بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info

ترکیبیات

هنر شمارش

ترکیبیات بخش مهمی از ریاضی است که بیش تر برای حل مسائل جالبی که همگی با شمارش سر و کار دارند به کار می رود.

این بخش پایه ای برای بخش های مهم دیگری از ریاضی مانند احتمال است که در سال های بعد با آن آشنا خواهید شد.

امروزه به افراد جهت شناسایی آن ها شناسه ها ی مختلفی نسبت می دهند، از جمله شماره ی شناسنامه، کد ملی و ...

به وسایلی مانند خانه، ماشین و ... نیز جهت تعیین مالکیت آن ها شماره و کدهایی نسبت داده می شود که گاهی از چند رقم یا حروف و یا ترکیبی از این دو تشکیل شده اند.

ممکن است پرسیده شود تعداد کد های ملی و یا شماره ی شناسنامه ای که می توانیم تولید کنیم تا به افراد نسبت دهیم چند تا است؟

و یا تعداد پلاک هایی که می توانیم تولید کنیم چند تا است؟ و یا تعداد کارت شارژ هایی که می توانیم تولید کنیم چند تا است؟ و ....

در این بخش با روش هایی که تعداد این حالت ها را بتوانیم با آن به دست آوریم، آشنا می شویم.

https://konkur.info

فعالیت

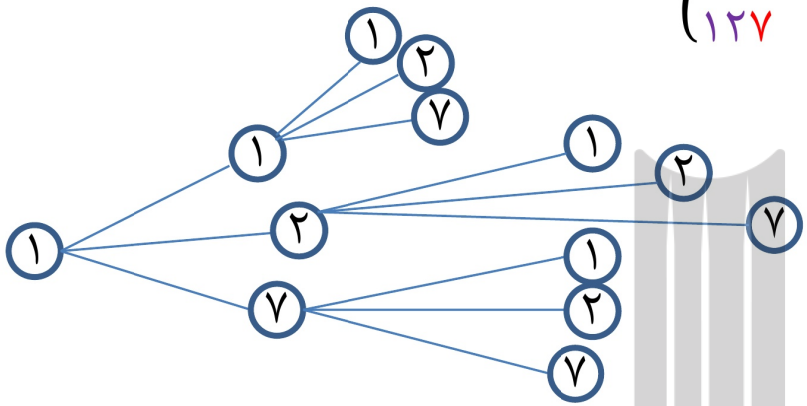
تمام اعداد سه رقمی را در نظر بگیرید که ارقام آن ها از مجموعه ی $A = \{۱,۲,۷\}$ انتخاب شده است. تعدادی از آن ها عبارتند از:

۱۱۱,۱۲۷,۷۲۱

الف) چند تا از این اعداد هستند که دو رقم سمت چپ آن ها برابر ۱۲ است؟

$$\begin{cases} ۱۲۱ \\ ۱۲۲ \\ ۱۲۷ \end{cases}$$

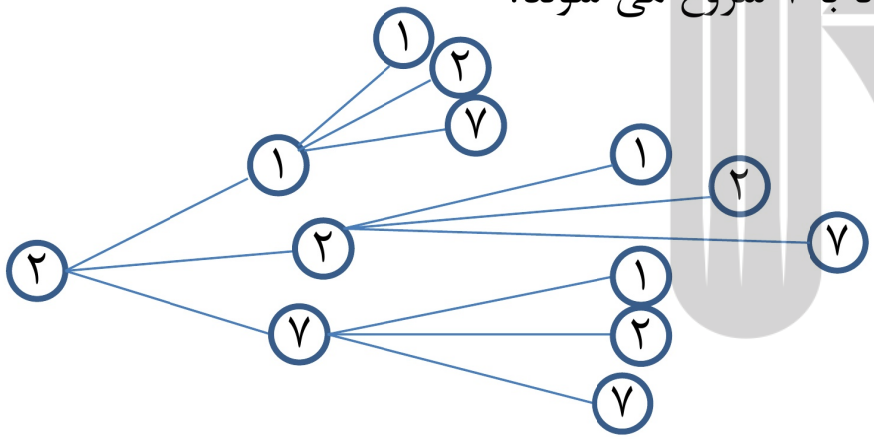
ب) تمام اعدادی که با رقم ۱ شروع می شوند را بنویسید.
تعدادشان چند تا است؟



