

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>

فصل ۲

مثلثات

نسبت های مثلثاتی

درس اول

دایره مثلثاتی

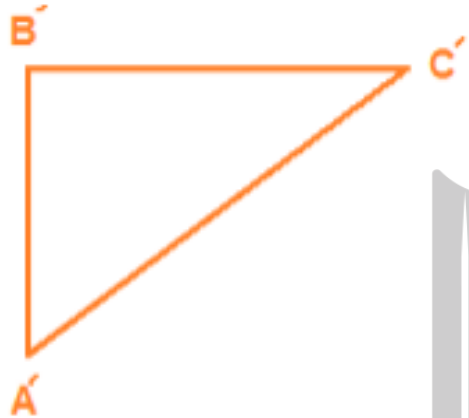
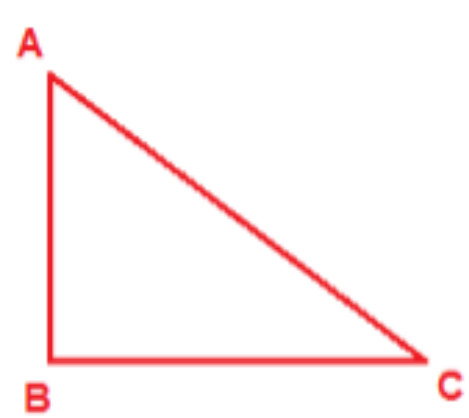
درس دوم

روابط بین نسبت های مثلثاتی

درس سوم

یادآوری

دو مثلث متشابه: دو مثلث را متشابه می‌گوییم هر گاه زاویه نظیر در آن‌ها برابر و نسبت اضلاع متناظر نیز برابر باشند.

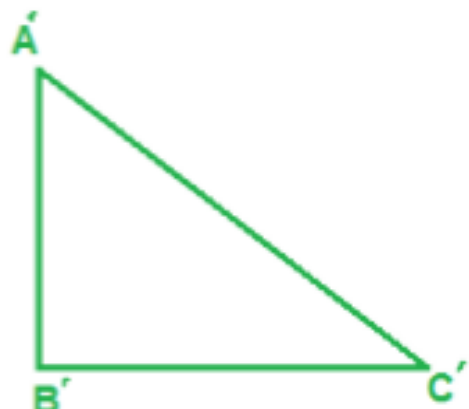
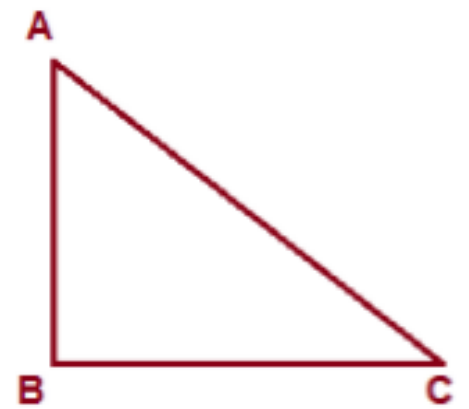


$$\hat{A} = \hat{A}' , \hat{B} = \hat{B}' , \hat{C} = \hat{C}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

نکته: هر گاه زاویه از مثلثی با دو زاویه از یک مثلث برابر باشند آنگاه آن دو مثلث با هم متشابه اند.

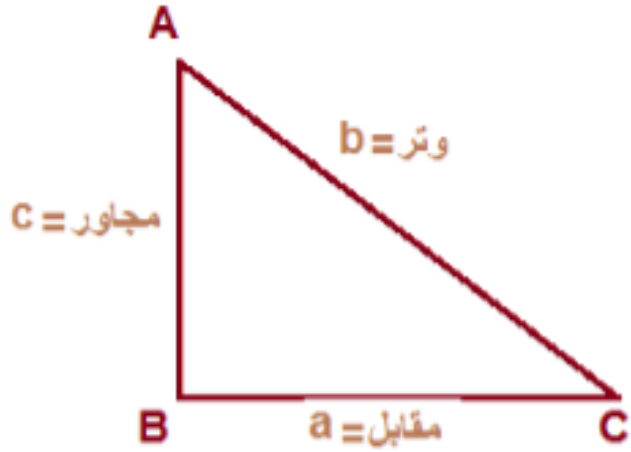
نکته: اگر مثلث ABC و مثلث $A'B'C'$ قائم الزاویه باشند و زاویه $C = C'$ برابر باشند آنگاه آن دو مثلث با هم متشابه اند. ۹۰



$$\left. \begin{array}{l} C = C' \\ B = B' = 90 \end{array} \right\} \Delta ABC = \Delta A'B'C'$$

نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه:

مثلث قائم الزاویه ABC را در نظر می گیریم در این حالت نسبت های مثلثاتی را به صورت زیر تعریف کرده و محاسبه می کنیم.



