

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
info

<https://konkur.info>

آزمون شماره ۱۴

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲



آزمون‌های سراسر کاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال | | تعداد سؤال | مواد امتحانی | ردیف |
|--------------|------------|----|------------|---------------|--------------|
| | از | تا | | | |
| ۷۰ دقیقه | ۱ | ۱۵ | ۱۵ | حسابان ۲ | ۱ ریاضیان |
| | ۱۶ | ۳۰ | ۱۵ | ریاضیات گسسته | |
| | ۳۱ | ۴۵ | ۱۵ | هندسه ۳ | |

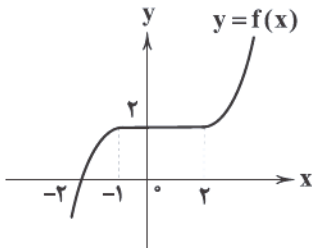
<https://konkur.info>

ریاضیات



حسابان (۲)

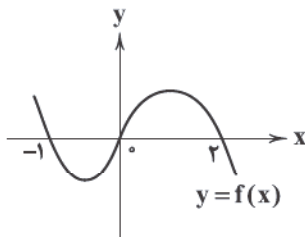
۱- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر بوده و $g(x) = f(-x-2) - 2$ و $g(x) = 0$ و $g(x) > 0$ و $g(x) < 0$ باشد، نمودار تابع h در کدام

$$h(x) = \begin{cases} 2 & g(x) > 0 \\ 1 & g(x) = 0 \\ -1 & g(x) < 0 \end{cases}$$


ناحیه محورهای مختصات قرار ندارد؟

- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

۲- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر باشد آن‌گاه دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x-1)}{f(1-x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-3$ ، $x+2$ ، x^2-6x+5 و $ax+b$ باشد، آن‌گاه عدد ثابت چندجمله‌ای $p(x)$ کدام است؟

- (۱) -۸
- (۲) ۸
- (۳) -۴
- (۴) ۴

۴- اگر نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ محور x را در نقاط به طول‌های -1 ، 1 و 3 و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض 2 قطع کند آن‌گاه $f(5)$ برابر است با:

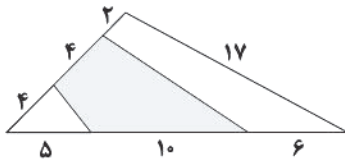
- (۱) ۲۶
- (۲) ۲۸
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۲

۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \log_3(4x+1) & x \geq 2 \\ 3^{(a-1)x} & x < 2 \end{cases}$ به ازای مقادیر a متعلق به بازه $[m, n]$ اکیداً یکنوا باشد، بیشترین مقدار $n-m$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۶- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی رنگی برابر است با:



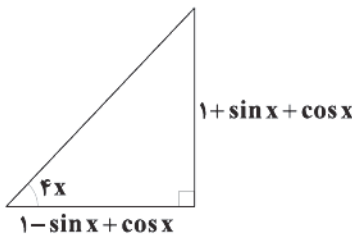
(۱) ۴۴

(۲) ۴۲

(۳) ۴۰

(۴) ۳۸

۷- با توجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



(۱) $\frac{\pi}{15}$

(۲) $\frac{\pi}{14}$

(۳) $\frac{\pi}{13}$

(۴) $\frac{\pi}{12}$

۸- مجموع جواب‌های حاده و منفرجه معادله $\frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin x - \cos x}{2}$ برابر است با:

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{7\pi}{4}$ (۴) π

۹- اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 ax \cos^2 ax \cos^2 2ax \cos^2 4ax$ برابر $\frac{\pi}{16}$ باشد، مقدار a و ماکزیمم تابع به ترتیب از راست به چپ برابر است با:

(۱) $\frac{1}{64}, \pm 2$ (۲) $\frac{1}{8}, \pm 2$ (۳) $\frac{1}{64}, \pm 4$ (۴) $\frac{1}{8}, \pm 4$

۱۰- به ازای کدام مقدار a فاصله بین دو مجانب متوالی تابع $f(x) = \cot(\frac{3\pi}{4} - ax) - \tan(\frac{3\pi}{4} - ax)$ برابر $\frac{\pi}{16}$ است؟

(۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) ± 6 (۴) ± 8

۱۱- معادله مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+4} - \sqrt[3]{x+1}}$ در صورت وجود، کدام است؟

(۱) $y = \frac{2}{3}$ (۲) $y = -\frac{2}{3}$ (۳) $y = \frac{3}{2}$ (۴) فاقد مجانب افقی

۱۲- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[f(x)]$ برابر است با: ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- به ازای چند مقدار a ، نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ فقط دارای دو مجانب است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- اگر مساحت چهارضلعی که اضلاع آن مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ax+1}{|x|-2}$ هستند، برابر ۲۴ واحد مربع است. فاصله بین مجانب‌های افقی تابع $\frac{1}{f(x)}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۵- نقطه $A(-\frac{1}{2}, 3)$ محل تلاقی مجانب‌های نمودار $y = \frac{bx^2-7}{4x^2+ax+1}$ است. نمودار تابع در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



ریاضیات گسسته

۱۶- سه عدد $5n+1$ ، $3n+7$ و $6n-10$ اول هستند. اگر این سه عدد ریشه‌های معادله $f(x) = 3x^2 + ax^2 + bx + c$ باشند، مقدار $f(7)$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۳۲۰ (۲) ۳۴۱ (۳) ۳۶۰ (۴) ۳۸۱

۱۷- دو عدد طبیعی m و n نسبت به هم اول هستند. اگر ریشه معادله $\sqrt[3]{96k+7} = 343 - 96k$ به صورت $\frac{m}{n}$ باشد، $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۸- عددی دو رقمی به تصادف انتخاب می‌کنیم و به جای n در رابطه $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ قرار می‌دهیم، به چه احتمالی این عدد مضرب ۳۶۱ می‌شود؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{45}$

۱۹- اگر برای دو عدد طبیعی a و b داشته باشیم $c = [a, b]$ ، $(a, b) = d$ و رابطه $c^2 - 177 = d^2 - 4d = \sqrt{d-3} - 2\sqrt{11-d} + d^2$ برقرار باشد، مقدار $c+d$ کدام است؟ ($2|a, 2|b$)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۲۰- اگر $(a, b) = 1$ و $75|(a+b)^2$ ، آن‌گاه $(a, 225)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱۵

۲۱- اگر $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ و $B = (1+2+3+\dots+100)!$ باشد، رقم یکان $(A+B)^{A+B}!$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی که در معادله همنهشتی $6x^2 + 16x + 33 \equiv 17 \pmod{10}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲- اگر $f(x) = -6x^2 + 12x - 8$ باشد، باقی مانده تقسیم $f(102) + f(103) + \dots + f(112)$ بر عدد ۵ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۴- در یک گراف ساده از مرتبه ۹ و اندازه ۱۱، رابطه $\Delta = \delta + 1$ برقرار است. چند رأس با درجه Δ در این گراف وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۵- چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ وجود دارد که اندازه گراف برابر ۴ باشد و درجات رئوس a و b هر دو برابر یک باشد؟

- (۱) ۱۹۶ (۲) ۲۱۵ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۶۰

۲۶- در گراف K_6 چند دور به طول ۵ داریم که از رأس a عبور نکند اما از رئوس b و c عبور کند؟

- (۱) ۱۷۵ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۵۵

۲۷- به گراف ۳ منتظم از مرتبه ۱۰ حداقل چند یال اضافه کنیم تا مطمئن شویم این گراف همبند است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۱ (۴) ۷

۲۸- گراف ساده G با مجموعه رئوس $V = \{1, 2, 3, \dots, 60\}$ مفروض است. هر دو رأس a و b در این گراف زمانی با هم مجاور هستند

که $|a-b|=6$ یا $|a-b|=9$ باشد. این گراف چند بخش جدا از هم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۹- با رئوس a, b, c و d چند گراف همبند می توان ساخت؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۹ (۳) ۴۲ (۴) ۳۸

۳۰- در یک گراف ناهمبند و منتظم، اگر مرتبه و اندازه گراف برابر p و q باشد و رابطه $q = p + r + 2$ برقرار باشند، r کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۵

هندسه (۲)

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه $X \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ صدق کند، حاصل جمع درایه های قطر اصلی ماتریس X کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{13}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{13}{2}$

۳۲- اگر $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $|AB| = 4$ ، حاصل $|A^{-1} - B^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۳ (۴) ۶

۳۳- نقطه A روی خط l واقع در صفحه P است. اگر نقاطی از صفحه که از خط l به فاصله ۲ و از نقطه A به فاصله ۳ باشند، پشت سر هم به هم

وصل کنیم، شکلی حاصل می شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $6\sqrt{5}$ (۴) $8\sqrt{5}$

۳۴- چند نقطه روی دایره $x^2 + (y-6)^2 = 4$ وجود دارد که مجموع فواصل آن از دو نقطه $(4, 3)$ و $(0, 3)$ ، $2\sqrt{5}$ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ و $A^T = \alpha A^{-1} + \beta I$ باشد، $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۳۶ (۳) ۴۳ (۴) ۵۰

۳۶- مساحت کوچک ترین دایره‌ای که هم‌زمان به دو دایره $C_1: x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$ و $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ مماس خارجی است، چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{9}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) π (۴) 4π

۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی m ، خط $y = \frac{x}{3} + \frac{m}{2}$ دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ را قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۵

۳۸- مساحت مکان هندسی وسط وترهایی به طول ۴ درون دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 = 25$ کدام است؟

- (۱) 9π (۲) 17π (۳) 21π (۴) 25π

۳۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ b & -3 \end{bmatrix}$ و ماتریس BA قطری باشد، ab کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۹

۴۰- طول وتر کانونی در یک بیضی با مختصات کانون‌های $F'(0, -7)$ و $F(0, 5)$ که نقطه $B = (\frac{5}{4}, \alpha)$ رأس ناکانونی آن است، چقدر است؟

- (۱) $\frac{25}{\sqrt{61}}$ (۲) $\frac{25}{13}$ (۳) $\frac{25}{26}$ (۴) $\frac{25}{2\sqrt{61}}$

۴۱- اگر دایره‌های C و C' در ناحیه دوم بر هم مماس خارج باشند و به ترتیب بر محور x ها و محور y ها مماس باشند و مرکز آن‌ها به

ترتیب $O' \begin{bmatrix} -3 \\ \beta \end{bmatrix}$ و $O \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$ باشند، β کدام است؟

- (۱) $\frac{39}{14}$ (۲) $\frac{41}{15}$ (۳) $\frac{17}{5}$ (۴) $\frac{16}{3}$

۴۲- اگر نقاط $A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $B \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $C \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت دایره محیطی کدام است؟

- (۱) 6π (۲) 8π (۳) $6/5\pi$ (۴) 7π

۴۳- اگر دستگاه $\begin{cases} mx + 2y = 5 \\ (m+4)x + my = -5 \end{cases}$ فاقد جواب باشد، مساحت دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y - m = 0$ کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 9π (۳) 16π (۴) 25π

۴۴- اگر $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، $|A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۵- اگر $a = \begin{bmatrix} \log 5 & \log 4 & 0 \\ \frac{1}{2} \log 2 & 2 \log \sqrt{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2\sqrt{10^a} & \sqrt{4^a} \\ \sqrt{25^a} & \sqrt{10^a} \end{bmatrix}$ ، حاصل $|\frac{1}{3}B^T|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{25}{6}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۴) $\frac{25}{36}$

آزمون شماره ۱۴

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سوال: ۶۰ | مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

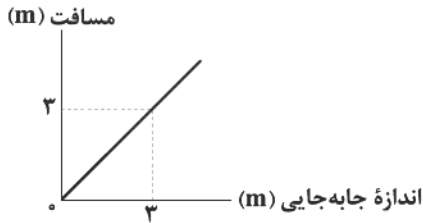
| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سوال | شماره سوال | | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|------------|------------|-----|--------------|
| | | | از | تا | |
| ۱ | فیزیک | ۳۵ | ۴۶ | ۸۰ | ۴۵ دقیقه |
| ۲ | شیمی | ۲۵ | ۸۱ | ۱۰۵ | ۲۵ دقیقه |

<https://konkur.info>

فیزیک



۴۶- نمودار مسافت طی شده بر حسب اندازه جابه‌جایی متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط

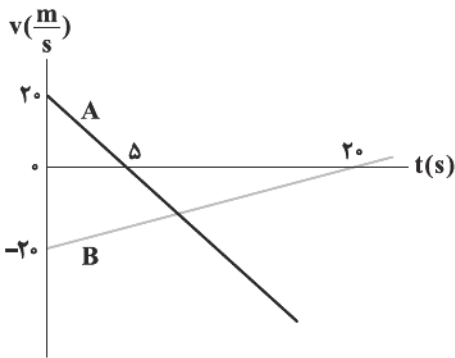


با این متحرک صحیح نیست؟

- (۱) جهت بردار سرعت متحرک الزاماً ثابت است.
- (۲) متحرک تغییر جهت نداده است.
- (۳) جهت بردار جابه‌جایی متحرک الزاماً ثابت است.
- (۴) در این حرکت لزوماً متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۴۷- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور X حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ

مکان عبور کنند، مجموع مسافت‌های طی شده توسط دو متحرک در بازه زمانی که به یک‌دیگر نزدیک می‌شوند، چند متر است؟



- (۱) ۲۸۸
- (۲) ۲۶۴
- (۳) ۲۲۴
- (۴) ۱۶۰

۴۸- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی محور X شروع به حرکت می‌کند و مسیری مستقیم را طی می‌کند. مدت‌زمانی که ۶۴ درصد آخر مسیر را

طی می‌کند، t_2 و مدت‌زمانی که ۶۴ درصد اول مسیر را طی می‌کند، t_1 می‌نامیم. حاصل مجذور $\frac{t_2}{t_1}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{9}$

۴۹- راننده اتومبیلی که با سرعت $90 \frac{km}{h}$ بر روی محور X در حال حرکت است، ناگهان متوجه حضور دوچرخه‌سواری در فاصله 70 متری از خود

می‌شود که با سرعت $18 \frac{km}{h}$ در همان جهت در حال حرکت است. اگر راننده در همین لحظه با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ ترمز کند، حداقل فاصله

اتومبیل از دوچرخه‌سوار به چند متر می‌رسد؟

- (۱) ۷۵
- (۲) $17/5$
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۰

۵۰- متحرکی با سرعت اولیه $12 \frac{m}{s}$ و شتاب ثابت a بر روی محور X حرکت می‌کند. اگر اندازه جابه‌جایی این متحرک در ثانیه چهارم و پنجم

