بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون

دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰		۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰		۲۱	۳۰	
		ریاضی ۱	۵		۳۱	۳۵	
		حسابان ۱	۵		۳۶	۴۰	
		هندسه ۲	۱۰		۴۱	۵۰	
		آمار و احتمال	۵		۵۱	۵۵	

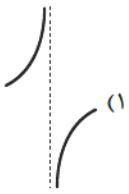
https://konkur.info

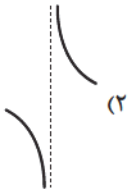
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

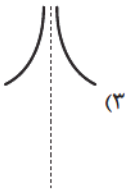
ریاضیات

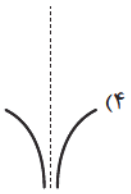
حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع $f(x)=\frac{x^۳-۱}{(x+a)(x+b)(x+c)}$ به شکل زیر باشد، نمودار تابع $g(x)=\frac{(-۱)^{[x-a]}}{(x+b)(x+c)}$ در همسایگی مجانب قائم خود چگونه است؟([ ] نماد جزءصحیح است.)

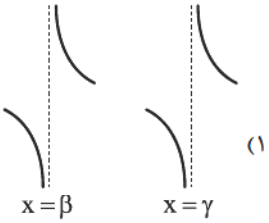
۱) 

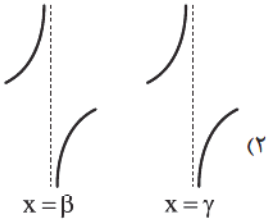
۲) 

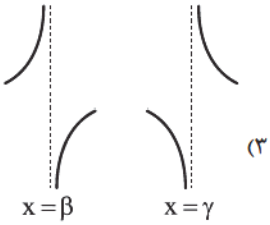
۳) 

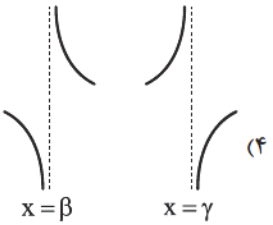
۴) 

۲- اگر $x=\alpha$ و $x=\beta$ و $x=\gamma$ مجانب‌های قائم تابع $f(x)=\frac{x^۳-۳^x}{x^۲-۲^x}$ باشند و $\alpha<\beta<\gamma$ آنگاه نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی $x=\beta$ و $x=\gamma$ چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۳- اگر $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۱۲})^-}\frac{n[-۴x]+[m]}{m\sin۲x+\cos۲x}=+\infty$ باشد، بیشترین مقدار صحیح برای n کدام است؟([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۱
۲) ۲
۳) −۲
۴) −۱

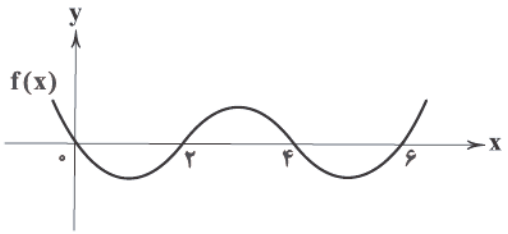
۴- حاصل $\lim\tan(\frac{۳}{x}-\frac{\pi}{۲})$ وقتی $x\to(\frac{۳}{\pi})^+$ و $x\to(\frac{۱}{\pi})^-$ به ترتیب کدام است؟

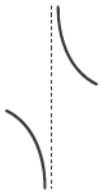
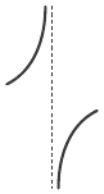
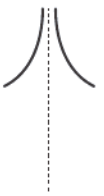
۱) $+\infty\ ,\ +\infty$
۲) $+\infty\ ,\ -\infty$
۳) $-\infty\ ,\ -\infty$
۴) $-\infty\ ,\ +\infty$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، نمودار تابع $g(x)=\frac{(-1)^{[1+f(x+1)]}}{f(x-3)-f(x-1)}$ در همسایگی $x=5$ چگونه است؟([ ] نماد جزءصحیح است.)



۱) 
۲) 
۳)
۴) 

۶- اگر $\lim_{x\to -3} c(x-a)[\frac{ax-b}{2x^2+12x+18}]=-6$ باشد، حاصل $\lim_{x\to \pi^-} \frac{a-b}{\cos((\frac{a+b}{c})x)}$ کدام است؟([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) صفر ۴) ۱

۷- مجموع مقادیر m برای آن‌که تابع $f(x)=\frac{x^3-2x^2-3x}{x^4+mx^2}$ دارای ۲ مجانب قائم باشد، کدام است؟

۱) -8 ۲) -9 ۳) -10 ۴) -11

۸- تابع $f(x)=\frac{(x-3)\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{3-x}(|x|+|x-2|-2)}$ چند خط مجانب قائم دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۹- تابع $f(x)=\frac{x-1}{x^3-|\sin x|}$ چند مجانب قائم دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰- تابع $f(x)=\log(\frac{x^4-x^2}{x^2-3x+2})$ چند مجانب قائم دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

ریاضیات گسسته

۱۱- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی x که در معادلهٔ $13x+7y=178$ صدق کند، کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۶ ۴) ۲۷

۱۲- چند نقطه مانند (x, y) با مؤلفه‌های طبیعی و دورقمی در معادلهٔ $5x-12y=17$ صدق می‌کنند؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۳- کوچک‌ترین مقدار طبیعی دورقمی n که به‌ازای آن معادلهٔ سیالهٔ خطی $(4a+3)x+(3a-2)y=5n+2$ برای هر مقدار صحیح a جواب صحیح داشته باشد، کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۳

۱۴- در مجموعه رئوس $V=\{a, b, c, d, e\}$ چند گراف جهت‌دار می‌توان رسم کرد که شامل یال‌های ab و bc و فاقد یال‌های ac و ad باشد؟

۱) 2^{20} ۲) 2^{16} ۳) 2^{22} ۴) 2^{23}

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۵- گراف G یک گراف ۱۵ رأسی غیرتهی k ـ منتظم با کم‌ترین مقدار k است. تعداد یال‌های گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) ۸۰ ۲) ۸۵ ۳) ۹۰ ۴) ۹۵

۱۶- اگر به یک گراف ۴ ـ منتظم، ۱۲ یال اضافه شود، یک گراف کامل می‌شود. مجموع مرتبه و اندازهٔ آن گراف کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

۱۷- در گرافی با ۹ رأس و ۳۱ یال، بیشترین مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

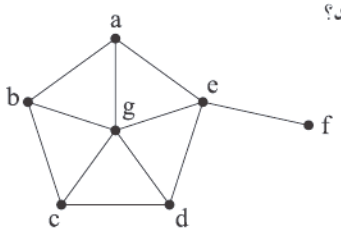
۱۸- تعداد گراف‌های ۴ ـ منتظم از مرتبهٔ ۷ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹- چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V=\{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_8\}$ می‌توان رسم کرد، به طوری‌که $|E(G)|=5$ و $N_G[v_1]=\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ باشد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۲ ۳) ۲۲۵ ۴) ۲۳۰

۲۰- گراف G به صورت زیر است، چند زیرگراف هم‌مرتبه با G وجود دارد که دو رأس از درجهٔ ۴ داشته باشد؟



۱) ۴۰
۲) ۳۶
۳) ۳۲
۴) ۲۸

هندسه (۳)

۲۱- نقطهٔ D درون مثلث ABC قرار دارد و مساحت مثلث ADB برابر مجموع مساحت‌های ADC و BDC است. مکان هندسی نقطهٔ D کدام است؟

۱) پاره‌خطی عمود بر AB است که از نقطهٔ D می‌گذرد.
۲) پاره‌خطی است که عمود بر نیمساز رأس C است که از نقطهٔ D می‌گذرد.
۳) پاره‌خطی موازی AB است که فاصلهٔ آن از AB، نصف ارتفاع CH است.
۴) دایره‌ای به مرکز همرسی نیمسازها و شعاع $\frac{1}{6}$ ارتفاع CH است.

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، وتر BC ثابت و رأس A روی دایرهٔ محیطی مثلث حرکت می‌کند. مکان هندسی نقطهٔ تلاقی میانه‌های مثلث کدام است؟

۱) روی دایرهٔ محاطی داخلی مثلث است.
۲) روی دایره‌ای به مرکز دایرهٔ محیطی و شعاع $\frac{1}{6}$ وتر است.
۳) روی دو پاره‌خط موازی BC و به فاصلهٔ $\frac{BC}{6}$ از آن قرار دارد.
۴) روی یک پاره‌خط موازی BC و به فاصلهٔ $\frac{BC}{6}$ از آن قرار دارد.

۲۳- نقطهٔ A روی محور x و نقطهٔ B روی محور y قرار دارد، به طوری $AB=6$ است. اگر نقطهٔ M وسط AB باشد، مکان هندسی نقطهٔ M کدام است؟

۱) دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳
۲) دایره‌ای به مرکز نقطهٔ A و شعاع ۳
۳) عمودمنصف پاره‌خط AB
۴) دو خط عمود برهم $x=3$ و $y=3$

۲۴- از نقطهٔ $A(4, 0)$ دو مماس بر دایرهٔ $x^2+y^2-2x+8y+8=0$ رسم شده است. اگر نقاط تماس B و C باشد، معادلهٔ پاره‌خط BC کدام است؟

۱) $3x-4y+1=0$ ۲) $4x+3y+5=0$ ۳) $3x+4y+4=0$ ۴) $4x-3y+6=0$

۲۵- دو دایرهٔ $x^2+y^2-2x-15=0$ و $x^2+y^2-8x+8y+m=0$ تنها دو مماس مشترک به طول ۴ دارند. مقدار m کدام است؟

۱) ۳۱ ۲) -17 ۳) ۲۳ ۴) -9

۲۶- دو دایره بر محورهای مختصات مماس هستند و معادلهٔ خط‌المرکزین آن‌ها $x+2y=6$ است. طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۷- اگر خط $y=ax+b$ از نقطهٔ $A(۳,۰)$ گذشته و در دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x+۶y=۱۵$ کوتاه‌ترین وتر ممکن را ایجاد کند، مقدار $۳a+b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۸- دو خط با عرض از مبدأ ۳ وجود دارند که هر خط دایرهٔ $x^۲+y^۲+۴x+۲y=۲۰$ را در دو نقطه به فاصلهٔ ۶ قطع می‌کنند. تانژانت زاویه‌ای که این دو خط با هم می‌سازند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) ۲

۲۹- دو دایره وجود دارند که مرکز آن‌ها روی خط $y+۲x=۱$ قرار دارند و هر دو دایره بر دو خط عمود برهم $y=۲x$ و $y=-\frac{۱}{۲}x$ مماس هستند. وضعیت این دو دایره نسبت به هم چگونه است؟

۱) متقاطع ۲) مماس خارج ۳) مماس داخل ۴) متخارج

۳۰- مماس‌های مشترک داخلی دو دایره $x^۲+y^۲-۲x+۶y+۹=۰$ و $x^۲+y^۲+۶x-۲y+r=۰$ برهم عمودند. مقدار r کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

ریاضی (۱)

۳۱- اگر $۶^x\times ۳۶^y=۲۱۶$ و $\frac{۶^x}{۳۶^y}=\frac{۱}{۳۶}$ آن‌گاه $x^۲-۴y^۲$ برابر است با:

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

۳۲- اگر $x=۲۵$ آن‌گاه حاصل $(\sqrt{x}-۱)(x+۱)(x^۲+۱)(x^۴+۱)-\frac{x^۸}{۶}$ برابر است با:

۱) $-\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۱۲}$

۳۳- اگر $a=\sqrt[۳]{۱۰-۶\sqrt{۳}}+\sqrt[۳]{۱۰+۶\sqrt{۳}}$ آن‌گاه حاصل $\frac{a^۳}{۱۰-۳a}$ برابر است با:

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) -۲

۳۴- اگر $x=\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}}$ آن‌گاه $x^{۱۵}+\frac{۱}{x^{۱۵}}$ برابر است با:

۱) ۴۸ ۲) ۵۰ ۳) ۵۲ ۴) ۵۴

۳۵- اگر a,b,c و d اعداد متمایز و $(a^{۱۴۰۱}-d^{۱۴۰۱})(a^{۱۴۰۱}-c^{۱۴۰۱})=۱۴۰۲$ و $(b^{۱۴۰۱}-d^{۱۴۰۱})(b^{۱۴۰۱}-c^{۱۴۰۱})=۱۴۰۲$ آن‌گاه $(ab)^{۱۴۰۱}-(cd)^{۱۴۰۱}$ برابر است با:

۱) ۱۴۰۲ ۲) -۱۴۰۲ ۳) ۷۰۱ ۴) -۷۰۱

حسابان (۱)

۳۶- اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $|۴x+۱۶|\le ۵$ بازهٔ $[a,b]$ باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

۳۷- مجموع مربعات ریشه‌های معادلهٔ $\sqrt{x^۲-۳}+\sqrt[۳]{۴-x^۲}=۱$ برابر است با:

۱) ۴۰ ۲) ۳۸ ۳) ۲۰ ۴) ۱۹

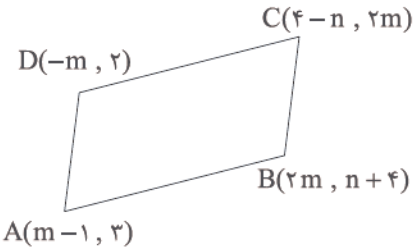
۳۸- ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+(\frac{x}{x+۱})^۲=۳$ برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲}(۱\pm\sqrt{۵})$ ۲) $۱\pm\sqrt{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۲}(۱\pm\sqrt{۳})$ ۴) $۱\pm\sqrt{۳}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۹- اگر در شکل زیر چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع باشد، مساحت آن کدام است؟



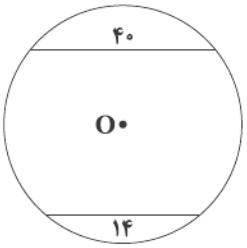
۱) ۳۲
۲) ۳۰
۳) ۱۶
۴) ۱۵

۴۰- در یک دنباله هندسی، جملهٔ صد و یکم آن برابر ۲۵ و مجموع ۲۰۱ جملهٔ اول آن برابر ۶۲۵ می‌باشد، مجموع معکوسات ۲۰۱ جملهٔ اول، این دنباله هندسی کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

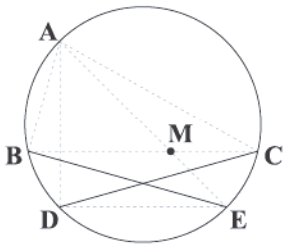
هندسه (۲)

۴۱- در شکل زیر، اگر فاصلهٔ دو وتر موازی برابر ۳۹ باشد، شعاع دایره کدام است؟



۱) ۲۶
۲) ۳۵
۳) ۲۵
۴) ۳۹

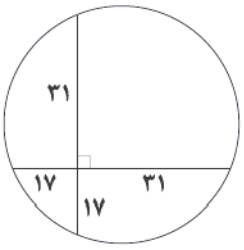
۴۲- در شکل زیر وترهای BC و DE موازیند و A نقطه‌ای روی کمان BC است. چندتا از گزاره‌های زیر درست است؟



الف) مثلث ABC قائم‌الزاویه است.
ب) مثلث ABM متساوی‌الاضلاع است.
ج) مثلث‌های ABM و ADC متشابهند.
د) مثلث‌های AMC و ABE متشابهند.

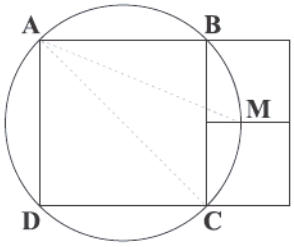
۱) هیچ‌کدام ۲) ۳
۳) ۲ ۴) ۱

۴۳- محیط دایرهٔ شکل مقابل کدام است؟



۱) ۴۸π
۲) ۵۰π
۳) ۵۴π
۴) ۶۰π

۴۴- در شکل مقابل دایره از رأس‌های مربع ABCD می‌گذرد و دو مربع کوچک‌تر همنهشت هستند. زاویهٔ $\hat{MAC}$ چقدر است؟



۱) 45°
۲) $22/5^\circ$
۳) 30°
۴) 15°

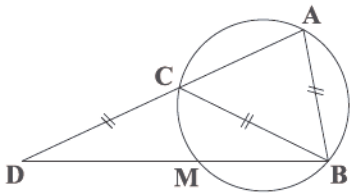
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۴۵- دایره‌ای از تمام رأس‌های ۹ ضلعی منتظم به رأس‌های ABCDEFGHI می‌گذرد. زاویهٔ بین AG و CI چند برابر هر یک از زاویه‌های داخلی در ۹ضلعی منتظم است؟

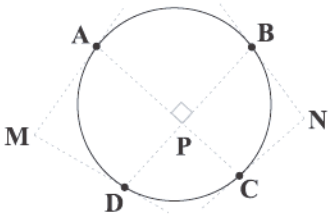
۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۷}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۵}{۹}$

۴۶- در دایره شکل زیر اگر $AB = BC = CD$ و $\overset{\frown}{BM} = ۸۰^\circ$ باشد، آن‌گاه کمان AC چند درجه است؟



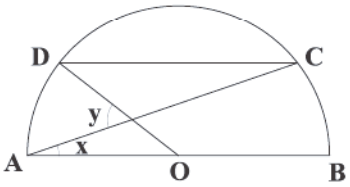
۱) ۶۰°
۲) ۵۰°
۳) ۴۰°
۴) ۵۵°

۴۷- اضلاع زوایای M و N در شکل زیر بر دایره مماس هستند. اگر $\hat{N} = \hat{M} + ۱۰^\circ$ آن‌گاه زاویهٔ $\hat{M}$ کدام است؟



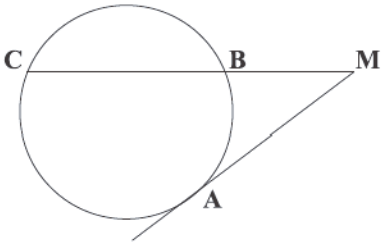
۱) ۶۵°
۲) ۷۵°
۳) ۸۵°
۴) ۷۰°

۴۸- در شکل زیر O مرکز نیم‌دایره است و $CD \parallel AB$، اگر $۲x + y = ۱۵۰^\circ$ آن‌گاه کمان CD چند درجه است؟



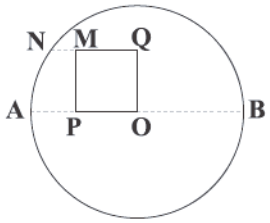
۱) ۹۰°
۲) ۶۰°
۳) ۷۰°
۴) ۸۰°

۴۹- در شکل زیر MA بر دایره مماس است. اگر $AB = BM$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟



۱) $BM = BC$
۲) $AC = BM$
۳) $BC = AM$
۴) $AC = AM$

۵۰- در شکل زیر اگر O مرکز دایره و چهارضلعی MPOQ مربع و $AP = ۸$, $MN = ۷$ آن‌گاه شعاع دایره کدام است؟



۱) ۱۵
۲) ۱۳
۳) ۱۲
۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آمار و احتمال

۵۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد روشده در پرتاب این دو تاس عددی زوج شود، با چه احتمالی عدد روی هر دو تاس برابرند؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۲- اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}P(B)=۲$ و A و B دو پیشامد مستقل باشند، حاصل $\frac{P(A'|B')}{P(A|B')}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۳- سه کیسه هر کدام شامل ۲۰ مهره در اختیار داریم که در کیسه اول ۱۸ مهره با رنگ سفید و ۲ مهره با رنگ سیاه، در کیسهٔ دوم هر ۲۰ مهره سفید و در کیسهٔ سوم هر ۲۰ مهره سیاه هستند. کیسه‌ای به تصادف انتخاب و مهره‌ای از آن بیرون می‌آوریم. اگر مهرهٔ بیرون آمده سفید باشد، با کدام احتمال مربوط به کیسهٔ اول بوده است؟

۱) $\frac{۹}{۱۹}$ ۲) $\frac{۱۸}{۱۹}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۹}$ ۴) $\frac{۴}{۱۹}$

۵۴- در یک شهر ۴۵٪ دانش‌آموزان دختر و ۵۵٪ پسر هستند. ۶٪ دانش‌آموزان دختر در درس ریاضی تجدید و ۱۰٪ دانش‌آموزان پسر در این درس تجدید شده‌اند. چند درصد کل دانش‌آموزان این شهر در درس ریاضی نمره قبولی آورده‌اند؟

۱) ٪۹۱/۸ ۲) ٪۹۳ ۳) ٪۹۲ ۴) ٪۹۲/۸

۵۵- ۲ جعبه داریم که در جعبهٔ اول ۳۰ لامپ و در جعبهٔ دوم ۲۰ لامپ وجود دارد. تعداد لامپ‌های معیوب در جعبهٔ اول و دوم به ترتیب ۶ و ۱۰ لامپ است. از جعبهٔ اول ۸ لامپ و از جعبهٔ دوم ۱۰ لامپ به تصادف خارج می‌کنیم و در جعبهٔ سوم قرار می‌دهیم، حال از جعبهٔ سوم لامپی به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی لامپ خارج‌شده از این جعبه روشن نمی‌شود؟