۱- سینوس زاویه A: $(\sin A)$ طول وتر A

$$\sin A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول وتر}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin A = \frac{a}{b}$$

۲- کسینوس زاویه A: $(\cos A)$

$$\cos A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول وتر}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos A = \frac{c}{b}$$

۳- تانژانت زاویه A: $(\tan A)$

$$\tan A = \frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \tan A = \frac{a}{c}$$

۴- کتانژانت زاویه A: $(\cot A)$

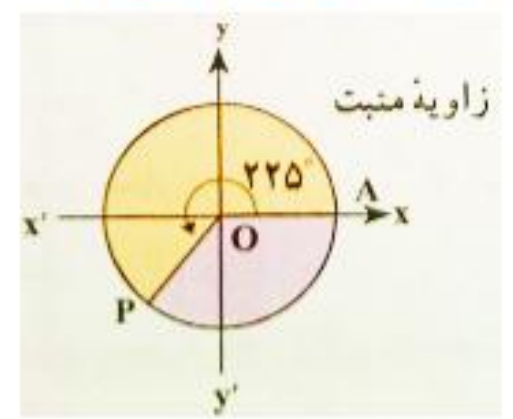
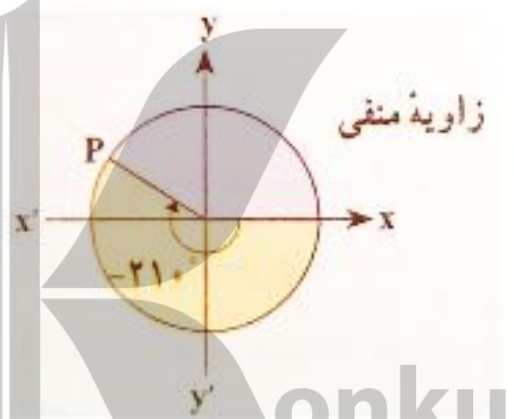
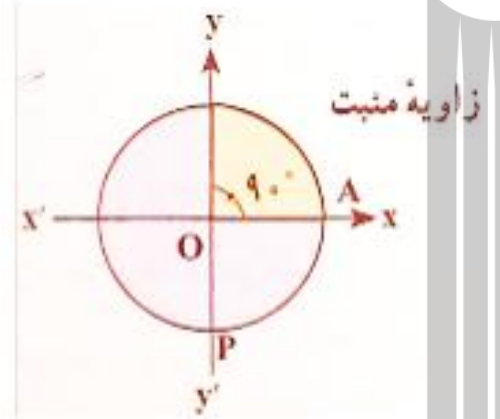
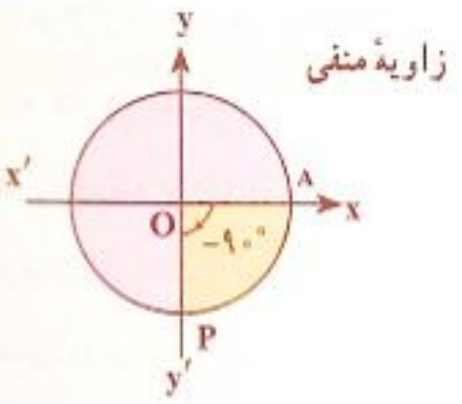
$$\cot A = \frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه A}}{\text{طول ضلع مقابل به زاویه A}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \cot A = \frac{c}{a}$$

محاسبه نسبت های مثلثاتی زاویای ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ درجه.

زاویه	۳۰	۴۵	۶۰
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{1}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot A$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

دایره مثلثاتی: دایره مثلثاتی دایره ای است جهت دار که شعاع آن برابر ۱ باشد و نقطه A مبدا حرکت برای رسم زاویه ها و کمان ها در نظر می گیریم.