حرکتش برابر باشد، a چند متر بر مجذور ثانیه است؟

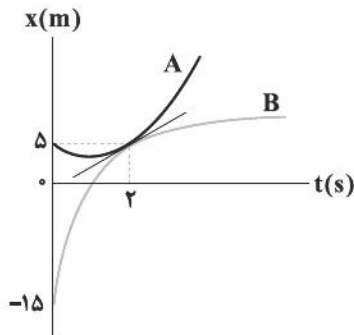
- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) ۲
- (۴) -۲

محل انجام محاسبات

۵۱- متحرک A با شتاب a و متحرک B با شتاب -a هم‌زمان و هم‌جهت از یک نقطه با سرعت v می‌گذرند. هنگامی که متحرک B متوقف می‌شود، متحرک A در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟

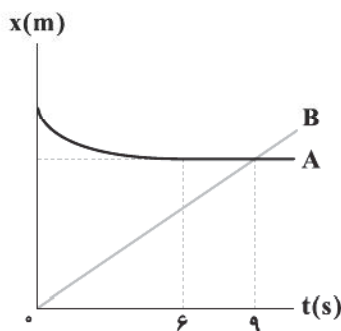
(۱) $\frac{v^2}{2a}$ (۲) $\frac{v^2}{a}$ (۳) $\frac{2v^2}{a}$ (۴) $\frac{2v}{a}$

۵۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور xها با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب هر دو متحرک یکسان باشد، اندازه شتاب هر متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟



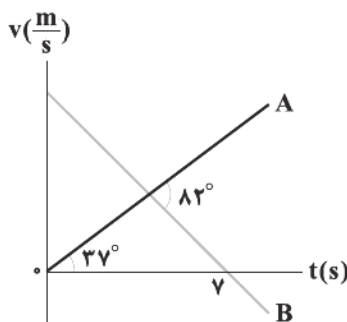
- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۰

۵۳- نمودار مکان - زمان دو اتومبیل A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند و در ابتدا (مبدأ زمان) در فاصله ۲۷۰ متری از یک‌دیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط اتومبیل B از ابتدا تا لحظه رسیدن به اتومبیل A، دو برابر تندی متوسط اتومبیل A است. اگر شتاب اتومبیل A هنگام کاهش تندی، ثابت باشد، شتاب متوسط اتومبیل A و سرعت اتومبیل B در لحظه رسیدن اتومبیل A به اتومبیل B در SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) ۵ و ۳۰
- (۲) $\frac{1}{3}$ و ۳۰
- (۳) ۲۰ و ۵
- (۴) $\frac{2}{3}$ و ۲۰

۵۴- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. از لحظه صفر تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک با هم برابر می‌شود، سرعت متوسط متحرک B در SI چند متر بر ثانیه است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)



- (۱) ۵
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۷

۵۵- گلوله A از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود و ۲ ثانیه بعد گلوله B از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر دو گلوله هم‌زمان به سطح

زمین برسند، فاصله بین ارتفاع رها سازی گلوله‌های A و B از یکدیگر چند متر بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.

- (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

۵۶- گلوله A از ارتفاع بسیار بلندی از سطح زمین رها می‌شود. ۱/۵ ثانیه بعد، گلوله B نیز از همان ارتفاع رها می‌شود. اگر فاصله بین دو گلوله ۲

ثانیه پس از رها شدن گلوله A برابر L_1 و ۴ ثانیه پس از رها شدن گلوله A برابر L_2 باشد، $L_2 - L_1$ چند متر است؟

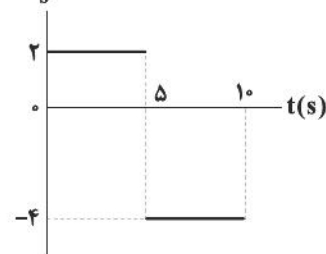
- (۱) $\frac{221}{8}$ (۲) ۳۰ (۳) $\frac{471}{8}$ (۴) ۶۰

۵۷- نمودار شتاب- زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده در مدت زمانی که متحرک در جهت

محور X حرکت می‌کند، به مسافت طی شده در مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، چقدر است؟ (متحرک از حال

سکون شروع به حرکت می‌کند).

$a(\frac{m}{s^2})$



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۳

۵۸- سه نیروی $\vec{F}_1 = -20\vec{i} + 50\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\vec{i} - 20\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ (برحسب SI) به طور هم‌زمان به جسمی به جرم یک کیلوگرم اثر می‌کنند.

در این حالت، اندازه شتاب جسم برابر با حالتی می‌شود که فقط نیروهای \vec{F}_2 و \vec{F}_3 به صورت هم‌زمان به این جسم اثر کنند. در این صورت

کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\alpha = \frac{25 + 5\beta}{2}$ (۲) $\alpha = \frac{5\beta + 5}{2}$ (۳) $\alpha = \frac{25 + 2\beta}{5}$ (۴) $\alpha = \frac{5 + 2\beta}{5}$

۵۹- فرض کنید که یک چترباز در پرش آزاد خود به تندی حدی $5 \frac{m}{s}$ برسد و اندازه نیروی مقاومت هوا بعد از باز شدن چتر با تندی چترباز متناسب باشد.

در این صورت در لحظه‌ای که تندی چترباز بعد از باز شدن چتر به $7/5 \frac{m}{s}$ می‌رسد، بزرگی شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{55}{3}$

۶۰- ماهواره A در ارتفاع h از سطح زمین و ماهواره B در ارتفاع ۲h از سطح زمین با جرم‌های یکسان در مدارهای دایره‌ای شکل دور زمین

می‌چرخند. اگر انرژی جنبشی ماهواره B، $\frac{3}{5}$ انرژی جنبشی ماهواره A باشد، بزرگی شتاب گرانشی زمین در محل ماهواره A چند برابر

بزرگی شتاب گرانشی روی سطح زمین است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{9}{25}$ (۴) $\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۶۱- جسمی به جرم 200 گرم روی محور x ها در حال حرکت است و رابطه نیروی خالص وارد بر جسم برحسب زمان در SI ، به صورت $F_{net} = -2t + 8$ می‌باشد. اگر سرعت این جسم در مبدأ زمان برابر با $20 \frac{m}{s}$ باشد، نکانه جسم در لحظه $t = 6s$ چند واحد SI است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۶۲- دو ساعت آونگ‌دار مشابه در اختیار داریم. اولی در سطح زمین است و دومی در ارتفاعی است که شتاب گرانش در آن جا 19% درصد نسبت به سطح زمین کاهش یافته است. در مدت زمان 12 ساعت، ساعتی که در ارتفاع است، دقیقه، می‌افتد و در این سؤال نسبت مدت زمان نشان داده شده توسط دو ساعت با کدام گزینه متناسب است؟

(۱) ۳۶ - عقب - نسبت عکس فرکانس (۲) ۷۲ - عقب - نسبت عکس دوره نوسان

(۳) ۳۶ - جلو - نسبت عکس دوره نوسان (۴) ۷۲ - جلو - نسبت عکس فرکانس

۶۳- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت زمان 30 ثانیه، 150 بار طول یک پاره خط 20 سانتی متری را طی می‌کند. اگر در لحظه t_1 ($0 < t_1 < 30s$)، انرژی جنبشی این نوسانگر، 15 برابر انرژی پتانسیل آن باشد، تندی نوسانگر در لحظه t_1 چند سانتی متر بر ثانیه است؟

(۱) $25\sqrt{15}\pi$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$ (۳) $\frac{\sqrt{15}}{4}\pi$ (۴) $12/\sqrt{15}\pi$

۶۴- انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر با کدام یک از عوامل زیر متناسب نیست؟

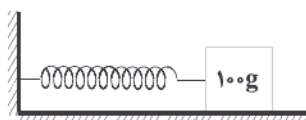
(۱) معکوس مربع دوره تناوب (۲) مربع جرم (۳) مربع بسامد زاویه‌ای (۴) مربع دامنه نوسان

۶۵- در نوسانگر هماهنگ ساده A ، اگر برای اولین بار مسافت طی شده در ثانیه‌های سوم و چهارم برابر شود و در نوسانگر هماهنگ ساده B مسافت طی شده در ثانیه‌های اول و سوم برای دومین بار یکی شود، دوره‌های تناوب نوسانگرهای A و B به ترتیب از راست به چپ برحسب ثانیه در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) ۴ و ۶ (۲) ۲ و ۹ (۳) ۴ و ۱۲ (۴) ۲ و ۱۵

۶۶- در شکل زیر، جسمی به جرم $100g$ را که به فنری بسته شده، فشار می‌دهیم تا طول فنر $8cm$ کاهش پیدا کند و سپس آن را رها می‌کنیم.

اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = T$ شتاب متوسط جسم برابر صفر و بزرگی سرعت متوسط آن برابر $8 \frac{m}{s}$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر

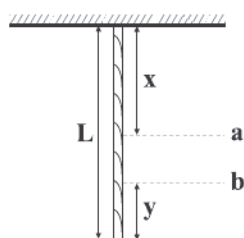


است؟ ($\pi^2 = 10$) و از اصطکاک جسم با سطح صرف نظر شود.

(۱) ۵۰ (۲) ۲۵۰

(۳) ۲۵۰۰ (۴) ۵۰۰

۶۷- مطابق شکل زیر، طناب همگنی به جرم m و طول L از سقف آویزان شده است. تندی انتشار موج عرضی در طناب، در نقطه‌ای به فاصله y



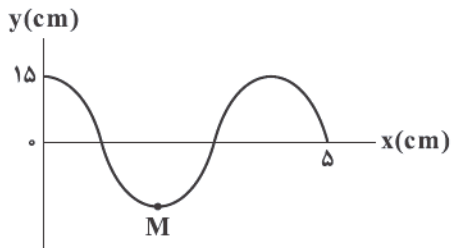
از پایین طناب چند برابر تندی انتشار موج عرضی در آن در نقطه‌ای به فاصله x از بالای آن است؟

(۱) $\sqrt{\frac{m_y}{m_L}}$ (۲) $\frac{m_y}{m_{L-x}}$

(۳) $\frac{m_{L-x}}{m_L}$ (۴) $\sqrt{\frac{m_y}{m_{L-x}}}$

محل انجام محاسبات

۶۸- شکل زیر، تصویر یک موج را در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد. در مدت زمانی که موج به اندازه 8m پیشروی می‌کند، ذره M چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

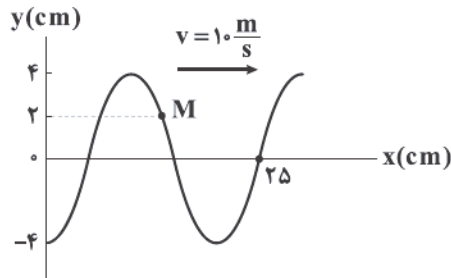


- (۱) ۹
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۸

۶۹- هنگامی که یک سر ریسمانی را به نوسان در می‌آوریم، طول موج ایجادشده در آن برابر 40cm می‌شود. اگر بزرگی نیروی کشش ریسمان 5N و طول ریسمان 80cm باشد، بسامد و جرم ریسمان به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

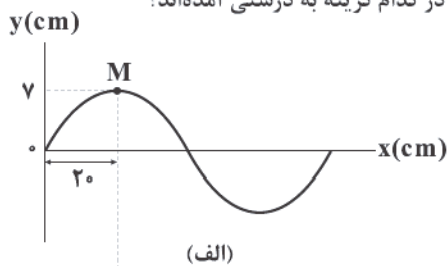
- (۱) 2 و 5
- (۲) 4 و $2/5$
- (۳) 4 و 5
- (۴) 2 و 10

۷۰- شکل زیر، تصویر یک موج را در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد. سرعت متوسط ذره M در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{30}\text{s}$ تا $t_2 = \frac{1}{12}\text{s}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است و تندی انتشار موج چند برابر بیشینه تندی ذره M در موج است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

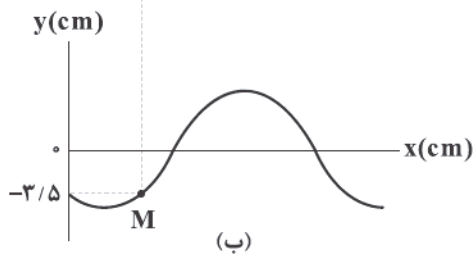


- (۱) $-\frac{5}{2\pi}$ و 800
- (۲) $\frac{5}{4\pi}$ و 800
- (۳) $\frac{5}{4\pi}$ و -1600
- (۴) $\frac{5}{2\pi}$ و 1600

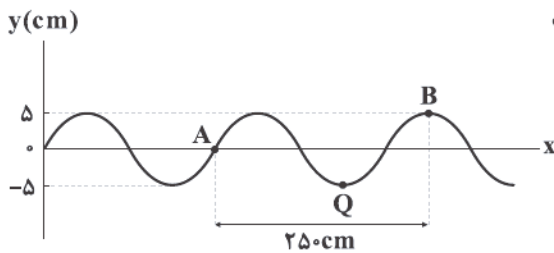
۷۱- نمودار جابه‌جایی- مکان یک موج مکانیکی با دوره تناوب T در لحظه $t=0$ مطابق شکل (الف) و در لحظه $t = \frac{1}{9}\text{s}$ مطابق شکل (ب) می‌باشد. اگر این موج در جهت محور x حرکت کند و $\frac{T}{4} > \frac{1}{9}\text{s}$ باشد، تندی انتشار این موج (برحسب متر بر ثانیه) و بیشینه تندی ذره M در موج (برحسب متر بر ثانیه) و بسامد موج (برحسب هرتز) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) 6 و $0/84\pi$ ، $1/2$
- (۲) 3 و $0/42\pi$ ، $2/4$
- (۳) 9 و $0/21\pi$ ، $4/8$
- (۴) 3 و $8/4\pi$ ، $2/4$

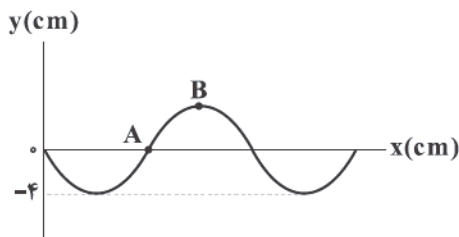


۷۲- شکل زیر، یک موج مکانیکی سینوسی را نشان می‌دهد. بزرگی سرعت متوسط نقطه Q در مدتی که موج از نقطه A تا نقطه B حرکت می‌کند، برابر با $50 \frac{cm}{s}$ است. تندی انتشار این موج چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۵
- (۲) ۲۵
- (۳) ۳۰
- (۴) ۵۰