۱۱۱,۱۱۲,۱۱۷,۱۲۱,۱۲۲,۱۲۷,۱۷۱,۱۷۲,۱۷۷

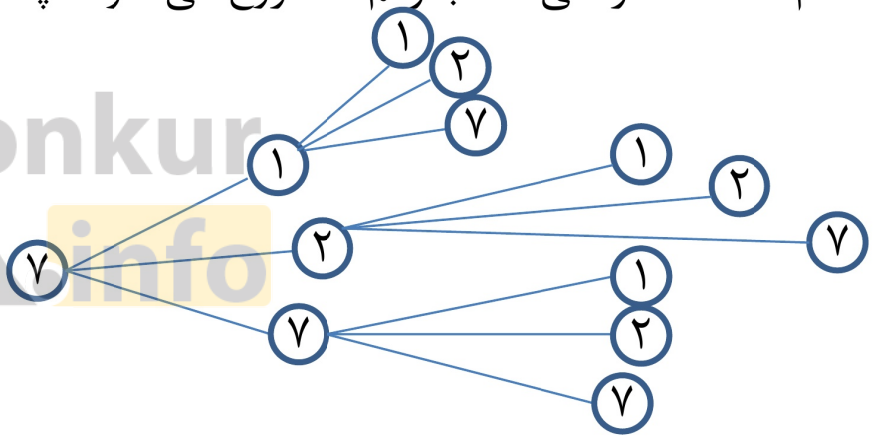
تعداد ارقامی که با ۱ شروع می شوند ۹ تاست.

ج) تمام اعداد سه رقمی که با رقم ۲ شروع می شوند چند تا است؟ چند تا با ۷ شروع می شوند؟



۲۱۱,۲۱۲,۲۱۷,۲۲۱,۲۲۲,۲۲۷,۲۷۱,۲۷۲,۲۷۷

تعداد ارقامی که با ۲ شروع می شوند ۹ تاست.



۷۱۱,۷۱۲,۷۱۷,۷۲۱,۷۲۲,۷۲۷,۷۷۱,۷۷۲,۷۷۷

تعداد ارقامی که با ۷ شروع می شوند ۹ تاست.

د) تعداد کل اعداد سه رقمی فوق چند تا است؟

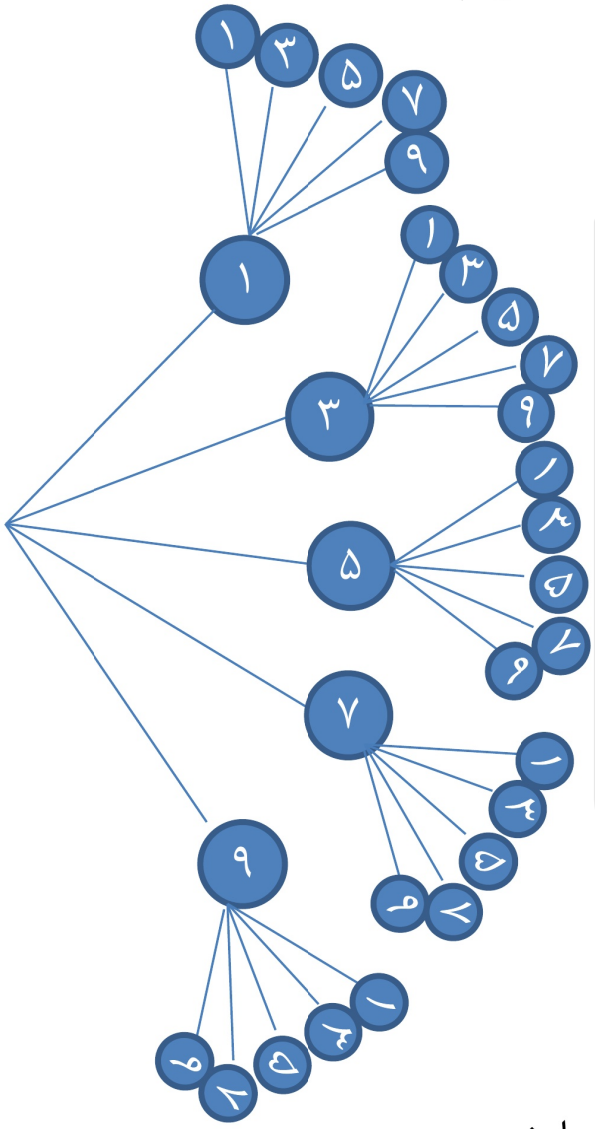
با توجه به قسمت های ب و ج تعداد کل اعداد سه رقمی که با ۱ و ۲ و ۷ ساخته می شوند، برابر است با: **۹ + ۹ + ۹ = ۲۷**

