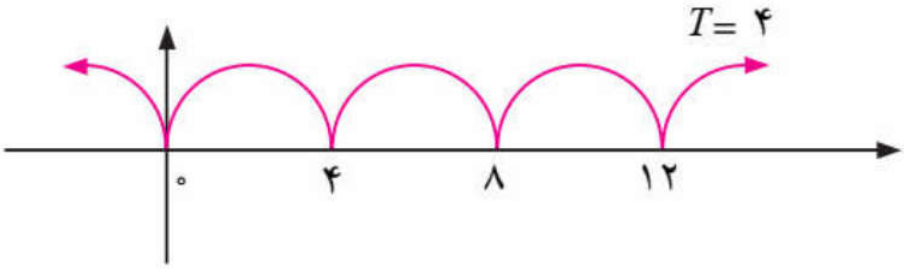


توجه :

در این مثال $T = ۶$ و $T = ۹$ هم می توانند دوره تناوب تابع باشند ولی دوره تناوب اصلی تابع $T = ۳$ است .

بطور کلی اگر T دوره تناوب اصلی یک تابع باشد . nT ($n \in N$) نیز دوره تناوب تابع است .

مثا ل۳۸ : نمودار شکل زیر متناوب با دوره تناوب اصلی $T = ۴$ است .



https://konkur.info

مثال ۳۹ :

در تابع $f(x) = Sinx$ **، ثابت کنید دوره تناوب آن** ۲π **است .**

باید ثابت کنیم $f(x+۲\pi) = f(x)$

$$f(x+۲\pi) = Sin(x+۲\pi) = Sin(x) = f(x)$$

که این تساوی بنابر مطالب گفته شده برقرار است .

تابع $y = Cosx$ **نیز متناوب با دوره تناوب** ۲π **است .**

دو تابع $f(x) = \tan x$ **و** $g(x) = Cotx$ **نیز متناوب با دوره تناوب** π **هستند .**

نکته :

در حالت کلی دوره تناوب توابع $y = aSin(bx+c)+k$ **و** $y = aCos(bx+c)+k$ **برابر با** $T = \frac{۲\pi}{b}$ **و دوره تناوب توابع**

$y = a.\tan(bx+c)+k$ **و** $y = a.Cot(bx+c)+k$ **برابر با** $T = \frac{\pi}{b}$ **است .**

مثال ۴۰ :

دوره تناوب (اصلی) تابع زیر را بیابید .

الف) $y = -۲Cos(۳x + \frac{\pi}{۳}) + ۳$

ب) $y = ۳Sin\frac{x}{۲} + ۱$

ج) $y = Cot\left(\frac{\pi x}{۳}\right)$

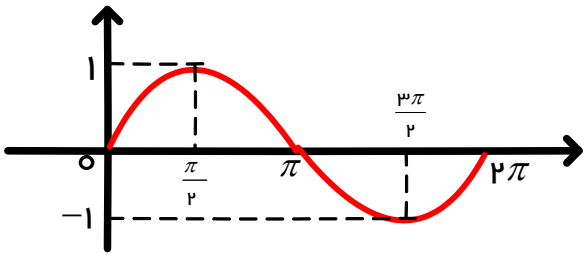
د) $y = ۲\tan(\frac{\pi}{۵} - ۴x) - ۱$

دو تابع $y = Sinx$ **و** $y = Cosx$ **متناوب با دوره تناوب** ۲π **هستند . یعنی اگر نمودار آن را فقط در بازه** $۰ \le x \le ۲\pi$ **رسم کنیم ، کار تمام است و باید نمودار به دست آمده را بعد از آن تکرار کنیم .**

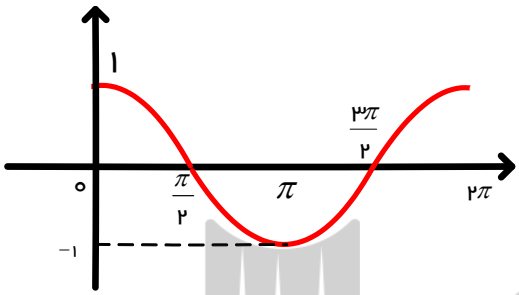
$x_{(Rad)}$	۰	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۵\pi}{۶}$	π	$\frac{۷\pi}{۶}$	$\frac{۴\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	$\frac{۱۱\pi}{۶}$	۲π
$Sinx$	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۰	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	۰
$Cosx$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۰	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱

https://konkur.info

که اگر نمودار دو تابع فوق را رسم کنیم به صورت های زیر خواهند بود .



