

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>



# آزمون هدف‌گذاری

## ۹ آذر ۱۴۰۲

دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دروس اختصاصی

پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

| مدت پاسخ‌گویی<br>(دقیقه) | شماره سؤالات | تعداد سؤال | مواد امتحانی  | ردیف |
|--------------------------|--------------|------------|---------------|------|
| ۱۵                       | ۱ - ۱۰       | ۱۰         | حسابان ۲      | ۱    |
| ۱۵                       | ۱۱ - ۲۰      | ۱۰         | هندسه ۳       | ۲    |
| ۱۵                       | ۲۱ - ۳۰      | ۱۰         | ریاضیات گسسته | ۳    |
| ۱۵                       | ۳۱ - ۴۰      | ۱۰         | فیزیک ۳       | ۴    |
| ۱۰                       | ۴۱ - ۵۰      | ۱۰         | شیمی ۳        | ۵    |
| ۷۰                       | ۱ - ۵۰       | ۵۰         | مجموع         |      |

گروه آزمون

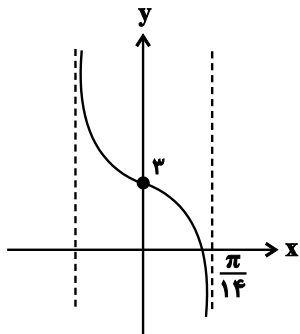
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۵۸

۱- شکل زیر قسمتی از نمودار  $y = \tan(bx) + c$  می‌باشد. اختلاف مقادیر  $b$  و  $c$  کدام است؟



۱۰ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

۲- نقطه  $A(2, 3)$  روی نمودار تابع  $y = f^2(2x+1) - 2f(3x-1)$  در نظر گرفته شده است ( $f$  تابعی با مقادیر مثبت است). اگر

$g(-2x+1) = f(5x-1) + 4$  باشد، نقطه متناظر با  $A$  روی نمودار تابع  $g$  کدام است؟

$(\frac{7}{5}, -7)$  (۴)

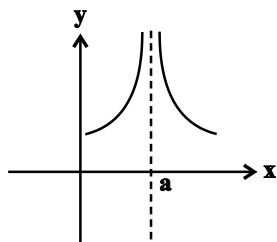
$(-\frac{7}{5}, 7)$  (۳)

$(\frac{3}{5}, 4)$  (۲)

$(\frac{3}{5}, 3)$  (۱)

۳- اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x+1}{2x^2 - 2bx + a}$  اطراف مجانب قائم خود به صورت زیر باشد، تعداد مجانب‌های قائم نمودار تابع

$g(x) = -\tan(3\pi x)$  در بازه  $(a, b)$  کدام است؟



۱) صفر

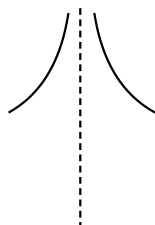
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴- نمودار تابع  $f(x) = \frac{kx^2 + \lfloor \frac{x}{2} \rfloor}{x-2}$  در همسایگی  $x=2$  در شکل زیر رسم شده است. حدود  $k$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح

(است.)



(۱)  $(-1, 0)$

(۲)  $\mathbb{R} - [-1, 0]$

(۳)  $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{4}, 0\right]$

(۴)  $(-\frac{1}{4}, 0)$

۵- تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{a-4\cot x}}{\sqrt{\tan x-1}}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  دو مجانب قائم دارد. حدود  $a$  کدام است؟

(۱)  $(-\infty, 28)$  (۲)  $(28, +\infty)$

(۳)  $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$  (۴)  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$

۶- صورت کلی جواب معادله  $\frac{1}{\tan^2 x} + \cos 2x = 1$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۷- فاصله بین یک نقطه ماکزیمم و یک نقطه مینیمم متوالی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{5}{4} \sin bx + c$  برابر  $\frac{6}{5}$  است. تابع  $f$  در بازه

$[0, 4\pi]$  چند بار به بیشترین مقدار می‌رسد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بیشتر از ۳ بار

۸- عرض نقاط روی نمودار تابع  $f(x) = x|2x-1|$  را  $a+1$  برابر کرده و نمودار حاصل را  $2$  واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا

نمودار تابع  $g$  حاصل شود. اگر خط  $y = 2a$  و نمودار تابع  $g$  در سه نقطه مشترک باشند، حدود  $a$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

(۱)  $(0, \frac{1}{2})$  (۲)  $(\frac{1}{15}, \frac{1}{2})$  (۳)  $(0, +\infty)$  (۴)  $(0, \frac{1}{15})$

