

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>



فصل سوم : حد بی نهایت و حد در بی نهایت



konkur
info

یاد آوری ۱:

قبل از اینکه وارد بحث حد شویم بد نیست دربارهٔ بخشپذیری چند جمله ایها بر $x - a$ صحبت کنیم:

$$\begin{array}{r} \cancel{+2x^2} - 5x + 1 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{+2x^2 - 6x} \\ + x + 1 \\ \underline{ + x - 3} \\ + 4 \end{array}$$

مثال (الف): چند جمله ای $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ را بر $x - 3$ تقسیم کنید.

$$f(3) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 4$$

(ب) حالا $f(3)$ را بدست آورید؟

(پ) $f(3)$ و R چه رابطه ای با هم دارند؟

(ت) اگر $f(x)$ بر $x - 3$ بخشپذیر باشد چه نتیجه ای می گیرید؟

$$R = 0 \Rightarrow f(3) = 0$$

بنابراین اگر $f(x)$ را بر $x - a$ تقسیم کنیم رابطه زیر بدست می آید.

$$\begin{array}{r} f(x) \quad | \quad x - a \\ \hline Q(x) \\ \hline R(x) \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - a)Q(x) + R$$

پس اگر $f(x)$ بر $x - a$ بخشپذیر باشد.

$$R = f(a) = 0$$

تمرینات

تمرین ۱ $f(x) = 3x^2 - 5x$ بر $x - 2$ بخشپذیر است؟

تمرین ۲

نشان دهید چندجمله ای $2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله ای $x + 2$ بخشپذیر می باشد.

تمرین ۲

تمرین ۳ باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x) = 5x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ را بر $x + 1$ پیدا کنید.

تمرین ۴ مقدار m را طوری بیابید که چند جمله ای $f(x) = x^3 + mx^2 + 4x - 6$ بر $x - 2$ بخشپذیر باشد.

تمرین ۵ چند جمله ای $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 1$ را تجزیه کنید.

تمرین ۶ اگر حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 1}{2x^2 + b}$ در $x = -1$ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، مقدار ab را بدست آورید.

یاد آوری ۲: حد توابع کسری

از سال گذشته این قضیه را به یاد دارید:

قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه ای به طول a حد داشته باشند و حد آنها در این نقطه به ترتیب l و m

باشند، به طوری که $m \neq 0$ ، آن گاه تابع $\frac{f}{g}$ نیز در a حد دارد و این حد برابر $\frac{l}{m}$ است.

مثال ✨: حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = \frac{12}{6} = 2$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$$

در این مثال، صورت و مخرج به ازای $x = 1$ برابر صفرند، بنابراین هم صورت و هم مخرج را به کمک تجزیه در صورت و مخرج ظاهر و سپس حذف می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+2)} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3}$$

مثال: حد تابع $f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^3 + 8}$ را در نقطه $x = -2$ در صورت وجود به دست آورید.

حل: در این مثال نیز صورت و مخرج به ازای $x = -2$ برابر صفرند. باید عامل $(x + 2)$ را در صورت و مخرج ظاهر کنیم. مخرج را می‌توانیم به کمک اتحاد مجموع مکعب‌های دو جمله به حاصل ضرب عامل‌های اول تجزیه کنیم. اما برای تجزیه صورت، آن را بر $(x + 2)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} + 2x^3 + 3x^2 + 4 \quad | \quad x+2 \\ - (2x^3 + 4x^2) \quad | \quad \hline \hline \quad -x^2 + 4 \\ \quad - (-x^2 - 2x) \quad | \quad \hline \hline \quad \quad 2x + 4 \\ \quad \quad - (2x + 4) \quad | \quad \hline \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

بنابر رابطه تقسیم می‌توان نوشت $2x^3 + 3x^2 + 4 = (x + 2)(2x^2 - x + 2)$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(2x^2 - x + 2)}{\cancel{(x+2)}(x^2 - 2x + 4)} = \frac{8 + 2 + 2}{4 + 4 + 4} = 1$$

تذکره: گاهی صورت یا مخرج تابع $\frac{f}{g}$ شامل یک عبارت رادیکالی است و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ در این حالت

برای محاسبه حد $\frac{f}{g}$ در نقطه a لازم است ابتدا صورت و مخرج را در یک عبارت رادیکالی ضرب کنیم تا عامل $(x - a)$ یا عبارتی که موجب صفر شدن f و g شده است، در صورت و مخرج ظاهر شود تا با ساده کردن آن از صورت و مخرج، بتوانیم مقدار حد را در صورت وجود به دست آوریم.