$y = Sinx$



$y = Cosx$

این دو تابع دارای دامنه R و برد $[-۱,۱]$ هستند .

حداقل دو تابع برابر با -۱ و حداکثر آن ها برابر با ۱ می باشد .

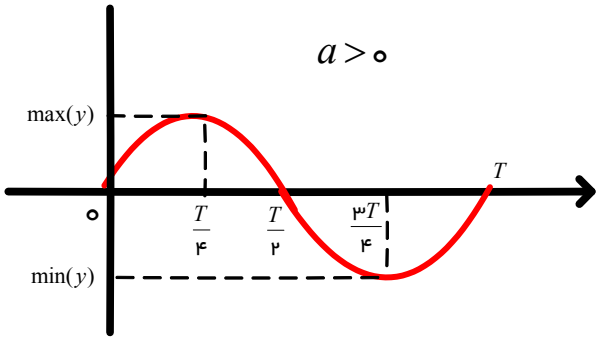
به طور کلی برای رسم نمودار تابع های $y = aSinbx$ و $y = aCosbx$:

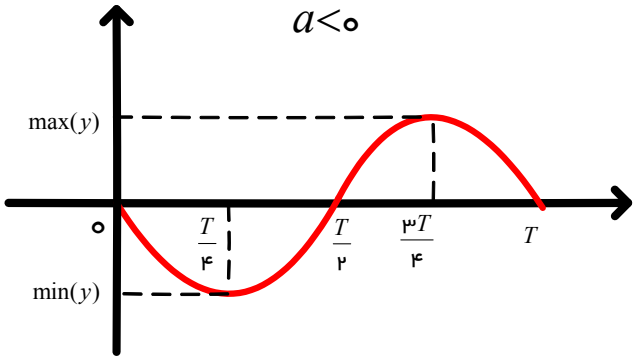
۱- دوره تناوب تابع را از رابطه $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ به دست می آوریم و نمودار را در بازه $[۰,T]$ رسم می کنیم .

۲- حداکثر و حداقل را از رابطه های زیر حساب می کنیم .

$\max(y) = a$ و $\min(y) = -|a|$

نمودار $y = aSinbx$ $(b > ۰)$ در یک دوره تناوب به یکی از دوصورت زیر است :

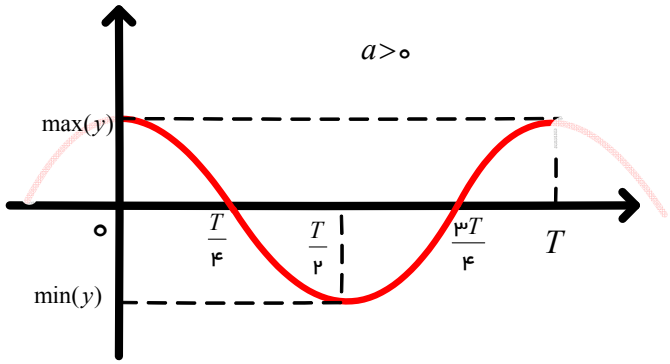


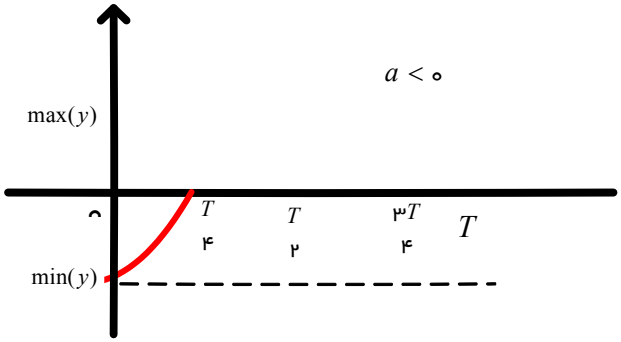


توجه : اگر $b < ۰$ باشد می توان از خاصیت زاویه های قرینه $Sin(-\theta) = -Sin\theta$ استفاده کرد .

https://konkur.info

و نمودار $y = aCosbx$ دریک دوره تناوب به یکی از دوصورت زیر است :





مثال ۴۱ :

نمودار توابع زیر را با استفاده از دوره تناوب و مقادیر حداکثر و حداقل رسم کنید . دامنه و برد هرکدام را بنویسید .