۹- مجموع جواب‌های معادله  $\sin \pi x \sqrt{8 \cos^2 \pi x} = 1$  در بازه  $[0, 2]$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۰- معادله  $\cos(\sin x) - \sin(\cos x) = 1$  در بازه  $(\frac{\pi}{4}, \pi)$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۳۹

۱۱- اگر  $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{20}$  کدام است؟

(۱)  $-2^{29}$

(۲)  $-2^{30}$

۱۲- اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $a_{ij} = \frac{(2i-j)!}{i!j!}$  آنگاه حاصل  $|A| + |2A|$  کدام است؟

(۱)  $-5$

(۲)  $\frac{5}{4}$

۱۳- معادله  $\begin{vmatrix} 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$  چند ریشه متمایز دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۲

۱۴- اگر برای ماتریس مربعی  $2 \times 2$ ،  $A$ ، رابطه  $A^2 = I + 2A$  برقرار باشد، آنگاه دترمینان ماتریس  $2(A-I)$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲۵۶

(۲) ۶۴

۱۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & b & -1 \\ 2 & 1 & -a \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 1 & a \\ 2b & 3 \end{bmatrix}$  و  $AB$  ماتریسی قطری باشد، آنگاه حاصل  $a+b$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{6}$

(۲)  $-\frac{5}{6}$

(۳)  $\frac{13}{6}$

(۴)  $-\frac{13}{6}$

۱۶- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x & 2 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \\ x \end{bmatrix} = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^3 + \beta^3$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{5}{2}$  (۲)  $-\frac{11}{2}$

(۳)  $-\frac{17}{2}$  (۴)  $-\frac{23}{2}$

۱۷- اگر  $A$  ماتریس وارون‌پذیر باشد به طوری که  $A^2 + 4A^{-1} = I$ ، وارون ماتریس  $A^2 + A$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{4}(A - I)$  (۲)  $\frac{1}{4}(A - 2I)$

(۳)  $A - I$  (۴)  $2A + I$

۱۸- در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  و طول میانه وارد بر این ضلع ثابت هستند. مکان هندسی نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  کدام است؟

(۱) دو خط موازی با  $BC$  (۲) خطی عمود بر  $BC$

(۳) دایره‌ای مماس بر  $BC$  (۴) دایره‌ای به مرکز وسط ضلع  $BC$

۱۹- صفحه‌ای مفروض است که با یک سطح مخروطی برخورد می‌کند و حداکثر یکی از دو نیمه را قطع می‌کند. سطح مقطع مشترک

صفحه مفروض و سطح مخروطی کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

(۱) هذلولی (۲) دایره

(۳) بیضی (۴) یک نقطه

۲۰- اگر در مثلث  $ABC$ ،  $A = 60^\circ$  و ضلع  $BC$  و مرکز دایره محیطی مثلث  $ABC$  ثابت باشد و نقطه  $A$  متغیر، مکان هندسی محل

هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث  $ABC$  کدام است؟

(۱) در خط موازی با  $BC$  (۲) دایره‌ای گذرا از  $B$  و  $C$

(۳) دایره‌ای مماس به  $BC$  (۴) خطی عمود به  $BC$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

۲۱- عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، یک قضیه شرطی است؟

(۱) اگر  $x > 2$ ، آنگاه  $x^2 > 4$ . (۲) اگر  $x^3 \geq 8$ ، آنگاه  $x^2 \geq 4$ .

(۳) اگر  $x = 1$ ، آنگاه  $|x^2 - 1| + |x - 1| = 0$ . (۴) اگر  $x = 2$ ، آنگاه  $x^2 - 4 = 0$ .

۲۲- بیشترین مقدار دو رقمی  $a$  کدام باشد تا باقی‌مانده تقسیم عدد  $3^{101} + 17a + 10$  بر ۱۱ برابر صفر باشد؟

(۱) ۹۵ (۲) ۹۴ (۳) ۹۱ (۴) ۹۲

۲۳- باقی‌مانده تقسیم عدد  $2^{500}$  بر ۱۳ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۴- اگر ۱۷ شهریور سالی دوشنبه بوده باشد، چهارشنبه سوری آن سال روز چندم ماه خواهد بود؟ (چهارشنبه سوری آخرین

چهارشنبه سال است.)

(۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸

۲۵- به چند طریق می‌توان با استفاده از اسکناس‌های ۴۰۰۰ و ۱۱۰۰۰ تومانی مبلغ ۲۲۳۰۰۰ تومان را پرداخت کرد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۶- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی  $k$ ، معادله سیاله  $kx + 54y = 36$  در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است؟

(۱) ۳۳ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴) ۳۷

۲۷- به ازای کدام مقدار  $m$ ، رابطه هم‌نهشتی  $7^{10} - 13^{10} \equiv m \pmod{25}$  برقرار است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۵۵ (۳) ۶۰ (۴) ۶۵

۲۸- اگر  $x$  و  $y$  دو عدد صحیح و  $7x + 11y = 23$  باشد، آنگاه  $x + y$  کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۹- به ازای چند عدد صحیح  $a$ ، رابطه  $a^2 + 2|3a + 2|$  برقرار است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

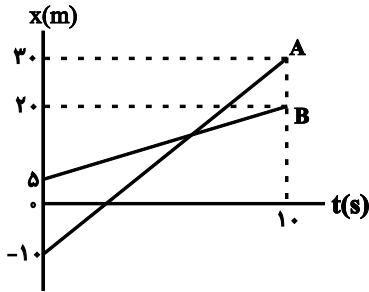
۳۰- چند عدد شش رقمی به صورت  $\overline{305ab4}$  وجود دارد که مضرب ۱۳۲ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۶۰

۳۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک که روی خطی راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه،



فاصله دو متحرک از یکدیگر برای دومین بار، برابر با ۵m می‌شود؟

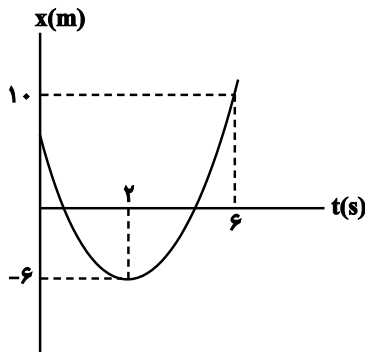
- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

۳۲- متحرکی از حالت سکون با شتاب ثابت در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید. نسبت جابجایی متحرک در ۵ ثانیه ۴م به

جابجایی متحرک در ۵ ثانیه ۱۳م چقدر است؟

- (۱)  $\frac{7}{5}$
- (۲)  $\frac{4}{3}$
- (۳)  $\frac{16}{9}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۳- متحرکی مطابق شکل با سرعت اولیه ۷ بر روی خط راست در حرکت است. در لحظه‌ای که برای دومین بار متحرک از مبدأ



مکان عبور می‌کند، سرعت متحرک در واحد SI چقدر است؟

- (۱)  $4\sqrt{6}$
- (۲)  $2\sqrt{6}$
- (۳) ۲
- (۴) ۴

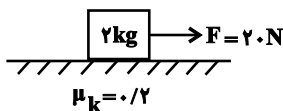
۳۴- یک شیر آب فرسوده در طبقه بیستم یک ساختمان کمی چکه می‌کند. فاصله زمانی هر دو چکه متوالی ۱ ثانیه است. در انتهای

ثانیه سوم، فاصله بین قطره اول و دوم چند برابر فاصله بین قطره دوم و سوم است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $\frac{3}{5}$
- (۲)  $\frac{5}{3}$
- (۳)  $\frac{14}{3}$
- (۴)  $\frac{3}{14}$

۳۵- مطابق شکل، نیروی افقی ۲۰N به جسم ساکنی به جرم ۲kg داده می‌شود. اگر پس از t ثانیه این نیرو حذف شود جابجایی در

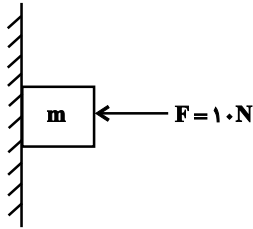
مرحله کندشونده حرکت چند برابر جابجایی در مرحله تندشونده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲) ۱
- (۳) ۴
- (۴) به t بستگی دارد.