https://konkur.info

مثال :

تعداد اعداد دو رقمی با ارقام فرد را بیابید.

حل: ارقام فرد عبارتند از: ۱،۳،۵،۷،۹ (۵ رقم). بنابراین با در نظر گرفتن نمودار حالت ها داریم:



۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
۳۱	۳۳	۳۵	۳۷	۳۹
۵۱	۵۳	۵۵	۵۷	۵۹
۷۱	۷۳	۷۵	۷۷	۷۹
۹۱	۹۳	۹۵	۹۷	۹۹

با توجه به نمودار و جدول، تعداد اعداد دو رقمی با ارقام فرد برابر ۲۵ تا است.

(دقت داشته باشید که برای رقم اول ۵ حالت و برای رقم دوم نیز ۵ انتخاب وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالت را از ضرب این دو عدد نیز می توانیم به دست آوریم.)

تذکر: نموداری که در مثال بالا و فعالیت قبل رسم شد تا تعداد حالت های ممکن، نمایش داده شود، **«نمودار درختی»** نامیده می شود.

https://konkur.info

تمرین در کلاس

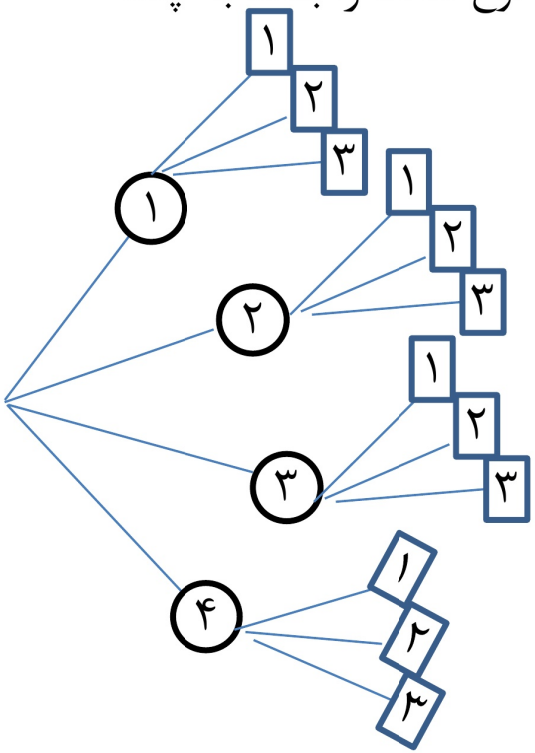
۱– بین دو شهر X و Y دو جاده و بین دو شهر Y و Z چهار جاده وجود دارد. به چند طریق می توان از شهر X (از طریق Y) به شهر Z رفت؟

حل: با کمی دقت در می یابیم که عمل ما(رفتن از شهر X به شهر Z) از دو جز مختلف تشکیل شده است.

جزء اول رفتن از شهر X به شهر Y و جزء دوم رفتن از شهر Y به شهر Z .

جزء اول را به ۲ طریق و جزء دوم را به ۴ طریق می توانیم انجام دهیم. بنابراین طبق اصل ضرب کل این عمل را به ۸ = ۴ × ۲ طریق می توانیم انجام دهیم.