الف) $y = ۳Sin۲x$

ب) $y = -۲Sin\frac{x}{۳}$

ج) $y = ۳Sinx$

د) $y = [Sinx]$

https://konkur.info

هـ) $y = ۲Sin|x|$

و) $y = ۳Sin۲(\frac{\pi}{۴} - x)$

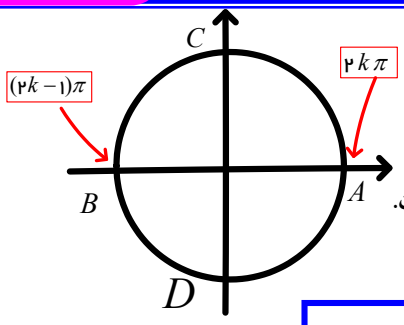
ز) $y = ۱ + Cos\frac{\pi x}{۳}$

ح) $y = ۱ - Cos(x + \frac{\pi}{۶})$

ط) $y = Sin\left(\frac{۷\pi}{۲} + x\right) - ۱$

Konkur.info

نکته :



در دایره مثلثاتی روبرو:

مقدار سینوس در دو نقطه ی A و B صفر است.

بنابراین هر تعداد بار که روی این دایره دور بزنیم در این دو نقطه مقدار سینوس صفراست.

اگر $Sin\theta = ۰$ باشد . جواب های کلی این معادله به صورت $\theta = k\pi$ ($k \in Z$) است.

همچنین مقدار کسینوس در دو نقطه ی C و D صفر است .

هر تعداد بار که روی این دایره دور بزنیم در این دو نقطه مقدارکسینوس صفراست. پس :

اگر $Cos\theta = ۰$ باشد . جواب های کلی این معادله به صورت $\theta = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ ($k \in Z$) است .

مثال۴۲ :

جواب های کلی معادله $Sin\left(۲x + \frac{\pi}{۳}\right) = ۰$ را بنویسید .

مثال۴۳ :

جواب های معادله $Sin(\frac{x}{۴} - \frac{۳\pi}{۴}) = ۰$ را در بازه $[-۷\pi, ۴\pi]$ را بیابید.

مثال۴۴ :

جواب های معادله $Cos\left(\frac{x}{۲} - \frac{\pi}{۳}\right) = ۰$ را در بازه $[-\pi, ۸\pi]$ بیابید .

https://konkur.info

دامنه توابع مثلثاتی :

۱- دامنه توابع $y = Sin(f(x))$ و $y = Cos(f(x))$ برابر با دامنه تابع $f(x)$ می باشد یعنی $D_y = D_f$.

مثال۴۵ :

دامنه توابع زیر را بنویسید .

الف) $y = ۳Sin\left(۳x + \frac{\pi}{۵}\right)$

ب) $y = Sin\left(\frac{۲x}{x - \pi}\right)$

ج) $y = Cos\sqrt{x - \pi}$

د) $y = \frac{Cos۲x - ۱}{Sinx}$

هـ) $y = \frac{۱}{Cosx}$

و) $y = \quad - Sin^{۲}\pi x$

۲- دامنه تابع $y = \tan(f(x))$ به صورت زیر است :

از آنجایی که $\tan(f(x)) = \frac{Sin(f(x))}{Cos(f(x))}$ است بنابراین :

$$D_y = R - \left\{x \in R \; f(x) = k\pi + \frac{\pi}{۲}\right\}$$

یا

$$D_y = \left\{x \in R \; f(x) \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}\right\}$$

۳- دامنه تابع $y = Cot(f(x))$ به صورت زیر است :

از آنجایی که $Cot(f(x)) = \frac{Cos(f(x))}{Sin(f(x))}$ است بنابراین :

$$D_y = R - \{x \in R | f(x) = k\pi\}$$

یا

$$D_y = \{x \in R | f(x) \neq k\pi\}$$

Konkur.info

مثال۴۶ :

دامنه توابع زیر را بنویسید .