۱) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۲۵}{۳۰}$ ۳) $\frac{۷}{۳۰}$ ۴) $\frac{۱۳}{۳۰}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آزمون شماره ۱۳
جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون
دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰		۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰		۱۲۶	۱۳۵	

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

فیزیک

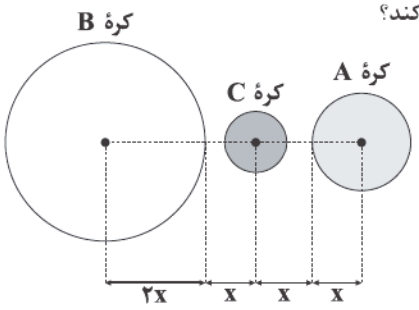
۵۶- کودکی یک کامیون اسباب‌بازی را به طنابی به طول ۸۰cm متصل کرده و روی یک مسیر دایره‌ای‌شکل می‌چرخاند. اگر تندی کامیون ثابت و برابر با $\frac{۴\pi}{۳}\frac{m}{s}$ باشد، این کامیون در هر نیم‌دقیقه چند دور می‌زند؟

۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۷۵
۴) ۱۲/۵

۵۷- یک صفحهٔ افقی حول یک محور قائم با تندی ثابت دوران می‌کند و در هر دقیقه ۱۲ دور کامل می‌چرخد. جسمی به جرم ۱۰kg روی این صفحه و در فاصلهٔ ۴ متری از محور دوران قرار دارد و بدون لغزش با صفحه می‌چرخد. اندازهٔ نیروی اصطکاکی که به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(\pi^۲ = ۱۰ , g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۶۴
۲) ۲۵
۳) ۳۲
۴) ۱۰۰

۵۸- مطابق شکل زیر، کرهٔ C به جرم m بین دو کرهٔ توپر A و B قرار دارد. اگر چگالی کرهٔ A، دو برابر چگالی کرهٔ B باشد، اندازهٔ نیروی گرانشی که کرهٔ B بر کرهٔ C وارد می‌کند، چند برابر اندازهٔ نیروی گرانشی است که کرهٔ A بر کرهٔ C وارد می‌کند؟

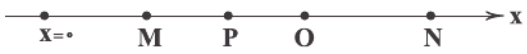


۱) $\frac{۹}{۸}$
۲) $\frac{۸}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۱۶}$
۴) $\frac{۱۶}{۹}$

۵۹- سفینه‌ای به جرم ۲۰ تن، بین دو سیارهٔ A و B به گونه‌ای قرار گرفته است که نیروی گرانشی واردشده از طرف دو سیاره بر این سفینه، یک‌دیگر را خنثی می‌کنند. اگر جرم سیارهٔ A، ۱۶ برابر جرم سیارهٔ B بوده و فاصلهٔ دو سیاره از یک‌دیگر برابر d باشد، سفینه در چه فاصله‌ای از سیارهٔ A قرار دارد؟

۱) $\frac{۴}{۵}d$
۲) $\frac{۳}{۴}d$
۳) $\frac{۱}{۴}d$
۴) $\frac{۱}{۵}d$

۶۰- ذره‌ای بر روی محور x ها بین دو نقطهٔ M و N حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. هنگامی که ذره از نقطهٔ P در خلاف جهت محور x می‌گذرد، نیروی وارد بر ذره در ..... محورxها بوده و نوع حرکت ذره در این لحظه ..... است.



۱) جهت ـ تندشونده
۲) خلاف جهت ـ کندشونده
۳) جهت ـ کندشونده
۴) خلاف جهت ـ تندشونده

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۱- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x=۴\cos(\frac{\pi}{۳}t)$ است. در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۸s$، جهت حرکت نوسانگر چند بار تغییر کرده است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۲- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x=۰/۴\cos(۱۰\pi t)$ است. در بازهٔ زمانی $t_۱=۰/۰۵s$ تا $t_۲=۰/۵s$، چند ثانیه حرکت نوسانگر، تندشونده است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۱۵

۶۳- معادلهٔ یک نوسانگر خاص به صورت $x=۵\cos^۲(۴t)+۳$ می‌باشد. دامنهٔ این نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

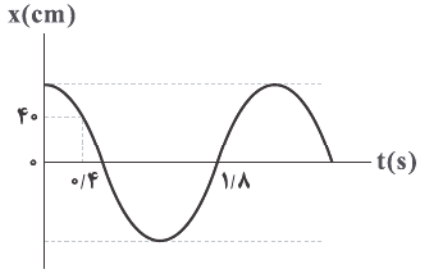
۶۴- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری که بر روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد در SI به صورت $x=۰/۱\cos(۱۰۰\pi t)$ است. در بازهٔ زمانی $۵\times۱۰^{-۳}s<t<۱۰\times۱۰^{-۳}s$، علامت سرعت، شتاب و مکان نوسانگر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

۱) منفی ـ منفی ـ مثبت ۲) منفی ـ مثبت ـ منفی ۳) مثبت ـ منفی ـ منفی ۴) مثبت ـ منفی ـ مثبت

۶۵- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در دستگاه SI به صورت $x=۰/۰۶\cos(۴۰\pi t)$ است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر، جسم در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل است؟

۱) $t=\frac{۱}{۱۶}s$ ۲) $t=\frac{۱}{۳۲}s$ ۳) $t=\frac{۱}{۱۶۰}s$ ۴) $t=\frac{۳}{۱۶۰}s$

۶۶- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi=۳)$

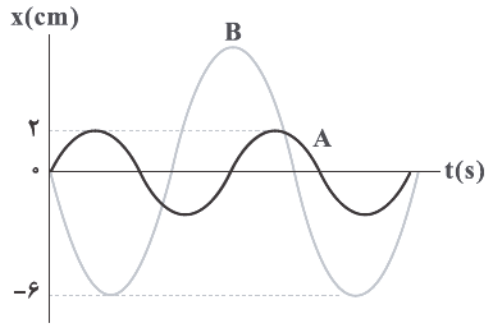


۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

۶۷- کمک فنرهای به کاررفته در اتومبیلی به جرم ۲۰۰۰kg پس از عبور از یک دست‌انداز، با بسامد ۱/۲Hz شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کنند. اگر مسافری به جرم ۷۰kg وارد اتومبیل شود، کف آن تقریباً چند سانتی‌متر پایین‌تر می‌آید؟ (فرض کنید وزن خودرو به طور یکنواخت روی کمک‌فنرهای آن توزیع شده است و $\pi=\sqrt{۱۰}$ و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۰۰۶ ۴) ۱۲/۵

۶۸- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان دو نوسانگر هماهنگ سادهٔ A و B را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر A، ۲ برابر جرم نوسانگر B باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر B چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر A است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۸۱}{۳۲}$
۴) $\frac{۳۲}{۸۱}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۹- دورهٔ نوسان‌های نوسانگر هماهنگ ساده‌ای برابر با ۰/۲s است. اگر در یک لحظه مکان نوسانگر، مثبت و برابر با $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ بوده و حرکتش در آن لحظه کندشونده باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا پس از این لحظه نوسانگر به مکان $-\frac{A}{۲}$ برسد و سرعت آن مثبت باشد؟

۱) $\frac{۱۹}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۱۷}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۱۳}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲۰}$

۷۰- طول آونگ ساده‌ای که نوسانات کم‌دامنه با دورهٔ T انجام می‌دهد چگونه تغییر کند تا این آونگ در هر نوسان به اندازهٔ $\frac{T}{۴}$ جلو بیفتد؟

۱) ۴۳/۷۵ درصد افزایش یابد. ۲) ۵۶/۲۵ درصد افزایش یابد. ۳) ۴۳/۷۵ درصد کاهش یابد. ۴) ۵۶/۲۵ درصد کاهش یابد.

۷۱- آونگ ساده‌ای در مدت‌زمان ۲/۴s، ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر طول این آونگ ۱۱cm کاهش یابد، در مدت‌زمان ۸ ثانیه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ ($g=\pi^۲$)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

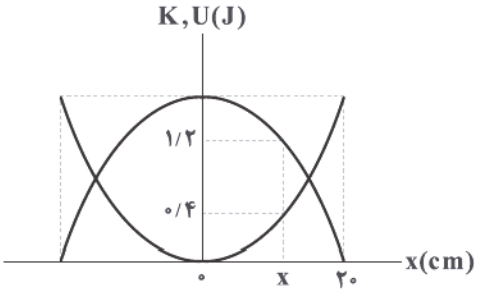
۷۲- یک ساعت آونگ‌دار در سطح زمین به درستی کار می‌کند. اگر طول آونگ آن ۳۶ درصد کاهش یابد، این ساعت در مدت ۲ روز چه تغییری در زمان نشان می‌دهد؟

۱) ۱۲ ساعت جلو می‌افتد. ۲) ۱۲ ساعت عقب می‌افتد. ۳) ۴ ساعت جلو می‌افتد. ۴) ۴ ساعت عقب می‌افتد.

۷۳- آونگ ساده‌ای که در سطح زمین، نوسانات کم‌دامنه‌ای انجام می‌دهد، در مدت‌زمان Δt، ۴ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا آونگ در همان مدت‌زمان و در سطح کرهٔ ماه، ۴ نوسان کامل بیشتر انجام دهد؟ ($g_{\text{زمین}}=۱۰\frac{N}{kg}$, $g_{\text{ماه}}=۱/۶\frac{N}{kg}$)

۱) ۴ ـ کاهش ۲) ۴ ـ افزایش ۳) ۹۶ ـ کاهش ۴) ۹۶ ـ افزایش

۷۴- نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر به جرم ۲۰۰ گرم برحسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. بسامد این حرکت نوسانی ساده چند هرتز است؟ ($\pi=۳$)

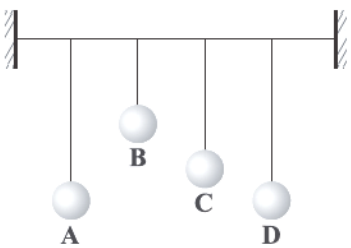


۱) $\frac{۱۰}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۱۰}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) ۵

۷۵- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که بر روی خط راست در حال نوسان می‌باشد، به صورت $x=۰/۲\cos(۱۰۰\pi t)$ است. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی که از مکان $x=+۱۰cm$ با علامت سرعت مثبت به مکان $x=-۱۰\sqrt{۲}cm$ با علامت سرعت منفی می‌رود، برابر چند متر بر ثانیه است؟ (نقطهٔ $x=+A$ شروع حرکت نوسانگر است و $\sqrt{۲}\simeq ۱/۴$)

۱) $\frac{۲۶}{۲۴۰۰}$ ۲) $\frac{۵۲۸}{۱۳}$ ۳) $\frac{۴۴}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۱۰۵۶}{۱۳}$

۷۶- مطابق شکل مقابل، به طنابی افقی، آونگ‌های ساده با طول‌های متفاوت و جرم‌های یکسان آویخته‌ایم. اگر آونگ A را به نوسان دربیاوریم، کدام گزینه صحیح است؟



۱) فقط آونگ D به نوسان درمی‌آید.
۲) همهٔ آونگ‌ها دامنهٔ یکسانی دارند.
۳) همهٔ آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند، ولی آونگ D دامنهٔ نوسان بیشتری دارد.
۴) همهٔ آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند، ولی آونگ D دامنهٔ نوسان کم‌تری دارد.

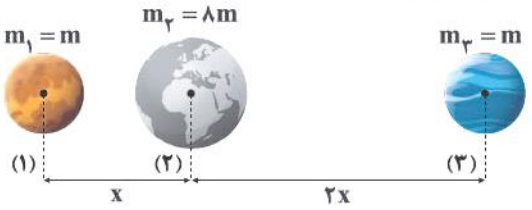
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۷- طول آونگ ساده‌ای برابر ۵۰cm است. کدام‌یک از نوسانگرهای هماهنگ سادهٔ زیر می‌تواند در این آونگ تشدید ایجاد کند؟ $(g \simeq \pi^2 \frac{m}{s^2})$

۱) $x = 2\cos(\frac{\sqrt{2}}{2}\pi t)$ ۲) $x = \cos(\sqrt{2}\pi t)$ ۳) $x = 4\cos(\sqrt{2}t)$ ۴) $x = 6\cos(\frac{\pi}{2}t)$

۷۸- مطابق شکل زیر، سه سیاره روی یک خط قرار دارند و بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر سیارهٔ (۳) برابر $1/9\times10^6$ N است. اگر جای دو سیارهٔ (۱) و (۲) عوض شود، بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر سیارهٔ (۳) چند نیوتون می‌شود؟



۱) $1/025\times10^7$
۲) $1/025\times10^6$
۳) $2/05\times10^6$
۴) $2/05\times10^7$

۷۹- در شکل زیر، نسبت بزرگی شتاب گرانشی در نقطهٔ A به نقطهٔ B برابر k است. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟

۱) $k = 4$
۲) $1 < k < 4$
۳) $k \le 4$
۴) $1 < k \le 2$

۸۰- شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ای به شعاع ۱۰۰۰km و چگالی $6\frac{g}{cm^3}$، چند برابر شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ای به شعاع ۱۵۰۰km و چگالی $9\frac{g}{cm^3}$ است؟

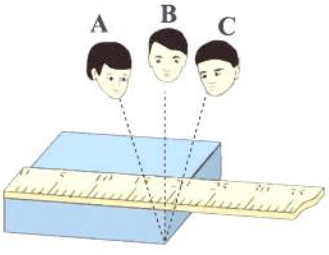
۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{9}{4}$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شمارهٔ ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس۲ (فیزیک (۲)، شمارهٔ ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

زوج درس ۱

۸۱- شکل زیر، چگونگی اندازه‌گیری طول یک جسم را با استفاده از یک خط‌کش نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف) اندازه‌ای که شخص B می‌خواند، دقیق‌تر از اندازه‌ای است که اشخاص A و C می‌خوانند.
ب) این آزمایش نشان‌دهندهٔ تأثیر دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری بر کاهش خطای اندازه‌گیری است.
ج) با تکرار چند بارهٔ اندازه‌گیری توسط شخص B، خطا در اندازه‌گیری طول جسم کاهش می‌یابد.

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۲- با در نظر گرفتن این‌که واحد کمیت‌های هر یک از گزینه‌های زیر، برحسب یکای SI است، حاصل کدام گزینه یک کمیت اصلی است؟

۱) $\frac{\text{فشار} \times \text{جابه‌جایی}}{\text{انرژی}}$
۲) $\frac{\text{انرژی} \times \text{نیرو}}{\text{توان} \times \text{شتاب}}$
۳) $\frac{\text{ضریب انبساط طولی} \times \text{انرژی}}{\text{گرمای ویژه}}$
۴) $\frac{\text{نیرو} \times \text{تکانه}}{\text{شتاب} \times \text{تندی}}$

۸۳- شکل‌های «الف» و «ب» اعدادی است که به ترتیب یک ریزسنج و یک کولیس رقمی در اندازه‌گیری دو جسم نشان می‌دهند. دقت اندازه‌گیری ابزارهای «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ برابر با چند میلی‌متر است؟

۲۰/۰۸۳mm (الف)　　۱۶/۶۷mm (ب)

۱) ۰/۰۸۳ و ۰/۶۷
۲) ۰/۰۰۳ و ۰/۰۷
۳) ۰/۰۰۱ و ۰/۰۱
۴) ۳ و ۷

۸۴- کدام گزینه به جای □ قرار گیرد تا تساوی زیر برقرار شود؟ (m، g، s و J به ترتیب نشان‌دهندهٔ متر، گرم، ثانیه و ژول هستند.)

$$10^{7}\,\frac{nJ}{s} = \square\,\frac{(Gm)^2}{(hs)^3}$$

۱) $10^{-10}\,g$
۲) $10^{-5}\,\mu g$
۳) $10^{-3}\,ng$
۴) $10^{-11}\,dg$

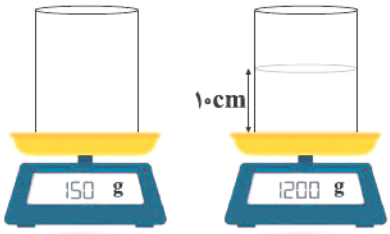
۸۵- ذره‌ای با تندی 10^{-8} سال نوری بر روز حرکت می‌کند. تندی این ذره معادل چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}$)

۱) ۳۹۴۲
۲) ۳۹۴۲۰
۳) ۹۴۶۰۸
۴) ۹۴۶۰/۸

۸۶- در رابطهٔ $a = \alpha x^3 + \frac{\beta^2}{x}$ (برحسب SI)، کمیت‌های x و a به ترتیب مکان و شتاب یک جسم را نشان می‌دهند. اگر کمیت $\frac{\beta^q}{\alpha^p}$ از جنس طول باشد، حاصل qp در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) ۱
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{4}$
۴) $\frac{1}{8}$

۸۷- مطابق شکل زیر، یک ظرف استوانه‌ای به شعاع مقطع 5cm را یک بار به طور خالی و یک بار به طور نیمه‌پر روی ترازو قرار داده‌ایم. چگالی مایع درون ظرف چند گرم بر لیتر است؟ ($\pi = 3$)



۱) ۱۴۰۰
۲) ۱/۴
۳) ۷۰۰
۴) ۰/۷

۸۸- چگالی مایع‌های A، B و C به ترتیب ρ_A، ρ_B و ρ_C است. ابتدا حجم برابر از مایع‌های A و B را مخلوط می‌کنیم و سپس به مایع به دست‌آمده، هم‌جرم با آن از مایع C اضافه می‌کنیم. چگالی مخلوط به دست‌آمده در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{\rho_A\rho_B\rho_C}{\rho_A\rho_B + \rho_A\rho_C + \rho_B\rho_C}$
۲) $\frac{\rho_A + \rho_B + \rho_C}{3}$
۳) $\frac{2\rho_A\rho_B + \rho_B\rho_C + \rho_A\rho_C}{2(\rho_A + \rho_B)}$
۴) $\frac{2\rho_C(\rho_A + \rho_B)}{\rho_A + \rho_B + 2\rho_C}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۹- از دهانهٔ یک لوله، آب با آهنگ $0/5\frac{L}{s}$ خارج می‌شود. آهنگ خروج آب برحسب $\frac{mm^3}{min}$ و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) 3×10^{7}
۲) 30×10^{6}
۳) $1/5\times10^{7}$
۴) 15×10^{6}

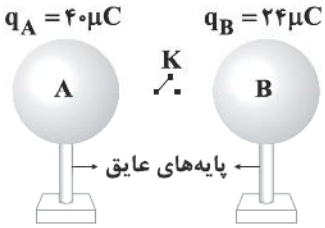
۹۰- در مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا، از کدام گزینه نمی‌توان صرف‌نظر کرد؟

۱) نیروی گرانشی وارد بر توپ
۲) تغییر نیروی گرانشی وارد بر توپ با تغییر ارتفاع
۳) مقاومت هوای وارد بر توپ
۴) چرخش توپ

فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰)

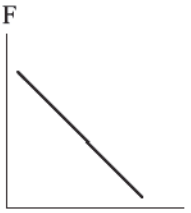
زوج درس ۲

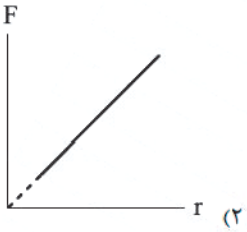
۹۱- در شکل زیر، دو کرهٔ رسانای A و B مشابه و هم‌اندازه بوده و روی پایه‌های عایق قرار دارند. در ابتدا کلید K را بسته و باز می‌کنیم و سپس در ادامه، دست خود را به کرهٔ B تماس داده و برمی‌داریم. این دو عمل متوالی را چند بار تکرار کنیم تا بار کرهٔ A، ۹۷/۵ درصد کاهش یابد؟



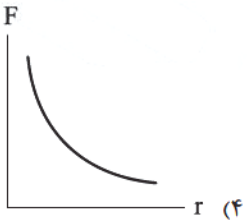
۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

۹۲- کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات اندازهٔ نیروی الکتریکی را بر حسب فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی به درستی نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


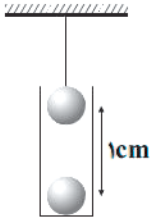
۳)

۴)


محل انجام محاسبات

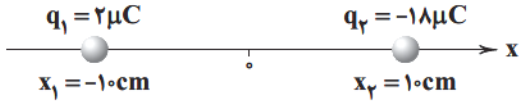
https://konkur.info

۹۳- در شکل زیر، جرم گوی‌های کوچک برابر ۷۰ گرم است و بیشینهٔ کشش قابل تحمل نخ عایق برابر ۰/۹۲۵ نیوتون است. حداقل چه تعداد از الکترون‌های گوی بالایی کنده شود و به گوی پایینی داده شود تا نخ پاره شود؟ $(g = 10\frac{N}{kg}, e = 1/6\times10^{-19}C, k = 9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})$



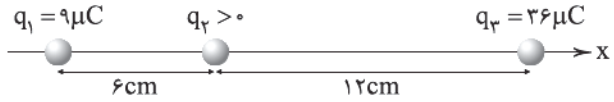
۱) 8×10^{11}
۲) $3/125\times10^{12}$
۳) 8×10^{10}
۴) $3/125\times10^{11}$

۹۴- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از یک‌دیگر روی محور x قرار دارند. اگر جای دو بار را با هم عوض کنیم، مکان صفر شدن برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟



۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۸۰
۴) ۲۰

۹۵- در شکل زیر، بار q_1 را چند سانتی‌متر و در چه جهتی جابه‌جا کنیم تا اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر، $80N$ کاهش یابد؟ $(k = 9\times10^{9}\frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۳۶cm در خلاف جهت محور x
۲) ۱۲cm در خلاف جهت محور x
۳) ۳۶cm در جهت محور x
۴) ۱۲cm در جهت محور x

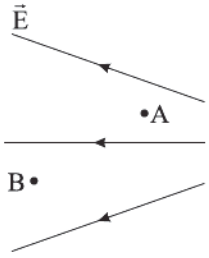
۹۶- دو الکترون و یک پروتون می‌توانند به طور دلخواه در سه رأس از رأس‌های مربعی به ضلع a قرار بگیرند. اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ممکن برای اندازهٔ میدان الکتریکی برایند در رأس چهارم مربع به ترتیب E و E' باشد، حاصل $\frac{E}{E'}$ به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ $(\sqrt{2} \simeq 1/4)$

۱) ۲
۲) $\frac{7}{3}$
۳) $\frac{5}{3}$
۴) $\frac{7}{5}$

۹۷- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = 32\mu C$ در صفحهٔ xoy به ترتیب در نقاط $O(0,0)$ و $O'(3m, 3m)$ قرار دارند. در چه نقطه‌ای بر روی خط واصل دو بار، بزرگی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 یکسان است؟

۱) $(0/6m, 0/6m)$
۲) $(-1m, -1m)$
۳) $(0/6m, 1m)$
۴) گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌توانند درست باشند.

۹۸- شکل زیر خطوط میدان الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا نشان می‌دهد. در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B، تغییرات اندازهٔ میدان الکتریکی برابر ΔE و تغییرات پتانسیل الکتریکی برابر ΔV است. علامت ΔE و ΔV به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) مثبت ـ مثبت
۲) منفی ـ منفی
۳) مثبت ـ منفی
۴) منفی ـ مثبت

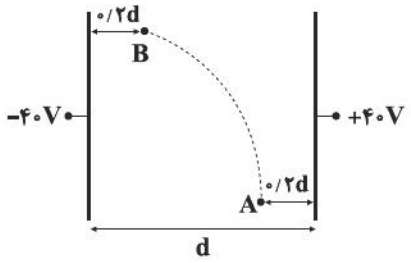
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۹- در جابه‌جایی ذره‌ای از نقطهٔ A با پتانسیل الکتریکی $V_A = ۸۰V$ به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $V_B = -۷۰V$، کار نیروی الکتریکی بر روی ذره برابر $-۳۰۰nJ$ است. تعداد الکترون‌های این ذره ..... از تعداد پروتون‌های آن ..... است. ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$)

۱) $۱/۲۵ \times ۱۰^{۱۰}$ ـ بیشتر
۲) $۱/۲۵ \times ۱۰^{۱۰}$ ـ کم‌تر
۳) $۱/۲۵ \times ۱۰^{۹}$ ـ بیشتر
۴) $۱/۲۵ \times ۱۰^{۹}$ ـ کم‌تر

۱۰۰- دو صفحهٔ رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید که هر کدام از صفحات دارای پتانسیل الکتریکی معینی هستند و بین آن‌ها میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد شده است. ذره‌ای به جرم ۶g و دارای بار $+۱۰\mu C$ از نقطهٔ A با تندی $۳۰ \frac{cm}{s}$ وارد فضای بین صفحات شده و از نقطهٔ B می‌گذرد. تندی ذره در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)



۱) ۰/۴
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) صفر

شیمی

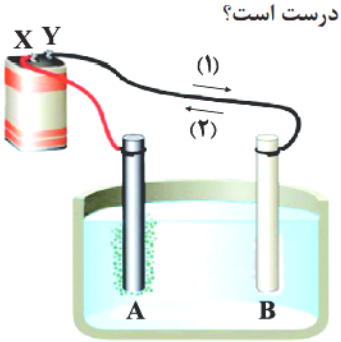
۱۰۱- در فرایند برقکافت آب به‌ازای عبور $۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۴}$ الکترون در مدار خارجی، تفاوت حجم گازهای تولیدشده برابر ۲۵L است. حجم مولی گازها در شرایط واکنش چند لیتر بر مول است؟

۱) ۳۰
۲) ۵۰
۳) ۴۰
۴) ۶۰

۱۰۲- در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، برای تهیهٔ منیزیم کلرید، دو واکنش شیمیایی انجام می‌شود. کدام‌یک از آن‌ها از نوع اکسایش ـ کاهش هستند؟

۱) فقط اولی
۲) فقط دومی
۳) هر دو
۴) هیچ‌کدام

۱۰۳- شکل زیر مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟



- مسیر (۱) جهت حرکت الکترون‌ها را در مدار خارجی نشان می‌دهد.
- X و Y به ترتیب قطب‌های منفی و مثبت باتری را نشان می‌دهند.
- در اطراف الکترودهای A و B به ترتیب فرایند کاهش و اکسایش انجام می‌شود.
- در این فرایند برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید از ترکیب یونی استفاده می‌شود که شمار آنیون‌های آن بیشتر از شمار کاتیون‌ها است.

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۰۴- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با فرایند زنگ زدن آهن درست است؟

- در این فرایند، آهن و اکسیژن به ترتیب نقش اکسنده و کاهنده را دارند.
- زنگ زدن آهن در حضور رطوبت انجام می‌شود که یکی از واکنش‌دهنده‌های نیم‌واکنش کاهش است.
- یون آهن (II) به صورت غیرمستقیم در تشکیل زنگ آهن نقش دارد.
- در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش کلی، مجموع ضرایب اجزا برابر با ۱۵ است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۵- اگر از سلول الکتروشیمیایی «روی ـ مس» برای روشن کردن یک لامپ استفاده شود، چند تغییر زیر، بر میزان جریان الکتریکی عبوری از لامپ، بی‌تأثیر خواهد بود؟

- افزایش جرم تیغهٔ روی
- افزایش غلظت مولی $Cu^{2+}(aq)$
- کاهش جرم تیغهٔ مس
- افزایش دمای سامانه
- افزایش حجم الکترولیت‌ها به یک اندازه (بدون تغییر غلظت)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۶- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر عدد اکسایش کبالت برابر ۳+ است؟

- $[Co(NH_3)_5Cl]^{2+}$
- $[Co(NH_3)_6]^{3+}$
- $[Co(NH_3)_4Cl_2]^{+}$
- $[Co(NH_3)_5(H_2O)]^{3+}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن که با غشای مبادله کننده هیدرونیوم کار می‌کند درست است؟

- در این دستگاه گاز هیدروژن به صورت کنترل‌شده با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد.
- نیروی الکتروموتوری این سلول معادل پتانسیل کاهشی کاتد (اکسیژن) است.
- اکسایش هیدروژن در سلول سوختی بازدهی نزدیک به ۸۰٪ دارد.
- در آند یون هیدرونیوم، تولید می‌شود و از طریق غشا به سمت کاتد حرکت می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۸- تفاوت مجموع ضرایب اجزای دو واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟

a) $CuS + NO_3^- + H^+ \rightarrow Cu^{2+} + 2NO_2 + S + H_2O$

b) $H_2O + O_2^{2-} \rightarrow O_2 + OH^-$

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۰۹- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش‌های اکسایش ـ کاهش درست است؟

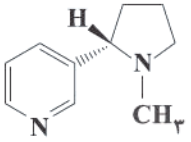
- در هر واکنش اکسایش ـ کاهش فقط عدد اکسایش یک عنصر افزایش می‌یابد و نقش کاهنده را دارد.
- در برخی از واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، یک عنصر هر دو نقش کاهنده و اکسنده را ایفا می‌کند.
- واکنش‌های ترمیت، خنثی شدن اسید و باز و فرایند هابر نمونه‌هایی از اکسایش ـ کاهش هستند.
- واکنش‌های اکسایش ـ کاهشی که به طور طبیعی انجام نمی‌شوند برای تولید انرژی الکتریکی مناسب نیستند.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۰- ساختار زیر مربوط به مادهٔ مخدر نیکوتین است. مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن کدام است؟

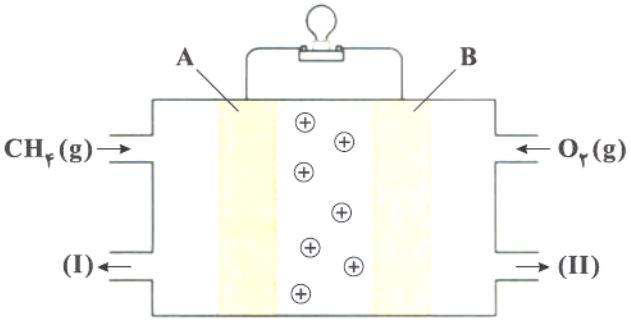


۱) −۶
۲) −۷
۳) −۸
۴) −۹

۱۱۱- اگر **emf** سلول‌های گالوانی استاندارد «آلومینیم ـ روی»، «مس ـ نقره» و «روی ـ مس» به ترتیب ۰/۹ ، ۰/۴۶ و ۱/۱۰ ولت باشد، ولتاژ سلول گالوانی «آلومینیم ـ مس» و «روی ـ نقره» به ترتیب چند ولت است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۰/۶۴ ، ۰/۲
۲) ۱/۵۶ ، ۰/۲
۳) ۰/۶۴ ، ۲/۰
۴) ۱/۵۶ ، ۲/۰

۱۱۲- با توجه به شکل زیر که سلول سوختی متان ـ اکسیژن را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با این سلول درست است؟



- الکترود A نقش آند (قطب منفی) سلول را دارد و در نیم‌واکنش مربوط به آن، الکترون تولید می‌شود.
- یکی از گازهای خروجی (I) گاز کربن دی‌اکسید است.
- نیم‌واکنش کاتدی این سلول مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن است.
- جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی هم‌جهت با حرکت یون‌های هیدرونیوم در الکترولیت است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۱۳- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) تنها راه تهیهٔ فلزهای فعال، برقکافت نمک‌های مذاب آن‌ها است.
۲) چگالی منیزیم کلرید مایع بیشتر از فلز منیزیم به حالت مایع است.
۳) عنصر سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود اغلب به شکل یون سدیم وجود دارد.
۴) برای برقکافت آب نمی‌توان از آب خالص استفاده کرد، زیرا رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.

۱۱۴- در سلول گالوانی نقره ـ طلا پس از گذشت مدت‌زمان معینی، ۶۰ درصد از جرم تیغهٔ آندی کم و $\frac{۴}{۹}$ مول بر جرم تیغهٔ کاتدی افزوده شده است. اگر جرم اولیهٔ تیغه‌ها با هم برابر باشد، مجموع جرم تیغه‌ها پس از این مدت چند گرم خواهد بود؟ $(Ag=۱۰۸ , Au=۱۹۷ : g.mol^{-1})$

۱) ۲۷۹/۵۵
۲) ۳۱۱/۵۵
۳) ۳۸۴/۵۵
۴) ۴۲۳/۵۵

۱۱۵- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) فلزی نجیب مانند پلاتین فقط در محیط‌های اسیدی کاهش می‌یابد.
۲) از بین سه روش رنگ زدن، قیر اندودکردن و روکش‌دادن، فقط آخری به طور کامل از خوردگی آهن پیشگیری می‌کند.
۳) به فرایند ترد شدن، خرد شدن و فرو ریختن فلزها مانند زنگار سرخ بر سطح مس، خوردگی گفته می‌شود.
۴) سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده‌شده مصرف می‌شود.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شمارهٔ ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس۲ (شیمی (۲)، شمارهٔ ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

زوج درس ۱

۱۱۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با هلیم درست است؟

- پس از هیدروژن، فراوان‌ترین عنصر سیارهٔ مشتری به شمار می‌آید.
- پس از هیدروژن، دومین عنصری است که پا به عرصهٔ جهان گذاشت.
- عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.
- شمار خط‌های رنگی در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی آن در مقایسه با هر کدام از عنصرهای هیدروژن و لیتیم بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

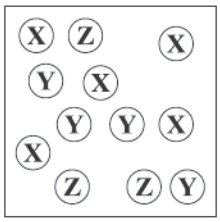
- نسبت شمار نوترون به شمار پروتون‌ها برای نخستین عنصر ساخت بشر ($A=۹۹$)، بزرگ‌تر از ۱/۵ است.
- جرم نوترون اندکی بیشتر از جرم پروتون بوده و جرم هر دوی آن‌ها بیشتر از ۱amu است.
- به کمک amu می‌توان جرم همهٔ اتم‌ها را اندازه‌گیری کرد.
- خواص شیمیایی عنصرهایی که در یک دوره از جدول تناوبی جای دارند، متفاوت است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- میزان انحراف رنگ شعلهٔ نمک‌های سدیم، مس و لیتیم پس از عبور نور خورشید از منشور، در کدام گزینه به درستی مقایسه شده است؟

۱) $Cu < Na < Li$
۲) $Li < Na < Cu$
۳) $Cu < Li < Na$
۴) $Na < Li < Cu$

۱۱۹- با توجه به شکل زیر که نمونه‌ای تصادفی از رادیو ایزوتوپ‌های هیدروژن را نشان می‌دهد، جرم اتمی میانگین این نمونه چند amu است؟(جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)



X: پایدارترین رادیو ایزوتوپ طبیعی
Y: پایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی
Z: ناپایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی

۱) ۴/۲۵
۲) ۴/۶۶
۳) ۴/۳۳
۴) ۳/۹۱

۱۲۰- عنصر X دارای سه ایزوتوپ طبیعی ^{۲۴}X ، ^{۲۵}X و ^{۲۶}X است. اگر فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ، ۶ برابر فراوانی هر کدام از ایزوتوپ‌های دیگر باشد، در نمونه‌ای از عنصر X به جرم ۱/۹۵ گرم، چه تعداد اتم ^{۲۶}X وجود دارد؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)

۱) $۳/۰۱\times۱۰^{۲۱}$
۲) $۶/۰۲\times۱۰^{۲۱}$
۳) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۲}$
۴) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$

۱۲۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- نوری که از ستاره یا سیاره‌ای به ما می‌رسد، نشان می‌دهد که آن ستاره یا سیاره از چه ساخته شده است.
- دمای اجسام بسیار داغ را باید با دماسنج‌های پیشرفته تعیین کرد.
- دانشمندان با دستگاهی به نام طیف‌سنج می‌توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، جرم اتم‌های آن‌ها را با دقت بسیار زیاد تعیین کنند.
- نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا تجزیه می‌شود و یک گسترهٔ رنگی شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با پرتوهای ایکس و فروسرخ درست است؟

- طول موج هر کدام از این پرتوها، بلندتر از پرتوی گاما است.
- انرژی هر کدام از این پرتوها، بیشتر از ریزموج‌ها است.
- تفاوت میانگین طول موج پرتوهای ایکس با فرابنفش، بیشتر از تفاوت میانگین طول موج پرتوهای ایکس با گاما است.
- عدد $1000nm$ را می‌توان به طول موج پرتوهای فروسرخ نسبت داد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۳- شمار نوترون‌ها در نمونه‌ای از آسپرین $(C_9H_8O_4)$، ۴/۳ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در ۹/۲ گرم اتانول (C_2H_5OH) است. جرم نمونه آسپرین چند گرم بوده است؟ $(^{12}_{6}C , ^{1}_{1}H , ^{16}_{8}O)$

۱) ۱۶/۲ ۲) ۹ ۳) ۱۰/۸ ۴) ۱۲/۹۶

۱۲۴- در مخلوطی از بخارهای اتان (C_2H_6) و متانول (CH_3OH) شمار اتم‌های هیدروژن و اکسیژن به ترتیب برابر با $2/8896\times10^{24}$ و $3/612\times10^{23}$ است. جرم این مخلوط چند گرم است؟ $(C=12 , H=1 , O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۳/۸ ۲) ۳۴/۲ ۳) ۳۱/۲ ۴) ۳۰/۸

۱۲۵- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

آ) بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب در یک نمونهٔ طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند.

ب) فراوانی ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط طبیعی اورانیم بیشتر از ^{238}U است.

پ) بیش از ۹۹/۹۰٪ هیدروژن‌های موجود در طبیعت، فاقد نوترون هستند.

ت) سیارهٔ مشتری بیشتر از جنس گاز بوده و در مقایسه با زمین، در فاصلهٔ نزدیک‌تری به خورشید قرار دارد.

۱) «آ»، «ب» و «پ» ۲) «آ»، «پ»

۳) «آ»، «ت» ۴) «ب»، «ت»

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

زوج درس ۲

۱۲۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اعداد اتمی ۶ و ۱۴ مربوط به عنصرهایی است که به جای گرفتن یا دادن الکترون، فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند.
- طلا جزو فلزهای واسطه بوده، استحکام بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی‌شود.
- در دورهٔ چهارم جدول، تنها دو فلز اصلی وجود دارد.
- هر چه شعاع اتمی یک هالوژن بزرگ‌تر باشد، خصلت نافلزی آن کم‌تر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۷- در بین چهار عنصر نخست دورهٔ سوم جدول دوره‌ای، چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک است؟

- رسانایی الکتریکی
- تمایل به تشکیل یون تک اتمی
- سطح صیقلی و براق
- شکل‌پذیری

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

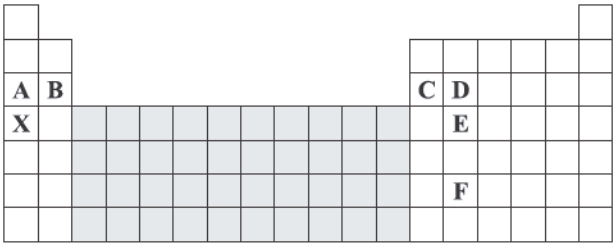
https://konkur.info

۱۲۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- فلزهای واسطهٔ وانادیم، کروم، روی و مس، بیش از یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.
- هر کدام از شبه‌فلزها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- همهٔ عنصرهای دستهٔ s (به‌جز هیدروژن)، جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- نیروی جاذبهٔ هستهٔ اتم اکسیژن بر الکترون‌های آن در مقایسه با اتم فلوئور کم‌تر است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲۹- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



- تفاوت شعاع اتمی **D** و **C** بیشتر از تفاوت شعاع اتمی **A** و **B** است.
- خصلت فلزی **B** از هر دو عنصر **A** و **X** کم‌تر است.
- خصلت فلزی **B** از **E** بیشتر است.
- رسانایی الکتریکی **F** بیشتر از **E** است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۰- به تقریب چند گرم آلومینیم با خلوص ۸۰٪ باید با مقدار کافی آهن (III) اکسید واکنش دهد تا آهن تولیدشده در واکنش با مقدار اضافی هیدروکلریک اسید ۲ مولار بتواند ۵L گاز آزاد کند؟ (بازده هر کدام از واکنش‌ها ۸۰٪ بوده و چگالی گاز کلر در شرایط آزمایش $۲/۸۴ g.L^{-1}$ است.) $(Fe=۵۶ , O=۱۶ , Al=۲۷ , H=۱ , Cl=۳۵/۵ : g.mol^{-1})$

۱) ۱۰/۵ ۲) ۲۱ ۳) ۳۷/۲ ۴) ۷۴/۴

۱۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فلز روی درست است؟ $(_{۳۰}Zn)$

- مجموع شماره دوره و گروه آن برابر با مجموع شماره دوره و گروه عنصر اکسیژن است.
- نخستین عنصر جدول تناوبی است که لایهٔ سوم آن به طور کامل از الکترون پر شده است.
- هشت فلز هم دوره با فلز روی وجود دارد که آرایش الکترونی آخرین زیرلایهٔ اتم آن‌ها مشابه اتم روی است.
- واکنش آن با محلول مس (II) سولفات به طور طبیعی انجام می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۲- در شرکت فولاد مبارکه به‌ازای تولید پنج تن آهن، چند تن هماتیت با خلوص ۷۰٪ مصرف شده و چند متر مکعب گاز تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش، $۴۰ L.mol^{-1}$ است.) $(Fe=۵۶ , C=۱۲ , O=۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۲۶۷۰,۱۰/۲ ۲) ۳۴۲۰,۱۰/۲ ۳) ۲۶۷۰,۲۰/۴ ۴) ۳۴۲۰,۲۰/۴

۱۳۳- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) نافلزی که رسانای جریان برق است در آخرین زیرلایهٔ اتم خود دارای دو الکترون است.