✧ مثال : حد تابع $g(x) = \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$ را در نقطه به طول $x = 5$ در صورت وجود به دست آورید .

✧ حل: هم حد صورت و هم حد مخرج در نقطه 5 برابر صفرند . صورت و مخرج را در عبارت $2 + \sqrt{x-1}$ ضرب می کنیم تا صورت کسر عبارتی گویا شود .

$$\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2 + \sqrt{x-1}}{2 + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 - (x-1)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{2+2} = \frac{-1}{4}$$

✧ مثال : حد تابع $h(x) = \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2}$ را در $x = 8$ در صورت وجود به دست آورید .

✧ حل: هم حد صورت و هم حد مخرج در $x = 8$ برابر صفرند . صورت و مخرج را در عبارت $\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4$ ضرب می کنیم تا مخرج کسر گویا شود .

$$\lim_{x \rightarrow 8} h(x) = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x \cancel{(x-8)} (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{\cancel{x-8}} = 8(4 + 4 + 4) = 96$$

تمرینات

تمرین ۱

حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .

الف) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^3 - 13x + 24x - 9}$

ت) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x^2 + 3x + 2}$$

ذکر چند نکته کنکوری: 

✓ حدهایی که حد صورت و مخرج آن‌ها صفر می‌شود و بعد از جایگذاری به صورت $\frac{0}{0}$ در می‌آید، می‌توانیم از نکات ذیل استفاده کنیم که به این نکات قوانین هم ارزی می‌گویند.

وقتی $u \rightarrow 0$ داریم:

$$1) \sin u \sim u$$

$$2) \tan u \sim u$$

$$3) 1 - \cos u \sim \frac{u^2}{2}$$

$$4) 1 - \cos^n u \sim n \times \frac{u^2}{2}$$

$$5) \cos u \sim 1 - \frac{u^2}{2}$$

$$6) \tan x \sim x$$

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. تمرین ۲

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\tan^2 x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos 2x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos 2x)}{\sin 2x (\cos x - 1)}$$

تمرین ۳ حاصل حدهای زیر را بدست آورید .

$$۱) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{2x+3}}{2 - \sqrt{3-x}}$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2}$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{\sqrt{x} - 1}$$

یاد آوری اتحاد چاق و لاغر:

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

مثال ✨ : حاصل حدهای زیر را پیدا کنید :

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = \frac{5}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 3}{x - 3} = \frac{9}{0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 5}{(x-1)^2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 3}{x - 1} = \frac{0 - 3}{0^-} = +\infty$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x}{|x - 3|} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 8}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 8}{(x-1)^2} = \frac{-6}{0^+} = -\infty$$

تمرین ۴

حاصل حدهای زیر را به دست آورید .

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + x - 2}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 + 2x - 3}$

تمرین ۵

حاصل حدهای زیر را پیدا کنید .

الف) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{3x - 1}{x - 5}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x - 7}{x - 5}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 + x - 5}{3 - x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 - 9}{2 - x}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x^2 - 4x + 4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 2}{4x^2 - 4x + 1}$

چ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x| - 1}{|x - 2|}$

ح) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$

خ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$

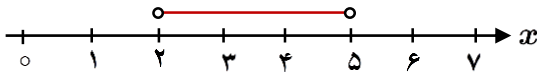
د) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 + 4x + 5}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$

حد نامتناهی :

تابعی مثل f را در نظر بگیرید که در نزدیکی یک نقطه مثل a ، مقدارش از هر عدد دلخواه مثبتی بتواند بزرگ تر شود؛ به عبارت دیگر، در نقطه a حد آن $+\infty$ شود . در اینجا، حدهایی از این نوع را بررسی می کنیم . ابتدا به چند تعریف نیاز داریم .