الف) $y = \tan\left(\frac{x}{۴}\right)$

ب) $y = \tan\left(۲x - \frac{\pi}{۴}\right)$

ج) $y = Cot(۳x)$

د) $y = \tan x + Cotx$

تعیین برد توابع مثلثاتی شامل سینوس و کسینوس :

برای تعیین برد توابع شامل سینوس و کسینوس از نکات های زیر می توان استفاده کرد .

الف) $-۱ \le Sin(f(x)) \le ۱$

ب) $-۱ \le Cos(f(x)) \le ۱$

ج) $-\sqrt{a^۲ + b^۲} \le aSin(f(x)) + bCos(f(x)) \le \sqrt{a^۲ + b^۲}$

مثال۴۷ : برد توابع زیر را بیابید.

الف) $y = ۱ - ۵Sin(۴x)$

ب) $y = ۳Cos\left(\frac{x}{۲}\right) + ۵$

ج) $y = ۲Sin^۲ x - ۳$

د) $y = ۳Sin۷x - ۴Cos۷x + ۱$

https://konkur.info

هـ) $y = Cosx - Sin^{۲}x$

مثال۴۸ :

نمودار تابع $y = aCosx + b$ **ا زنقطه ی** $(\pi,۳)$ **گذشته و محور طولها را در** $x = \frac{۵\pi}{۳}$ **قطع می کند . مقدار** a **و** b **را بیابید .**

مثال۴۹ :

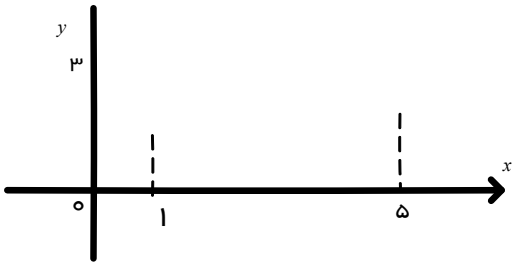
در تابع با ضابطه ی $f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{Sin\pi x - ۱}$ **باشد . مقدار** $f\left(-\frac{۱}{۲}f(x)\right)$ **را محاسبه کنید .**

مثال۵۰ :

شکل روبرو قسمتی از نمودار تابع $y = a + Sin(b\pi x)$ **است .**

الف) مقدار a **و** b **را بیابید.**

ب) حاصل تابع به ازای $x = \frac{۲۵}{۳}$ **را حساب کنید .**



https://konkur.info

تمرین :

۱– اندازه زاویه های زیر را برحسب رادیان بنویسید.

الف) ۱۳۵° ب) ۷۰۵° ج) ۲۵۶۵°

۲– زاویه های زیر را برحسب درجه بنویسید.

الف) ۲ رادیان ب) $\frac{۹\pi}{۲}$ رادیان ج) $\frac{۲۴\pi}{۵}$ رادیان

۳– در دایره ای به شعاع $۱۰cm$ طول کمان روبرو به زاویه ۲ رادیان چقدر است؟

۴– اگر نقطه ی $P(\frac{۱}{۴},-\frac{۱۵}{۴})$ روی دایره مثلثاتی وانتهای کمان زاویه θ باشد . مقادیر $Sin\theta$ و $Cos\theta$ و $\tan\theta$ و $Cot\theta$ را به دست آورید .

۵– درهر مورد زیر ، حدود x ازبازه $[۰,۲\pi]$ را طوری بیابید نامساوی برقرار باشد.

الف) $Sinx > \frac{۱}{۲}$ ب) $Sinx < -\frac{۱}{۲}$ ج) $Cosx < \frac{۲}{۲}$

۶– حاصل عبارت $۱-۲Sinx.Cosx$ وقتی $-\frac{\pi}{۴} < x < ۰$ باشد را بیابید.