۲– محسن ... در نظر دارد یک غذا و یک سالاد درست کند. اگر او طرز تهیه ی ۴ نوع غذا و سه نوع سالاد را بداند به چند روش می تواند ناهار را آماده کند؟ با استفاده از نمودار درختی نیز به سوال جواب دهید.



حل: عمل ما (درست کردن ناهار) از دو جزء مختلف تشکیل شده است.

جزء اول درست کردن غذا و جزء دوم درست کردن سالاد.

جزء اول را به ۴ طریق و جزء دوم را به ۳ طریق می توانیم انجام دهیم. بنابراین طبق اصل ضرب کل این عمل را به ۸ = ۳ × ۴ طریق می توانیم انجام دهیم.

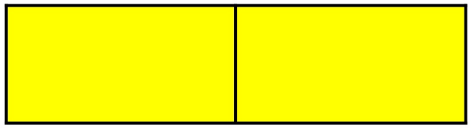
تذکر: اگر جزء اول را درست کردن سالاد و جزء دوم را درست کردن غذا در نظر بگیریم نیز جواب یکسان است.

https://konkur.info

مثال

۱– چند **کلمه ی دو حرفی** با استفاده از حروف d, c, b, a می توان ساخت؟

حل: عمل ما (ساختن کلمه) از دو جزء (دو حرف) تشکیل شده است. از این به بعد به جای نمودار درختی از روش زیر برای درک بهتر موضوع استفاده می کنیم. اگر شکل زیر را برای دو حرف در نظر بگیریم:



خانه ی اول (حرف اول یا جزء اول) ۴ حالت و خانه ی دوم (حرف دوم یا جزء دوم) نیز ۴ حالت مختلف دارند.

بنابراین تمام حالت ها طبق اصل ضرب $۴ \times ۴ = ۴^{۲} = ۱۶$ می باشد.

تذکر: از اصل ضرب می توان برای یافتن تعداد اعداد n رقمی استفاده کرد. فقط باید در نوشتن اعداد دقت کرد که رقم اول از سمت چپ صفر نباشد. (مثلا عدد سه رقمی فرد ۰۲۳ وجود ندارد.)

۲– چند **عدد چهار رقمی** با استفاده از ارقام $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵\}$ می توان ساخت طوری که بر ۵ بخش پذیر باشد؟

اگر چهار جایگاه برای ارقام در نظر بگیریم در این صورت:
چون رقم اول از سمت چپ نمی تواند صفر باشد بنابراین برای این جایگاه ۵ انتخاب داریم.
هم چنین چون عدد باید بر ۵ بخش پذیر باشد، بنابراین برای رقم سمت چپ ۲ انتخاب بیش تر نمی توانیم داشته باشیم(یا صفر یا پنج). برای جایگاه های دوم و سوم نیز ۶ انتخاب می توانیم داشته باشیم. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها عبارتند از: $۵ \times ۶ \times ۶ \times ۲ = ۳۶۰$

۳– با استفاده از سه رنگ آبی، قرمز و سبز به چند روش می توان خانه های جدول زیر را رنگ کرد؟

حل: عمل ما(رنگ کردن) از چهار جزء(چهار خانه) تشکیل شده است.
هر خانه را نیز به ۳ حالت می توانیم رنگ کنیم. بنابراین تعداد کل حالت های رنگ کردن این ۴ خانه طبق اصل ضرب برابر است با: $۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^{۴} = ۸۱$

https://konkur.info

مثال: دانش آموزی ۳ پیراهن، ۲ شلوار، ۴ کت و ۳ جفت جوراب دارد. او به چند حالت مختلف می تواند این لباس ها را پوشیده و به مدرسه برود؟

پیراهن	شلوار	کت	جوراب

پیراهن را به ۳ طریق، شلوار را به ۲ طریق، کت را به ۴ طریق و جوراب را به ۳ طریق می تواند انتخاب کند. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل این حالت ها برابر است با:

$$۳ \times ۲ \times ۴ \times ۳ = ۷۲$$

مثال: چند ماتریس ۳ × ۲ می توان با چهار عدد مختلف ۱ و ۲ و ۳ و ۴ نوشت؟

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

ماتریس ۳ × ۲ دارای ۶ درایه است و برای هر درایه ۴ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب داریم:

$$۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ۴^۶$$

مثال: با اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد طبیعی ۳ رقمی می توان ساخت هرگاه:

الف) تکرار ارقام مجاز نباشد

۵	۴	۳

$$۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$

ب) تکرار ارقام مجاز باشد.