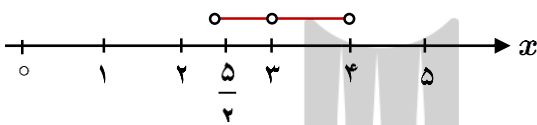
همسایگی : هر بازه باز شامل عدد حقیقی x_0 را یک همسایگی x_0 می نامیم . به عبارت دیگر اگر $x_0 \in (a, b)$ آنگاه بازه (a, b) یک همسایگی x_0 می باشد .

مثال: بازه (2, 5) یک همسایگی 3 است. آیا بازه (0, 4) هم یک همسایگی برای 3 محسوب می شود؟ شما دو همسایگی دیگر برای 3 بنویسید و جواب خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.



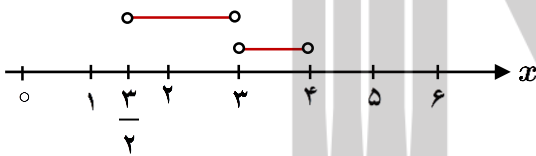
همسایگی محذوف: اگر بازه (a, b) یک همسایگی عدد حقیقی x_0 باشد، آنگاه مجموعه $(a, b) - \{x_0\}$ یک همسایگی محذوف x_0 نامیده می شود.

مثال: مجموعه $\{3\} - (\frac{5}{2}, 4)$ یک همسایگی محذوف 3 می باشد.



همسایگی چپ و راست: اگر r عددی مثبت باشد آنگاه $(x_0, x_0 + r)$ یک همسایگی راست x_0 نامیده می شود. همچنین، $(x_0 - r, x_0)$ را یک همسایگی چپ x_0 می نامیم.

مثال: بازه (3, 4) یک همسایگی راست 3 و بازه $(\frac{3}{2}, 3)$ یک همسایگی چپ 3 است. شما یک همسایگی راست دیگر برای 3 و یک همسایگی چپ برای آن بنویسید.



مثال: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$ را در صورت وجود بدست آورید.

توضیح حل: می دانیم $f(x) = \frac{1}{x^2}$ در هر نقطه غیر صفر تعریف شده است یعنی $D = R - \{0\}$

به رفتار تابع در یک همسایگی محذوف صفر توجه کنید.

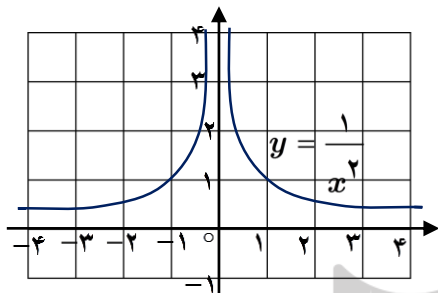
x	$\dots - 0 / 1$	$- 0 / 001$	$- 0 / 0001$	$\rightarrow 0 \leftarrow$	$0 / 0001$	$0 / 001$	$0 / 1 \dots$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	100	1000000	10000000	$+\infty$	100000000	10000000	100

هر چه از راست و یا چپ به صفر نزدیک می شود مقدار x^2 نیز به صفر نزدیک می شود و مقادیر $\frac{1}{x^2}$ به اندازه دلخواه بزرگ می شود.

و بنابراین دیده می شود که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$

توجه: همان طور که می دانید $+\infty$ یک عدد حقیقی نیست و رابطه $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$ صرفاً به حالت خاصی از عدم

وجود حد اشاره دارد به این معنا که $\frac{1}{x^2}$ را به هر اندازه که بخواهیم می توانیم بزرگ کنیم، مشروط بر اینکه x را به قدر کافی به صفر نزدیک کرده باشیم به این گونه حدها حد نامتناهی یا حد بی نهایت می گوئیم.