۷۳- نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج عرضی که در راستای محور X منتشر می‌شود، در یک لحظه مطابق شکل زیر است. اگر در این لحظه ذره B رو به پایین راه بیفتد و تندی ذره A، دو برابر تندی انتشار موج باشد، جهت حرکت ذره A در این لحظه به کدام سمت بوده و طول موج این موج چند سانتی‌متر است؟



- (۱) بالا - 4π
- (۲) پایین - 8π
- (۳) بالا یا پایین - 4π
- (۴) بالا یا پایین - 0.8π

۷۴- در پرش آزاد یک چترباز در هوا، اگر چترباز به دو تندی حدی $9 \frac{m}{s}$ و $6 \frac{m}{s}$ برسد، تندی متوسط چترباز در بازه زمانی $t=0$ تا لحظه‌ای که چترباز چترش را باز کند، در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱) $s_{av} = 7.5 \frac{m}{s}$ (۲) $s_{av} = 4.5 \frac{m}{s}$ (۳) $s_{av} > 4.5 \frac{m}{s}$ (۴) $s_{av} > 7.5 \frac{m}{s}$

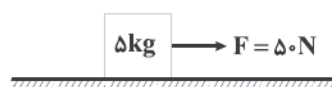
۷۵- شخصی در آسانسوری که با شتاب ثابت a رو به پایین در حرکت است. روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازوی فنری وزن او را $720 N$ نشان می‌دهد. اگر آسانسور شتاب رو به پایین خود را به 2a برساند، عدد نشان داده‌شده توسط ترازو $240 N$ تغییر می‌کند، جرم شخص (برحسب کیلوگرم) و بزرگی شتاب ثانویه آسانسور (برحسب متر بر مجذور ثانیه) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) 96 و 2/5
- (۲) 84 و 2/5
- (۳) 84 و 5
- (۴) 96 و 5

۷۶- خودرویی به جرم 1/5 تن با تندی ثابت $90 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده 2/2 ثانیه پس از دیدن مانع اقدام به ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر خودرو از لحظه دیدن مانع توسط راننده تا لحظه توقف، مسافت 30m را طی کرده باشد، اندازه نیروی اصطکاک هنگام ترمز کردن چند نیوتون است؟

- (۱) 18750
- (۲) 1875
- (۳) 187/5
- (۴) 18/75

۷۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 5kg از حالت سکون در مسیری مستقیم تحت تأثیر نیروی \vec{F} به حرکت درمی‌آید و پس از 4s نیروی \vec{F} قطع می‌شود. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با $10\sqrt{34} N$ باشد، مقدار گرمایی که بر اثر اصطکاک در کل مسافت حرکت جسم تولید می‌شود، چند ژول است و جسم از لحظه شروع حرکت تا لحظه توقف چه مسافتی را (برحسب متر) طی کرده

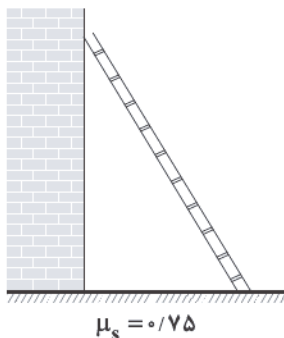


است؟ (به ترتیب از راست به چپ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) 1600 و 1/3
- (۲) 1600 و 160/3
- (۳) 2400 و 8/3
- (۴) 2400 و 160/3

محل انجام محاسبات

۷۸- مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم 10 kg به دیوار قائم فاقد اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر پایین آن در سطح افقی در آستانه سرخوردن باشد، اندازه نیرویی که از طرف دیوار قائم به نردبان وارد می‌شود، چند برابر اندازه نیرویی است که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) $\frac{3}{5}$

۷۹- گلوله‌ای به جرم 2 kg با سرعت اولیه $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. این گلوله بعد از گذشت ۲ ثانیه به بیشترین ارتفاع خود در فاصله ۳۰ متری از سطح زمین می‌رسد. این گلوله مسیر برگشت از نقطه اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) تا سطح زمین را در چند ثانیه طی می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و نیروی مقاومت هوا در کل مسیر ثابت فرض شود).

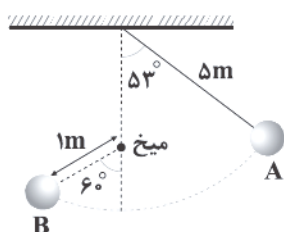
(۴) ۲

(۳) $\sqrt{6}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{3}$

۸۰- آونگی با گلوله‌ای به جرم 2 kg در حرکت است. گلوله آونگ با تندی v_A از نقطه A پرتاب می‌شود و وقتی به پایین ترین نقطه مسیر می‌رسد، در مسیر خود به میخی برخورد می‌کند. اندازه تکانه گلوله در نقطه‌های A و B (به ترتیب از راست به چپ) چند واحد SI است؟



($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_A + v_B = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\sin 53^\circ = 0.8$ و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود).

(۱) ۱۵ و ۱۵

(۲) ۱۶ و ۱۴

(۳) ۱۷ و ۱۳

(۴) ۱۸ و ۱۲

شیمی



۸۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- مولکول‌های سازنده عسل، گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.
- در ساختار روغن زیتون شماری گروه هیدروکسیل وجود دارد.
- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در اتیلن گلیکول برابر با مجموع شمار اتم‌ها در اوهره است.
- فرمول تقریبی بنزین با فرمول مولکولی اوکتان مطابقت دارد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۸۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با شیر منیزی درست است؟

- یکی از رایجترین داروهای ضداسیدی است که شامل منیزییم اکسید است.
- این دارو به شکل سوسپانسیون مصرف می شود.
- در معادله موازنه شده واکنش آن با اسید معده، مجموع ضرایب واکنش دهندهها برابر با مجموع ضرایب فراوردهها است.
- به عنوان یک داروی ضداسید اغلب به همراه آلومینیوم هیدروکسید مصرف می شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- مخلوط آب و روغن یک مخلوط ناهمگن بوده که با افزودن صابون به آن، همگن می شود.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون، نور را پخش می کنند.
- ذره های سازنده سوسپانسیون، ذره های ریزماده هستند.
- آب دریا، نوشیدنی ها، هوا، انواع رنگ ها، شوینده ها و چسب ها همگی جزو مخلوط های همگن هستند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۴- a گرم بارییم اکسید و b گرم پتاسیم اکسید به طور جداگانه در دو لیتر آب حل شده اند. اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول شامل

بارییم اکسید، سه برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول دیگر باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ (از تغییر حجم محلول چشم پوشی شود).

($K = 39, O = 16, Ba = 137 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) ۵/۵۶ (۱) ۲) ۲/۷۸ (۲) ۳) ۲/۴۴ (۳) ۴) ۴/۸۸ (۴)

۸۵- اگر V_1 لیتر از محلول اسید HA با $pH = 3$ با V_2 لیتر از محلول باز BOH با $pH = 11$ به طور کامل خنثی شود، برای این که $V_1 = V_2$

باشد، برقراری کدام شرط زیر لازم است؟

آ) اسید و باز هر دو قوی باشند.

ب) اگر اسید و باز هر دو ضعیف باشند، باید درجه یونش آنها برابر باشد.

۱) فقط «ب» ۲) «آ» یا «ب» ۳) فقط «آ» ۴) هیچ کدام

۸۶- m گرم از یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده که شامل ۳۳ اتم هیدروژن است با ۴ دسی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید

با $pH = 13/4$ به طور کامل واکنش داده و pH محلول به ۱۳ رسیده است. m کدام است؟ (از تغییر حجم محلول، چشم پوشی شود).

($C = 12, H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) ۳/۷۸ (۱) ۲) ۳۷/۸ (۲) ۳) ۱/۶۲ (۳) ۴) ۱۶/۲ (۴)

۸۷- نوار منیزییم با کدام یک از محلول های زیر سریع تر واکنش می دهد؟ ($H = 1, N = 14, O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) محلول هیدرویدیک اسید با $pH = 3/1$

۲) محلول ۰/۰۳۶ مولار نیترو اسید با درجه یونش ۰/۰۲۵

۳) محلول نیتریک اسید که در هر چهار لیتر آن، ۱۸۹ میلی گرم اسید حل شده است.

۴) محلول ۰/۵ درصد جرمی سرکه با درجه یونش ۰/۰۰۱۵ و چگالی $1 g \cdot mL^{-1}$

محل انجام محاسبات

۹۳- مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول ۰/۱۶۹ مولار اسید HX چند مول بر لیتر است؟ ($K_a = 1/96 \times 10^{-9}$)

- (۱) $3/12 \times 10^{-4}$ (۲) $3/12 \times 10^{-5}$ (۳) $3/64 \times 10^{-4}$ (۴) $3/64 \times 10^{-5}$

۹۴- آبکاری کروم در یک محلول اسیدی دارای پتاسیم دی کرومات ($K_2Cr_2O_7$) انجام می‌شود. اگر نیم‌واکنش آندی، اکسایش آب باشد، ضمن

نشاندن ۱۰/۴ گرم فلز کروم بر روی یک قطعه با روش آبکاری، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵L است، تولید

می‌شود؟ ($Cr = 52 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱/۲ (۲) ۷/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۴۵

۹۵- از کدام مورد برای ظروف بسته‌بندی مواد غذایی استفاده می‌شود و علت اصلی آن در کدام گزینه آمده است؟

(۱) آهن سفید، زیرا حتی در صورت ایجاد خراش، آهن از خوردگی محافظت می‌شود.

(۲) آهن سفید، زیرا فلز روی ممکن است اکسید شود، اما هرگز خورده نمی‌شود.

(۳) حلبی، زیرا فلز قلع در مجاورت محیط‌های اسیدی مواد غذایی از بین نمی‌رود.

(۴) حلبی، زیرا حتی در صورت ایجاد خراش، آهن از خوردگی محافظت می‌شود.

۹۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• emf سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن بیشتر از سلول سوختی متان - اکسیژن است.

• متان در مقایسه با هیدروژن، سوخت ارزان‌تری بوده و خطر کم‌تری دارد.

• به‌ازای عبور جریان الکتریکی یکسان از دو سلول سوختی متان - اکسیژن و هیدروژن - اکسیژن، در سلول هیدروژن - اکسیژن، H_2O

بیشتری تولید می‌شود.

• نسبت مجموع ضرایب فرآورده‌ها (ها) به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش کلی سلول سوختی متان - اکسیژن در مقایسه با سلول

هیدروژن - اکسیژن، عدد بزرگ‌تری است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- در سلول گالوانی «روی - مس» سلول گالوانی «منیزیم - آلومینیم» با گذشت زمان جرم مواد جامد موجود در سلول می‌یابد.

($Zn = 65, Cu = 64, Mg = 24, Al = 27; \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) همانند - افزایش (۲) همانند - کاهش (۳) برخلاف - افزایش (۴) برخلاف - کاهش

۹۸- اگر از دو الکترود آهنی در یک سلول الکترولیتی برای برق‌کافت آب شهری استفاده شود، در کدام قطب گاز هیدروژن تولید می‌شود و آیا با

عبور جریان برق، امکان تشکیل رسوب $Fe(OH)_2$ وجود دارد؟



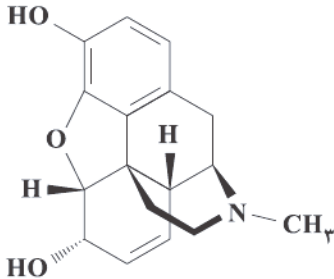
- (۱) مثبت، بله (۲) مثبت، خیر (۳) منفی، بله (۴) منفی، خیر

محل انجام محاسبات

۹۹- درباره فرایند خوردگی آهن، کدام مورد درست است؟

- ۱) مولکول آب در واکنش کلی فرایند شرکت دارد و برای تشکیل یون هیدروکسید ضروری است.
- ۲) به طور طبیعی پیشرفت می‌کند و نگهداری آهن در حفظ خلاء، فرایند را تسریع می‌کند.
- ۳) فرآورده نهایی، آهن (III) هیدروکسید که از اکسایش تک‌مرحله‌ای فلز تشکیل می‌شود.
- ۴) تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده(ها) و فرآورده(ها) در معادله موازنه‌شده نیم‌واکنش کاهش برابر ۲ است.

۱۰۰- تفاوت میان شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش ۱- و صفر در ترکیبی با ساختار زیر کدام است؟



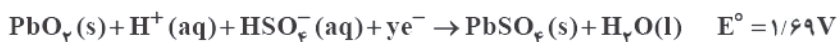
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۲ (۴)

۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با فرایند هال نادرست است؟

- فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی هزینه بالایی دارد.
- واکنش مربوط به این فرایند با انتشار گاز گلخانه‌ای همراه است.
- آند و کاتد در سلول گالوانی مورد نظر، هر دو از جنس گرافیت هستند.
- الکترودی که به قطب مثبت باتری متصل است، با گذشت زمان خورده شده و به طور دوره‌ای باید تعویض شود.

- ۱ (۱) صفر
- ۲ (۲) ۱
- ۳ (۳) ۲
- ۴ (۴) ۳

۱۰۲- در نوعی از باتری خودرو نیم‌واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند. چه تعداد از عبارات‌های پیشنهاد شده در ارتباط با آن درست هستند؟



• تفاوت X و Y برابر با صفر است.

• نیروی الکترو موتوری این باتری برابر با ۲/۰۵ ولت است.

• در واکنش کلی باتری، مجموع ضرایب استوکیومتری اجزای واکنش برابر با ۱۰ است.

• گونه‌های کاهنده و اکسنده به ترتیب فلز سرب و ترکیب سرب (II) اکسید هستند.

- ۱ (۱) ۱
- ۲ (۲) ۲
- ۳ (۳) ۳
- ۴ (۴) ۴

۱۰۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب درست است؟

• نوعی سلول الکترولیتی است که در آزمایشگاه برای تهیه فلز سدیم به کار می‌رود.

• نیم‌واکنش کاتدی آن به صورت $\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Na}(\text{l})$ است.

• شمار مول‌های فرآورده حاصل از قطب منفی سلول، دو برابر شمار مول‌های فرآورده قطب دیگر است.

• افزودن مقداری کلسیم اکسید باعث می‌شود تا سدیم کلرید در دمای پایین‌تری ذوب شود.