۵	۵	۵

$$۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^۳$$

مثال: با حروف کلمه ی «پرسمان» :

الف) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت؟

ب) چند کلمه ی ۳ حرفی با حروف متمایز می توان نوشت؟

ج) چند کلمه ی ۴ حرفی با حروف متمایز می توان نوشت که به حرف «م» ختم شوند؟

د) چند کلمه ی ۳

https://konkur.info

حل:

الف) تعداد حروف کلمه ی پرسمان، ۶ تا است.

۶	۶	۶

بنابراین برای انتخاب حرف اول ۶ حالت، حرف دوم ۶ حالت و حرف سوم نیز ۶ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها عبارت است از: $۶ \times ۶ \times ۶ = ۶^۳$

ب) هنگامی که می خواهیم کلمه ای با حروف متمایز بسازیم، هر خانه نسبت به خانه ی قبلی ۱ حالت کم تر دارد. زیرا حرفی که در خانه ی قبلی باشد (برای اینکه تکراری نشود) دیگر در خانه های بعدی مورد استفاده قرار نمی گیرد.

برای انتخاب حرف اول ۶ حالت، حرف دوم ۵ حالت و حرف سوم ۴ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها عبارت است از: $۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰$

۶	۵	۴

ج) در کلمه ای چهار حرفی با حروف متمایز که به حرف «م» ختم می شود، خانه ی آخر فقط یک حالت دارد.

برای انتخاب حرف اول ۵ حالت، حرف دوم ۴ حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها عبارت است از: $۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$

۵	۴	۱

د) حرف پ یا در مکان اول قرار دارد یا در مکان دو و یا در مکان سوم.

حرف پ در مکان اول

پ	۵	۴

$۱ \times ۵ \times ۴ = ۲۰$

حرف پ در مکان دوم

۵	پ	۴

$۵ \times ۱ \times ۴ = ۲۰$

حرف پ در مکان سوم

۵	۴	پ

$۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$

$۲۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۶۰$

Konkur.info
https://konkur.info

مثال: دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. تعداد کل نتایج ممکن را به دست آورید.

تاس دوم	تاس اول

حل: عمل ما از دو جزء تشکیل شده است. برای هر جزء نیز ۶ حالت مختلف وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالت های ممکن طبق اصل ضرب برابر است با:

$$۶ \times ۶ = ۳۶$$

مثال: یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم. تعداد کل نتایج ممکن را به دست آورید.

سکه	تاس

حل: عمل ما از دو جزء تشکیل شده است. یکی پرتاب تاس و دیگری پرتاب سکه. برای پرتاب تاس ۶ حالت مختلف و برای پرتاب سکه ۲ حالت مختلف وجود دارد. بنابراین تعداد کل حالت های ممکن طبق اصل ضرب برابر است با:

$$۶ \times ۲ = ۱۲$$

Konkur.info

جایگشت ($Permutation$)

موارد زیادی وجود دارد که ترتیب اجرای اعمال در آن ها مهم است.

فعالیت

احمد، آرش و رضا به عنوان دانش آموزان ممتاز استان شناخته شده اند. به همین مناسبت در مرکز استان مراسمی جهت تقدیر از آن ها ترتیب داده شده است و قرار است یکی یکی جهت دریافت هدایای خود بالای سکو بروند. قطعا روش های مختلفی برای بالا رفتن آن ها وجود دارد. ...

الف) جدول روبرو را کامل کنید.

احمد	آرش	رضا
	رضا	آرش
آرش	احمد	رضا
	رضا	احمد
رضا	احمد	آرش
	آرش	احمد

حالت های مختلف:

آرش – احمد – رضا	رضا – احمد – آرش	رضا – آرش – احمد
احمد – آرش - رضا	احمد – رضا – آرش	آرش – رضا – احمد

مثال : چهار نفر به چند طریق می توانند در یک ردیف کنار هم بایستند؟

حل: نفر سمت چپ می تواند یکی از ۴ نفر باشد. بنابراین ۴ حالت دارد.