۷– به ازای چه مقدار x ازبازه $[۰,۲\pi]$ تساوی $Sinx = Cos(۴۰^\circ + x)$ بر قرار است؟

۸– اگر $Sin\theta = \frac{-۲}{۳}$ و انتهای کمان در ناحیه چهارم باشد . حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $Sin(۳\pi - \theta)$ ب) $Sin\left(\frac{۳\pi}{۲} - \theta\right)$ ج) $\tan\left(\theta - \frac{۵\pi}{۲}\right)$

۹– حاصل عبارت های زیر را حساب کنید .

الف) $A = Cot(۳۳۰^\circ).Sin\left(-\frac{۷\pi}{۳}\right) - Sin\left(\frac{۲۳\pi}{۶}\right)$

ب) $B = \dfrac{Cos\left(\frac{۵\pi}{۸}\right)Cot\left(\frac{۵\pi}{۸}\right)}{Sin\left(\frac{\pi}{۸}\right)Cot\left(\frac{۳\pi}{۸}\right)}$

ج) $C = \dfrac{Sin^۲(۴۰۵^\circ) + Cos(۳۰۰^\circ)}{\tan(۱۳۵^\circ) + Cot^۲(-۱۵۰^\circ)}$

د) $D = Sin(۲۰۰^\circ) + ۲Sin(۱۶۰^\circ) - Cos(۷۰^\circ) + ۳Sin(۳۴۰^\circ) - ۴Cos(۱۱۰^\circ) - Cos(۷۰^\circ)$

هـ) $E = Cos\left(\frac{۳\pi}{۱۴}\right) + Cos\left(\frac{۵\pi}{۱۴}\right) + Cos\left(\frac{۷\pi}{۱۴}\right) + Cos\left(\frac{۹\pi}{۱۴}\right) + Cos\left(\frac{۱۱\pi}{۱۴}\right)$

و) $F = Cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + Cos\left(\frac{۲\pi}{n}\right) + Cos\left(\frac{۳\pi}{n}\right) + ... + Cos\left(\frac{(n-۲)\pi}{n}\right) + Cos\left(\frac{(n-۱)\pi}{n}\right) + Cos\left(\frac{n\pi}{n}\right)$

https://konkur.info

۱۰ – اگر $Cos\theta = \frac{۳}{۵}$ و انتهای کمان θ در ناحیه چهارم باشد. مقدار عددی عبارت $H = \frac{۱۰Cos\left(\frac{۵\pi}{۲}+\theta\right)}{۳\tan(-۵\pi-\theta)+\tan\left(\frac{۹\pi}{۲}+\theta\right)}$

را بیابید.

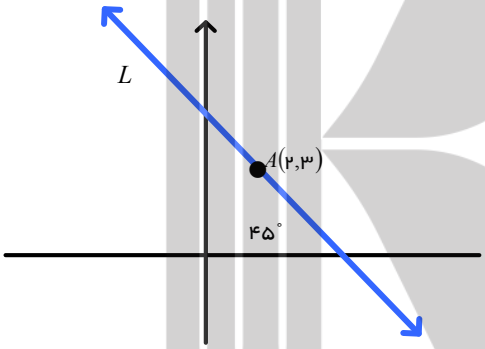
۱۱–اگر $\tan\theta = ۲$ و انتهای کمان θ در ناحیه سوم باشد. حاصل عبارت $G = \frac{Cos\left(\frac{۳\pi}{۲}+\theta\right)+Sin^{۳}(۵\pi+\theta)}{Sin^{۲}\left(\frac{۱۳\pi}{۲}+\theta\right)}$ رابیابید .

۱۲– اگر $\tan ۱۵^{\circ} = ۲-\sqrt{۳}$ باشد . حاصل عبارت $I = \frac{۳Sin(۷۵^{\circ})+۲Sin(۱۰۵^{\circ})}{Cos(۱۶۵^{\circ})-Cos(۲۸۵^{\circ})}$ را محاسبه کنید .

۱۳–اگر $\tan ۳۵^{\circ} = ۰/۷$ باشد . حاصل عبارت $K = \frac{۲Sin(۱۲۵^{\circ})-Sin(۲۳۵^{\circ})}{Cos(۳۹۵^{\circ})+Sin(۵۷۵^{\circ})}$ را محاسبه کنید .