۲) هر کدام از شبه‌فلزها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

۳) طلا پرتوهای خورشیدی را به میزان زیادی جذب می‌کند.

۴) هالوژن دورهٔ چهارم جدول در دما و فشار اتاق به حالت مایع بوده و برای واکنش با گاز $H_۲$ به دمای $۲۰۰^{\circ}C$ نیاز دارد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۳۴- ۷۲۰ گرم گلوکز موجود در نمونه‌ای نیشکر به طور بی‌هوازی تخمیر می‌شود. اگر فراوردهٔ هیدروژن‌دار آن به طور کامل بسوزد و جرم CO_2 تولید شده در دو واکنش با هم برابر باشد، با فرض بازده یکسان برای دو واکنش بازده هر کدام چند درصد است؟ $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۵۰
۲) ۶۶/۷
۳) ۷۵
۴) ۸۰

۱۳۵- ترکیب شیمیایی ناخالص A دارای ۲۵ درصد جرمی آب است، هنگامی که با گرما مقدار آب آن را به ۱۵ درصد می‌رسانیم، درصد ترکیب شیمیایی A برابر ۳۵ می‌شود. درصد ناخالصی در نمونهٔ اولیهٔ A کدام است؟

۱) ۴۴/۱۱
۲) ۳۰/۸۹
۳) ۳۹/۸۲
۴) ۴۸/۸۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آزمون شماره ۱۳
جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی
دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	
		ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵	
		حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰	
		هندسه ۲	۱۰	۴۱	۵۰	
		آمار و احتمال	۵	۵۱	۵۵	
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

https://konkur.info
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

ریاضیات

۱ ۲ در صورت کسر عامل $x-1$ وجود دارد پس $x+a$ باید $x-1$ باشد تا با صورت ساده شود. بنابراین داریم: $a=-1$

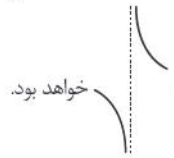
از طرفی بعد از ساده‌شدن $x+a$، عبارت $(x+b)(x+c)$ باید ریشهٔ مضاعف $x=1$ داشته باشد. زیرا بی‌نهایت‌های طرفین $x=1$ هم‌علامت هستند. بنابراین داریم:

$$(x+b)(x+c)=(x-1)^2 \Rightarrow b=c=-1$$

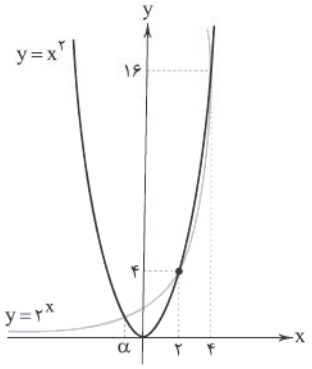
حال در مورد تابع $g(x)=\frac{(-1)^{[x+1]}}{(x-1)^2}$ در همسایگی $x=1$ داریم:

$$\lim_{x\to 1^+} g(x)=\frac{(-1)^2}{0^+}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} g(x)=\frac{(-1)^1}{0^+}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

بنابراین نمودار تابع $g(x)$ در همسایگی $x=1$ به صورت  خواهد بود.

۲ ۳



با مشاهدهٔ نمودارهای $y=x^2$ و $y=2^x$ ملاحظه می‌شود اعداد α، ۲ و ۴ ریشه‌های مخرج کسر هستند یعنی $\beta=2$ و $\gamma=4$ خواهد بود.

با توجه به نمودار این دو تابع داریم:

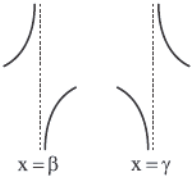
$$\lim_{x\to\beta^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-} f(x)=\frac{8-9}{0^-}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

$$\lim_{x\to\beta^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=\frac{8-9}{0^+}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to\gamma^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-} f(x)=\frac{64-81}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to\gamma^+} f(x)=\lim_{x\to 4^+} f(x)=\frac{64-81}{0^-}=+\infty$$

بنابراین نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی مجانب‌های قائم $x=\beta=2$ و $x=\gamma=4$ به صورت زیر خواهد بود.

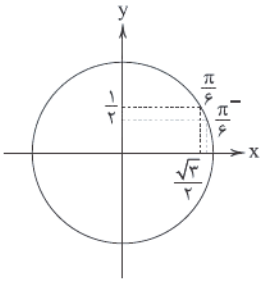


۳ ۳ $x=\frac{\pi}{12}$ ریشهٔ مخرج کسر است، بنابراین داریم:

$$m\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{6}=0 \Rightarrow \frac{m}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \Rightarrow m=-\sqrt{3}$$

با فرض $\alpha=2x$ وقتی $x\to\frac{\pi}{12}^-$ یعنی $\alpha\to\frac{\pi}{6}^-$ و با استفاده از دایرهٔ مثلثاتی داریم:

$$\begin{cases}\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{6})^- <\sqrt{3}(\frac{1}{2}) \Rightarrow \sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{6})^- <\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos(\frac{\pi}{6})^- >\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$



$$\Rightarrow -\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x>0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{n[-4\times\frac{\pi}{12}]+[-\sqrt{3}]}{0^+}=+\infty \Rightarrow n[\frac{-3/14}{3}]-2>0$$

$$\Rightarrow -2n-2>0 \Rightarrow n<-1$$

بیشترین مقدار صحیح برای n عدد -2 می‌باشد.

۴ ۲

$$\lim_{x\to(\frac{3}{\pi})^+} \tan(\frac{3}{x}-\frac{\pi}{2})=\tan(\frac{3}{(\frac{3}{\pi})^+}-\frac{\pi}{2})=\tan(\pi^- -\frac{\pi}{2})$$

$$=\tan(\frac{\pi}{2}^-)=+\infty$$

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\pi})^-} \tan(\frac{3}{x}-\frac{\pi}{2})=\tan(\frac{3}{(\frac{1}{\pi})^-}-\frac{\pi}{2})=\tan((3\pi^+)-\frac{\pi}{2})$$

$$=\tan(2\pi+\pi^+-\frac{\pi}{2})=\tan(\pi^+-\frac{\pi}{2})=\tan(\frac{\pi^+}{2})=-\infty$$

۵ ۳ با توجه به نمودار $f(x)$ داریم:

$$x\to 5^+ \Rightarrow \begin{cases}[f(x+1)]=[f(6^+)]=[0^+]=0 \Rightarrow 1+[f(x+1)]=1\\ f(x-3)=f(2^+)\to 0^+\\ f(x-1)=f(4^+)\to 0^-\end{cases}$$

$$x\to 5^- \Rightarrow \begin{cases}[f(x+1)]=[f(6^-)]=[0^-]=-1 \Rightarrow 1+[f(x+1)]=0\\ f(x-3)=f(2^-)\to 0^-\\ f(x-1)=f(4^-)\to 0^+\end{cases}$$

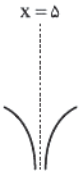
بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to 5^+} g(x)=\frac{(-1)^1}{0^+-(0^-)}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 5^-} g(x)=\frac{(-1)^0}{0^- -(0^+)}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

https://konkur.info

بنابراین نمودار $g(x)$ در همسایگی $x=۵$ به صورت زیر خواهد بود:



۶ ۲ نکته:

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{f(x)\to\infty}\lim_{x\to a}f(x)$$

با توجه به:

$$\lim_{x\to -۳}\frac{ax-b}{۲(x+۳)^۲}=\infty$$

داریم:

$$\lim_{x\to -۳}\frac{c(x-a)(ax-b)}{۲(x+۳)^۲}=-۶$$

بنابراین $x=-۳$ باید ریشهٔ مضاعف صورت کسر هم باشد، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}-۳-a=۰\Rightarrow a=-۳\\ -۳a-b=۰\xrightarrow{a=-۳}b=۹\end{cases}\Rightarrow\lim_{x\to -۳}\frac{-۳c(x+۳)^۲}{۲(x+۳)^۲}=-۶\Rightarrow c=۴$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to \pi^-}\frac{a-b}{\cos((\frac{a+b}{c})x)}=\frac{-۱۲}{\cos(\frac{۳\pi}{۲}^-)}=\frac{-۱۲}{۰^-}=+\infty$$

۳ ۷ ابتدا تابع $f(x)$ را بدین صورت ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x(x-۳)(x+۱)}{x^۲(x^۲+m)}=\frac{(x-۳)(x+۱)}{x(x^۲+m)}$$

با به دست آوردن ریشه‌های مخرج کسر داریم:

$$\begin{cases}x=۰\\ x^۲+m=۰\Rightarrow x=\pm\sqrt{-m}\end{cases}$$

خط $x=۰$ حتماً مجانب قائم تابع $f(x)$ است. بنابراین از بین $x=\pm\sqrt{-m}$ تنها یک خط می‌تواند مجانب قائم تابع باشد و یکی از ریشه‌های $+\sqrt{-m}$ یا $-\sqrt{-m}$ باید با صورت کسر ساده شود. برای این کار باید یکی از ریشه‌های صورت کسر، ریشهٔ مخرج کسر هم باشد، پس داریم:

$$\begin{cases}x=۳\Rightarrow m=-۹\\ x=-۱\Rightarrow m=-۱\end{cases}\Rightarrow -۹+(-۱)=-۱۰$$

۲ ۸ ابتدا محدودیت عبارت زیر رادیکال را بررسی می‌کنیم:

$$۴-x^۲\geq ۰\Rightarrow -۲\leq x\leq ۲$$

حال عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{\sqrt[۳]{x-۳}\sqrt[۳]{(x-۳)^۲}\sqrt{۴-x^۲}}{\sqrt[۳]{۳-x}(|x|+|x-۲|-۲)}=\frac{-\sqrt[۳]{(x-۳)^۲}\sqrt{۴-x^۲}}{|x|+|x-۲|-۲}$$

در این حالت ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم:

$$|x|+|x-۲|-۲=۰\Rightarrow |x|+|x-۲|=۲\Rightarrow ۰\leq x\leq ۲$$

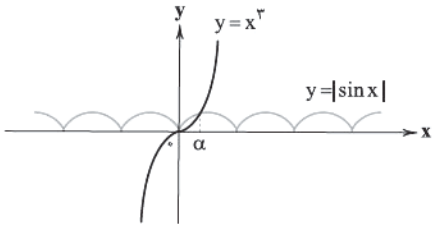
همهٔ اعداد بازهٔ $[۰,۲]$ مخرج کسر را صفر می‌کنند اما اعداد بازه $(۰,۲)$ مخرج کسر را به صفر مطلق تبدیل کرده و در تابع $f(x)$ حد ∞ تولید نمی‌کنند. پس مجانب قائم نیستند. از طرفی همسایگی راست $x=۲$ در دامنهٔ تعریف تابع $f(x)$ قرار ندارد. بنابراین فقط حد چپ $x=۰$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۰^-}f(x)=\frac{-۳\times ۲}{\sqrt[۳]{۳}\times(۲^+-۲)}=\frac{-۶}{۰^+}=-\infty$$

بنابراین $x=۰$ تنها مجانب قائم تابع $f(x)$ است.

۳ ۹ صورت و مخرج کسر ریشهٔ مشترک ندارند بنابراین تمام ریشه‌های مخرج کسر، مجانب قائم تابع $f(x)$ هستند. برای یافتن تعداد ریشه‌های مخرج کسر از روش هندسی استفاده می‌کنیم.

ملاحظه می‌شود دو منحنی $y=x^۳$ و $y=|\sin x|$ یک‌دیگر را در دو نقطه به طول $x=۰$ و $x=\alpha$ قطع می‌کنند. یعنی مخرج کسر دارای ۲ ریشه و در نتیجه تابع $f(x)$ دارای ۲ مجانب قائم است.



۳ ۱۰

نکته: در یافتن مجانب قائم برای تابع $f(x)=\log_a g(x)$ $(a>۰, a\neq ۱)$ داریم:

$$\begin{cases}x\to b\Rightarrow g(x)\to +\infty\Rightarrow x=b \text{ مجانب قائم}\\ x\to c\Rightarrow g(x)\to ۰^+\Rightarrow x=c \text{ مجانب قائم}\end{cases}$$

بنابراین تابع $g(x)=\frac{x^۴-x^۲}{x^۲-۳x+۲}$ را ابتدا ساده کرده، سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم و هر یک از ریشه‌های صورت یا مخرج $g(x)$ که حداقل در یک طرف آن علامت $g(x)$ مثبت باشد، مجانب قائم تابع $f(x)$ را معرفی می‌کند.

$$g(x)=\frac{x^۲(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)(x-۲)}=\frac{x^۲(x+۱)}{x-۲},\ x\neq ۱$$

x	$-\infty$		-۱		۰		۲		$+\infty$
$\frac{x^۲(x+۱)}{x-۲}$		$+$	۰	$-$	۰	$-$	ت ب	$+$	

همان‌طور که در جدول تعیین علامت مشاهده می‌شود در یکی از طرفین $x=-۱$ و $x=۲$ علامت $g(x)$ مثبت است. پس خطوط $x=-۱$ و $x=۲$ مجانب‌های قائم تابع $f(x)$ هستند.

۳ ۱۱

$$۱۳x+۷y=۱۷۸\Rightarrow ۱۳x\overset{۷}{\equiv}۱۷۸\xrightarrow[۱۷۸\overset{۷}{\equiv}۳]{۱۳\overset{۷}{\equiv}۶}۶x\overset{۷}{\equiv}۳$$

$$\Rightarrow ۶x\overset{۷}{\equiv}۳+۳\times ۷\Rightarrow ۶x\overset{۷}{\equiv}۲۴\xrightarrow[(۶,۷)=۱]{\div ۶}x\overset{۷}{\equiv}۴$$

$$\Rightarrow x=۷k+۴\Rightarrow ۷k+۴\leq ۹۹۹\Rightarrow ۷k\leq ۹۹۵\Rightarrow k\leq\frac{۹۹۵}{۷},\ k\in\mathbb{Z}$$

به‌ازای $k=۱۴۲$ بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی x حاصل می‌شود که مقدار آن برابر است با: $x=۷k+۴=۷\times ۱۴۲+۴=۹۹۸$

مجموع ارقام $=۹+۹+۸=۲۶$

۱ ۱۲

$$۵x-۱۲y=۱۷\Rightarrow ۵x\overset{۱۲}{\equiv}۱۷\Rightarrow ۵x\overset{۱۲}{\equiv}۱۷-۱۲\Rightarrow ۵x\overset{۱۲}{\equiv}۵$$

$$\xrightarrow[(۱۲,۵)=۱]{\div ۵}x\overset{۱۲}{\equiv}۱\Rightarrow x=۱۲k+۱$$

در معادلهٔ سیالهٔ اولیه قرار می‌دهیم.

$$۵(۱۲k+۱)-۱۲y=۱۷\Rightarrow ۱۲y=۶۰k-۱۲\Rightarrow y=۵k-۱$$

حال تعداد جواب‌های طبیعی دورقمی را پیدا می‌کنیم.

$$(۱)\ ۱۰\leq x\leq ۹۹\Rightarrow ۱۰\leq ۱۲k+۱\leq ۹۹\Rightarrow \frac{۹}{۱۲}\leq k\leq\frac{۹۸}{۱۲}\Rightarrow ۱\leq k\leq ۸$$

$$(۲)\ ۱۰\leq y\leq ۹۹\Rightarrow ۱۰\leq ۵k-۱\leq ۹۹\Rightarrow \frac{۱۱}{۵}\leq k\leq ۲۰\Rightarrow ۳\leq k\leq ۲۰$$

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)}۳\leq k\leq ۸\Rightarrow \text{تعداد}=۶$$

https://konkur.info

۱۳ ۳ می‌دانید که شرط این‌که معادلهٔ $ax+by=c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a,b)|c$، بنابراین:

$$(۴a+۳,۳a-۲)|۵n+۲ \xrightarrow{(۴a+۳,۳a-۲)=d} \begin{cases} d|۴a+۳ \\ d|۳a-۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d|۳(۴a+۳)-۴(۳a-۲) \Rightarrow d|۱۷ \Rightarrow d=۱ \text{ یا } ۱۷$$

از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عدد را عاد می‌کند، بنابراین: $۱۷|۵n+۲$

$$۱۷|۵n+۲ \Rightarrow ۵n \overset{۱۷}{\equiv} -۲ \Rightarrow ۵n \overset{۱۷}{\equiv} -۲+۱۷$$

$$\xrightarrow[(۵,۱۷)=۱]{\div ۵} n \overset{۱۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow n=۱۷k+۳$$

$$\xrightarrow{k=۱} n \text{ کم‌ترین مقدار دورقمی} = ۲۰$$

۱۴ ۲ گراف جهت‌دار با p رأس، حداکثر $p^۲-p$ یال خواهد داشت، پس داریم:

$$\text{تعداد کل گراف} = ۲^{p^۲-p} \overset{p=۵}{=\!=} ۲^{۲۰} \xrightarrow[\text{فاقد یال‌های } ac \text{ و } ad]{\text{شامل یال‌های } ab \text{ و } bc} ۲^{۲۰-۴}=۲^{۱۶}$$

۱۵ ۳ توجه داشته باشید که گراف ۱۵ رأسی ۱ ـ منتظم وجود ندارد، بنابراین $k=۲$ است، یعنی گراف G، ۲ ـ منتظم از مرتبهٔ ۱۵ است. از طرفی داریم:

$$q_G+q_{\overline{G}}=q_{k_p}$$

$$۱۵+q_{\overline{G}}=\binom{۱۵}{۲} \Rightarrow q_{\overline{G}}=۱۰۵-۱۵=۹۰$$

۱۶ ۳ می‌دانید که:

الف) در هر گراف k ـ منتظم از مرتبهٔ p و اندازهٔ q داریم: $pk=۲q$

ب) در هر گراف کامل از مرتبهٔ p همواره داریم: $q=\frac{p(p-۱)}{۲}$

ابتدا شرط مسأله را می‌نویسیم:

تعداد یال‌های گراف کامل $=۱۲+$ تعداد یال‌های گراف ۴ ـ منتظم

$$۲p+۱۲=\frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۴p+۲۴=p^۲-p$$

$$\Rightarrow p^۲-۵p-۲۴=۰ \Rightarrow (p-۸)(p+۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} p=۸ \text{ ق ق} \\ p=-۳ \end{cases}$$

$$q=۲p=۲\times۸=۱۶ \Rightarrow p+q=۸+۱۶=۲۴$$

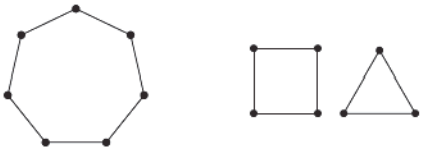
۱۷ ۳ **نکته:** اگر تعداد یال‌های یک گراف در سؤال نزدیک به گراف کامل بود، سعی کنید مسأله را با گراف کامل هم‌مرتبهٔ خودش مقایسه کنید.

$$q_{k_۹}=\binom{۹}{۲}=\frac{۹\times۸}{۲}=۳۶$$

از گراف $K_۹$ باید ۵ یال حذف شود، این ۵ یال به هر شکل که حذف شود، $\Delta=۸$ است، ولی برای این‌که δ کم‌ترین مقدار شود، این ۵ یال را باید طوری حذف کنیم که یک رأس بیشترین یال را از دست بدهد که در این صورت $\delta=۳$ خواهد شد. $\max(\Delta-\delta)=۸-۳=۵$

۱۸ ۱ **نکته:** تعداد گراف‌های k ـ منتظم از مرتبهٔ p با تعداد گراف‌های $(p-k-۱)$ ـ منتظم از مرتبهٔ p برابر هستند.

بنابراین اگر $p=۷$ و $k=۴$ باشد، تعداد گراف‌های ۴ ـ منتظم از مرتبهٔ ۷ با تعداد گراف‌های ۲ ـ منتظم از مرتبهٔ ۷ برابر است که تعداد آن ۲تا است.



۱۹ ۱ چون همسایگی رأس $v_۱$ شامل رئوس $v_۲$، $v_۳$ و $v_۴$ می‌باشد، پس باید $v_۱$ را به آن‌ها وصل کرد و به رئوس دیگر وصل نکرد که این خود ۳ یال گراف را شامل می‌شود. حال باید ۲ یال دیگر را با رئوس $\{v_۲, v_۳, \dots, v_۸\}$ تأمین کرد که به طریق زیر امکان‌پذیر است.