نفر دوم هر یک از ۳ نفر باقی مانده می تواند باشد. پس ۳ حالت دارد.

برای نفر سوم و چهارم به ترتیب ۲ و ۱ حالت وجود دارد.

در نتیجه طبق اصل ضرب جواب برابر است با: $۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۲۴$

https://konkur.info

واژه ی جایگشت ترجمه ی «$Permutation$» است که به آن تبدیل هم گفته می شود.

به عنوان مثال BCA, BAC, ABC سه جایگشت مختلف از سه حرف A و B و C می باشند.

در فعالیت قبلی جایگشت های ۳ تایی از ۳ شی و در مثال قبلی جایگشت های ۴ تایی از ۴ شی مطرح بود.

مثال : با استفاده از ارقام ۹،۷،۳،۲،۱ چند عدد ۵ رقمی با ارقام مختلف می توان نوشت؟

حل: با کمی دقت در می یابیم که باید تمام ترتیب های مختلف قرار گرفتن این اعداد کنار یکدیگر (جایگشت) را بیابیم.

جدول زیر را در نظر بگیرید. چون قرار است اعداد ۵ رقمی با ارقام متمایز ساخت بنابراین برای جایگاه اول ۵ حالت، جایگاه دوم ۴ حالت و ... وجود دارد.

۵	۴	۳	۲	۱

$$۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$

سوال: در مثال بالا اگر تکرار ارقام مجاز بود، تعداد کل حالت ها را به دست آورید.

حل:

۵	۵	۵	۵	۵

بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت ها برابر است با:

$$۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^{۵}$$

https://konkur.info

معرفی یک نماد:

برای سهولت در محاسبات، حاصل ضرب اعداد متوالی از ۱ تا n را با نماد $n!$)بخوانید n فاکتوریل(نشان می دهیم.

به عبارت دیگر داریم: $n! = ۱ \times ۲ \times \cdots \times (n-۱) \times n = n(n-۱) \times \cdots \times ۲ \times ۱$

قرارداد: $\begin{cases} ۰! = ۱ \\ ۱! = ۱ \end{cases}$

با توجه به مثال های قبل گزاره ی کلی زیر در مورد تعداد جایگشت ها قابل بیان است:

تعداد جایگشت های n شی ء متمایز برابر با $n!$ است.

مثال: تعداد جایگشت های حروف کلمه ی «کشورمان» برابر است با: $۷!$

تمرین در کلاس

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف) $\frac{۱۰!}{۵!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵!}{۵!} = ۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶$

ب) $۱! + ۲! + ۳! + ۴! = ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ = ۳۳$

ج) $\frac{n!}{(n-۱)!} = \frac{n(n-۱)!}{(n-۱)!} = n$

https://konkur.info

۳- حاصل ضرب ۱۱ × ۱۰ × ۹ × ۸ را با استفاده از نماد فاکتوریل نمایش دهید.

$$۸ \times ۹ \times ۱۰ \times ۱۱ \times \frac{۷!}{۷!} = ۱۱ \times ۱۰ \times ۹ \times ۸ \times \frac{۷!}{۷!} = \frac{۱۱!}{۷!}$$

۴– ۱۰ نامه ی مختلف را به چند طریق می توان در ۱۰ پاکت مختلف قرار داد؟

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۰!$$

نکته: تعداد جایگشت های n شی متمایز در یک حالت دایره ای برابر است: $(n - ۱)!$

مثال: ۵ نفر به چند طریق می توانند دور یک میز بنشینند؟

حل: طبق نکته ی بالا تعداد حالت ها برابر است با: $(۵ - ۱)! = ۴! = ۲۴$

مثال: ۷ اتومبیل به چند حالت می توانند دور یک میدان قرار بگیرند؟

حل: طبق نکته ی بالا تعداد حالت ها برابر است با: $(۷ - ۱)! = ۶!$

https://konkur.info

تمرین در کلاس

۱- در مورد معنای $\mathbf{P}(n,n)$ بحث کرده و به دو روش نشان دهید: $\mathbf{P}(n,n)=n!$

حل: $\mathbf{P}(n,n)$ یعنی تعداد جایگشت های n تایی(به طول n) از n شی مختلف.