- ۱ (۱) ۱
- ۲ (۲) ۲
- ۳ (۳) ۳
- ۴ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فلز لیتیم تنها از برقکافت نمک‌های مذاب آن به دست می‌آید.
- (۲) آلومینیم با این که اکسایش می‌یابد اما خورده نمی‌شود.
- (۳) پتانسیل کاهش قلع، منفی‌تر از پتانسیل کاهش روی است.
- (۴) اکسنده‌ترین عنصر جدول دوره‌ای در دوره دوم جای دارد.

۱۰۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با نوعی سلول نور الکتروشیمیایی که برای تهیه گاز هیدروژن از آب به کار می‌رود، درست است؟

- انجام واکنش اکسایش - کاهش در این سلول با تولید نور همراه است.
- نیم‌واکنش کاتدی آن مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول برقکافت آب است.
- پتانسیل کاهش نیم‌واکنشی که شامل H^+ است در مقایسه با نیم‌واکنش دیگر، منفی‌تر است.
- emf ، بازده و سرعت انجام واکنش در این سلول پایین است.
- pH محلول اطراف آند کاهش می‌یابد.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)



آزمون شماره ۱۴

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درسه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی
دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

| | |
|---------------------|-------------------------|
| نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی: |
| تعداد سؤال: ۱۰۵ | مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه |

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

| مدت پاسخگویی | شماره سؤال | | تعداد سؤال | مواد امتحانی | ردیف |
|--------------|------------|-----|------------|---------------|--------------|
| | از | تا | | | |
| ۷۰ دقیقه | ۱ | ۱۵ | ۱۵ | حسابان ۲ | ۱ ریاضیات |
| | ۱۶ | ۳۰ | ۱۵ | ریاضیات گسسته | |
| | ۳۱ | ۴۵ | ۱۵ | هندسه ۳ | |
| ۴۵ دقیقه | ۴۶ | ۸۰ | ۳۵ | فیزیک | ۲ |
| ۲۵ دقیقه | ۸۱ | ۱۰۵ | ۲۵ | شیمی | ۳ |

آزمون‌های سراسر گاج

| دروس | طراحان | ویراستاران علمی |
|---------|--|---|
| ریاضیات | سیروس نصیری حسین نادری - مجید فرهمندپور علی ایمانی | محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته علی عرب - ندا فرحختی مینا نظری |
| فیزیک | مسئول درس | مروارید شاه‌حسینی |
| | طراحان | سارا دانایی کجانی |
| شیمی | پریا الفتی | ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی |



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - مریم علیپور

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

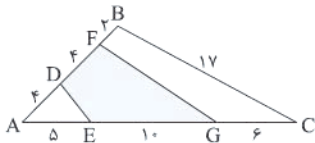
طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - حدیث فیض‌الهی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - فاطمه میرزایی - سحر فاضلی



۳ ۶

$$\Delta ABC: \cos \hat{A} = \frac{1^2 + 2^2 - 1^2}{2 \times 1 \times 2} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{2}{4} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{3}{4}$$



$$\left. \begin{aligned} S_{AFG} &= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \\ S_{ADE} &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{3}{4} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = 4$$

۲ ۷

$$\tan \varphi x = \frac{1 + \sin x + \cos x}{1 - \sin x + \cos x} \Rightarrow \tan \varphi x = \frac{r \cos \frac{x}{r} + r \sin \frac{x}{r} \cos \frac{x}{r}}{r \cos \frac{x}{r} - r \sin \frac{x}{r} \cos \frac{x}{r}}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi x = \frac{r \cos \frac{x}{r} (\cos \frac{x}{r} + \sin \frac{x}{r})}{r \cos \frac{x}{r} (\cos \frac{x}{r} - \sin \frac{x}{r})} \Rightarrow \tan \varphi x = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{r} \right)$$

$$\Rightarrow \varphi x = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{\varphi x}{r} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{14}$$

$$r \sin x \cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x \Rightarrow \tan 2x = -1$$

$$\tan 2x = \tan \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \pi - \frac{\pi}{8} \Rightarrow \text{جمع} = \frac{5\pi}{4}$$

۲ ۸

۱ ۹

$$f(x) = \sin^2 ax \cos^2 ax \cos^2 \varphi ax \cos^2 \varphi ax = \left(\frac{1}{4} \sin 4ax \right)^2$$

$$f(x) = \frac{1}{16} \sin^2 4ax \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{16} = \frac{\pi}{|4a|} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \\ \max f = \frac{1}{16} \end{cases}$$

۴ ۱۰

$$f(x) = r \cot \left(\frac{r\pi}{\varphi} - \varphi ax \right) = r \tan \varphi ax \Rightarrow \left| \frac{\pi}{\varphi a} \right| = \frac{\pi}{16} \Rightarrow a = \pm 16$$

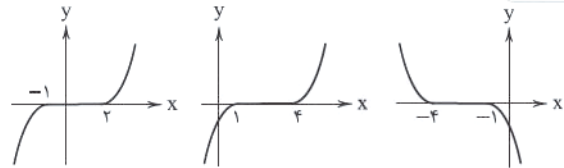
۲ ۱۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+1})}{(\sqrt[3]{x+4} - \sqrt[3]{x+1})} \\ &\times \frac{(\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})} \\ &\times \frac{(\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{(x+4)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{(x+4)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1-x-1)}{(x+4-x-1)} \times \frac{(\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{(x+4)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2 \times 3 \sqrt[3]{x^2}}{3 \times 3 \sqrt[3]{x^2}} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

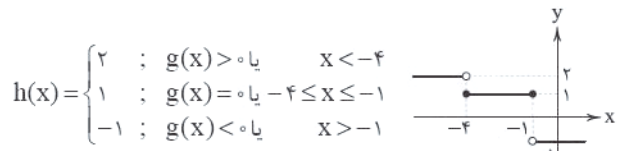
ریاضیات



۱ ۱

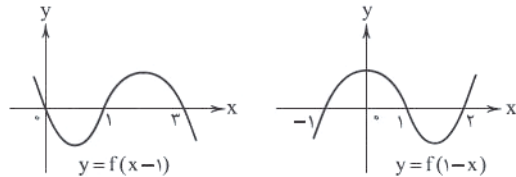


$$g_1(x) = f(x) - 2 \quad g_r(x) = f(x-r) - 2 \quad g(x) = f(-x-r) - 2$$



$$h(x) = \begin{cases} 2 & ; g(x) > 0 \text{ یا } x < -1 \\ 1 & ; g(x) = 0 \text{ یا } -1 \leq x \leq 1 \\ -1 & ; g(x) < 0 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

۲ ۲



| | | | | | | | |
|-------------------------|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------|
| | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ |
| $f(x-1)$ | + | + | - | + | + | - | - |
| $f(1-x)$ | - | + | + | - | + | + | + |
| $\frac{f(x-1)}{f(1-x)}$ | - | $\frac{+}{+}$ | $\frac{-}{+}$ | $\frac{+}{-}$ | $\frac{+}{+}$ | $\frac{-}{+}$ | - |

$$\Rightarrow D_g = (-1, 0] \cup (2, 3]$$

۲ ۳

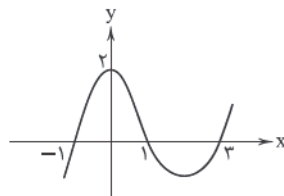
$$p(2) = 0, p(-2) = 10$$

$$p(x) = x(x-2)(x+2)Q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} p(2) = 2a + b = 0 \\ p(-2) = -2a + b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 2$$

$$p(0) = b = 2$$

۴ ۴



$$f(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$$

$$p(0) = 2 \Rightarrow 2 = a(1)(-1)(-2) \Rightarrow a = \frac{2}{2}$$

$$f(x) = \frac{2}{2}(x+1)(x-1)(x-2) \Rightarrow f(5) = 32$$

۱ ۵

$$\text{شماره اول: } a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\text{شماره دوم: } \log_p 9 \geq 2^{r(a-1)} \Rightarrow 2 \geq 2^{ra-2} \Rightarrow a \leq \frac{2}{r}$$

$$a \in \left(1, \frac{2}{r} \right] \Rightarrow n-m = \frac{1}{r}$$

۱۸ ۳ اگر $A = n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$ فرض شود داریم:

$$A = n(n+2)(n+1)(n+2) + 1 = (n^2 + 2n)(n^2 + 2n + 2) + 1$$

با فرض $n^2 + 2n = m$ داریم:

$$A = m(m+2) + 1 = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2 = (n^2 + 2n + 1)^2$$

اگر $(n^2 + 2n + 1)^2$ مضرب ۳۶۱ باشد، $n^2 + 2n + 1$ مضرب ۱۹ است.

$$n^2 + 2n + 1 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow n^2 + 2n - 18 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow (n-3)(n+6) \equiv 0 \pmod{19}$$

$$n - 3 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow n = 19k + 3 \quad \text{یا} \quad n + 6 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow n = 19k - 6$$

$$10 \leq n < 100 \Rightarrow 10 \leq 19k + 3 < 100 \Rightarrow \frac{7}{19} \leq n < \frac{97}{19}$$

$$\Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$10 \leq n < 100 \Rightarrow 10 \leq 19k - 6 < 100 \Rightarrow \frac{16}{19} \leq n < \frac{106}{19}$$

$$\Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

پس در $10 = 5 + 5$ حالت این عدد بر ۳۶۱ بخش پذیر است. $n(S) = 90, n(A) = 10$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

۱۹ ۴ اشتراک دامنه دو تابع $\sqrt{11-d}$ و $\sqrt{d-3}$ به

صورت $3 \leq d \leq 11$ است و هر دو تابع $\sqrt{d-3}$ و $-2\sqrt{11-d}$ در این بازه

صعودی هستند و $d^2 - 4d$ نیز در این بازه صعودی است

بنابراین $d^2 - 4d - 2\sqrt{11-d} + \sqrt{d-3}$ در $3 \leq d \leq 11$ صعودی است.

$$d - 3 \Rightarrow -2\sqrt{11-d} + 9 - 12 - c^2 - 177 \Rightarrow c^2 - 174 - 2\sqrt{11-d}$$

$$\Rightarrow c^2_{\min} = 168/3$$

$$d = 11 \Rightarrow \sqrt{11} + 121 - 44 = c^2 - 177 \Rightarrow c^2 = 254 + \sqrt{11}$$

$$\Rightarrow c^2_{\max} = 256/82$$

چون $d, c \in \mathbb{N}$ و $168/3 \leq c^2 \leq 256/82$ بنابراین $c \in \{13, 14, 15, 16\}$

و چون a زوج است پس c زوج است و چون b فرد است، c نمی تواند ۱۶ باشد

بنابراین $c = 14$ است. $d|c = 14$ و $3 \leq d \leq 11$ پس $d = 7$ است.

$$d + c = 7 + 14 = 21$$

$$75|(a+b)^3 \Rightarrow 5^3 \times 3|(a+b)^3$$

۲۰ ۱

چون $(5, 3) = 1$ پس داریم:

$$\begin{cases} 5|(a+b)^3 \Rightarrow 5|a+b & [5,3]=15 \\ 3|(a+b)^3 \Rightarrow 3|a+b \end{cases} \rightarrow 15|a+b \Rightarrow a+b = 15k$$

$$(a, b) = 1 \Rightarrow (a, a+b) = 1 \Rightarrow (a, 15k) = 1 \Rightarrow (a, 15) = 1$$

$$\Rightarrow (a, 225) = (a, 15^2) = 1$$

۲۱ ۱ می دانیم اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n \geq 5$ باشد، یکان $n!$ صفر است.

$$A = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 100! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 + 0 + \dots + 0$$

$$\Rightarrow A \equiv 3$$

$$B \equiv 0$$

$$A + B \equiv 3$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+2} = \frac{2x+4-3}{x+2} = 2 - \frac{3}{x+2}$$

۱۲ ۲

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[f(x)] = 2 \times [2^-] = 2 \times 1 = 2$$

۱۳ ۴

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x-4)}{(x-a)(4x^2-4x+1)}$$

تابع f همواره دارای دو مجانب $y = \frac{1}{4}$ و $x = \frac{1}{4}$ می باشد. بنابراین برای این که

تابع مجانب دیگری نداشته باشد باید $x-a$ با صورت کسر ساده گردد یعنی تا

این مرحله برای a سه مقدار وجود دارد و یک مقدار هم به ازای $a = \frac{1}{4}$ فقط

دو مجانب دارد.

۱۴ ۴

$$f(x) = \frac{ax+1}{|x|-2} \Rightarrow \text{مجانِب ها: } x=2, -2 \text{ و } y=a, -a$$

$$S = (2a)(4) = 24 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{3x+1}{|x|-2}$$

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{|x|-2}{3x+1} \Rightarrow \text{مجانِب های افقی } y = \frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{فاصله} = \frac{2}{3}$$

۱۵ ۳

$$A \begin{cases} -\frac{1}{2} \Rightarrow 4 \times \frac{1}{4} + a \times \frac{-1}{2} + 1 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ 3 = \frac{b}{4} \Rightarrow b = 12 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{12x^2-7}{(2x+1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$$

مجموع سه عدد اول را محاسبه می کنیم:

۱۶ ۳

$$6n - 10 + 3n + 7 + 5n + 1 = 14n - 2 = 2(7n - 1) = 2k$$

چون مجموع سه عدد اول، زوج شده است قطعاً یکی از اعداد اول ۲ است.

$$5n + 1 = 2 \Rightarrow n = \frac{1}{5} \text{ غ ق ق}$$

$$3n + 7 = 2 \Rightarrow n = -\frac{5}{3} \text{ غ ق ق}$$

$$6n - 10 = 2 \Rightarrow n = 2$$

بنابراین این ۳ عدد ۲، ۱۳، ۱۱ هستند و داریم:

$$f(x) = 2(x-2)(x-11)(x-13)$$

$$f(7) = 3 \times 5 \times (-4) \times (-6) = 360$$

۱۷ ۲

اگر $x = 7$ فرض شود، معادله به

$$f(x) = \sqrt[3]{96k+x} = x^3 - 96k$$

صورت باشد، آن گاه $f^{-1}(x) = x^3 - 96k$ است. بنابراین در یک تابع صعودی ریشه

معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را می خواهیم که $f(x) = x$ است

و $f(x) = \sqrt[3]{96k+x}$ و $x = 7$ است.

$$\sqrt[3]{96k+7} = 7 \Rightarrow 96k+7 = 343 \Rightarrow 96k = 336 \Rightarrow k = \frac{336}{96} = \frac{7}{2}$$

چون $(7, 2) = 1$ است پس $m = 7$ و $n = 2$ است.