۱۴– اگر $Sin\left(\frac{۳\pi}{۲}-\theta\right) = -\frac{۳}{۵}$ و انتهای کمان θ در ناحیه اول باشد. حاصل $Sin(\theta-\pi)$ را بنویسید.

۱۵– معادله خط مقابل را بنویسید .



۱۶– خط گذرنده از نقاط $A(۰,۱)$ و $B(۲\sqrt{۳},-۱)$ با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

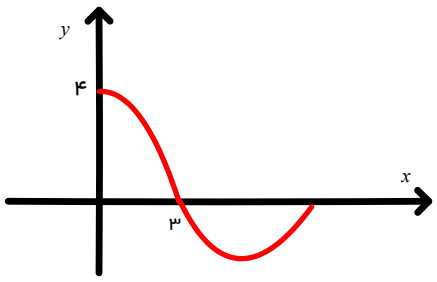
۱۷– اگر $-\frac{\pi}{۹} < x < \frac{\pi}{۹}$ و $Cos۳x = \frac{m-۱}{۲}$ باشد . حدود m رابیابید.

۱۸ – جواب های معادله $Sin\left(\frac{۲x}{۳}-\frac{\pi}{۴}\right) = ۰$ در بازه $[-۵\pi,۷\pi]$ را بیابید .

۱۹ – خط $y = ۲$ نمودار تابع $y = ۳Sin(۲x)$ را در بازه $[۰,۶\pi]$ در چند نقطه قطع می کند ؟

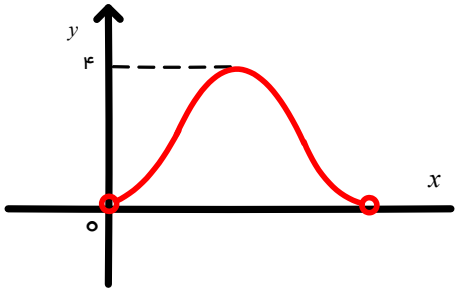
۲۰– شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = ۴Cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)+b$ به شکل مقابل است .

مقدار a و b و دوره تناوب تابع را بیابید .($a > ۰$)



https://konkur.info

۲۱- شکل مقابل ، نمودار تابع $f(x)=a+bCos\left(\frac{\pi x}{۲}\right)$ در بازه $(۰,۴)$ است . مقدار a و b را بیابید



۲۲- نمودار تابع $f(x)=\frac{Sinx}{Sinx}$ را در بازه $[۰,۲\pi]$ رسم کنید .

۲۳- نمودار توابع زیر را رسم کنید .

الف) $y=۲-Sin\left(\frac{x}{۳}\right)$

ب) $y=۲Sin(۳x)-۱$

ج) $y=[Cosx]$

د) $y=۳Sin(۲x)$

هـ) $f(x)=Sinx+Sinx \quad , x\in[۰,۲\pi]$

و) $y=۱-۳Sin\left(\frac{x}{۳}-\frac{\pi}{۲}\right)$

ز) $y=۲Sinx+Cos\left(\frac{۳\pi}{۲}-x\right)-۱$

ح) $y=۲-Cos\left(\pi\left(\frac{۱}{۲}+۲x\right)\right)$

۲۴- کمترین مقدار تابع $f(x)=aSin\left(\pi x-\frac{\pi}{۶}\right)+b$ روی محور x ها قرار دارد . اگر نمودار تابع f خط $y=x+۲$ را در نقطه ای به طول یک قطع کند . مقدار a و b را بیابید

۲۵- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y=\frac{Sinx+۱}{Cosx-۱}$

ب) $y=Sin(۲x)+Cos\sqrt{۲x-\pi}$

ج) $y=Cot\left(\frac{\pi x}{۲}\right)$

د) $y=\tan\left(۲x-\frac{\pi}{۴}\right)-۱$

هـ) $y=\quad Sinx$

و) $y=\sqrt{Sin\left(\frac{x}{۲}\right)+۲}$

۲۶- برد توابع زیر را بیابید .