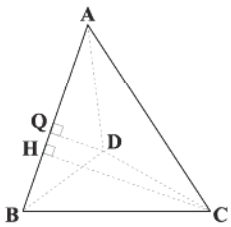
$$\binom{\binom{۷}{۲}}{۲}=\binom{۲۱}{۲}$$

$$\binom{۲۱}{۲}=\frac{۲۱\times۲۰}{۲}=۲۱\times۱۰=۲۱۰$$

۲۰ ۳ چون درجهٔ ۲ رأس باید ۴ باشد، پس هر چهار یال متصل به رأس e باید در گراف باشند یعنی یال ge حتماً باید وجود داشته باشد. هم‌چنین درجهٔ رأس g نیز باید ۴ باشد، پس از میان ag، bg، cg و dg سه یال باید انتخاب کنیم که به $\binom{۴}{۳}=۴$ طریق امکان‌پذیر است. از طرفی هر یک از سه یال ab، bc و cd می‌توانند در گراف باشند یا نباشند، بنابراین برای هر یال ۲ حالت وجود دارد، بنابراین بنا به اصل ضرب داریم:

$$۴\times۲\times۲\times۲=۳۲$$

۲۱ ۳



$$S_{ABC}=S_{ADB}+\underbrace{S_{ADC}+S_{BDC}}_{S_{ADB}}$$

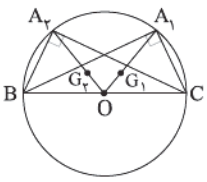
$$\Rightarrow S_{ABC}=۲S_{ADB} \Rightarrow \frac{۱}{۲}CH\times AB=۲\times\frac{۱}{۲}DQ\times AB$$

$$\Rightarrow CH=۲DQ$$

بنابراین نقطهٔ D قسمتی از خطی است که موازی پاره‌خط AB است و فاصلهٔ این خط از AB نصف فاصلهٔ نقطهٔ C از پاره‌خط AB است.

۲۲ ۲ می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

$$AO=\frac{۱}{۲}BC$$



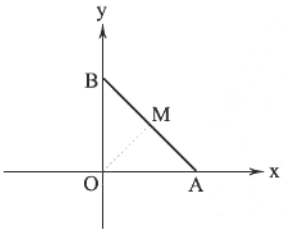
اگر نقطهٔ G محل همرسی میانه‌ها باشد، داریم:

$$\frac{OG}{OA}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow OG=\frac{۱}{۳}OA \Rightarrow OG=\frac{۱}{۳}\times(\frac{۱}{۲}BC) \Rightarrow OG=\frac{۱}{۶}BC$$

بنابراین نقطهٔ G روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{BC}{۶}$ قرار دارد.

https://konkur.info

۲۳ ۱ مـــی‌دانیم مثلـــث OAB قائم‌الزاویـــه اســـت و در ایـــن مثلث $OM=\frac{1}{2}AB=3$.



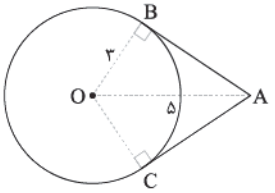
بنابراین مکان هندسی نقطهٔ M دایره‌ای است به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳.

۲۴ ۳

$x^2+y^2-2x+8y+8=0\Rightarrow (x-1)^2+(y+4)^2=9$

$\Rightarrow O(1,-4)\ ,\ R=3$

$OA=\sqrt{(4-1)^2+(0+4)^2}=5$



$OA^2=OB^2+AB^2\Rightarrow 25=9+AB^2\Rightarrow AB=AC=4$

دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ در نظر می‌گیریم.

$(x-4)^2+y^2=16\Rightarrow x^2+y^2-8x=0$

محل تلاقی این دایره با دایره به مرکز O معادلهٔ وتر مشترک دو دایره یعنی BC است.

$x^2+y^2-2x+8y+8=x^2+y^2-8x\Rightarrow 6x+8y+8=0$

$\Rightarrow 3x+4y+4=0$

۲۵ ۲

$x^2+y^2-2x-15=0\Rightarrow (x-1)^2+y^2=16\Rightarrow O(1,0)\ ,R=4$

$x^2+y^2-8x+8y+m=0\Rightarrow (x-4)^2+(y+4)^2=32-m$

$\Rightarrow O'(4,-4)\quad R'=\sqrt{32-m}$

$OO'=\sqrt{(4-1)^2+(-4)^2}=5$

$TT'=\sqrt{(OO')^2-(R-R')^2}\Rightarrow 16=25-(R-R')^2$

$\Rightarrow (R-R')^2=9\Rightarrow \begin{cases}R-R'=3\\ R'-R=3\end{cases}$

$4-\sqrt{32-m}=3\Rightarrow \sqrt{32-m}=1\Rightarrow m=31$

$\sqrt{32-m}-4=3\Rightarrow \sqrt{32-m}=7\Rightarrow 32-m=49\Rightarrow m=-17$

چون دو دایره فقط ۲ مماس مشترک دارند، پس حتماً متقاطع هستند، یعنی:

$|R-R'|<OO'<R+R'$

اگر: $m=31\Rightarrow \begin{cases}R=4\\ R'=1\\ OO'=5\end{cases}\Rightarrow OO'=R+R'$ غیر قابل قبول

اگر: $m=-17\Rightarrow \begin{cases}R=4\\ R'=7\\ OO'=5\end{cases}\Rightarrow |R-R'|<OO'<R+R'$

بنابراین $m=-17$ قابل قبول است.

۲۶ ۳ مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که به محورهای مختصات مماس هستند، دو خط $y=x$ و $y=-x$ است.

$\begin{cases}2y+x=6\\ y=x\end{cases}\Rightarrow O(2,2)\ ,\ R=2$

$\begin{cases}2y+x=6\\ y=-x\end{cases}\Rightarrow O'(-6,6)\ ,\ R'=6$

$OO'=\sqrt{(-6-2)^2+(6-2)^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$

$TT'=\sqrt{OO'^2-(R+R')^2}=\sqrt{80-64}=\sqrt{16}=4$

۲۷ ۴ $x^2+y^2-2x+6y=15\Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2=25$

$\Rightarrow O(1,-3)\ ,R=5$

خط مورد نظر باید به قطر عبوری از A عمود باشد.

شیب خط عمود $m_{OA}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{0+3}{3-1}=\frac{3}{2}\Rightarrow a=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+b\xrightarrow{A(3,0)}0=-\frac{2}{3}\times(3)+b\Rightarrow b=2$

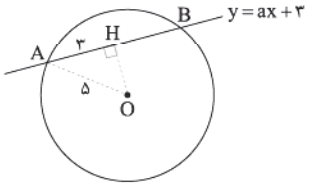
$3a+b=3\times(-\frac{2}{3})+2=0$

۲۸ ۲

$x^2+y^2+4x+2y-20=0\Rightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=25$

$\Rightarrow O(-2,-1)\ ,\ R=5$

معادلهٔ خط: $y=ax+3\Rightarrow y-ax-3=0$



$OH=\frac{|-1+2a-3|}{\sqrt{1+a^2}}=\frac{|2a-4|}{\sqrt{a^2+1}}$

$AH=BH=\frac{AB}{2}=3$

$OA^2=AH^2+OH^2\Rightarrow 25=9+OH^2\Rightarrow OH=4$

$\frac{2\times|a-2|}{\sqrt{a^2+1}}=4\Rightarrow 2\sqrt{a^2+1}=|a-2|\Rightarrow 4a^2+4=a^2-4a+4$

$3a^2+4a=0\Rightarrow a(3a+4)=0\Rightarrow \begin{cases}a=0\Rightarrow \text{خط اول}: y=3\\ a=-\frac{4}{3}\Rightarrow \text{خط دوم}: y=-\frac{4}{3}x+3\end{cases}$

چون شیب یکی از خط‌ها برابر صفر است، پس تانژانت زاویه‌ای که دو خط با هم می‌سازند برابر شیب خط دیگر است.

۲۹ ۴ مرکز این دایره‌ها به صورت $(\alpha\ ,1-2\alpha)$ است و فاصلهٔ این نقطه تا دو خط با هم برابر است.

$\frac{|2-4\alpha+\alpha|}{\sqrt{5}}=\frac{|1-2\alpha-2\alpha|}{\sqrt{5}}\Rightarrow |2-3\alpha|=|1-4\alpha|$

حالت اول: $2-3\alpha=1-4\alpha\Rightarrow \alpha=-1\Rightarrow O(-1,3)\ ,R=\sqrt{5}$

حالت دوم: $2-3\alpha=-1+4\alpha\Rightarrow -7\alpha=-3\Rightarrow \alpha=\frac{3}{7}$

$\Rightarrow O'(\frac{3}{7},\frac{1}{7})\ ,\ R'=\frac{\sqrt{5}}{7}$

$OO'=\sqrt{(-1-\frac{3}{7})^2+(3-\frac{1}{7})^2}=\sqrt{\frac{100}{49}+\frac{400}{49}}=\sqrt{\frac{500}{49}}=\frac{10}{7}\sqrt{5}$

$R+R'=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{7}=\frac{8}{7}\sqrt{5}$

$OO'>R+R'\Rightarrow$ دو دایره متخارج هستند.

https://konkur.info

۳۰ ۱

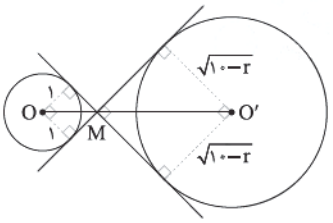
$x^۲+y^۲-۲x+۶y+۹=۰ \Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۳)^۲=۱$

$\Rightarrow O(۱,-۳)\ ,\ R=۱$

$x^۲+y^۲+۶x-۲y+r=۰ \Rightarrow (x+۳)^۲+(y-۱)^۲=۱۰-r$

$\Rightarrow O'(-۳\ ,\ ۱)\ ,\ R'=\sqrt{۱۰-r}$

$OO'=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}$



$\begin{cases} OO'=OM+O'M \\ OM=\sqrt{۲} \\ O'M=\sqrt{۲}\times\sqrt{۱۰-r} \end{cases}$

$\Rightarrow ۴\sqrt{۲}=\sqrt{۲}+\sqrt{۲}\times\sqrt{۱۰-r} \Rightarrow ۴=۱+\sqrt{۱۰-r}$

$\Rightarrow ۳=\sqrt{۱۰-r} \Rightarrow r=۱$

۳۱ ۲

$\begin{cases} ۶^x\times۶^{۲y}=۶^۳ \Rightarrow x+۲y=۳ \\ ۶^x\times۶^{-۲y}=۶^{-۲} \Rightarrow x-۲y=-۲ \end{cases} \Rightarrow x^۲-۴y^۲=-۶$

۳۲ ۱

$\text{عبارت}=\dfrac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)(x+۱)(x^۲+۱)(x^۴+۱)}{\sqrt{x}+۱}-\dfrac{x^۸}{۶}$

$=\dfrac{x^۸-۱}{۵+۱}-\dfrac{x^۸}{۶}=-\dfrac{۱}{۶}$

۳۳ ۳

یادآوری: $A+B+C=۰ \Rightarrow A^۳+B^۳+C^۳=۳ABC$

$\sqrt[۳]{۱۰+۶\sqrt{۳}}+\sqrt[۳]{۱۰-۶\sqrt{۳}}+(-a)=۰$

$\Rightarrow ۱۰+۶\sqrt{۳}+۱۰-۶\sqrt{۳}-a^۳=۳\sqrt[۳]{(۱۰+۶\sqrt{۳})(۱۰-۶\sqrt{۳})}(-a)$

$\Rightarrow ۲۰-a^۳=-۳a(-۲) \Rightarrow a^۳=۲۰-۶a \Rightarrow \dfrac{a^۳}{۱۰-۳a}=۲$

۳۴ ۳

$x=\sqrt[۵]{۲+\sqrt{۳}} \Rightarrow x^۵=۲+\sqrt{۳} \Rightarrow \dfrac{۱}{x^۵}=۲-\sqrt{۳} \Rightarrow x^۵+\dfrac{۱}{x^۵}=۴$

می‌دانیم: $a^۳+b^۳=(a+b)^۳-۳ab(a+b)$

$x^{۱۵}+\dfrac{۱}{x^{۱۵}}=(x^۵)^۳+(\dfrac{۱}{x^۵})^۳$

$=(x^۵+\dfrac{۱}{x^۵})^۳-۳x^۵\times\dfrac{۱}{x^۵}(x^۵+\dfrac{۱}{x^۵})$

$=۴^۳-۳\times۴=۶۴-۱۲=۵۲$

۳۵ ۲

فرض کنیم $a^{۱۴۰۱}=x, b^{۱۴۰۱}=y, c^{۱۴۰۱}=m, d^{۱۴۰۱}=n$

$\begin{cases} (x-m)(x-n)=۱۴۰۲ \Rightarrow x^۲-(m+n)x+mn=۱۴۰۲ \quad (۱) \\ (y-m)(y-n)=۱۴۰۲ \Rightarrow y^۲-(m+n)y+mn=۱۴۰۲ \quad (۲) \end{cases}$

$(۱)-(۲) \Rightarrow (x^۲-y^۲)-(m+n)(x-y)=۰$

$\Rightarrow (x-y)((x+y)-(m+n))=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=y \text{ غ‌ق‌ق} \\ x+y=m+n \quad (۳) \end{cases}$

$\xrightarrow{(۱)+(۲)} (x^۲+y^۲)-(m+n)(x+y)+۲mn=۲۸۰۴$

$\xrightarrow{(۳)} (x^۲+y^۲)-(x+y)(x+y)+۲mn=۲۸۰۴$

$\Rightarrow -۲xy+۲mn=۲۸۰۴$

$\Rightarrow xy-mn=-۱۴۰۲ \Rightarrow (ab)^{۱۴۰۱}-(cd)^{۱۴۰۱}=-۱۴۰۲$

۳۶ ۳

$x^۲+۸x+۱۶+|۴x+۱۶| \le ۲۱ \Rightarrow |x+۴|^۲+۴|x+۴|-۲۱ \le ۰$

$\Rightarrow -۷ \le |x+۴| \le ۳ \Rightarrow -۳ \le x+۴ \le ۳ \Rightarrow -۷ \le x \le -۱$

$\Rightarrow b-a=۶$

۳۷ ۲

$۴-x^۲=a^۳ \Rightarrow x^۲=۴-a^۳$

$\sqrt[۳]{۴-x^۲}+\sqrt{x^۲-۳}=۱ \Rightarrow a+\sqrt{۱-a^۳}=۱$

$\Rightarrow \sqrt{۱-a^۳}=۱-a \Rightarrow ۱-a^۳=۱-۲a+a^۲ \Rightarrow a^۳+a^۲-۲a=۰$

$\begin{cases} a=۰ \Rightarrow ۴-x^۲=۰ \Rightarrow x=۲ \text{ یا } -۲ \\ a=۱ \Rightarrow ۴-x^۲=۱ \Rightarrow x=\sqrt{۳} \text{ یا } -\sqrt{۳} \\ a=-۲ \Rightarrow ۴-x^۲=-۸ \Rightarrow x=۲\sqrt{۳} \text{ یا } -۲\sqrt{۳} \end{cases}$

مجموع مربعات ریشه‌ها $=۳۸$

۳۸ ۱

می‌دانیم: $a^۲+b^۲=(a-b)^۲+۲ab$

$(x-\dfrac{x}{x+۱})^۲+۲x\times\dfrac{x}{x+۱}=۳ \Rightarrow (\dfrac{x^۲}{x+۱})^۲+۲(\dfrac{x^۲}{x+۱})-۳=۰$

$\begin{cases} \dfrac{x^۲}{x+۱}=۱ \Rightarrow x^۲-x-۱=۰ \Rightarrow x=\dfrac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲} \\ \dfrac{x^۲}{x+۱}=-۳ \Rightarrow x^۲+۳x+۳=۰ \Rightarrow \Delta<۰ \end{cases}$

۳۹ ۳

$\begin{cases} x_A+x_C=x_B+x_D \\ y_A+y_C=y_B+y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=۳ \\ m=۳ \end{cases} \Rightarrow A\begin{vmatrix} ۲ \\ ۳ \end{vmatrix}, B\begin{vmatrix} ۶ \\ ۷ \end{vmatrix}, C\begin{vmatrix} ۱ \\ ۶ \end{vmatrix}, D\begin{vmatrix} -۳ \\ ۲ \end{vmatrix}$

$S=\dfrac{۱}{۲}\begin{vmatrix} ۲ & ۶ & ۱ & -۳ & ۲ \\ ۳ & ۷ & ۶ & ۲ & ۳ \end{vmatrix}$

$S=\dfrac{۱}{۲}|۱۴+۳۶+۲-۹-۴+۱۸-۷-۱۸|=۱۶$

۴۰ ۱

جمله اول را a و قدرنسبت را r در نظر می‌گیریم:

$a_{۱۰۱}=۲۵ \Rightarrow ar^{۱۰۰}=۲۵$

$S_{۲۰۱}=۶۲۵ \Rightarrow a\times\dfrac{۱-r^{۲۰۱}}{۱-r}=۶۲۵$

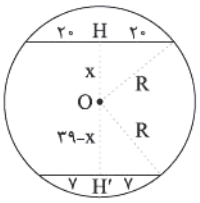
$\dfrac{۱}{a}+\dfrac{۱}{ar}+\dfrac{۱}{ar^۲}+\ldots+\dfrac{۱}{ar^{۲۰۰}}=\dfrac{۱}{a}\times\dfrac{۱-(\frac{۱}{r})^{۲۰۱}}{۱-\frac{۱}{r}}$

$=\dfrac{r^{۲۰۱}-۱}{ar^{۲۰۰}(r-۱)}=\dfrac{a(r^{۲۰۱}-۱)}{a^۲r^{۲۰۰}(r-۱)}=\dfrac{a(r^{۲۰۱}-۱)}{r-۱}\times\dfrac{۱}{(ar^{۱۰۰})^۲}$

$=۶۲۵\times\dfrac{۱}{(۲۵)^۲}=۱$

https://konkur.info

۴۱ **۳** از مرکز دایره بر هر دو وتر عمود رسم می‌کنیم، پس نقاط H و H' وسط‌های دو وتر هستند. از فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

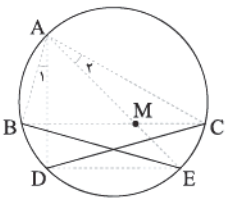


$$\begin{cases} R^2 = x^2 + (20)^2 \\ R^2 = (39-x)^2 + (7)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + 400 = x^2 + 1521 - 78x + 49 \Rightarrow x = 15$$

$$\Rightarrow R = 25$$

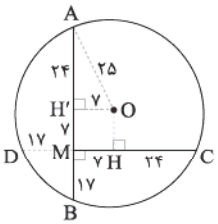
۴۲ **۴** فقط گزارهٔ «ج» صحیح است زیرا:



$$BC \parallel DE \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CE}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow B\hat{A}M = D\hat{A}C$$

۴۳ **۲** با رسم عمودهای OH و OH' داریم:



$$AH' = BH' = \frac{17+31}{2} = 24$$

$$\Rightarrow MH' = 7$$

$$CH = DH = \frac{17+31}{2} = 24$$

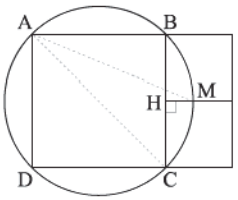
$$\Rightarrow MH = 7$$

پس چهارضلعی $OHMH'$ مربعی به ضلع ۷ است.

$$\Rightarrow OA = \sqrt{AH'^2 + OH'^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

محیط دایره $= 2\pi R = 50\pi$

۴۴ **۲** MH عمودمنصف وتر BC از دایره است پس کمان BC توسط نقطهٔ M نصف می‌شود:

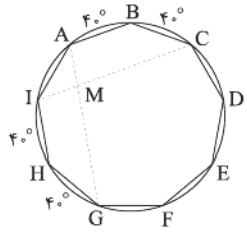


$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AD} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{MC} = 45^\circ$$

$$M\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{MC}}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22/5^\circ$$

۴۵ **۲** مطابق شکل هر کدام از کمان‌ها $\frac{360}{9} = 40^\circ$ هستند پس:



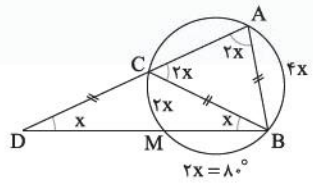
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{GI}}{2} = \frac{80^\circ + 80^\circ}{2} = 80^\circ$$

همچنین هر کدام از زوایای داخلی برابر است با:

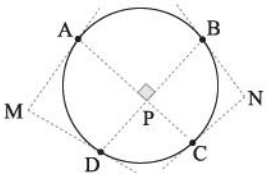
$$\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n} = \frac{7\times 180^\circ}{9} = 140^\circ \Rightarrow \frac{80}{140} = \frac{4}{7}$$