$$m+n = 7+2 = 9$$

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow x(\Delta) + (9-x)\delta = 22$$

$$\xrightarrow{\Delta=\delta+1} x\delta + x + 9\delta - x\delta = 22$$

$$\Rightarrow 9\delta = 22 - x \Rightarrow \delta = \frac{22-x}{9}$$

چون $\delta \in \mathbb{W}$ است بنابراین $x=4$ یا $x=13$ است که می‌دانیم ($x < 9$) می‌باشد پس $x=4$ است که $\delta=2$ و $\Delta=3$

دو حالت وجود دارد. **۲۵ ۴**

حالت اول: آن‌که دو رأس a و b مجاور باشند که یعنی ۳ یال دیگر باید بین ۴ رأس (c, d, e, f) باشد که از ۶ یال ممکن بین این ۴ رأس باید ۳ تا انتخاب کنیم.

$$\binom{6}{3} = 20$$

حالت دوم: رؤس a و b با هم مجاور نباشند که در این حالت تعداد گراف‌ها به صورت زیر است:

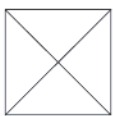
$$\binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{6}{2} = 4 \times 4 \times 15 = 240$$

$$\text{تعداد کل گراف‌ها} = 20 + 240 = 260$$

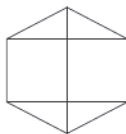
می‌بایست ۵ رأس انتخاب کنیم، که دو رأس آن، b و c هستند و ۳ رأس دیگر که انتخاب آن با ما است حق انتخاب a را نداریم. بنابراین می‌بایست از بین ۶ رأس باقی‌مانده ۳ تا را انتخاب کنیم و با آن ۶ رأس دور می‌سازیم:

$$\binom{6}{3} \times \frac{(5-1)!}{2} = 20 \times 12 = 240$$

شکل گراف ۳ منتظم مرتبه ۱۰ که ناهمبند باشد فقط به صورت زیر است: **۲۷ ۴**



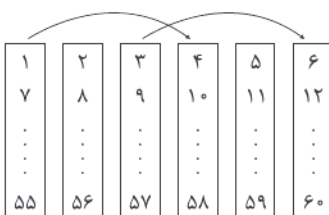
بخش اول



بخش دوم

گراف بخش اول به تنهایی یک گراف کامل است اما گراف بخش دوم به تنهایی یک گراف ۳ منتظم مرتبه ۶ است که ($12 = 2q \Rightarrow 3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$) در حالی که گراف K_4 دارای ۱۵ یال است بنابراین به گراف بخش دوم می‌توان ($15 - 9 = 6$) یال دیگر اضافه کرد تا همچنان گراف کل دو بخشی و ناهمبند باشد، اما با اضافه کردن ۱۷ م حتماً گراف همبند می‌شود.

رأس‌های این گراف را به ۶ مجموعه به صورت $6k+r$ که ($k, r \in \mathbb{Z}, 0 \leq r \leq 5, 0 \leq k \leq 5$) افزایش می‌کنیم، که ارتباط بخش‌های گراف به صورت زیر است.



بنابراین این گراف دارای ۳ بخش جدا از هم است.

می‌دانیم $a^{4k+r} \equiv a^r$ در صورتی که $1 \leq r \leq 4$

$$\begin{cases} A! \equiv 0 \\ B! \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow A! + B! \equiv 0 \equiv 4$$

$$(A+B)^{A!+B!} \equiv 3^4 \equiv 1$$

۲۲ ۲

$$\begin{cases} 6x^2 + 16x + 33 \equiv 0 \\ -17x - 68 \equiv 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6x^2 - x - 35 \equiv 0 \Rightarrow (3x+7)(2x-5) \equiv 0$$

$$\begin{cases} 3x+7 \equiv 0 \Rightarrow 3x \equiv -7 \Rightarrow 3x \equiv -24 \\ \Rightarrow x \equiv -8 \Rightarrow x = 17k-8 \\ 2x-5 \equiv 0 \Rightarrow 2x \equiv 5 \Rightarrow 2x \equiv -12 \\ \Rightarrow x \equiv -6 \Rightarrow x = 17k-6 \end{cases}$$

واضح است که $17k-8$ کوچک‌تر است.

$$17k-8 \geq 100 \Rightarrow 17k \geq 108 \Rightarrow k \geq 6/35 \Rightarrow k_{\min} = 7$$

$$x = 17(7) - 8 \Rightarrow x = 111$$

$$x = 17(7) - 8 \Rightarrow x = 111$$

$$f(x) = -6x^3 + 12x - 8 = x^3 - 6x^3 + 12x - 8 - x^3$$

$$= (x-2)^3 - x^3$$

$$f(12) + f(13) + f(14) + \dots + f(102) = 10^3 - 12^3 + 11^3 - 13^3$$

$$+ 12^3 - 14^3 + \dots + 100^3 - 102^3 \Rightarrow f(12) + f(13) + \dots + f(102)$$

$$= 10^3 + 11^3 - 10^3 - 102^3$$

$$10^5 \equiv 0 \Rightarrow 10^3 \equiv 0$$

$$11^5 \equiv 1 \Rightarrow 11^3 \equiv 1$$

$$10^1 \equiv 1 \Rightarrow 10^3 \equiv 1$$

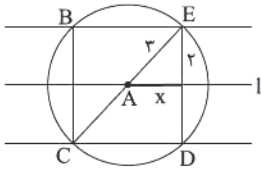
$$10^2 \equiv 2 \Rightarrow 10^3 \equiv 8 \equiv 3$$

$$\Rightarrow 10^3 + 11^3 - 10^3 - 102^3 \equiv -3 \equiv 2$$

چون $\Delta - \delta = 1$ است دنباله درجات رؤس گراف به صورت **۲۴ ۲**

زیر است.

$$\underbrace{\Delta, \Delta, \dots, \Delta}_x, \underbrace{\delta, \delta, \dots, \delta}_{9-x}$$



$x = \sqrt{r^2 - 4} = \sqrt{5}$
 BCDE مستطیلی به اضلاع ۴ و $2\sqrt{5}$ است که مساحت آن $8\sqrt{5}$ است.

۲۴ ۲ مرکز دایره O و شعاع آن ۲ است.

مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل آن از دو نقطه F و F' به فاصله $2a$ باشد، بیضی با کانون‌های F و F' و قطر بزرگ به طول $2a$ است.

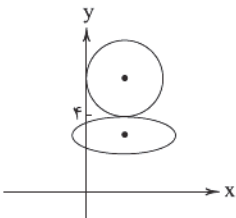
$$O = \frac{F+F'}{2} = (2, 2)$$

$$FF' = 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$a = \sqrt{5} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 1$$

$$\Rightarrow \text{رأس غیرکانونی } B = (2, 4)$$

مطابق شکل خواهیم داشت که بیضی و دایره ۱ نقطه مشترکند.



۲۵ ۳ نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، $A^2 = (a+d)A - |A|I$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (6)A + I \Rightarrow A^2 = 6A^2 + A = 6(6A + I) + I$$

$$\Rightarrow A^2 = 36A + 7I \quad (1)$$

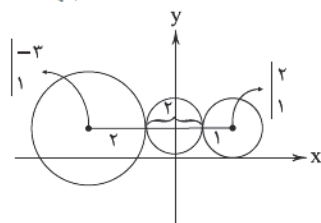
$$A^2 = \alpha A^{-1} + \beta I \xrightarrow{\times A} A^3 = \alpha I + \beta A \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \alpha + \beta = 36 + 7 = 43$$

۲۶ ۳

$$C_1: \begin{cases} O_1(-3, 1) \\ r_1 = \sqrt{9+1-6} = 2 \end{cases}$$

$$C_2: \begin{cases} O_2(2, 1) \\ r_2 = \sqrt{4+1-4} = 1 \end{cases}$$



$$S = \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$$

$$y = \frac{x}{2} + \frac{m}{2} \Rightarrow x - 2y + m = 0$$

$$O(1, 1), r = \sqrt{1+1+3} = \sqrt{5}$$

$$OH < r \Rightarrow \frac{|1-2+m|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5} \Rightarrow |m-1| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < m-1 < 5 \Rightarrow -4 < m < 6$$

$$\Rightarrow m = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ مقدار طبیعی } 5$$

۲۷ ۴

۲۹ ۴ می‌دانیم گراف‌ی از مرتبه ۴ حداکثر ۶ یال دارد و چنان‌چه $q \in \{0, 1, 2\}$ باشد، گراف حتماً ناهمبند است و اگر $q \in \{4, 5, 6\}$ باشد، گراف حتماً همبند است و اگر $q = 3$ باشد، این گراف می‌تواند همبند یا ناهمبند باشد.

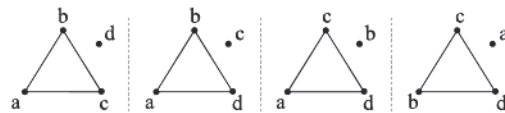
$$\text{تعداد گراف‌ها با ۶ یال} = \binom{6}{6} = 1$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۵ یال} = \binom{6}{5} = 6$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۴ یال} = \binom{6}{4} = 15$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۳ یال} = \binom{6}{3} = 20$$

از ۲۰ گرافی از مرتبه ۴ با مجموعه رئوس $\{a, b, c, d\}$ که دارای ۳ یال باشند، ۴ گراف زیر ناهمبند هستند.



$$\text{تعداد کل گراف‌ها} = 1 + 6 + 15 + 20 - 4 = 38$$

۳۰ ۱

$$\begin{cases} rp = 2q \Rightarrow q = \frac{pr}{2} \Rightarrow \frac{pr}{2} = p + r + 2 \Rightarrow pr = 2p + 2r + 4 \\ q - p + r + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow pr - 2p - 2r = 4 \xrightarrow{+4} pr - 2p - 2r + 4 = 8$$

$$\Rightarrow p(r-2) - 2(r-2) = 8 \Rightarrow (p-2)(r-2) = 8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$$

می‌دانیم $p > r$ است، پس $p-2 > r-2$

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} p-2 = 8 \Rightarrow p = 10 \\ r-2 = 1 \Rightarrow r = 3 \end{cases}$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} p-2 = 4 \Rightarrow p = 6 \\ r-2 = 2 \Rightarrow r = 4 \end{cases} \text{ (این گراف همبند است)}$$

بنابراین $r = 3$ قابل قبول است.

۳۱ ۲ ابتدا درمیان A را برحسب سطر سوم به دست می‌آوریم:

$$|A| = 1(1) - 1(-5) = 6$$

$$\Rightarrow X \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{12-10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -10 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی} = \frac{1}{2}(7+6) = \frac{13}{2}$$

۳۲ ۱

$$A^{-1} - B^{-1} = M \Rightarrow I - AB^{-1} = AM \Rightarrow B - A = AMB$$

$$\Rightarrow |B - A| = |AMB| \Rightarrow 6 = |AB| |M| \Rightarrow |M| = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

۳۳ ۴ در صفحه P : مکان هندسی نقاط هم‌فاصله از یک خط، ۲ خط موازی آن از دو طرف آن و مکان هندسی نقاط هم‌فاصله از یک نقطه، دایره‌ای به مرکز آن نقطه است. محل برخورد دایره و دو خط موازی جواب‌های مسئله است.

۴۳ ۲

$$\frac{m}{m+4} = \frac{2}{m} \neq -1 \Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+2) = 0$$

$$\begin{cases} m=4 \Rightarrow \frac{2}{4} \neq -1 \Rightarrow m=4 \text{ قابل قبول} \\ m=-2 \Rightarrow \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow m=-2 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+16} = 3 \Rightarrow S = 9\pi$$

۴۴ ۴

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} |A| \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow (\lambda) |A| (\lambda) = \lambda \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

$$|A^{-1}| = 2$$

۴۵ ۴

$$a = 2 \log_5 \log \sqrt{5} - \frac{1}{2} \log_2 \log 4 = (\log 5)^2 - (\log 2)^2$$

$$= (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2) = \log \frac{5}{2} \Rightarrow a = \log \frac{5}{2}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2\sqrt{10} \log \frac{5}{2} & \sqrt{4} \log \frac{5}{2} \\ \sqrt{25} \log \frac{5}{2} & \sqrt{10} \log \frac{5}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2\sqrt{\frac{5}{2}} & \sqrt{4} \log \frac{5}{2} \\ \sqrt{25} \log \frac{5}{2} & \sqrt{\frac{5}{2}} \end{bmatrix}$$

$$|B| = 5 - \sqrt{100} \log \frac{5}{2} = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$|\frac{1}{3} B^2| = \frac{1}{9} (\frac{25}{4}) = \frac{25}{36}$$

فیزیک



۴۶ ۴ بررسی گزینه‌ها:

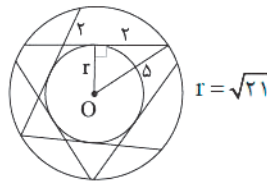
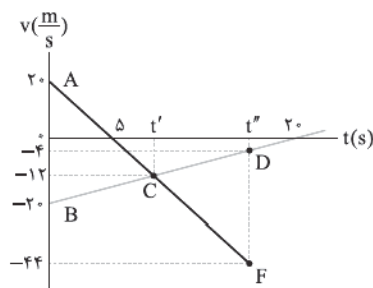
۱ و ۳) وقتی اندازه جابه‌جایی متحرک و مسافت طی شده توسط متحرک با هم برابر است که جهت حرکت متحرک که همان بردار سرعت است، ثابت باشد. از طرفی بردار سرعت و جابه‌جایی همواره هم‌علامت هستند، بنابراین بردار جابه‌جایی نیز ثابت است. (✓)

۲) اندازه جابه‌جایی متحرک و مسافت طی شده توسط متحرک با هم برابر هستند، بنابراین متحرک در این بازه زمانی، تغییر جهت نداده است. (✓)

۴) مکان اولیه متحرک مشخص نیست، پس نمی‌توان گفت که الزاماً متحرک از مبدأ عبور کرده است. (✗)

۴۷ ۱

با توجه به شکل زیر، متحرک‌های A و B در مبدأ زمان در دو جهت مخالف از مبدأ مکان عبور می‌کنند و تا لحظه t' از هم دور می‌شوند و پس از لحظه t' تا لحظه t'' که دو متحرک به هم می‌رسند در حال نزدیک شدن هستند پس t' و t'' را می‌یابیم.



۲۸ ۳ می‌دانیم شعاع عمود بر وتر آن را نصف می‌کند. مکان هندسی مطلوب دایره به مرکز O و شعاع sqrt(21) است، که مساحت آن S = 21π خواهد بود.