الف) $y=۸Sin^{۲}x-۳$

ب) $y=۳Cos\left(۵x-\frac{\pi}{۸}\right)-۱$

ج) $y=\sqrt{۳}Sinx-Cosx$

د) $y=۴Sin^{۲}x-۱۲Sinx+۹$

هـ) $y=|۳Sinx-۴|$

و) $y=۴Cosx-Sin^{۲}x$

https://konkur.info

تمرین

۱ آیا نمودارهای هر جفت از توابع با ضابطه‌های زیر بر هم منطبق‌اند یا خیر؟

۱) $y=\sin x \ , \quad y=\cos(x-\frac{\pi}{۲})$

۲) $y=\cos x \ , \quad y=\sin(\frac{\pi}{۲}+x)$

۳) $y=\cos x \ , \quad y=\cos(۲\pi-x)$

۴) $y=\sin x \ , \quad y=\sin(۵\pi-x)$

۲ نمودار هر یک از توابع با ضابطه‌های زیر را در دستگاه مختصات در بازه‌های داده شده رسم کنید.

۱) $y=\frac{۱}{۲}\sin x \quad , \quad [۰,۲\pi]$

۲) $y=۲\cos x+۱ \quad , \quad [-۲\pi,۲\pi]$

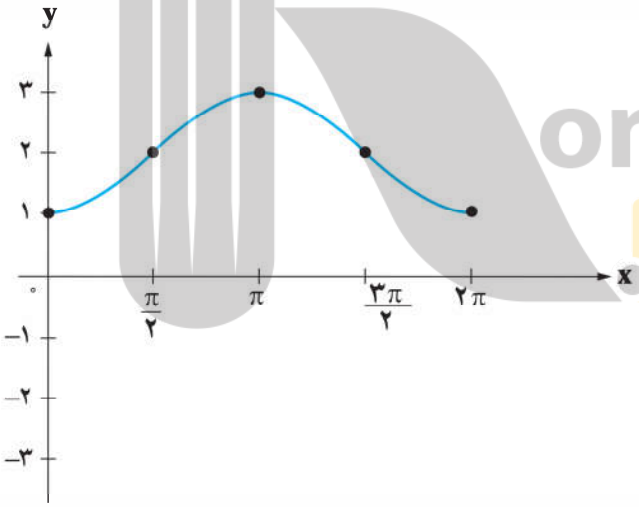
۳) $y=۱-\sin x \quad , \quad [-۲\pi,۲\pi]$

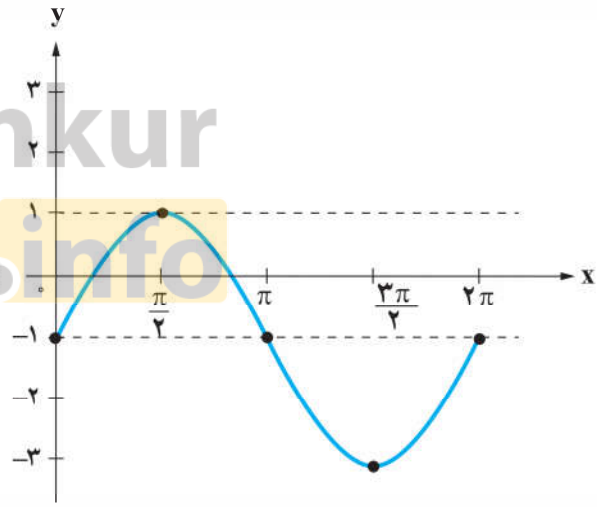
۴) $y=-۱+\cos x \quad , \quad [-۴\pi,۴\pi]$

۵) $y=۱+\sin(x+\frac{\pi}{۴}) \quad , \quad [۰,۲\pi]$

۶) $y=\cos(x-\frac{\pi}{۲}) \quad , \quad [۲\pi,۴\pi]$

۳ با توجه به نمودار توابع سینوس و کسینوس، مشخص کنید هریک از دو نمودار زیر کدام‌یک از ضابطه‌های داده شده را دارند. نمودار تابع با سایر ضابطه‌ها را نیز رسم کنید.





الف) $y=۲\cos x+۱$

ب) $y=۲\sin x-۱$

پ) $y=۲-\cos x$

ت) $y=\sin x-۲$

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info