😊 قضیه زیر را بدون اثبات بپذیرید:

فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ در این صورت داریم:

(۱) ✓ اگر $L > 0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد آن گاه، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

(۲) ✓ اگر $L > 0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد آن گاه، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

(۳) ✓ اگر $L < 0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد آن گاه، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

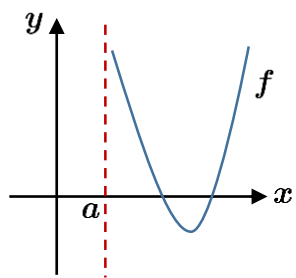
(۴) ✓ اگر $L < 0$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد آن گاه، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

توجه: قضیه بالا برای حالتی که $x \rightarrow a^+$ و یا $x \rightarrow a^-$ نیز برقرار است.

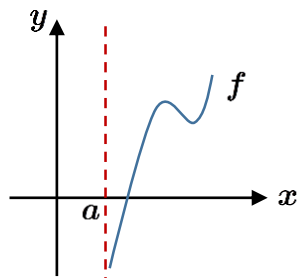
(۵) ✓ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ به این معناست که می توان مقدار $f(x)$ را از هر عدد منفی دلخواهی کوچکتر کرد، به شرط این که x با مقادیر بزرگ تر از a به قدر کافی به a نزدیک اختیار شود.

(۶) ✓ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ به این معناست که می توان مقدار $f(x)$ را از هر عدد منفی دلخواهی کوچکتر کرد، به شرط این که x با مقادیر کوچکتر از a به قدر کافی به a نزدیک اختیار شود.

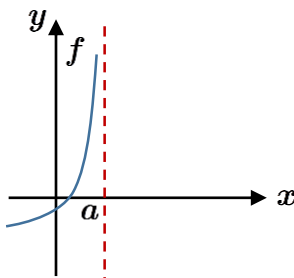
به نمودارهایی از حالت های حدود نامتناهی یک طرفه:



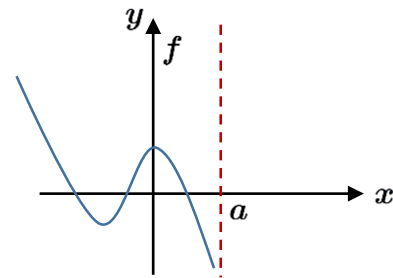
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$



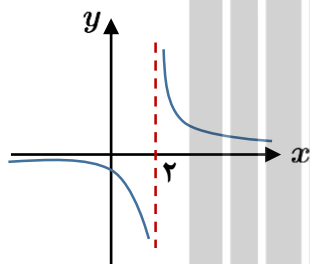
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

مثال: حاصل‌دهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = ?$ وجود ندارد.



حل: اگر به نمودارش دقت کنید، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty$$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ (طبق قضیه قبل)

پ) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5} = \frac{10}{0^-} = -\infty$ مخرج در نزدیکی 5 با مقادیر منفی به صفر نزدیک می‌شود و حد صورت هم برابر 10 است پس حد کسر برابر $-\infty$ است.

ت) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{x-5} = \frac{10}{0^+} = +\infty$ مخرج در نزدیکی 5 با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم برابر 10 است پس حد کسر برابر $+\infty$ است.

ث) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x-3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} \frac{[x]}{|3x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ح) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

حدود زیر را محاسبه کنید .

تمرین ۶

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{x-5}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2}$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x-3|}$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^-} \frac{[x]}{|3x+1|}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x}$$

تمرین ۷ نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در یک همسایگی محذوف -2 تعریف شده باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$. پاسخ خود را با جواب های دوستانتان مقایسه کنید .

تمرین ۷

تمرین ۸ الف) نشان دهید چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای $x+1$ بخش پذیر است.

تمرین ۸

ب) به کمک تقسیم، $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل ها بنویسید.

تمرین ۹ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .

تمرین ۹

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4}$$

تمرین ۱۰

حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 - x}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x + 2}}$$

تمرین ۱۱

حدهای زیر را تعیین کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x - 1}$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(x - 2)^4}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1 - 5x}{x^2 - 9}$$

$$\text{خ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x}$$

$$\text{ذ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow -6} \frac{9}{(x + 6)^2}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{4x + 1}{(2x + 1)^2}$$

$$\text{ح) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$$

$$\text{ر) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

الف) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

ب) عبارت $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟



بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>