۲۹ ۲

$$BA = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ b & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3a+3 \\ 2b+3 & ab-9 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} 3a+3=0 \Rightarrow a=-1 \\ 2b+3=0 \Rightarrow b=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$ab = \frac{3}{2}$$

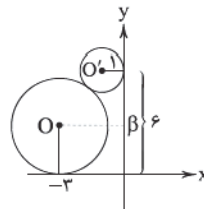
۴۰ ۲ بیضی قائم است و BO = |x_B - x_O| = b

$$\begin{cases} O = \frac{F+F'}{2} = (0, -1), BO = \frac{5}{2} = b \Rightarrow a^2 = \frac{25}{4} + 36 = \frac{169}{4} \\ FF' = 12 \Rightarrow c = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{13}{2}$$

$$\text{طول وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(\frac{9}{4})}{\frac{13}{2}} = \frac{9}{13}$$

۴۱ ۱ مطابق شکل خواهیم داشت:



$$C': \begin{cases} O'(-3, \beta) \\ r' = \beta \end{cases}$$

$$C: \begin{cases} O(-1, 6) \\ r = 1 \end{cases}$$

$$OO' = r + r' \Rightarrow \sqrt{4 + (\beta - 6)^2} = \beta + 1$$

$$\Rightarrow 4 + \beta^2 - 12\beta + 36 = \beta^2 + 2\beta + 1 \Rightarrow 14\beta = 39 \Rightarrow \beta = \frac{39}{14}$$

۴۲ ۳

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$A: 4 + 2b + c = 0$$

$$\begin{cases} B: 9 + 3a + c = 0 \\ C: 4 - 2a + c = 0 \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} 5 + 5a = 0 \Rightarrow a = -1, c = -6 \end{cases}$$

$$A: 4 + 2b - 6 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 1 + 24} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{13}{2} \pi = 6.5\pi$$

شتاب دو متحرک برابر است با:

$$a_A = \frac{0-20}{\Delta t} \Rightarrow a_A = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{-(-20)}{20-0} \Rightarrow a_B = 1 \frac{m}{s^2}$$

معادله سرعت - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = -4t + 20 \\ v_B = t - 20 \end{cases}$$

معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t^2 + 20t \\ x_B = \frac{1}{2}t^2 - 20t \end{cases}$$

در لحظه t' سرعت دو متحرک برابر شده است، بنابراین:

$$v_A = v_B \Rightarrow -4t + 20 = t - 20 \Rightarrow t = 8s \xrightarrow{t=t'} t' = 8s$$

در لحظه t'' دو متحرک به هم رسیده‌اند، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow -2t^2 + 20t = \frac{1}{2}t^2 - 20t \Rightarrow t = 16s \xrightarrow{t=t''} t'' = 16s$$

سرعت هر یک از متحرک‌ها را در لحظه‌های t' و t'' می‌یابیم:

$$t' = 8s \Rightarrow v_A = v_B = -4t' + 20 \Rightarrow v_A = v_B = -12 \frac{m}{s}$$

$$t'' = 16s \Rightarrow \begin{cases} v_A = -4 \times 16 + 20 = -44 \frac{m}{s} \\ v_B = 16 - 20 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک در بازه زمانی t' تا t'' برابر است با:

$$l = t' t'' CF + t' t'' CD + \text{مساحت دوزنقه } t' t'' CD + \text{مساحت دوزنقه } t' t'' CF$$

$$\Rightarrow l = \frac{(12+44) \times (16-8)}{2} + \frac{(12+4) \times (16-8)}{2} = 288m$$

۴۸ فرض کنیم طول مسیر مستقیمی که متحرک طی می‌کند برابر L باشد. برای مدت‌زمان مربوط به ۶۴ درصد اول مسیر از

رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ استفاده می‌کنیم. اما برای ۶۴ درصد آخر مسیر باید مدت‌زمان کل مسیر و ۳۶ درصد اول مسیر را پیدا کرده و از هم کم کنیم.

$$0.64L = \frac{1}{2}at_1^2 \Rightarrow t_1^2 = \frac{2 \times 0.64L}{a}$$

$$\Rightarrow t_1 = 0.8 \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

$$\text{کل مسیر: } L = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2L}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

$$0.36L = \frac{1}{2}at'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{2 \times 0.36L}{a}$$

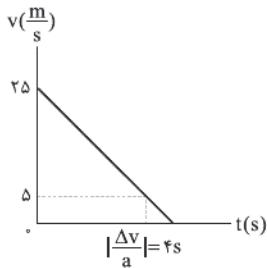
$$\Rightarrow t' = 0.6 \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

$$0.64L = \frac{1}{2}a(t-t')^2 \Rightarrow t-t' = 0.4 \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{0.4 \sqrt{\frac{2L}{a}}}{0.8 \sqrt{\frac{2L}{a}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۴۹ نمودار $v-t$ دو متحرک را رسم می‌کنیم. تا زمانی که سرعت اتومبیل بیشتر از سرعت دوچرخه‌سوار باشد، اتومبیل در حال کاهش فاصله خود از دوچرخه‌سوار است.



$$\Delta x = \frac{20 \times 4}{2} = 40m$$

فاصله از $70m$ اولیه $40m$ کاهش یافته و به $30m$ می‌رسد.

۵۰ با توجه به رابطه زیر داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2(v_n - 1) + v_0t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2}a \times (1)^2 \times (2(4) - 1) + v_0 \\ \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{3}{2}a + v_0 \\ \Delta x_4 = \frac{1}{2}a \times (4)^2 \times (2(5) - 1) + v_0 \\ \Rightarrow \Delta x_4 = 9a + v_0 \end{cases}$$

جابه‌جایی متحرک در ثانیه چهارم و پنجم حرکتش برابر است. بنابراین دو حالت داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_4 \Rightarrow \frac{1}{2}a \times 1 + v_0 = \frac{1}{2}a \times 16 + v_0 \Rightarrow a = 0$$

$$-\Delta x_1 = \Delta x_4 \Rightarrow -\frac{1}{2}a \times 1 + v_0 = \frac{1}{2}a \times 16 + v_0 \Rightarrow -2v_0 = 8a$$

$$\xrightarrow{v_0 = 12 \frac{m}{s}} -2 \times 12 = 8a \Rightarrow a = -3 \frac{m}{s^2}$$

۵۱ با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برای متحرک B داریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - v^2 = 2 \times (-a) \times \Delta x \Rightarrow \frac{v^2}{2a} = \Delta x \quad (1)$$

با توجه به معادله سرعت - زمان برای متحرک B داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow at = v \quad (*)$$

سرعت متحرک A در لحظه توقف متحرک B برابر است با:

$$v_f' = at + v_0 \xrightarrow{(*)} v_f' = v + v \Rightarrow v_f' = 2v$$

جابه‌جایی متحرک A تا لحظه توقف متحرک B برابر است با:

$$v_f'^2 - v_i^2 = 2a\Delta x' \Rightarrow 4v^2 - v^2 = 2a\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = \frac{3v^2}{2a} \quad (2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) فاصله متحرک A از متحرک B در لحظه‌ای که متحرک B متوقف می‌شود، برابر است با:

$$\frac{3v^2}{2a} - \frac{v^2}{2a} \Rightarrow \frac{2v^2}{2a} = \frac{v^2}{a}$$

۵۴ | زاویه‌ای که خط A با جهت مثبت محور xها می‌سازد برابر ۳۷° است، پس شیب خط A (a_A) برابر $\tan ۳۷^\circ$ است، بنابراین:

$$a_A = \tan ۳۷^\circ \Rightarrow a_A = \frac{۳}{۴} \frac{m}{s^2}$$

معادله سرعت - زمان متحرک A برابر است با:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_{0A}=0]{a_A = \frac{۳}{۴} \frac{m}{s^2}} v_A = \frac{۳}{۴} t$$

زاویه‌ای که خط B با جهت مثبت محور xها می‌سازد، برابر ۱۳۵° است، پس داریم:

$$a_B = -\tan ۴۵^\circ = -1 \frac{m}{s^2}$$

معادله سرعت - زمان متحرک B برابر است با:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = -t + v_{0B} \Rightarrow 0 = -7 + v_{0B}$$

$$\Rightarrow v_{0B} = 7 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_B = -t + 7$$

لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شوند، برابر است با:

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{۳}{۴} t = -t + 7 \Rightarrow \frac{۷}{۴} t = 7 \Rightarrow t = 4s$$

سرعت متوسط متحرک B در بازه زمانی $t=0$ تا $t=4s$ برابر است با:

$$v_{avB} = \frac{v_0 + v_f}{2} = \frac{7 + 3}{2} = 5 \frac{m}{s}$$

۵۵ | مدت زمانی که طول می‌کشد تا گلوله A به سطح زمین برسد،

$$\Delta y_A = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 180 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 6s$$

برابر است با:

دو گلوله A و B با هم به سطح زمین رسیدند، اما گلوله B، ۲ ثانیه دیرتر رها شده، پس در کل ۴ ثانیه در حال سقوط بوده است، بنابراین:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80m$$

بنابراین اختلاف ارتفاع رهاسازی گلوله‌ها برابر است با: $180 - 80 = 100m$

۵۶ | با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت سقوط آزاد داریم:

$$\begin{cases} y_A = -\frac{1}{2} g t^2 \\ y_B = -\frac{1}{2} g (t - 1/5)^2 = -\frac{1}{2} g (t^2 - 2t + \frac{9}{25}) \end{cases}$$

بنابراین فاصله دو گلوله از یکدیگر برابر است با:

$$y_B - y_A = \frac{3}{2} g t - \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow L_1 = 30 - \frac{9}{25} = \frac{741}{25} m \\ t_2 = 4s \Rightarrow L_2 = 60 - \frac{9}{25} = \frac{1471}{25} m \end{cases}$$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{1471}{25} - \frac{741}{25} = \frac{730}{25} = 29.2m$$

۵۷ | می‌دانیم مساحت محصور زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات

سرعت متحرک است. نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 5s \text{ تا } t = 0: \Delta v_1 = 5 \times 2 = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_5 - v_0 = 10 \Rightarrow v_5 = 10 \frac{m}{s} \\ t = 10s \text{ تا } t = 5s: \Delta v_2 = 5 \times (-4) = -20 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{10} - v_5 = -20 \\ \Rightarrow v_{10} - 10 = -20 \Rightarrow v_{10} = -10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

۵۲ | با توجه به نمودار داده شده در سؤال شتاب متحرک A، مثبت و شتاب متحرک B، منفی است.

حال معادله مکان - زمان هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A} = \Delta m]{a_A = a} x_A = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0A} t + \Delta$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[x_{0B} = -15m]{a_B = -a} x_B = \frac{1}{2} \times (-a) \times t^2 + v_{0B} t - 15$$

هم‌چنین مکان هر دو متحرک در لحظه $t=2s$ برابر $x = +\Delta m$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} t = 2s: x_A = 2a + 2v_{0A} + \Delta \\ t = 2s: x_B = -2a + 2v_{0B} - 15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_A = x_B} 2a + 2v_{0A} + \Delta = -2a + 2v_{0B} - 15$$

$$\Rightarrow 4a + 2(v_{0A} - v_{0B}) + 20 = 0 \Rightarrow 2a + (v_{0A} - v_{0B}) + 10 = 0 \quad (1)$$

شیب خط مماس بر هر دو نمودار در لحظه $t=2s$ برابر است، بنابراین سرعت هر دو متحرک در لحظه $t=2s$ یکسان است، بنابراین:

$$\begin{cases} v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{t=2s} 2a + v_{0A} \\ v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{t=2s} v = -2a + v_{0B} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a + v_{0A} = -2a + v_{0B}$$

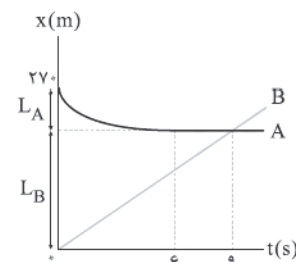
$$\Rightarrow -4a = v_{0A} - v_{0B} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$2a - 4a + 10 = 0 \Rightarrow -2a + 10 = 0 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

۵۳ | تندی متوسط اتومبیل B از ابتدا تا لحظه رسیدن به اتومبیل

A، دو برابر تندی متوسط اتومبیل A در این بازه زمانی است، بنابراین:



$$s_B = 2s_A \Rightarrow \frac{l_B}{\Delta t} = 2 \frac{l_A}{\Delta t} \Rightarrow l_B = 2l_A \quad (*)$$

$$l_B + l_A = 270 \xrightarrow{(*)} 2l_A + l_A = 270 \Rightarrow 3l_A = 270 \Rightarrow l_A = 90m, l_B = 180m$$

سرعت اتومبیل B در لحظه‌ای که اتومبیل B به اتومبیل A می‌رسد، برابر

$$\Delta x_B = v_B \Delta t \Rightarrow 180 = v_B \times 6 \Rightarrow v_B = 30 \frac{m}{s}$$

است با:

سرعت اولیه اتومبیل A برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_A = -90 = \frac{v_A + 0}{2} \times 6 \Rightarrow v_{0A} = -30 \frac{m}{s}$$

$$a_A = \frac{0 - (-30)}{6} = 5 \frac{m}{s^2}$$

شتاب اتومبیل A برابر است با:

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow 15m - 10m = ma \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$



نیروی گرانشی وارد بر ماهواره حکم نیروی مرکزگرا را دارد، بنابراین:

$$\frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

بنابراین انرژی جنبشی ماهواره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times \frac{GM_e}{r} = \frac{GM_e m}{2r}$$

$$K_B = \frac{r}{\Delta} K_A \Rightarrow \frac{GM_e m_B}{2r_B} = \frac{r}{\Delta} \frac{GM_e m_A}{2r_A} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\frac{m_A = m_B}{r_B} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{r}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e + h}{R_e + r h} = \frac{r}{\Delta} \Rightarrow r R_e + r h = \Delta R_e + \Delta h$$

$$\Rightarrow r h = \Delta R_e \Rightarrow h = \frac{\Delta}{r} R_e (*)$$

با توجه به رابطه شتاب گرانشی داریم:

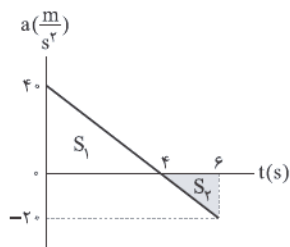
$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{r_e}{r_h}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{R_e}{R_e + \frac{\Delta}{r} R_e}\right)^2 = \left(\frac{r}{r + \Delta}\right)^2 = \frac{r^2}{(r + \Delta)^2}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-2t + 10}{0.2} = -10t + 50 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

نمودار شتاب - زمان این جسم را رسم می‌کنیم:



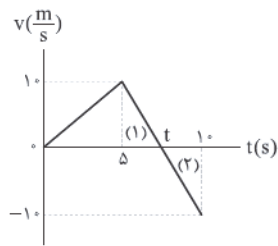
مساحت محصور بین نمودار $a-t$ و محور زمان برابر با تغییرات سرعت جسم است، بنابراین:

$$\Delta v = S_1 + S_2 = \left(\frac{4 \times 40}{2}\right) - \left(\frac{2 \times 20}{2}\right) = 60 \frac{m}{s}$$

$$v_6 - v_0 = 60 \Rightarrow 60 = v_6 + 20 \Rightarrow v_6 = 40 \frac{m}{s}$$

تکانه جسم در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

$$p_6 = mv_6 = 0.2 \times 40 = 8 \frac{kg \cdot m}{s}$$



با استفاده از تشابه دو مثلث (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{t-5}{10-t} = \frac{10}{10} \Rightarrow t-5=10-t \Rightarrow 2t=15 \Rightarrow t=7.5s$$

می‌دانیم مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر با مسافت طی شده توسط متحرک در آن بازه زمانی است.

متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=7.5s$ در جهت محور x حرکت کرده

$$L_1 = \frac{10 \times 7.5}{2} = 37.5m \quad \text{است، بنابراین:}$$

متحرک در بازه زمانی $t=7.5s$ تا $t=10s$ در خلاف جهت محور x حرکت

$$L_2 = \frac{2.5 \times 10}{2} = 12.5m \quad \text{کرده است، بنابراین:}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{37.5}{12.5} = 3 \quad \text{بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، در حالت اول که سه نیرو به صورت هم‌زمان به جسم اثر می‌کنند، داریم:

$$F_{net_1} = ma_1$$

$$\Rightarrow -20\vec{i} + 50\vec{j} + 10\vec{i} - 20\vec{j} + \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = 1 \times \vec{a}_1$$

$$\Rightarrow \vec{a}_1 = (\alpha - 10)\vec{i} + (\beta + 30)\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1 = \sqrt{(\alpha - 10)^2 + (\beta + 30)^2} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون در حالت دوم که فقط نیروهای \vec{F}_3 و \vec{F}_4 به

صورت هم‌زمان به جسم اثر می‌کنند، داریم:

$$\vec{F}_{net_2} = m\vec{a}_2 \Rightarrow 10\vec{i} - 20\vec{j} + \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} = 1 \times \vec{a}_2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_2 = (\alpha + 10)\vec{i} + (\beta - 20)\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow a_2 = \sqrt{(\alpha + 10)^2 + (\beta - 20)^2} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

اندازه شتاب جسم در دو حالت برابر است، بنابراین:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 10)^2 + (\beta + 30)^2} = \sqrt{(\alpha + 10)^2 + (\beta - 20)^2}$$

$$\Rightarrow (\alpha - 10)^2 + (\beta + 30)^2 = (\alpha + 10)^2 + (\beta - 20)^2$$

$$\xrightarrow{\text{اتحادها را باز می‌کنیم و ساده می‌کنیم}} 2\alpha - 5\beta = 25 \Rightarrow \alpha = \frac{25 + 5\beta}{2}$$

نیروی مقاومت هوا پس از باز شدن چتر، متناسب با تندی

$$f_D = bv \quad \text{چتر باز است، یعنی:}$$

وقتی چتر باز به تندی حدی خود می‌رسد، یعنی برابند نیروهای وارد بر چتر باز، صفر است، بنابراین:

$$v = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow f_D = mg \Rightarrow b \times 5 = m \times 10 \Rightarrow b = 2m$$

وقتی تندی چتر باز به $7.5 \frac{m}{s}$ می‌رسد، بزرگی نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$v = 7.5 \frac{m}{s} \Rightarrow f_D = bv = 2m \times 7.5 = 15m$$

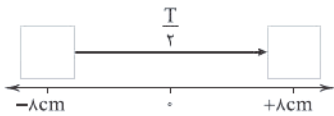
پس نوسانگر B مسافت $x = +A$ تا $x = -A$ را در $\frac{T_B}{\sqrt{2}} = 2s$ طی می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T_B}{\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow T_B = 4s$$

۶۶ ۳ شتاب متوسط جسم صفر است، پس سرعت ابتدایی و انتهایی آن باید برابر باشند. از طرفی سرعت ابتدایی جسم برابر صفر است، بنابراین:

$$v_1 = v_2 = 0$$

سرعت نوسانگر در لحظات $\frac{T}{\sqrt{2}}$ و T برابر صفر است و با توجه به داده‌های سؤال $T > \frac{T}{\sqrt{2}}$ ، بنابراین نتیجه می‌گیریم که $t_2 = \frac{T}{\sqrt{2}}$ است.



$$v_{av} = \lambda \frac{m}{s} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{2A}{\frac{T}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \times 8 \times 10^{-2} \times \sqrt{2}}{T} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-2} s$$

با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر داریم:

$$k = m\omega^2 = m \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$\Rightarrow k = 0.1 \times \frac{4\pi^2}{16 \times 10^{-4}} = \frac{10^3}{4} \pi^2 = 250 \pi^2 = 2500 \frac{N}{m}$$

۶۷ ۴ با توجه به این‌که طناب، همگن است، نسبت جرم‌های قسمت‌های مختلف آن با اندازه آن‌ها متناسب است.

$$\frac{m_y}{m_L} = \frac{y}{L} \Rightarrow \frac{m_L}{L} = \frac{m_y}{y} \xrightarrow{\mu = \frac{m_L}{L}} \mu = \frac{m_y}{y}$$

$$\frac{m_{L-x}}{m_L} = \frac{L-x}{L} \Rightarrow \frac{m_L}{L} = \frac{m_{L-x}}{L-x} \xrightarrow{\mu_L = \frac{m_L}{L}} \mu = \frac{m_{L-x}}{L-x}$$

نیروی که به نقطه b وارد می‌شود (\vec{f}_b) برابر است با نیروی وزن طنابی که به پایین نقطه b متصل است، بنابراین:

$$f_b = m_y g$$

به همین ترتیب نیروی وارد به نقطه a را محاسبه می‌نماییم.

با توجه به رابطه تندی انتشار موج عرضی در طناب داریم:

$$v_b = \sqrt{\frac{F_b}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_b}{\frac{m_y}{y}}} = \sqrt{\frac{F_b y}{m_y}} \xrightarrow{F_b = m_y g} v_b = \sqrt{\frac{m_y g y}{m_{L-x}}} = \sqrt{\frac{m_y}{m_{L-x}}}$$

۶۸ ۲ با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = 5 \times 10^{-2} \Rightarrow \lambda = 4 \times 10^{-2} m$$

تندی انتشار موج برابر است با:

$$v = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \Rightarrow v = \frac{0.4}{t} \Rightarrow t = \frac{0.4}{v}$$

از طرفی تندی انتشار موج با توجه به مشخصه‌های موج برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{4 \times 10^{-2}}{T} \Rightarrow T = \frac{4 \times 10^{-2}}{v}$$

۶۲ ۲ با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

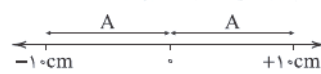
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{g_0}{0.81g_0}} = \frac{10}{9}$$

نسبت مدت‌زمان نشان داده‌شده متناسب با نسبت عکس دوره نوسان آن‌هاست، بنابراین:

$$\frac{T_h}{T_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t_h} \Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{12 \times 60}{\Delta t_h} \Rightarrow \Delta t_h = 648 \text{ min}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، ساعتی که در ارتفاع قرار دارد با وجود گذشت ۷۲۰ دقیقه، به ما گذشت ۶۴۸ دقیقه را نشان می‌دهد، در نتیجه ساعت ۷۲ min عقب افتاده است.

۶۳ ۴ هر رفت و برگشت بر روی پاره‌خط نوسانی، یک نوسان کامل است، بنابراین نوسانگر در مدت‌زمان ۳۰ ثانیه، ۷۵ نوسان کامل انجام داده است.



دوره تناوب نوسانگر برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5} s$$

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \times 5}{2} = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

تندی بیشینه نوسانگر برابر است با:

$$v_{max} = A\omega = 0.1 \times 5\pi = 0.5\pi \frac{m}{s}$$

در لحظه t_1 داریم:

$$\frac{K}{U} = 15 \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \begin{cases} \frac{K}{E} = \frac{K}{U+K} = \frac{15}{16} \\ \frac{K}{E} = \left(\frac{v_1}{v_{max}}\right)^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{v_1}{v_{max}} \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{v_1}{0.5\pi} \Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{15}}{8} \pi \left(\frac{m}{s}\right)$$

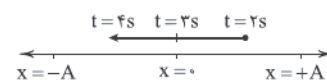
$$\Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{15} \pi}{8} \times 100 = 12.5 \sqrt{15} \pi \left(\frac{cm}{s}\right)$$

۶۴ ۲ طبق رابطه انرژی مکانیکی یک نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m A^2 f^2$$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر با معکوس مربع دوره تناوب (f^2)، جرم (m) و مربع دامنه نوسان (A^2) متناسب است.

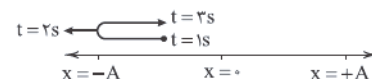
۶۵ ۳ برای نوسانگر A، برای اولین بار مسافت طی‌شده در ثانیه‌های سوم و چهارم برابر می‌شود، بنابراین:



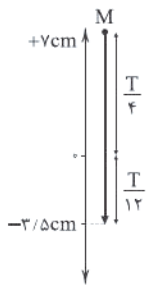
پس نوسانگر A مسافت $x = +A$ تا نقطه تعادل را در $\frac{T_A}{4} = 3s$ طی می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T_A}{4} = 3 \quad T_A = 12s$$

برای نوسانگر B، مسافت طی‌شده در ثانیه‌های اول و سوم برای دومین بار یکی می‌شود، بنابراین:



۷۱ ۲ جابه‌جایی ذره M در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = \frac{1}{9}$ s برابر است با:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T}{4} > \frac{1}{9}s \\ \frac{1}{9}s = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{T}{4} < \frac{T}{3} \Rightarrow \text{بنابراین شرط برقرار است}$$

$$\frac{T}{3} = \frac{1}{9} \Rightarrow T = \frac{1}{3}s \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} f = 3\text{Hz}$$

با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$v = \lambda f = 0.8 \times 3 = 2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{تندی انتشار موج برابر است با:}$$

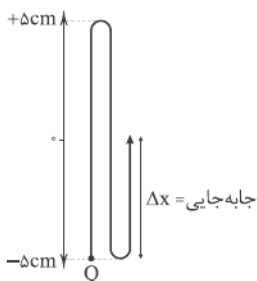
بیشینه تندی ذره M برابر است با:

$$v_{\text{max}} = A\omega = 7 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 3 = 0.42\pi \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

۷۲ ۲ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$AB = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \frac{\Delta x}{4} = \frac{\Delta x}{4} \lambda \Rightarrow \lambda = 2\text{m}$$

جابه‌جایی ذره Q در مدت زمان $\frac{\Delta t}{4}$ برابر است با:



بزرگی سرعت متوسط ذره Q در این بازه زمانی برابر است با:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0.1\text{s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta T}{4} \Rightarrow 0.1 = \frac{\Delta T}{4} \Rightarrow T = 0.4\text{s} \quad \text{بنابراین:}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{0.4} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{تندی انتشار این موج برابر است با:}$$

۷۳ ۳ ذره B می‌تواند هم به تبعیت از ذرات سمت راست خود به

سمت پایین حرکت کند و هم می‌تواند به تبعیت از ذرات سمت چپ خود به سمت پایین حرکت کند، پس با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال نمی‌توانیم مشخص کنیم که ذره A بالا می‌رود یا پایین.

چون ذره A در نقطه‌ای است که تندی آن بیشینه است، پس داریم:

$$v_A = A\omega$$

از طرفی تندی ذره A، ۲ برابر تندی انتشار موج است، بنابراین:

$$v_A = 2v \xrightarrow{v = \frac{v_A}{2}} A\omega = 2\lambda f \xrightarrow{\omega = 2\pi f} A \times 2\pi f = 2\lambda f$$

$$\Rightarrow \lambda = A\pi \Rightarrow \lambda = 4 \times 10^{-2} \times \pi (\text{m}) = 4\pi (\text{cm})$$

تعداد نوسان کاملی که ذره M در مدت زمان $t = \frac{0.8}{v}$ انجام می‌دهد، برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{0.8}{\frac{v}{4 \times 10^{-2}}} = 20$$

ذره M در هر نوسان کامل، مسافتی به اندازه ۴A را طی می‌کند، بنابراین:

$$l = 20 \times 4 \times 0.15 = 12\text{m}$$

۶۹ ۲ با توجه به روابط زیر داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \lambda f \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \lambda f = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} 0.4 \times f = \sqrt{\frac{5}{\frac{m}{L}}} \Rightarrow 0.4f = \sqrt{\frac{5 \times 0.8}{m}}$$

$$f^2 \times \frac{16}{100} = \frac{4}{m} \Rightarrow f^2 m = 25$$

اعدادی را می‌توانیم به جای f و m بگذاریم که تساوی بالا را برقرار کنند. با امتحان کردن گزینه‌ها، به گزینه (۲) می‌رسیم.

۷۰ ۱ با توجه به نمودار داده‌شده داریم:

$$\frac{\Delta \lambda}{4} = 0.25 \Rightarrow \lambda = 0.2\text{m}$$

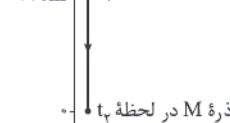
بسامد موج برابر است با:

$$v = \lambda f \xrightarrow{v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda = 0.2\text{m}} f = \frac{1}{0.2} = 5 \text{Hz} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} T = 0.2\text{s}$$

حال جابه‌جایی ذره M در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{300}$ s تا $t_2 = \frac{1}{120}$ s برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{300} \text{s} = \frac{T}{6} \\ t_2 = \frac{1}{120} \text{s} = \frac{\Delta T}{12} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \end{array} \right. \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{0.2}{4} \text{s}$$

ذره M در لحظه t_1



از آن جایی که نقطه M در لحظه $t = 0$ در $y = 2\text{cm}$ قرار دارد، پس در لحظه $t_1 = \frac{1}{300}$ s در $y = 4\text{cm}$ قرار می‌گیرد و پس از گذشت $\frac{T}{4}$ ثانیه، نقطه M از قله به اندازه A جابه‌جا شده و به نقطه $y = 0$ می‌رسد.