۴۶ **۳** بـــا فـــرض $\hat{D} = x$ داریـــم $D\hat{B}C = x$، $\overset{\frown}{CM} = 2x$ و $A\hat{C}B = 2x$ پس $\overset{\frown}{BM} = 2x = 80^\circ$. بنابراین می‌توان نوشت: $x = 40^\circ$

$$\overset{\frown}{AC} = 360^\circ - 8x = 40^\circ$$



۴۷ **۳** مطابق شکل می‌دانیم:

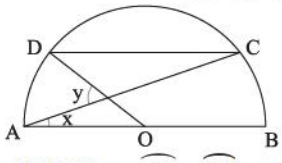


$$\hat{M} + \hat{N} = 2A\hat{P}B$$

$$\Rightarrow \hat{M} + (\hat{M} + 10^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M} = 85^\circ$$

۴۸ **۲** با توجه به وترهای موازی در دایره داریم:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC} = 2x$$

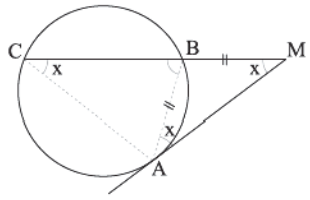
زاویه مرکزی $A\hat{O}D = \overset{\frown}{AD} = 2x$

$$\Rightarrow y = \hat{A} + \hat{O} = 3x$$

$$\Rightarrow 2x + y = 5x = 150^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD} = 60^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = 60^\circ$$

۴۹ **۴**

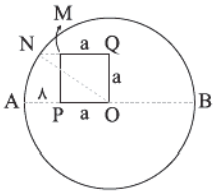


$$AB = BM \Rightarrow B\hat{A}M = A\hat{M}B = x$$

$$\Rightarrow AC = AM$$

همچنین داریم:

۵۰ **۲** اگر ضلع مربع را a در نظر بگیریم داریم:



$$ON = OA = a + 8$$

از فیثاغورس در مثلث OQN داریم:

$$ON^2 = OQ^2 + NQ^2 \Rightarrow (a+8)^2 = a^2 + (a+7)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -3 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایره $R = a + 8 = 13$ به دست می‌آید.

https://konkur.info

۵۱ ۱

$n(S)=۶\times۶=۳۶$

$B=\{(۱,۱),(۱,۳),(۱,۵),(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۳,۱),(۳,۳),(۳,۵),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۵,۱),(۵,۳),(۵,۵),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$ مجموع دو تاس زوج

$A=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$ عدد هر دو تاس برابر

$A\cap B=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{۶}{۳۶}}{\frac{۱۸}{۳۶}}=\frac{۱}{۳}$$

۵۲ ۱

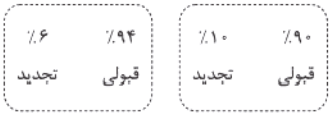
اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، دو پیشامد A' و B' و هم‌چنین A و B' نیز مستقل‌اند و داریم:

$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')$$
$$P(A\cap B')=P(A)\times P(B')$$
$$P(A'|B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A')\times P(B')}{P(B')}=P(A')=\frac{۲}{۳}$$
$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)\times P(B')}{P(B')}=P(A)=\frac{۱}{۳}$$
$$\frac{P(A'|B')}{P(A|B')}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=۲$$

۵۳ ۱

$$P(\text{مهرهٔ بیرون آمده سفید باشد}|\text{کیسه اول})=\frac{P(\text{مهره سفید و مربوط به کیسه اول})}{P(\text{مهرهٔ بیرون آمده سفید باشد})}$$
$$=\frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۸}{۲۰}}{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۸}{۲۰}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۲۰}{۲۰}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۰}{۲۰}}=\frac{\frac{۱۸}{۲۰}}{\frac{۳۸}{۲۰}}=\frac{۱۸}{۳۸}=\frac{۹}{۱۹}$$

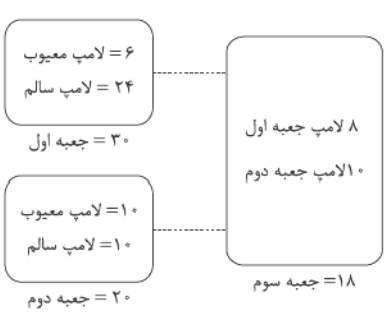
۵۴ ۱



با توجه به قانون احتمال کل داریم:

$$\frac{۹۴}{۱۰۰}\times\frac{۴۵}{۱۰۰}+\frac{۹۰}{۱۰۰}\times\frac{۵۵}{۱۰۰}=\frac{۴۲۳۰}{۱۰۰۰۰}+\frac{۴۹۵۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۹۱۸۰}{۱۰۰۰۰}=۰/۹۱۸=٪۹۱/۸$$

۵۵ ۱



$$\Rightarrow P(M)=P(A_۱)\times P(M|A_۱)+P(A_۲)\times P(M|A_۲)$$
$$=\frac{۸}{۱۸}\times\frac{۶}{۳۰}+\frac{۱۰}{۱۸}\times\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۴}{۹}\times\frac{۱}{۵}+\frac{۵}{۹}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۸+۲۵}{۹۰}=\frac{۳۳}{۹۰}=\frac{۱۱}{۳۰}$$

فیزیک

۵۶ ۱

با استفاده از رابطهٔ $v=\frac{۲\pi r}{T}$ زیر داریم:

$$v=\frac{۲\pi r}{T}\Rightarrow T=\frac{۲\pi r}{v}$$
$$\Rightarrow T=\frac{۲\pi\times۸۰\times۱۰^{-۲}}{\frac{۴\pi}{۳}}=۱/۲s$$

در مدت‌زمان نیم‌دقیقه، یعنی ۳۰s داریم:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow n=\frac{t}{T}=\frac{۳۰}{۱/۲}=۲۵$$

۵۷ ۱

دورهٔ تناوب صفحهٔ افقی برابر است با: $T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۱۲}=۵s$

تندی دوران صفحه برابر است با: $v=\frac{۲\pi r}{T}=\frac{۲\pi\times۴}{۵}=\frac{۸\pi}{۵}(\frac{m}{s})$

نیروی اصطکاک، نقش نیروی مرکزگرا را دارد، بنابراین: $f_s=F_C$

$$\Rightarrow f_s=\frac{mv^۲}{r}=\frac{۱۰\times(\frac{۸\pi}{۵})^۲}{۴}=\frac{۱۰\times۶۴\times\pi^۲}{۲۵\times۴}=۶۴N$$

۵۸ ۴

اندازهٔ نیروی گرانشی بین دو ذره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

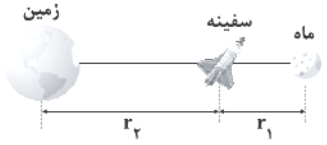
$$F=\frac{GMm}{r^۲}\xrightarrow{M=\rho V}F=\frac{G\rho Vm}{r^۲}$$
$$\xrightarrow{V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳}F=\frac{۴}{۳}\pi\frac{G\rho mR^۳}{r^۲}$$

بنابراین:

$$\frac{F_B}{F_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times(\frac{R_B}{R_A})^۳\times(\frac{r_A}{r_B})^۲$$
$$\xrightarrow{\rho_A=۲\rho_B}\frac{F_B}{F_A}=(\frac{\rho_B}{۲\rho_B})\times(\frac{۲x}{x})^۳\times(\frac{۲x}{۳x})^۲=\frac{۱}{۲}\times۲^۳\times(\frac{۲}{۳})^۲$$
$$\Rightarrow\frac{F_B}{F_A}=\frac{۱}{۲}\times۸\times\frac{۴}{۹}=\frac{۱۶}{۹}$$

۵۹ ۱

از آن‌جایی که نیروی گرانشی خالص واردشده از طرف دو سیاره بر سفینه برابر صفر است، بنابراین نیروی گرانشی واردشده از طرف سیارهٔ B بر سفینه، هم‌اندازه با نیروی گرانشی واردشده از طرف سیارهٔ A بر سفینه است.

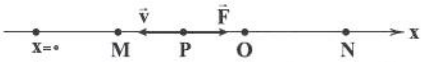


نیروی گرانشی از رابطهٔ $F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}$ محاسبه می‌شود، در نتیجه نیروی گرانشی ناشی از هر دو سیاره را محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{گرانشی}}=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}\Rightarrow\frac{\cancel{G}m_A\cancel{m_{\text{سفینه}}}}{d_A^۲}=\frac{\cancel{G}m_B\cancel{m_{\text{سفینه}}}}{d_B^۲}$$
$$\Rightarrow\frac{m_A}{d_A^۲}=\frac{m_B}{d_B^۲}\xrightarrow[d_B=d-d_A]{m_A=۱۶m_B}\frac{۱۶m_B}{d_A^۲}=\frac{m_B}{(d-d_A)^۲}$$
$$\Rightarrow\frac{۱۶}{d_A^۲}=\frac{۱}{(d-d_A)^۲}\Rightarrow۱۶(d-d_A)^۲=d_A^۲$$
$$\xrightarrow{\text{جذر}}۴(d-d_A)=d_A\Rightarrow۴d-۴d_A=d_A$$
$$\Rightarrow۴d=۵d_A\Rightarrow d_A=\frac{۴}{۵}d$$

https://konkur.info

۶۰ **۳** مرکز نوسان ذره، نقطهٔ O (وسط پاره‌خط MN) می‌باشد. نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان (نقطهٔ O) است؛ بنابراین **نیروی وارد بر ذره در نقطهٔ P در جهت محور xها است.** به شکل زیر توجه کنید:



در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که ذره از مرکز نوسان دور می‌شود، حرکت ذره **کندشونده** است.

۶۱ **۳** با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t) \\ x = 4\cos(\frac{\pi}{3}t) \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}(\frac{rad}{s})$$

بنابراین دورهٔ تناوب این نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{3}(\frac{rad}{s})} \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 6s$$

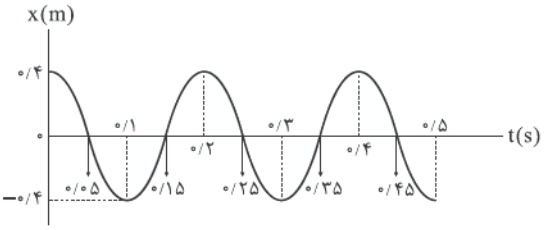
بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 8s$ برابر یک دورهٔ کامل می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم در هر دوره، نوسانگر ۲ بار تغییر جهت می‌دهد.

۶۲ **۳** با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده شده با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t) \\ x = 0/4\cos(10\pi t) \end{cases} \Rightarrow \omega = 10\pi(\frac{rad}{s})$$

$$\xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow T = 0/2s$$

نمودار مکان ـ زمان این نوسانگر را در بازهٔ زمانی $t_1 = 0/05s$ تا $t_2 = 0/5s$ رسم می‌کنیم:



قسمت‌های هاشورخورده مدت‌زمانی است که حرکت نوسانگر، تندشونده بوده است، بنابراین در بازهٔ زمانی داده‌شده مدت‌زمانی که حرکت نوسانگر، تند شونده بوده است، برابر است با:

$$t_{\text{تندشونده}} = 4 \times 0/05 = 0/2s$$

۶۳ **۴** برای محاسبهٔ دامنهٔ نوسان، ابتدا باید بازه‌ای که مقادیر x در آن قرار دارند را به دست بیاوریم، بنابراین:

$$-1 \le \cos(4t) \le 1 \Rightarrow 0 \le \cos^2(4t) \le 1 \Rightarrow 0 \le 5\cos^2(4t) \le 5$$

$$\Rightarrow 3 \le 5\cos^2(4t) + 3 \le 8$$

بنابراین این نوسانگر در بازهٔ $3cm$ تا $8cm$ نوسان می‌کند. مرکز نوسان و دامنهٔ نوسان از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

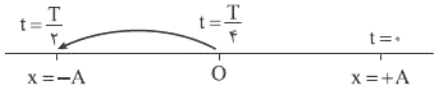
$$\text{مرکز نوسان} = \frac{x_{min} + x_{max}}{2} = \frac{3+8}{2} = 5/5cm$$

$$\text{دامنهٔ نوسان} = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} = \frac{8-3}{2} = 2/5cm$$

۶۴ **۲** با توجه به معادلهٔ داده‌شده دورهٔ تناوب نوسانگر برابر است با:

$$\omega = 100\pi(\frac{rad}{s}) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = \frac{1}{50}s$$

بازهٔ زمانی داده‌شده برابر با $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$ است. در نتیجه نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ و نزدیک شدن به نقطهٔ $x = -A$ است.

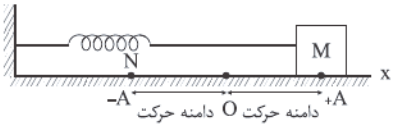


بنابراین علامت مکان منفی، علامت سرعت منفی ولی علامت شتاب مثبت است.

۶۵ **۴** با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر می‌توان نوشت:

$$\omega = 40\pi(\frac{rad}{s}) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{1}{20}s$$

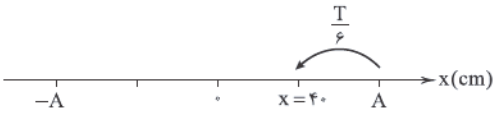
معادلهٔ موردنظر برای نوسانگری است که در لحظهٔ $t = \frac{T}{4} = \frac{1}{80}s$ به نقطهٔ O رسیده و در لحظهٔ $t = \frac{T}{2} = \frac{1}{40}s$ به نقطهٔ N رسیده، متوقف شده و سپس تغییر جهت داده و در لحظهٔ $t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{80}s$ به نقطهٔ O رسیده و در ادامه در لحظهٔ $t = T = \frac{1}{20}s$ به نقطهٔ M می‌رسد. در بازهٔ زمانی $t = \frac{1}{80}s$ تا $t = \frac{1}{40}s$ و همچنین بازهٔ زمانی $t = \frac{3}{80}s$ تا $t = \frac{1}{20}s$ در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل است، در نتیجه فقط گزینهٔ (۴) در بازهٔ زمانی $\frac{1}{80}s < t < \frac{1}{40}s$ قرار دارد.



۶۶ **۴** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال، دورهٔ تناوب نوسانگر برابر است با:

$$\frac{3T}{4} = 1/8 \Rightarrow T = 2/4s$$

نوسانگر در لحظهٔ $t = 0$ از مکان $x = +A$ شروع به نوسان کرده و در لحظهٔ $t = 0/4s$ به مکان $x = 40cm$ رسیده است، بنابراین مدت‌زمان این جابه‌جایی برابر با $0/4s$ یا $\frac{T}{6}$ است، در نتیجه در انتهای این بازهٔ زمانی، نوسانگر به مکان $x = +\frac{A}{2}$ رسیده است، در نتیجه:



$$x = \frac{A}{2} \Rightarrow 40 = \frac{A}{2} \Rightarrow A = 80cm$$

در نتیجه تندی بیشینهٔ این نوسانگر برابر است با:

$$v_{max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} = 0/8 \times \frac{2 \times 3}{2/4} = 0/8 \times \frac{1}{0/4} = 2\frac{m}{s}$$

https://konkur.info

۶۷ **۱** می‌دانیم دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم و فنر از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{f=\frac{۱}{T}} f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\xrightarrow[\pi=\sqrt{۱۰}\ ,\ m=۲۰۰۰kg]{f=۱/۲Hz} \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۱}{۲\sqrt{۱۰}}\times\sqrt{\frac{k}{۲۰۰۰}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۴۴}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴\times۱۰}\times\left(\frac{k}{۲۰۰۰}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{۱۴۴}{۱۰۰}=\frac{k}{۴۰\times۲۰۰۰} \Rightarrow k=\frac{۴۰\times۲۰۰۰\times۱۴۴}{۱۰۰} \Rightarrow k=۱۱۵۲۰۰\frac{N}{m}$$

با فرض این‌که پس از سوار شدن مسافر، وزن او سبب شود تا کف اتومبیل به اندازهٔ ΔL پایین بیاید، داریم: $W=F_e \xrightarrow[F_e=k\Delta L]{W=m'g} m'g=k\Delta L$

$$\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ k=۱۱۵۲۰۰\frac{N}{kg}]{m'=\text{جرم مسافر}=۷۰kg} ۷۰\times۱۰=۱۱۵۲۰۰\Delta L$$

$$\Rightarrow \Delta L=\frac{۷۰۰}{۱۱۵۲۰۰}\simeq ۰/۰۰۶m \Rightarrow \Delta L\simeq ۰/۶cm$$

۶۸ **۳** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

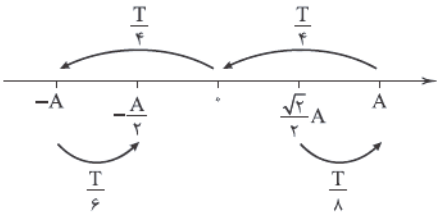
$$\begin{cases} A_A=۲cm\ ,\ A_B=۶cm \\ ۲T_A=۱/۵T_B \xrightarrow{T=\frac{۱}{f}} \frac{۲}{f_A}=\frac{۱/۵}{f_B} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A}=\frac{۱/۵}{۲}=\frac{۳}{۴} \end{cases}$$

با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر $(E=۲\pi^۲mA^۲f^۲)$ داریم:

$$\frac{E_B}{E_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{A_B}{A_A}\right)^۲\times\left(\frac{f_B}{f_A}\right)^۲=\frac{۱}{۲}\times\left(\frac{۶}{۲}\right)^۲\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A}=\frac{۱}{۲}\times۹\times\frac{۹}{۱۶}=\frac{۸۱}{۳۲}$$

۶۹ **۱** با توجه به شکل زیر داریم:



$$\Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}=\frac{۳T+۶T+۶T+۴T}{۲۴}=\frac{۱۹T}{۲۴}$$

$$\Rightarrow \Delta t=\frac{۱۹\times۰/۲}{۲۴}=\frac{۱۹}{۱۲۰}s$$

۷۰ **۳** جلو افتادن آونگ به معنی کاهش دورهٔ تناوب است، پس برای هر نوسان رابطهٔ زیر برقرار است.

$$T_۲=T_۱-\frac{T_۱}{۴} \Rightarrow T_۲=\frac{۳}{۴}T_۱\ (*)$$

با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ داریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \xrightarrow{(*)} \frac{۳}{۴}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \Rightarrow \frac{۹}{۱۶}=\frac{L_۲}{L_۱}$$

$$\Rightarrow L_۲=\frac{۹}{۱۶}L_۱$$

بنابراین درصد تغییرات طول آونگ برابر است با:

$$\frac{\Delta L}{L_۱}\times۱۰۰=-\frac{۷}{۱۶}\times۱۰۰=٪-۴۳/۷۵$$

۷۱ **۴** با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده داریم:

$$\begin{cases} T=\frac{t}{N} \\ T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{t}{N}=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{۲/۴}{۲}=۲\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^۲}}$$

$$\Rightarrow ۱/۲=۲\pi\times\frac{\sqrt{L}}{\pi} \Rightarrow \sqrt{L}=۰/۶$$

$$\Rightarrow L=\frac{۳۶}{۱۰۰}m \Rightarrow L=۳۶cm$$

بنابراین وقتی طول آونگ ۱۱cm کاهش می‌یابد، طول ثانویهٔ آن به ۲۵cm می‌رسد، بنابراین دورهٔ تناوب آونگ برابر می‌شود با:

$$T'=۲\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \Rightarrow T'=۲\pi\sqrt{\frac{۰/۲۵}{\pi^۲}} \Rightarrow T'=۲\pi\times\frac{۰/۵}{\pi}=۱s$$

در نتیجه داریم:

$$T'=\frac{t}{N} \Rightarrow ۱=\frac{۸}{N} \Rightarrow N=۸$$

۷۲ **۱** توجه داشته باشید با کاهش طول آونگ، دورهٔ آن کم‌تر می‌شود و آونگ سریع‌تر نوسان می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.

دورهٔ آونگ ساعتی که درست کار می‌کند $T_۱$ و دورهٔ آونگ ساعتی که درست کار نمی‌کند $T_۲$ در نظر می‌گیریم، بنابراین با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} L_۲=۰/۶۴L_۱ \\ \frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=۰/۸ \Rightarrow T_۲=۰/۸T_۱$$

اگر دورهٔ آونگ (۱) را ۱s فرض کنیم، دورهٔ آونگ (۲)، ۰/۸s می‌شود، بس در هر ۰/۸s ثانیه، آونگ (۲) به اندازهٔ ۰/۲s جلو می‌افتد.

$$\frac{۰/۸}{۲\times۲۴h}\ \Big|\ \frac{۰/۲}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=\frac{۲\times۲۴\times۰/۲}{۰/۸}=۱۲h$$

۷۳ **۳** با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده داریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{زمین}}}{T_{\text{ماه}}}=\sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}}\times\sqrt{\frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{زمین}}}}$$

$$\xrightarrow{T=\frac{t}{N}} \frac{N_{\text{ماه}}}{N_{\text{زمین}}}=\sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}}\times\sqrt{\frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{زمین}}}} \Rightarrow \frac{۸}{۴}=\sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}}\times\sqrt{\frac{۱/۶}{۱۰}}$$

$$\Rightarrow ۴=\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}\times۰/۱۶ \Rightarrow \frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}=\frac{۴}{۰/۱۶}=\frac{۴۰۰}{۱۶}=۲۵ \Rightarrow \frac{L_{\text{ماه}}}{L_{\text{زمین}}}=\frac{۱}{۲۵}$$

بنابراین طول آونگ در کرهٔ ماه، $\frac{۱}{۲۵}$ طول آونگ در کرهٔ زمین است، در نتیجه داریم:

$$\frac{\Delta L}{L}\times۱۰۰=-\frac{۲۴}{۲۵}\times۱۰۰=٪-۹۶$$

بنابراین **طول آونگ را باید ۹۶ درصد کاهش دهیم.**

۷۴ **۱** با توجه به نمودار داده‌شده دامنهٔ حرکت نوسانگر برابر ۲۰cm است.

مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر در هر مکان، برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین در مکان x داریم:

$$E=U+K \Rightarrow E=۰/۴+۱/۲=۱/۶J$$

https://konkur.info

بنابراین:

$$E=۲\pi^۲mA^۲f^۲ \Rightarrow ۱/۶=۲\times۹\times۰/۲\times(۰/۲)^۲\times f^۲$$

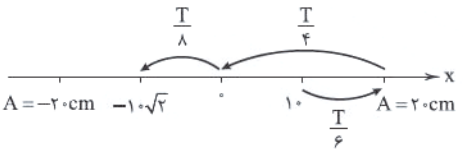
$$\Rightarrow ۱۶=۴\times۹\times(۰/۲)^۲\times f^۲ \Rightarrow ۴=۲\times۳\times۰/۲\times f$$

$$\Rightarrow f=\frac{۴}{۲\times۳\times۰/۲}=\frac{۱۰}{۳}Hz$$

۷۵ ۲ با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده داریم:

$$\begin{cases} x=A\cos(\omega t) \\ x=۰/۲\cos(۱۰۰\pi t) \end{cases} \Rightarrow \omega=۱۰۰\pi(\frac{rad}{s})\ ,\ A=۰/۲m=۲۰cm$$

با توجه به شکل زیر داریم:



مسافت طی‌شده در طی این حرکت برابر است با:

$$l=۱۰+۲۰+۱۰\sqrt{۲}=۳۰+۱۰\sqrt{۲}=۳۰+۱۴=۴۴cm=۰/۴۴m$$

دورهٔ تناوب این آونگ برابر است با: $\omega=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۱۰۰\pi=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s$

مدت‌زمان کل این حرکت برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{۴T+۶T+۳T}{۲۴}=\frac{۱۳T}{۲۴}=\frac{۱۳}{۲۴\times۵۰}=\frac{۲۶}{۲۴۰۰}s$$

تندی متوسط نوسانگر برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۰/۴۴}{\frac{۲۶}{۲۴۰۰}}=\frac{۰/۴۴\times۲۴۰۰}{۲۶}=\frac{۴۴\times۲۴}{۲۶}=\frac{۲۲\times۲۴}{۱۳}$$

$$\Rightarrow s_{av}=\frac{۵۲۸}{۱۳}\frac{m}{s}$$

۷۶ ۳ با توجه به پدیدهٔ تشدید می‌دانیم که با به نوسان درآمدن نوسانگر A **همهٔ آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند** و در نتیجه آونگی که هم‌طول با آونگ A باشد، بیشترین دامنهٔ نوسان را دارد، بنابراین **آونگ D دامنهٔ نوسان بیشتری دارد.**

۷۷ ۲ برای این‌که آونگ دچار تشدید شود، باید بسامد زاویه‌ای آن با بسامد زاویه‌ای منبع بسامد یکسان باشد، بنابراین:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{\pi^۲}{۰/۵}}=\pi\sqrt{۲}\frac{rad}{s}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\omega=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi(\frac{rad}{s})$ ۲) $\omega=\sqrt{۲}\pi(\frac{rad}{s})$

۳) $\omega=\sqrt{۲}(\frac{rad}{s})$ ۴) $\omega=\frac{\pi}{۲}(\frac{rad}{s})$

۷۸ ۲ در حالت اول نیروی گرانشی خالص وارد بر سیارهٔ (۳) برابر است با:

$$\begin{cases} F_{۱۳}=G\frac{m_۱m_۳}{r_{۱۳}^۲}=G\frac{m^۲}{۹x^۲} \\ F_{۲۳}=G\frac{m_۲m_۳}{r_{۲۳}^۲}=G\frac{۸m^۲}{۴x^۲} \end{cases} \Rightarrow F_{کل}=F_{۱۳}+F_{۲۳}=\frac{۱۹}{۹}G\frac{m^۲}{x^۲}$$

$$\Rightarrow ۱/۹\times۱۰^۶=\frac{۱۹}{۹}G\frac{m^۲}{x^۲} \Rightarrow G\frac{m^۲}{x^۲}=۹\times۱۰^۵N\ (*)$$

در حالت دوم با عوض کردن جای دو سیارهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} F'_{۱۳}=G\frac{m_۱m_۳}{r'^۲_{۱۳}}=G\frac{m^۲}{۴x^۲} \\ F'_{۲۳}=G\frac{m_۲m_۳}{r'^۲_{۲۳}}=G\frac{۸m^۲}{۹x^۲} \end{cases} \Rightarrow F'_{کل}=F'_{۱۳}+F'_{۲۳}=\frac{۴۱}{۳۶}G\frac{m^۲}{x^۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} F'_{کل}=\frac{۴۱}{۳۶}\times۹\times۱۰^۵=۱/۰۲۵\times۱۰^۶N$$

۷۹ ۲ برای مقایسهٔ شتاب گرانش در نقاط A و B می‌توان نوشت:

$$g=G\frac{M}{(R+h)^۲} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B}=(\frac{r_B}{r_A})^۲ \Rightarrow \frac{g_A}{g_B}=(\frac{R+۲h}{R+h})^۲$$

عبارت داخل پرانتز عددی بین ۱ تا ۲ است، بنابراین نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ عددی بین ۱ تا ۴ خواهد بود.

۸۰ ۱ برای مقایسهٔ شتاب گرانشی در سطح دو سیاره می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} g=G\frac{M}{R^۲} \\ M=\rho V=\rho\times\frac{۴}{۳}\pi R^۳ \end{cases} \Rightarrow g=\frac{۴}{۳}\pi G\rho R \Rightarrow \frac{g_۱}{g_۲}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{R_۱}{R_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{g_۱}{g_۲}=\frac{۶}{۹}\times\frac{۱۰۰۰}{۱۵۰۰}=\frac{۴}{۹}$$

۸۱ ۳ شخص B به صورت عمود، عدد خطکش را می‌خواند و نتیجهٔ دقیق‌تری را گزارش می‌کند. این آزمایش نشان‌دهندهٔ تأثیر مهارت آزمایشگر بر دقت آزمایش است. هم‌چنین توجه کنید که تکرار چند بارهٔ اندازه‌گیری، خطا را کاهش می‌دهد.

۸۲ ۳ **بررسی گزینه‌ها:**

۱) $[\frac{\text{فشار}\times\text{جابه‌جایی}}{\text{انرژی}}]=\frac{m\times\frac{kg}{m.s^۲}}{\frac{kg.m^۲}{s^۲}}=\frac{۱}{m^۲}$ (×)

۲) $[\frac{\text{انرژی}\times\text{نیرو}}{\text{توان}\times\text{شتاب}}]=\frac{\frac{kg.m}{s^۲}\times J}{\frac{m}{s^۲}\times\frac{J}{s}}=kg.s$ (×)

۳) $[\frac{\text{ضریب انبساط طولی}\times\text{انرژی}}{\text{گرمای ویژه}}]=\frac{J.\frac{۱}{K}}{\frac{J}{kg.K}}=kg$ (✓)

kg یکای جرم است که یک کمیت اصلی است.

۴) $[\frac{\text{نیرو}\times\text{تکانه}}{\text{شتاب}\times\text{تندی}}]=\frac{\frac{kg.m}{s}\times\frac{kg.m}{s^۲}}{\frac{m}{s}\times\frac{m}{s^۲}}=kg^۲$ (×)

۸۳ ۳ دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین دقت اندازه‌گیری در شکل «الف» برابر با ۰/۰۰۱ mm و در شکل «ب» برابر با ۰/۰۱ mm خواهد بود.

https://konkur.info

۸۴ **۲** با توجه به روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۱۰^{۷}\frac{nJ}{s}\times\frac{۱۰^{-۹}J}{۱nJ}=۱۰^{-۲}\frac{J}{s}$$

$$\xrightarrow{J\equiv\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}}۱۰^{-۲}\frac{J}{s}=۱۰^{-۲}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۳}}$$

$$\xrightarrow[۱s=۱۰^{-۲}hs]{۱m=۱۰^{-۹}Gm}۱۰^{-۲}\frac{kg.m^{۲}}{s^{۳}}=\frac{۱۰^{-۲}kg\times(۱۰^{-۹}Gm)^{۲}}{(۱۰^{-۲}hs)^{۳}}$$

$$=\frac{۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۱۸}}{۱۰^{-۶}}.\frac{kg.(Gm)^{۲}}{(hs)^{۳}}=۱۰^{-۱۴}\frac{kg.(Gm)^{۲}}{hs^{۳}}$$

بنابراین باید به جای □، مقدار $۱۰^{-۱۴}kg$، معادل $۱۰^{-۱۱}g$ یا $۱۰^{-۵}\mu g$ قرار گیرد.

۸۵ **۱** از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$۱۰^{-۸}\frac{ly}{day}=۱۰^{-۸}\frac{ly}{day}\times\frac{۳\times۱۰^{۵}\times۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰km}{۱ly}\times\frac{۱day}{۲۴h}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۸}\frac{ly}{day}=۱۰^{-۸}\times۳\times۱۰^{۵}\times۳۶۵\times۳۶۰۰\frac{km}{h}=۳۹۴۲\frac{km}{h}$$

۸۶ **۴** با توجه به سازگاری یکاها داریم:

$$\begin{cases}[a]=[\alpha x^{۳}]\xrightarrow{[a]=\frac{m}{s^{۲}}}\left[\alpha x^{۳}\right]\equiv\frac{m}{s^{۲}}\Rightarrow[\alpha].m^{۳}=\frac{m}{s^{۲}}\\ \Rightarrow[\alpha]=m^{-۲}.s^{-۲}\\ [a]=[\frac{\beta^{۲}}{x}]\xrightarrow{[a]=\frac{m}{s^{۲}}}[\frac{\beta^{۲}}{x}]=\frac{m}{s^{۲}}\Rightarrow\frac{[\beta^{۲}]}{m}=\frac{m}{s^{۲}}\Rightarrow[\beta^{۲}]=\frac{m^{۲}}{s^{۲}}\\ \Rightarrow[\beta]=m.s^{-۱}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left[\frac{\beta^{q}}{\alpha^{p}}\right]=\frac{(m.s^{-۱})^{q}}{(m^{-۲}.s^{-۲})^{p}}=\frac{m^{q}.s^{-q}}{m^{-۲p}.s^{-۲p}}$$

$$\Rightarrow\left[\frac{\beta^{q}}{\alpha^{p}}\right]=m^{q+۲p}\times s^{۲p-q}=m$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲p-q=۰\\ q+۲p=۱\end{cases}\Rightarrow ۴p=۱\Rightarrow p=\frac{۱}{۴}\ ,\ q=۲p=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین:

$$qp=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۸}$$

۸۷ **۱** جرم ظرف به تنهایی برابر با ۱۵۰g است، بنابراین با توجه به این‌که در حالت نیمه‌پر، ترازو عدد ۱۲۰۰g را نشان می‌دهد، می‌توان فهمید که جرم مایع درون ظرف برابر ۱۰۵۰g = ۱۵۰ − ۱۲۰۰ است.

حجم مایع: $V=\pi r^{۲}h=۳\times۵^{۲}\times۱۰=۷۵۰cm^{۳}$

با توجه به رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۰۵۰g}{۷۵۰cm^{۳}}=۱/۴\frac{g}{cm^{۳}}=۱۴۰۰\frac{g}{L}$$

۸۸ **۴** هنگامی‌که حجم برابر از مایع‌های A و B را مخلوط می‌کنیم، چگالی مخلوط با میانگین چگالی‌ها یکسان می‌شود:

$$\rho_{۱}=\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}\quad(۱)$$

در ادامه، جرم‌های برابر از مایع به دست‌آمده و مایع C را مخلوط می‌کنیم و چگالی مخلوط حاصل برابر می‌شود با:

$$\rho=\frac{m_{۱}+m_C}{\frac{m_{۱}}{\rho_{۱}}+\frac{m_C}{\rho_C}}\xrightarrow{m_{۱}=m_C}\rho=\frac{۲}{\frac{۱}{\rho_{۱}}+\frac{۱}{\rho_C}}=\frac{۲\rho_{۱}\rho_C}{\rho_{۱}+\rho_C}$$

$$\xrightarrow{(۱)}\rho=\frac{۲(\frac{\rho_A+\rho_B}{۲})\rho_C}{\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}+\rho_C}=\frac{۲\rho_C(\rho_A+\rho_B)}{\rho_A+\rho_B+۲\rho_C}$$

۸۹ **۱** با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ خروج آب}=۰/۵\frac{L}{s}\times\frac{۱m^{۳}}{۱۰^{۳}L}\times\frac{۱۰^{۹}mm^{۳}}{۱m^{۳}}\times\frac{۶۰s}{۱min}$$

$$\Rightarrow\text{آهنگ خروج آب}=۰/۵\times۶۰\times۱۰^{۶}\frac{mm^{۳}}{min}=۳\times۱۰^{۷}\frac{mm^{۳}}{min}$$

۹۰ **۱** نیروی گرانشی (وزن) وارد بر توپ، عامل مهم تأثیرگذاری در بررسی حرکت توپ است و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. سایر موارد، عواملی جزئی‌تر هستند و می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت.

۹۱ **۳** کافیست دو مرحله را تحلیل کنیم تا روند ادامهٔ مراحل را به دست آوریم.

چون دو کره هم‌اندازه هستند، پس با بستن کلید، مجموع بار دو کره به طور یکسان بین دو کره پخش می‌شود. در ادامه، کلید K را باز کرده و دستمان را که رسانا است با کرهٔ B تماس می‌دهیم که در نتیجه کرهٔ B خنثی می‌شود:

$$\text{بستن کلید K}\Rightarrow q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{۴۰+۲۴}{۲}=۳۲\mu C$$

$$\xrightarrow{\text{باز کردن کلید و تماس دست با کرهٔ B}}\begin{cases}q''_A=۳۲\mu C\\ q''_B=۰\end{cases}$$

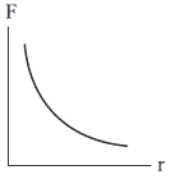
پس بار کرهٔ A در مرحلهٔ (۱)، $۸\mu C$ کاهش یافته و در سایر مراحل، نصف مرحلهٔ قبل می‌شود. حالا باید محاسبه کنیم که اگر بار کرهٔ A، ۹۷/۵ درصد کاهش یابد، چند میکروکولن می‌شود، بنابراین:

$$\text{بار نهایی کرهٔ A}:q=(۱-\frac{۹۷/۵}{۱۰۰})q_A=\frac{۲/۵}{۱۰۰}\times۴۰=۱\mu C$$

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶
بار کرهٔ A	$۳۲\mu C$	$۱۶\mu C$	$۸\mu C$	$۴\mu C$	$۲\mu C$	$۱\mu C$

بنابراین پس از ۶ مرحله، بار کرهٔ A، ۹۷/۵ درصد کاهش می‌یابد.

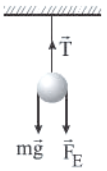
۹۲ **۴** با توجه به قانون کولن $(F=k\frac{|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}})$، با افزایش فاصلهٔ دو بار، نیروی الکتریکی به صورت غیرخطی کاهش می‌یابد.



https://konkur.info

۹۳ **۴** برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: در آستانهٔ پاره شدن نخ، نیروی کشش آن برابر ۰/۹۲۵ نیوتون است، بنابراین می‌توان نوشت:



تعادل گوی بالایی: $T = mg + F_E$

$$\xrightarrow[m=0/07kg]{T=0/925N} 0/925 = 0/07\times 10 + F_E \Rightarrow F_E = 0/225N$$

گام دوم: محاسبهٔ بار الکتریکی گوی‌ها:

چون از یکی از گوی‌ها الکترون گرفته‌ایم و الکترون‌ها را به گوی دیگر داده‌ایم، بار دو گوی، هم‌اندازه است و می‌توان نوشت:

$$F_E = 90\times\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 90\times\frac{|q|^2}{1} \xrightarrow{F=0/225N} 0/225 = 90|q|^2$$

$$\Rightarrow |q| = 0/05\ \mu C$$

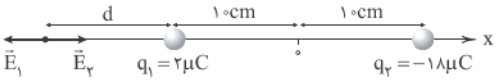
گام سوم: محاسبهٔ تعداد الکترون‌ها:

$$|q| = ne \Rightarrow 0/05\times 10^{-6} = n\times 1/6\times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{5\times 10^{-8}}{1/6\times 10^{-19}} = \frac{5\times 10^{11}}{1/6} = 3/125\times 10^{11}$$

۹۴ **۱** مکان صفر شدن میدان را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

حالت اول: قبل از جابه‌جا کردن بارها با توجه به آن‌که بارها ناهمنام هستند، مکان صفر شدن برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است، بنابراین می‌توان نوشت:



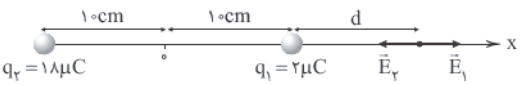
$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{d^2} = \frac{18}{(20+d)^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{9}{(20+d)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{d} = \frac{3}{20+d} \Rightarrow 20+d = 3d \Rightarrow d = 10cm$$

بنابراین در مکان $x = -20cm$، برایند میدان‌های الکتریکی برابر صفر می‌شود.

حالت دوم: پس از جابه‌جا کردن بارها داریم:



در این حالت هم مانند حالت قبل، در فاصلهٔ $d = 10cm$ از بار q_1، برایند میدان‌های الکتریکی، صفر می‌شود، بنابراین در این حالت، برایند میدان‌های الکتریکی در مکان $x = +20cm$ برابر صفر می‌شود. با توجه به این توضیحات، مکان صفر شدن میدان، از مکان $x = -20cm$ به مکان $x = +20cm$ رسیده است و **۴۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده است.**

۹۵ **۱** با توجه به این که نیروهای الکتریکی که q_1 و q_2 بر q_3 وارد می‌کنند، هم‌جهت هستند، برای آن‌که اندازهٔ برایند نیروها ۸۰N کم شود، کافی است نیرویی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند، ۸۰N کاهش یابد.

حالت اولیه: $F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = 90\times\frac{9\times 36}{(18)^2} = 90N$

حالت نهایی: $F'_{13} = F_{13} - 80 = 90 - 80 = 10N$

بنابراین باید بار q_1 را در خلاف جهت محور x حرکت دهیم تا فاصله آن‌قدر زیاد شود که اندازهٔ نیرو از ۹۰N به ۱۰N برسد.

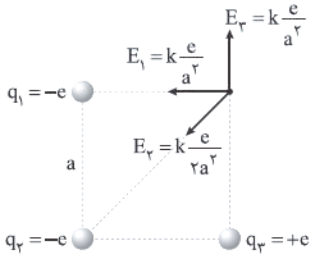
$$\frac{F_{13}}{F'_{13}} = \left(\frac{r'_{13}}{r_{13}}\right)^2 \Rightarrow \frac{90}{10} = \left(\frac{18+d}{18}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{18+d}{18} = 3 \Rightarrow d = 36cm$$

بار q_1 باید به اندازهٔ 36cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا شود.

۹۶ **۳** دو حالت زیر، برای قرارگیری بارها روی رأس‌های مربع وجود دارد. در هر یک از این حالت‌ها، میدان الکتریکی برایند را در رأس چهارم مربع محاسبه می‌کنیم.