روش اول: با استفاده از اصل ضرب:

جایگشت به طول n

n	$(n-۱)$	$(n-۲)$	$\cdots$	۲	۱

$$n\times(n-۱)(n-۲)\times\cdots\times ۲\times ۱=n!$$

روش اول: با استفاده از فرمول:

$$\mathbf{P}(n,n)=\frac{n!}{(n-n)!}=\frac{n!}{۰!}=\frac{n!}{۱}=n!$$

۲- چند رشته ی (کلمه ی) سه حرفی با حروف متفاوت انگلیسی می توان نوشت؟

حل: تعداد کل حروف انگلیسی برابر ۲۶ تا است. در این جا تعداد جایگشت های ۳ تایی از این ۲۶ حرف خواسته شده است.

$$\mathbf{P}(۲۶,۳)=\frac{۲۶!}{(۲۶-۳)!}=\frac{۲۶!}{۲۳!}=\frac{۲۶\times ۲۵\times ۲۴\times ۲۳!}{۲۳!}=۲۶\times ۲۵\times ۲۴$$

https://konkur.info

تمرین: به چند طریق می توان ۳ کتاب ریاضی مختلف و ۴ کتاب فیزیک مختلف را کنار هم قرار داد به طوری که:

الف) کتاب های ریاضی کنار هم باشند.

ب) کتاب های فیزیک کنار هم باشند.

ج) کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟

ترکیب: $(Combination)$

در اکثر مسائلی که تا به حال حل کرده ایم، ترتیب قرار گرفتن اشیاء اعم از حروف، ارقام و ... مهم بود.

اما مسائلی وجود دارند که در آن ها **ترتیب قرار گرفتن اشیاء** به هیچ وجه مهم نیست.

به عنوان مثال، فرض کنید در یک کلاس ۲۴ نفره قرار است ۵ نفر برای نمایندگی در شورای دانش آموزی انتخاب شود.

در این جا ترتیب انتخاب افراد مهم نیست.

یا مثلا وقتی می گوییم با اعداد مجموعه ی، {۱,۲,۳,۴} اعداد دو رقمی بسازید عدد ۱۲ و ۲۱ کاملا متفاوت اند.
یعنی اینکه رقم ۲ در یکان باشد یا در دهگان، دو عدد مختلف را پدید می آورد.

اما اگر در همین جا ذکر شود که با اعداد مجموعه ی {۱,۲,۳,۴} مجموعه های دو عضوی بنویسید، در این حالت وضعیت با قسمت قبل متفاوت است.

در این جا دو مجموعه ی {۱,۲} و {۲,۱} یکی هستند. یعنی در این جا ترتیب قرار گرفتن اعداد مهم نیست.

https://konkur.info

تمرین در کلاس

۳- تساوی های زیر را ثابت کنید:

الف) $\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$

$$\binom{n}{۲} = \frac{n!}{(n-۲)!\,۲!} = \frac{n(n-۱)(n-۲)!}{(n-۲)!\,۲\times ۱} = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

ب) $\binom{n}{k} = \binom{n-۱}{k} + \binom{n-۱}{k-۱}$

$$\binom{n-۱}{k} = \frac{(n-۱)!}{(n-۱-k)!\,k!}$$

$$\binom{n-۱}{k-۱} = \frac{(n-۱)!}{\big(n-۱-(k-۱)\big)!\,(k-۱)!} = \frac{(n-۱)!}{(n-۱-k+۱)!\,(k-۱)!} = \frac{(n-۱)!}{(n-k)!\,(k-۱)!}$$

$$\Rightarrow \binom{n-۱}{k} + \binom{n-۱}{k-۱} = \frac{(n-۱)!}{(n-k-۱)!\,k!} + \frac{(n-۱)!}{(n-k)!\,(k-۱)!} = \frac{(n-k)(n-۱)! + k(n-۱)!}{(n-k)!\,k!}$$

$$= \frac{n(n-۱)! - k(n-۱)! + k(n-۱)!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}$$

https://konkur.info

۴- دو دلیل ذکر کنید که $\binom{n}{۰} = ۱$

الف) $\binom{n}{۰}$ یعنی انتخاب صفر شی از n شی. که فقط به یک حالت امکان پذیر است.