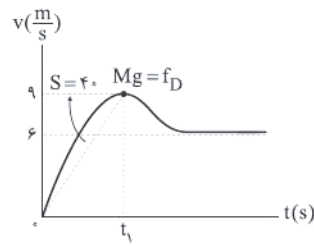
چون حرکت بر خلاف جهت محور yها است، پس جابه‌جایی ذره، منفی است، در نتیجه سرعت آن نیز منفی است.

$$M \text{ سرعت متوسط ذره } = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4 \times 10^{-2}}{0.2} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -800 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

نسبت تندی انتشار موج به بیشینه تندی ذره M در موج برابر است با:

$$\frac{\text{تندی انتشار موج}}{\text{بیشینه تندی ذره}} = \frac{10}{4 \times 10^{-2} \times 2\pi \times 50} = \frac{10}{4\pi} = \frac{5}{2\pi}$$

۷۴ ۳ نمودار تندی برحسب زمان این چتر باز به شکل زیر است:



اگر لحظه باز شدن چتر را t_1 در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{مساحت زیر نمودار} = \frac{v-t}{\text{زمان}} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \text{تندی متوسط}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{t_1 \times 9}{2} + f_0 = 4.5 + \frac{f_0}{t_1} > 4.5$$

$$\Rightarrow s_{av} > 4.5 \frac{m}{s}$$

۷۵ ۴ عددی که ترازو در حالت اول نشان می‌دهد، برابر است با:

$$F_N = m(g-a) \Rightarrow 720 = m(10-a) \quad (1)$$

عددی که ترازو در حالت دوم نشان می‌دهد، برابر است با:

$$F'_N = m(g-2a) \Rightarrow 720 - 240 = m(10-2a) \quad (2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 720 = m(10-a) \\ 480 = m(10-2a) \end{cases} \Rightarrow \frac{720}{480} = \frac{10-a}{10-2a}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{10-a}{10-2a} \Rightarrow 60 - 12a = 40 - 4a$$

$$\Rightarrow 8a = 20 \Rightarrow a = \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8} \frac{m}{s^2}$$

بنابراین بزرگی شتاب ثانویه آسانسور برابر است با:

$$2 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$

بنابراین جرم شخص برابر است با:

$$480 = m(10-5) \Rightarrow 5m = 480 \Rightarrow m = 96 \text{ kg}$$

۷۶ ۱ تندی خودرو برحسب متر بر ثانیه برابر است با:

$$90 \frac{km}{h} \div \frac{3}{6} = 25 \frac{m}{s}$$

مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع توسط راننده تا لحظه ترمز گرفتن طی می‌کند، برابر است با:

$$\Delta x_1 = 25 \times 0.2 = 5 \text{ m}$$

بنابراین مسافتی که خودرو با شتاب ثابت طی می‌کند تا متوقف شود، برابر است با:

$$\Delta x_2 = 30 - 5 = 25 \text{ m}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

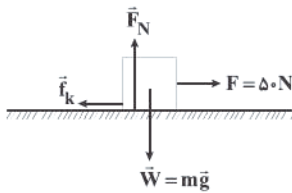
$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - (25)^2 = 2a \times 25 \Rightarrow a = -12.5 \frac{m}{s^2}$$

اندازه نیروی اصطکاک برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$\Rightarrow |f_k| = m|a| = 1.5 \times 10^3 \times 12.5 = 18.75 \times 10^3 \text{ N} = 18750 \text{ N}$$

۷۷ ۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50 \text{ N}$$

اندازه نیروی سطح برابر با $10\sqrt{34} \text{ N}$ است، بنابراین:

$$R^2 = F_N^2 + f_k^2 \Rightarrow 3400 = (50)^2 + f_k^2 \Rightarrow f_k^2 = 900 \Rightarrow f_k = 30 \text{ N}$$

شتاب حرکت جسم تا قبل از حذف نیروی \vec{F} برابر است با:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1 \Rightarrow 50 - 30 = 5 \times a_1 \Rightarrow a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی جسم در ۴ ثانیه اول حرکت و قبل از حذف نیروی \vec{F} برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 = 32 \text{ m}$$

شتاب حرکت جسم پس از حذف نیروی \vec{F} برابر است با:

$$-f_k = ma_2 \Rightarrow -30 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -6 \frac{m}{s^2}$$

سرعت جسم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر است با:

$$v = a_1 t + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v_f = 4 \times 4 = 16 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a_2 \Delta x_2$$

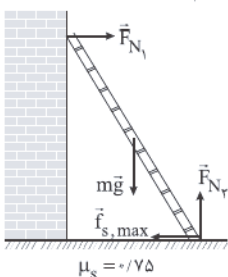
$$\Rightarrow 0 - (16)^2 = 2 \times (-6) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{256}{12} = \frac{64}{3} \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 32 + \frac{64}{3} = \frac{160}{3} \text{ m}$$

مقدار گرمایی که بر اثر اصطکاک در کل مسافت حرکت جسم تولید می‌شود،

$$Q = W_{f_k} \Rightarrow Q = f_k d \Rightarrow Q = 30 \times \frac{160}{3} = 1600 \text{ J} \quad \text{برابر است با:}$$

۷۸ ۴ نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



$$\frac{\text{نیروی که از طرف دیوار قائم وارد می‌شود}}{\text{نیروی که از طرف سطح افقی وارد می‌شود}} = \frac{F_{N1}}{\sqrt{F_{N2}^2 + f_{s,max}^2}}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N2} \Rightarrow \frac{\mu_s F_{N2}}{F_{N1} = f_{s,max}} = \frac{\mu_s F_{N2}}{\sqrt{F_{N2}^2 (1 + \mu_s^2)}}$$

$$= \frac{\mu_s F_{N2}}{F_{N2} \sqrt{1 + \mu_s^2}} = \frac{\mu_s}{\sqrt{1 + \mu_s^2}} = \frac{0.75}{\sqrt{1 + 0.75^2}} = \frac{3}{5}$$

شیمی

۸۱ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در ساختار روغن زیتون، سه گروه عاملی استری (—C—O—) وجود دارد.



• در اتیلن گلیکول (C₂H₄(OH)₂)، ۹ جفت الکترون پیوندی وجود دارد ولی اوره (CO(NH₂)₂) شامل ۸ اتم است.

۸۲ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

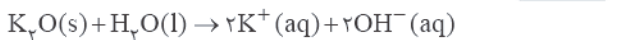
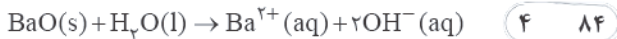
شیر منیزی شامل منیزیم هیدروکسید است.

۸۳ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• مخلوط آب، روغن و صابون هم‌چنان ناهمگن است.

• رنگ‌ها، چسب‌ها و بسیار از نوشیدنی‌ها جزو مخلوط‌های ناهمگن هستند.



مطابق معادله‌های بالا، اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول شامل BaO سه برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول دیگر است، می‌توان نتیجه گرفت که شمار مول‌های BaO، سه برابر شمار مول‌های K₂O بوده است.

$$\frac{a}{b} = \frac{3 \times 153}{1 \times 94} = 4/88$$

۸۵ ۲ از آن‌جا که فاصله pH = ۷ (خنثی) با pH اسید و باز برابر است، حجم اسید و باز هنگامی یکسان خواهد بود که غلظت مولی اسید و باز با هم برابر باشد.

بنابراین یا باید اسید و باز هر دو قوی باشند یا این‌که اگر هر دو ضعیف هستند، درجه یونش آن‌ها باید با هم برابر باشد.

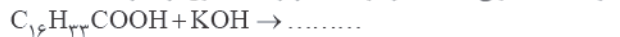
۸۶ ۴ تفاوت غلظت مولی OH⁻ را در دو حالت حساب می‌کنیم.

$$\text{pH} = 13/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13/4} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0/4}$$

$$= \frac{1}{10^{0/3}} \times \frac{1}{10^{0/3}} = \frac{1}{10^0} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 13 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

تفاوت غلظت مولی OH⁻ در دو حالت برابر ۰/۱۵ مول بر لیتر است.



$$\frac{\text{اسید چرب}}{1 \times 270} = \frac{0.15 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.4 \text{ L KOH}}{1} \Rightarrow m = 16/2 \text{ g}$$

۸۷ ۲ کافیت غلظت H⁺ را در هر چهار محلول حساب کرده و با هم مقایسه کنیم.

هر محلولی که غلظت H⁺ آن بیشتر باشد، سریع‌تر با نوار منیزیم واکنش می‌دهد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\text{pH} = 3/1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3/1} = 10^{-3} = (10^{-3})^3 \times 10^{-4}$

$= 8 \times 10^{-4} \text{ M}$

۲) $[\text{H}^+] = \alpha \cdot \text{M} = 0.25 \times 0.36 = 9 \times 10^{-4} \text{ M}$

۳) $[\text{HNO}_3] = \frac{189 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{62 \text{ g}}}{4 \text{ L}} = 7.5 \times 10^{-4} \text{ M}$

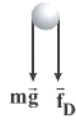
۴) $[\text{CH}_3\text{COOH}] = \frac{10 \times 0.5 \times 1}{60} = \frac{5}{60}$

$[\text{H}^+] = \alpha \cdot \text{M} = 0.0015 \times \frac{5}{60} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ M}$

۷۹ ۱ در مسیر رفت داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

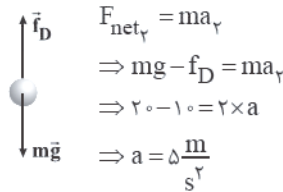
با توجه به قانون دوم نیوتون در مسیر رفت داریم:



$$F_{\text{net}_1} = ma_1 \Rightarrow mg + f_D = ma$$

$$\Rightarrow 20 + f_D = 2 \times 15 \Rightarrow f_D = 10 \text{ N}$$

در مسیر برگشت نیز اندازه نیروی مقاومت هوا برابر با ۱۰ N می‌باشد.



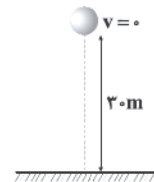
$$F_{\text{net}_2} = ma_2$$

$$\Rightarrow mg - f_D = ma_2$$

$$\Rightarrow 20 - 10 = 2 \times a$$

$$\Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

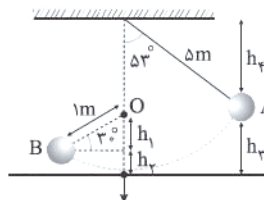
با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت:



$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 30 = \frac{1}{2} \times 5 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 12$$

$$\Rightarrow t = 2\sqrt{3} \text{ s}$$

۸۰ ۳



$$h_1 = h_A = \sin 30^\circ \times OB = \frac{1}{2} m$$

$$h_2 = \Delta \times \cos 53^\circ = 3 \text{ m}$$

$$h_3 = 5 - 3 = 2 \text{ m}$$

مبدأ پتانسیل

از نیروی اتلافی صرف‌نظر شده است، بنابراین با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \times 2 \times v_A^2 + 2 \times 10 \times 2 = v_A^2 + 40$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 + 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = v_B^2 + 10$$

توجه کنید که لزوماً در نقطه B تندی صفر نمی‌شود، بنابراین:

$$E_A = E_B \Rightarrow v_A^2 + 40 = v_B^2 + 10 \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (v_B - v_A)(v_B + v_A) = 30 \\ v_A + v_B = 15 \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$\begin{cases} v_B - v_A = 2 \\ v_B + v_A = 15 \end{cases} \Rightarrow v_A = \frac{13 \text{ m}}{2 \text{ s}}, v_B = \frac{17 \text{ m}}{2 \text{ s}}$$

بنابراین تکانه گلوله در نقاط A و B برابر است با:

$$p_A = mv_A = 2 \times \frac{13}{2} = 13 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

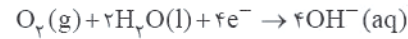
$$p_B = mv_B = 2 \times \frac{17}{2} = 17 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

۱ ۹۹ بررسی سایر گزینه‌ها:

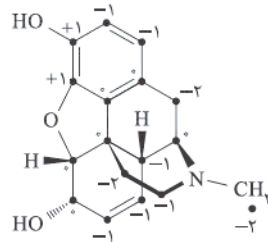
۲) در خلاء به دلیل عدم وجود رطوبت و گاز اکسیژن، واکنش خوردگی آهن، پیشرفتی ندارد.

۳) $Fe(OH)_3$ از اکسایش دو مرحله‌ای فلز Fe تشکیل می‌شود.

۴) تفاوت مجموع ضرایب واکنش دهنده(ها) و فراورده(ها) در نیم‌واکنش کاهش برابر با ۳ است.



۲ ۱۰۰ عدد اکسایش تمام اتم‌های کربن در ساختار مورد نظر مشخص شده است.



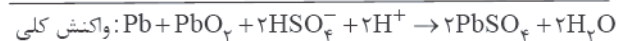
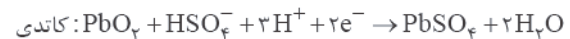
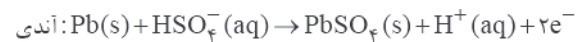
در این ترکیب ۶ اتم کربن با عدد اکسایش -۱ و ۶ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

۲ ۱۰۱ فقط عبارت سوم نادرست است.

فرایند هال در سلول الکترولیتی انجام می‌شود، نه گالوانی!!

۳ ۱۰۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

معادله موازنه شده نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی به همراه واکنش کلی در زیر آمده است:



$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} = 1/69 - (-0/36) = 2/05V$$

توجه کنید که گونه اکسندۀ ترکیب PbO_2 یا همان سرب (IV) اکسید است.

۱ ۱۰۳ فقط عبارت سوم درست است:



کاتد (قطب منفی) آند (قطب مثبت)

بررسی عبارت‌های نادرست:

• سلول موردنظر در صنعت برای تهیه فلز سدیم به کار می‌رود.

• معادله نیم‌واکنش کاتدی به صورت $Na^+(l) + e^- \rightarrow Na(l)$ است.

• افزودن مقداری کلسیم کلرید باعث می‌شود تا سدیم کلرید در دمای پایین‌تری ذوب شود.

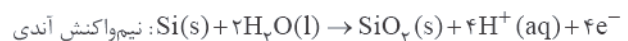
۳ ۱۰۴ پتانسیل کاهش روی، منفی‌تر از پتانسیل کاهش قلع است.

زیرا فلز روی، کاهنده‌تر از فلز قلع است.

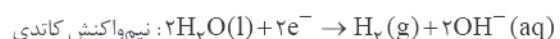
۲ ۱۰۵ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در این سلول برای انجام واکنش اکسایش - کاهش از نور بهره می‌برند.

معادله نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی در زیر آمده است:



$$E^{\circ} = -0/84V$$



$$E^{\circ} = -0/83V$$

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
info

<https://konkur.info>