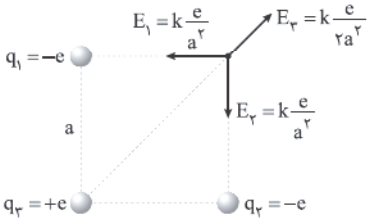
حالت اول:



برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$: $E_{1,3} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = \sqrt{2}k\frac{e}{a^2}$

میدان الکتریکی برایند: $E = \sqrt{E_{1,3}^2 + E_2^2} = \frac{ke}{a^2}\sqrt{2+\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}k\frac{e}{a^2}$

حالت دوم:



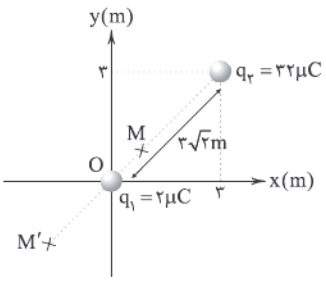
برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$: $E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}k\frac{e}{a^2}$

میدان الکتریکی برایند: $E'_{کل} = E_{1,2} - E_3 = \sqrt{2}k\frac{e}{a^2} - k\frac{e}{2a^2}$

$$\Rightarrow E' = \frac{ke}{a^2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{E}{E'} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2}-\frac{1}{2}} \simeq \frac{\frac{3}{2}}{1/4-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{0/9} = \frac{5}{3}$

۹۷ **۴** چه دو بار الکتریکی همنام باشند و چه ناهمنام، بر روی خط واصل آن‌ها، هم بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر و هم خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، بزرگی میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار، یکسان می‌شود. البته اگر دو بار هم‌اندازه باشند، فقط در وسط دو بار چنین چیزی ممکن است. با توجه به شکل زیر داریم:



https://konkur.info

در نقطهٔ M: $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(OM)^2} = \frac{k|q_2|}{(3\sqrt{2}-OM)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{OM}{3\sqrt{2}-OM} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{OM}{3\sqrt{2}-OM}$

$\Rightarrow 4OM = 3\sqrt{2} - OM \Rightarrow 5OM = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow OM = 0/6\sqrt{2}\,m \Rightarrow M(0/6m\,,\,0/6m)$

در نقطهٔ M': $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(OM')^2} = \frac{k|q_2|}{(3\sqrt{2}+OM')^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{OM'}{3\sqrt{2}+OM'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{OM'}{3\sqrt{2}+OM'}$

$\Rightarrow 4OM' = 3\sqrt{2} + OM' \Rightarrow 3OM' = 3\sqrt{2}m$

$\Rightarrow OM' = \sqrt{2}m \Rightarrow M'(-1m\,,\,-1m)$

۹۸ **۲** برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱) تراکم خطوط میدان در نزدیکی B کم‌تر از تراکم خطوط میدان در نزدیکی A است، بنابراین اندازهٔ میدان کاهش یافته است و **علامت ΔE، منفی است.**

۲) با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس **علامت ΔV، منفی است.**

۹۹ **۱** ابتدا بار الکتریکی ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow -70-80 = \frac{-(-300)}{q} \Rightarrow q = -2nC$$

بنابراین تعداد الکترون‌های این ذره بیشتر از تعداد پروتون‌های آن است. اختلاف تعداد آن‌ها برابر است با:

$$|q| = ne \Rightarrow 2\times10^{-9} = n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n = 1/25\times10^{10}$$

۱۰۰ **۲** چون میدان الکتریکی بین صفحات، یکنواخت است، با یک تناسب ساده داریم:

$$\frac{|\Delta V_{\text{صفحات}}|}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{d-0/4d} \Rightarrow \frac{80}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{0/6d}$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 48V \xrightarrow{V_B < V_A} \Delta V_{AB} = -48V$$

با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = q\Delta V_{AB}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = 10\times10^{-6}\times(-48) = -48\times10^{-5}\,J$$

$$\xrightarrow{\Delta K = -\Delta U_E} \Delta K_{AB} = 48\times10^{-5}\,J$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = 3\times10^{-3}\times(v_B^2 - (0/3)^2) = 48\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow 0/16 = v_B^2 - 0/09 \Rightarrow v_B^2 = 0/25 \Rightarrow v_B = 0/5\frac{m}{s}$$

شیمی

۱۰۱ **۳** در برقکافت آب به‌ازای عبور ۴ مول الکترون در مدار خارجی، ۲ مول گاز H_2 و یک مول گاز O_2 تولید می‌شود و تفاوت مقدار گازها برابر یک مول است.

$$\begin{bmatrix} e^- & \Delta n_{gas}(mol) \\ 4\times6/02\times10^{23} & 1 \\ 1/505\times10^{24} & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 0/625\,mol\,gas$$

حجم مولی گازها $= \frac{25L}{0/625} = 40\,L.mol^{-1}$

۱۰۲ **۴** معادلهٔ هر دو واکنش در زیر آمده است:

۱) $Mg^{2+}(aq) + 2OH^-(aq) \rightarrow Mg(OH)_2(s)$

۲) $Mg(OH)_2(s) + 2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + 2H_2O(l)$

هیچ‌کدام از این واکنش‌ها از نوع اکسایش ـ کاهش نیستند.

۱۰۳ **۳** عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

وجود حباب در اطراف الکترود A نشان از تولید گاز Cl_2 دارد. بنابراین در اطراف الکترودهای A و B به ترتیب گاز کلر و سدیم مذاب تولید می‌شود.

بررسی عبارت‌ها:

- در اطراف الکترود B، یون Na^+ با گرفتن الکترون، کاهش می‌یابد. به این ترتیب مسیر درست حرکت الکترون‌ها همان مسیر (۱) است.
- الکترود B محل کاهش بوده و کاتد سلول است. در این سلول که نوعی سلول الکترولیتی است، کاتد به قطب منفی باتری متصل است. بنابراین Y قطب منفی باتری است، نه X.
- در اطراف الکترودهای A و B که آند و کاتد سلول هستند به ترتیب اکسایش و کاهش انجام می‌شود.
- از آن‌جا که نقطهٔ ذوب NaCl خالص بسیار بالاست، برای کاهش هزینه و پایین آوردن نقطهٔ ذوب آن از ترکیب یونی $CaCl_2$ استفاده می‌شود که شمار آنیون‌های آن، دو برابر شمار کاتیون‌ها است.

۱۰۴ **۲** عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- Fe و O_2 به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند.
- در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش کلی، مجموع ضرایب اجزا برابر با ۱۷ است.

$$4Fe + 6H_2O + 3O_2 \rightarrow 4Fe(OH)_3$$

۱۰۵ **۲** با توجه به معرفی شرایط استاندارد در سلول‌های الکتروشیمیایی، فقط تغییر غلظت و تغییر دما می‌تواند بر میزان جریان الکتریکی عبوری از لامپ، تأثیرگذار باشد. سه مورد دیگر بی‌تأثیرند.

۱۰۶ **۴** عدد اکسایش Cl برابر ۱- و مجموع اعداد اکسایش اتم‌ها در H_2O و NH_3 برابر صفر است.

بررسی هر چهار مورد:

- $Co + 5(0) + (-1) = +2 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 6(0) = +3 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 4(0) + 2(-1) = +1 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 5(0) + (0) = +3 \Rightarrow Co = +3$

۱۰۷ **۳** به‌جز عبارت سوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر (حدود ۶۰٪) افزایش می‌دهد.

۱۰۸ **۳** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

a) $CuS + 2NO_3^- + 4H^+ \rightarrow Cu^{2+} + 2NO_2 + S + 2H_2O$

مجموع ضرایب: $1+2+4+1+2+1+2=13$

b) $2H_2O + 2O_2^{2-} \rightarrow O_2 + 4OH^-$

مجموع ضرایب: $2+2+1+4=9$

تفاوت دو عدد ۱۳ و ۹ برابر با ۴ است.

https://konkur.info

۱۰۹ ۲ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• ممکن است در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، عدد اکسایش چند عنصر افزایش یابد.

• واکنش خنثی شدن اسید ـ باز از نوع اکسایش ـ کاهش نیست.

۱۱۰ ۳ با توجه به ساختار داده‌شده در سؤال، فرمول نیکوتین به صورت $C_{10}H_{14}N_2$ است. عدد اکسایش اتم‌های N و H در این ترکیب به ترتیب ۳− و ۱+ است:

$$10C+14(+1)+2(-3)=0 \Rightarrow 10C=-8$$

۱۱۱ ۴ به موقعیت قرارگیری این فلزها در سری الکتروشیمیایی توجه کنید:

• ولتاژ سلول گالوانی $Al-Cu$ برابر است با:

$$\begin{matrix} 0/46 \\ 1/10 \end{matrix}\left\{\begin{matrix} Ag \\ Cu \end{matrix}\right. \qquad \left\{\begin{matrix} Zn \\ Al \end{matrix}\right.\begin{matrix} 0/90 \end{matrix}$$

$$0/90+1/10=2V$$

• ولتاژ سلول گالوانی $Zn-Ag$ برابر است با:

$$1/10+0/46=1/56V$$

۱۱۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• در سلول سوختی متان ـ اکسیژن، گاز متان (CH_4) در نقش آند (قطب منفی) ظاهر شده و اکسایش می‌یابد.

• از خروجی (I) گاز CO_2 به همراه مقدار اضافی CH_4 خارج می‌شود.

• نیم‌واکنش کاهش هر دو سلول سوختی متان و هیدروژن به صورت $O_2+4e^-+4H^+ \rightarrow 2H_2O$ است.

• در مدار بیرونی الکترون‌ها از آند به کاتد و در الکترولیت نیز کاتیون هیدرونیوم به سمت کاتد حرکت می‌کند.

۱۱۳ ۳ سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود **تنها** به شکل یون سدیم وجود دارد.

۱۱۴ ۴ معادلهٔ واکنش کلی سلول به صورت زیر است:

$$3Ag(s)+Au^{3+}(aq) \rightarrow 3Ag^+(aq)+Au(s)$$

جرم اولیهٔ تیغه‌ها را m گرم در نظر می‌گیریم:

$$\begin{matrix} 3Ag \\ \downarrow \\ \text{کاهش جرم آند} \end{matrix} \quad \sim \quad \begin{matrix} Au \\ \downarrow \\ \text{افزایش جرم کاتد} \end{matrix}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{0/6mgAg}{3\times108}=\frac{\frac{4}{9}molAu}{1} \Rightarrow m=240g$$

مجموع جرم تیغه‌ها: $(240-(0/6\times240))+(240+(\frac{4}{9}\times197))$

$$=(240-144)+(240+87/55)=423/55g$$

۱۱۵ ۴ **بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین حتی در محیط‌های اسیدی اکسایش نمی‌یابند.

۲) هیچ کدام از روش‌های اشاره‌شده به طور کامل از خوردگی آهن پیشگیری نمی‌کنند.

۳) زنگار سبز بر سطح مس نمونه‌ای از خوردگی به شمار می‌آید.

۱۱۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با هلیم درست هستند.

۱۱۷ ۳ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

نخستین عنصر ساخت بشر، $^{99}_{43}Tc$ است:

$$\frac{N}{P}=\frac{99-43}{43}<1/5$$

۱۱۸ ۲ رنگ شعلهٔ نمک‌های Na، Cu و Li به ترتیب زرد، سبز و سرخ است. میزان انحراف رنگ‌ها پس از عبور نور خورشید از منشور با انرژی رنگ‌ها رابطهٔ مستقیم دارد.

در بین این رنگ‌ها، نور سرخ، کم‌ترین انرژی و نور سبز بیشترین انرژی را دارد.

۱۱۹ ۲ X ، Y و Z به ترتیب ^3H ، ^5H و ^7H هستند.

$$\overline{M}=\frac{5(3)+4(5)+3(7)}{5+4+3}=4/66amu$$

۱۲۰ ۲ ابتدا جرم اتمی میانگین X را به دست می‌آوریم:

$$^{24}X:F_1=6F_2$$
$$^{25}X:F_2$$
$$^{26}X:F_3=F_2$$

$$\overline{X}=\frac{24(6F_2)+25F_2+26F_2}{8F_2}=24/375$$

به این ترتیب جرم مولی میانگین X را می‌توان 24/375g در نظر گرفت.

$$?atom\,^{26}X=1/95g\times\frac{1molX}{24/375gX}\times\frac{6/022\times10^{23}atomX}{1molX}$$

$$\times\frac{1atom\,^{26}X}{8atomX}=6/02\times10^{21}atom\,^{26}X$$

۱۲۱ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

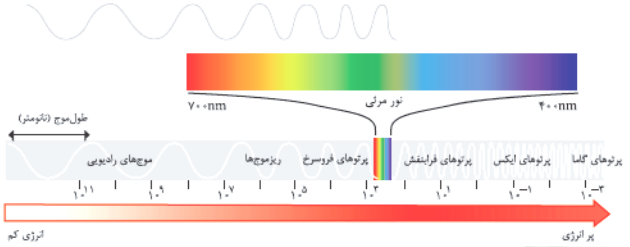
بررسی عبارت‌های نادرست:

• دمای اجسام بسیار داغ را نمی‌توان با ابزاری مانند دماسنج تعیین کرد.

• دستگاهی که جرم اتم‌ها را با دقت بسیار زیاد اندازه‌گیری می‌کند، **طیف‌سنج جرمی** است.

۱۲۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

شکل زیر گسترهٔ پرتوهای الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد.



۱۲۳ ۳ جرم نمونه آسپرین $(C_9H_8O_4)$ را با m نشان می‌دهیم:

$$[9(12-6)+8(1-1)+4(16-8)]\times\frac{m}{9(12)+8(1)+4(16)}$$

$$=4/3(\frac{9/2}{2(12)+6(1)+16})\times6 \Rightarrow m=10/8gC_9H_8O_4$$

۱۲۴ ۳ شمار مول‌های C_2H_6 و CH_3OH را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم.

• ابتدا اعداد موجود در متن سؤال را با تقسیم بر عدد آووگادرو به مول تبدیل می‌کنیم:

$$?molH=\frac{2/8896\times10^{24}}{6/02\times10^{23}}=4/8$$

$$?molO=\frac{3/6112\times10^{23}}{6/02\times10^{23}}=0/6$$

https://konkur.info

با توجه به این‌که هر مول اتان شامل ۶ مول اتم H و هر مول متانول شامل ۴ مول اتم H و ۱ مول اتم O است، می‌توان معادلهٔ زیر را تشکیل داد:

$$(a\times۶)+(b\times۴)=۴/۸$$

از طرفی $b=۰/۶$ است.و به این ترتیب مقدار a برابر با ۰/۴ به دست می‌آید.

$$\text{جرم مخلوط}=a(\text{جرم مولی اتان})+b(\text{جرم مولی متانول})$$
$$=۰/۴(۳۰)+۰/۶(۳۲)=۳۱/۲g$$

۱۲۵ ۲ بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) فراوانی ^{۲۳۵}U در مخلوط طبیعی اورانیم فقط در حدود ۰/۷ درصد است.

ت) مشتری در مقایسه با زمین در فاصلهٔ دورتری از خورشید قرار دارد.

۱۲۶ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- طلا فلزی نرم است.
- در دورهٔ چهارم جدول، سه فلز اصلی $(_{۱۹}K\ ,\ _{۲۰}Ca\ ,\ _{۳۱}Ga)$ وجود دارد.

۱۲۷ ۲ در بین چهار عنصر نخست دورهٔ سوم جدول دوره‌ای یعنی $_{۱۱}Na$ ، $_{۱۲}Mg$ ، $_{۱۳}Al$ و $_{۱۴}Si$، رسانایی الکتریکی و داشتن سطح صیقلی و براق، مشترک است.

سیلیسیم تمایل به تشکیل یون تک اتمی نداشته و در اثر ضربه خرد می‌شود.

۱۲۸ ۳ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فلز واسطهٔ روی $(_{۳۰}Zn)$، تنها یک کاتیون تک اتمی $(Zn^{۲+})$ تشکیل می‌دهد.
- هلیم جزو دستهٔ s بوده و جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهد.

۱۲۹ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصرهای A ، B ، C ، D ، X ، E و F به ترتیب $_{۱۱}Na$ ، $_{۱۲}Mg$ ، $_{۱۳}Al$ ، $_{۱۴}Si$ ، $_{۱۹}K$ ، $_{۳۲}Ge$ و $_{۸۲}Pb$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- در دورهٔ سوم بیشترین تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی مربوط به Al و Si است.
- در گروه‌های فلزی از بالا به پایین، خاصیت فلزی افزایش و در یک دوره از چپ به راست، خاصیت فلزی کاهش می‌یابد.
- خصلت فلزی فلز Mg بیشتر از شبه‌فلز Ge است.
- رسانایی الکتریکی فلز Pb بیشتر از شبه‌فلز Ge است.

۱۳۰ ۱ معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

$$I)\ ۲Al+Fe_۲O_۳\rightarrow ۲Fe+Al_۲O_۳$$
$$II)\ Fe+۲HCl\rightarrow FeCl_۲+H_۲$$

گاز تولیدشده همان $H_۲$ است.

$$۲Al\sim ۲Fe\sim ۲H_۲$$

$$\frac{d_{Cl_۲}}{d_{H_۲}}=\frac{(۲\times ۳۵/۵)}{(۲\times ۱)}\Rightarrow \frac{۲/۸۴}{d_{H_۲}}=۳۵/۵\Rightarrow d_{H_۲}=۰/۰۸g.L^{-۱}$$

$$\frac{xgAl\times\frac{۸۰}{۱۰۰}\times(\frac{۸۰}{۱۰۰})^۲}{۲\times ۲۷}=\frac{۵LH_۲\times ۰/۰۸g.L^{-۱}}{۲\times ۲\times ۱}$$
$$\Rightarrow x\simeq ۱۰/۵g\,Al(\text{ناخالص})$$

۱۳۱ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- $_{۳۰}Zn$ در دوره ۴ و گروه ۱۲ و $_{۸}O$ در دوره ۲ و گروه ۱۶ جای دارد.
- نخستین عنصر جدول که لایهٔ سوم آن به طور کامل از الکترون پر شده است، $_{۲۹}Cu$ است.
- آرایش الکترونی اتم‌های هشت فلز $_{۲۰}Ca$ تا $_{۲۸}Ni$ (به‌جز $_{۲۴}Cr$) همانند اتم $_{۳۰}Zn$ به $۴s^۲$ ختم می‌شود.
- واکنش‌پذیری Zn بیشتر از Cu بوده و در نتیجه فلز روی با محلول مس (II) سولفات به طور طبیعی واکنش می‌دهد.

۱۳۲ ۱ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$۲Fe_۲O_۳+۳C\rightarrow ۳CO_۲+۴Fe$$

$$\frac{xgFe_۲O_۳\times\frac{۷۰}{۱۰۰}}{۲\times ۱۶۰}=\frac{yLCO_۲}{۳\times ۴۰}=\frac{۵\times ۱۰^۶gFe}{۴\times ۵۶}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۱۰/۲\times ۱۰^۶gFe_۲O_۳(\text{ناخالص})\equiv ۱۰/۲\ ton\\ y=۲/۶۷\times ۱۰^۶LCO_۲\equiv ۲۶۷۰m^۳\end{cases}$$

۱۳۳ ۳ طلا پرتوهای خورشیدی را به میزان زیادی **بازتاب** می‌دهد.

۱۳۴ ۱ معادلهٔ موازنه شده دو واکنش در زیر آمده است:

$$I)\ C_۶H_{۱۲}O_۶\rightarrow ۲CO_۲+۲C_۲H_۵OH$$
$$II)\ C_۲H_۵OH+۳O_۲\rightarrow ۲CO_۲+۳H_۲O$$

$$\text{واکنش I}:\frac{۷۲۰gC_۶H_{۱۲}O_۶\times\frac{R}{۱۰۰}}{۱\times ۱۸۰}=\frac{xmolCO_۲}{۲}=\frac{ymolC_۲H_۵OH}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۰/۰۸R\,molCO_۲\\ y=۰/۰۸R\,molC_۲H_۵OH\end{cases}$$

$$\text{واکنش II}:\frac{۰/۰۸R\,molC_۲H_۵OH\times\frac{R}{۱۰۰}}{۱}=\frac{Z\,mol\,CO_۲}{۲}$$

$$\Rightarrow Z=۰/۰۰۱۶R^۲\,molCO_۲$$

$$۰/۰۸R=۰/۰۰۱۶R^۲\Rightarrow ۱=۰/۰۲R\Rightarrow R=۵۰$$

۱۳۵ ۱ جرم نمونهٔ اولیهٔ ناخالص A را ۱۰۰g در نظر می‌گیریم:

$$۱۰۰gA\ \text{ناخالص (قبل از گرما)}\begin{cases}۲۵gH_۲O\\ mgA\\ ng\ \text{ناخالصی}\end{cases}\Rightarrow m+n=۷۵g$$

$$MgA\ \text{ناخالص (پس از گرما)}\begin{cases}٪۱۵H_۲O\\ ٪۳۵A\\ \text{ناخالصی}\ ٪۵۰=(۱۵+۳۵)-۱۰۰\end{cases}$$

نسبت جرم ناخالصی به جرم خالص A در دو حالت یکسان است. زیرا با گرم کردن نمونه، فقط مقداری آب از دست رفته است.

$$\frac{۵۰}{۳۵}=\frac{n}{m}\Rightarrow\frac{۱۰}{۷}=\frac{n}{m}\Rightarrow\frac{m}{n}=۰/۷\Rightarrow m=۰/۷n$$
$$m+n=۷۵\Rightarrow ۰/۷n+n=۷۵\Rightarrow n=۴۴/۱۱g$$

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info