جهت مثلثاتی: در دایره مثلثاتی حرکت از نقطه A در خلاف جهت عقربه های ساعت را جهت مثبت مثلثاتی و حرکت در جهت عقربه های ساعت را جهت منفی مثلثاتی می گوئیم



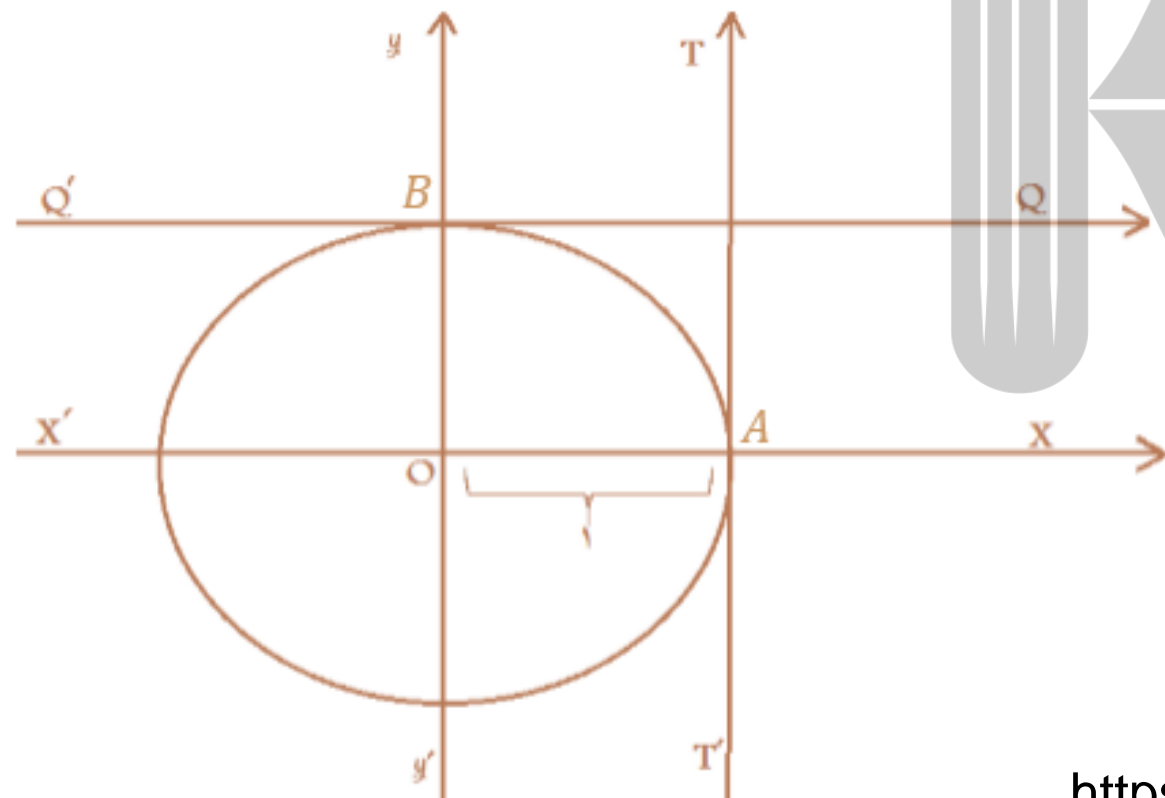
محور های مثلثاتی در روی دایره مثلثاتی:

۱- محور xOx (محور طول ها) را محور \cos ها می نامیم.

۲- محور yOy (محور عرض ها) را محور \sin ها می نامیم.

۳- محور $TÁT$ که موازی محور y ها می باشد محور \tan ها می نامیم.

۴- محور QBQ که موازی محور x ها می باشد محور \cot ها می نامیم.

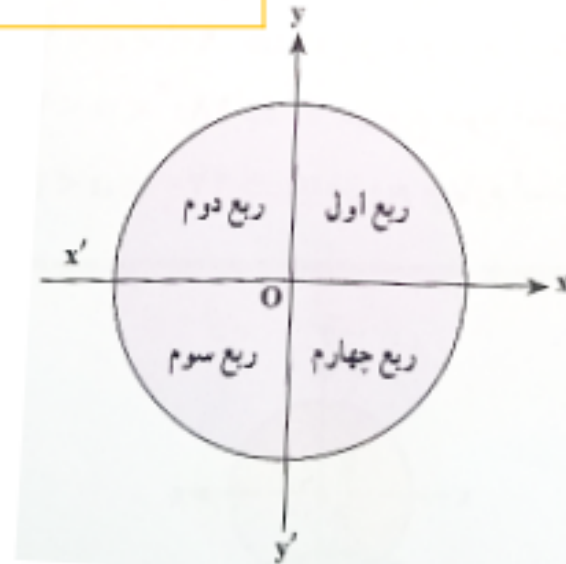
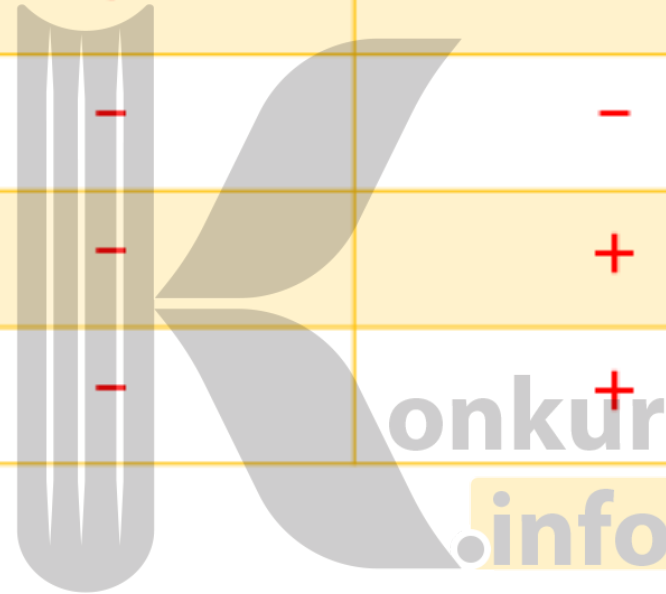