ب) با استفاده از فرمول:

$$\binom{n}{۰} = \frac{n!}{(n-۰)!\,۰!} = \frac{n!}{n! \times ۱} = \frac{n!}{n!} = ۱$$

۵– ۱۰ چراغ در یک ردیف قرار دارند. به چند طریق می توان ۳ تا از آن ها را روشن کرد؟ به چند طریق می توان ۷ تا از آن ها را روشن کرد؟ دو پاسخ را با هم مقایسه کنید.

$$\binom{۱۰}{۳} = \frac{۱۰!}{(۱۰-۳)!\,۳!} = \frac{۱۰!}{۷!\,۳!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷!}{۷! \times ۳ \times ۲} = ۱۲۰$$

$$\binom{۱۰}{۷} = \frac{۱۰!}{(۱۰-۷)!\,۷!} = \frac{۱۰!}{۳!\,۷!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷!}{۳ \times ۲ \times ۷!} = ۱۲۰$$

در هر دو حالت جواب یکسان است.

۶– تعداد زیر مجموعه های چهار عضوی مجموعه ی $\mathbf{A} = \{۱,۲,...,۷\}$ را بیابید. به چند طریق می توان ۳ عضو از مجموعه ی $\mathbf{A}$ حذف کرد؟ دو جواب را مقایسه کنید.

$$\binom{۷}{۴} = \frac{۷!}{(۷-۴)!\,۴!} = \frac{۷!}{۳!\,۴!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۳ \times ۲ \times ۴!} = ۳۵$$

$$\binom{۷}{۳} = \frac{۷!}{(۷-۳)!\,۳!} = \frac{۷!}{۴!\,۳!} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۳ \times ۲ \times ۴!} = ۳۵$$

در هر دو حالت جواب یکسان است.

۷– با توجه به دو تمرین قبل، یک تساوی برای $\binom{n}{k}$ بیان کنید.

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

https://konkur.info

نکته ی ۱: اگر در مساله ای بین دو حالت (یا چند حالت) کلمه ی «و» بیاید، تعداد هر کدام از حالت ها را به دست می آوریم و در هم ضرب می کنیم تا جواب نهایی به دست آید.

مثال

۱– از میان ۶ دانش آموز کلاس اول و ۸ دانش آموز کلاس دوم، به چند طریق می توان کمیته ای ۵ نفره تشکیل داد به طوری که ۳ دانش آموز کلاس اول و ۲ دانش آموز کلاس دوم باشد؟

حل: برای انتخاب ۳ دانش آموز از کلاس اول $\binom{۶}{۳}$ راه وجود دارد و برای انتخاب دانش آموز از کلاس دوم $\binom{۸}{۲}$ روش وجود دارد.

بنابراین طبق نکته ی فوق تعداد کل حالت ها برابر است با: $\binom{۶}{۳} \times \binom{۸}{۲}$

۲– در یک آپارتمان که ۱۰ خانوار زندگی می کنند قرار است یک شورای ۴ نفره متشکل از اعضای آن تشکیل شود. از هر خانواده تنها زن یا شوهر می تواند عضو آن شورا شود. به چند طریق ممکن است شورای ۴ نفره تشکیل شود؟

حل: ابتدا تعیین می کنیم که چهار خانواری که قرار است یک نفر از آن ها عضو شورا شود کدامند.

تعداد این خانوارها به $\binom{۱۰}{۴}$ قابل انتخاب است.

پس از انتخاب چهار خانوار از هر کدام به دو حالت می توان یک نفر را انتخاب کرد.

بنابراین جواب مسئله برابر $\binom{۱۰}{۴} \times ۲^۴$ است.

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info