محاسبه نسبت های مثلثاتی زوایای ۰ و ۹۰ و ۱۸۰ و ۲۶۰ و ۳۶۰:

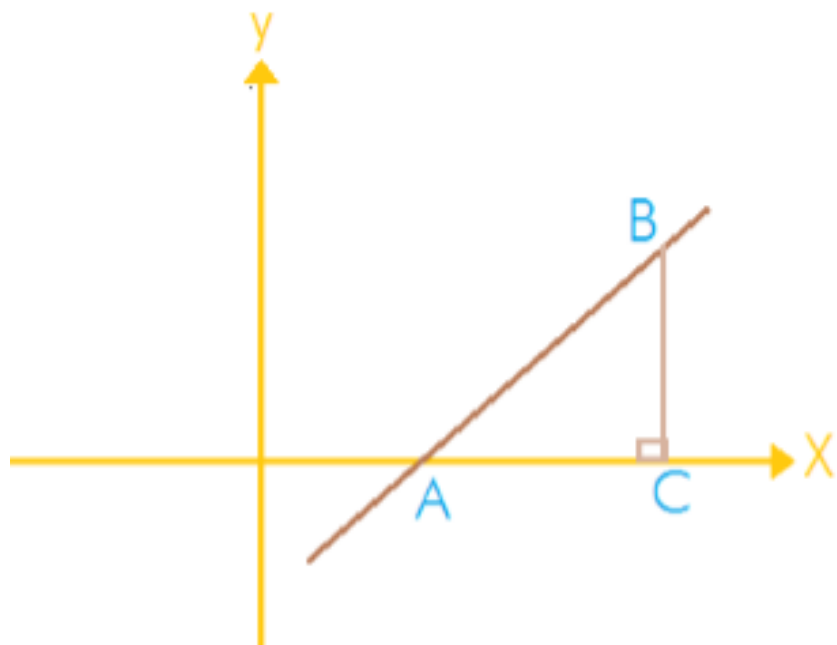
مقدار	۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
$\sin \theta$	۰	۱	۰	-۱	۰
$\cos \theta$	۱	۰	-۱	۰	۱
$\tan \theta$	۰	تن	تن	تن	۰
$\cot \theta$	تن	۰	تن	۰	تن

علامت نسبت های مثلثاتی در ناحیه چهارگانه:

زاویه θ	ربع اول $0 < \theta < 90$	ربع دوم $90 < \theta < 180$	ربع سوم $180 < \theta < 270$	ربع چهارم $270 < \theta < 360$
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-



رابطه بین خط شیب و تانژانت یک زاویه: خط L که محورهای مختصات را در نقطه A قطع کرده و با محور افقی زاویه آلفا می سازد در نظر می گیریم در این باتوجه به شکل خواهیم داشت.



$$\left. \begin{aligned} \text{شیب خط} = m_l &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{BC}{AC} \quad 1 \\ \tan \alpha &= \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{BC}{AC} \quad 2 \end{aligned} \right\} m_l = \tan \alpha$$

نتیجه: شیب هر خط که محور افقی را قطع می کند برابر است با \tan زاویه ای بین آن خط و جهت مثبت محور افقی یعنی:

$$(m_l = \tan \alpha)$$

روابط بین نسبت های مثلثاتی یک زاویه: هر گاه α یک زاویه دلخواهی باشد روابط زیر بین نسبت های مثلثاتی زاویه α برقرار می باشد.

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>