۳۶- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار دارد. نیروی  $F$  را چند نیوتون تغییر دهیم تا جسم با شتاب  $\frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$  به



پایین حرکت کند؟ ( $\mu_s = 0/8$  و  $\mu_k = 0/5$ ،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۳۷- تکانه جسم  $A$ ، نصف تکانه جسم  $B$  است و انرژی جنبشی  $A$ ، ۴ برابر انرژی جنبشی جسم  $B$  است. جرم جسم  $B$  چند برابر

جرم جسم  $A$  است؟

۱۶ (۴)

$\frac{1}{16}$  (۳)

$\frac{1}{8}$  (۲)

۸ (۱)

۳۸- متحرکی در یک مسیر دایره‌ای به شعاع  $5m$  با تندی ثابت  $30 \frac{m}{s}$  حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط این متحرک در مدت

$0/25s$  چند متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = 3$ )

$10\sqrt{2}$  (۴)

$5\sqrt{2}$  (۳)

$20\sqrt{2}$  (۲)

۳۰ (۱)

۳۹- جرم دوچرخه‌سواری با دوچرخه‌اش ۱۰۰ کیلوگرم است و این دوچرخه‌سوار با تندی ثابت  $20 \frac{m}{s}$  دایره‌ای به قطر ۵۰ متر را طی

می‌کند. نیرویی که از طرف سطح به دوچرخه وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

$50\sqrt{356}$  (۴)

۲۶۰۰ (۳)

۱۰۰۰ (۲)

$100\sqrt{356}$  (۱)

۴۰- اندازه وزن جسمی در سطح زمین برابر  $W$  است. بزرگی وزن جسم در چه فاصله‌ای از سطح زمین ۱۹ درصد کاهش می‌یابد؟

( $R_e$  شعاع کره زمین است.)

$\frac{19}{81} R_e$  (۴)

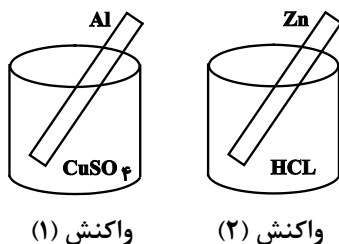
$\frac{10}{9} R_e$  (۳)

$\frac{1}{9} R_e$  (۲)

$\frac{1}{2} R_e$  (۱)

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + آسایش و رفاه در سایه شیمی (انتهای واکنش‌های شیمیایی و سفر هدایت شده الکترون): صفحه‌های ۱ تا ۵۰ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۴۱- با توجه به شکل‌های زیر هرگاه بدانیم در این دو واکنش تعداد الکترون‌های برابری مبادله شده باشد نسبت جرم مصرفی تیغه در



واکنش (۲) به واکنش (۱) به تقریب کدام است؟ ( $Zn = 65$  و  $Al = 27$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )

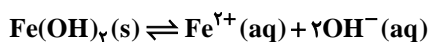
۱/۲ (۱)

۲/۴ (۲)

۳/۶ (۳)

۴/۸ (۴)

۴۲- pH محلول سیرشده آهن (II) هیدروکسید در دمای اتاق، برابر ۱۰ است. مقدار ثابت تعادل واکنش زیر کدام است؟



K = ?

$10^{-14}$  (۴)

$5 \times 10^{-11}$  (۳)

$5 \times 10^{-13}$  (۲)

$10^{-10}$  (۱)

۴۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- \* اتیلن گلیکول و اوره محلول در آب هستند و هر کدام ۴ زوج الکترون ناپیوندی دارند.
- \* در فرایند انحلال بین ذره‌های سازنده حل‌شونده و مولکول‌های حلال جاذبه مناسب برقرار می‌شود.
- \* تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب و قند باعث انحلال مناسب آن در آب می‌شود.
- \* بنزین برخلاف وازلین به کمک صابون شسته می‌شود.
- \* آلاینده‌ها موادی هستند که به هر مقداری در محیط، ماده یا جسم وجود دارند.

۳ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۴۴- کدام موارد زیر صحیح می‌باشند؟

- الف) در واکنش محلول غلیظ سدیم هیدروکسید با اسیدهای چرب مسدودکننده لوله‌ها، نوعی صابون تولید می‌شود.
- ب) برای باز کردن لوله‌ها و مجاری مسدود شده توسط مواد بازی، لزوماً باید از پاک‌کننده‌های اسیدی استفاده کرد.
- پ) غلظت یون هیدرونیوم در شیرۀ معده بدن یک انسان بالغ حدود  $\frac{3}{10} \frac{mol}{L}$  می‌باشد.

ت) سود سوزآور یکی از داروهای ضداسیدی است که مصرف آن باعث کاهش خاصیت اسید معده می‌شود.

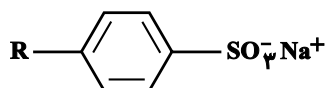
ب و ت (۴)

پ و ت (۳)

الف و ب (۲)

الف و پ (۱)

۴۵- با توجه به ساختار داده شده، کدام گزینه درست می‌باشد؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, S = 32$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )



(۱) جرم مولی این ترکیب از جرم مولی صابون جامد با گروه آلکیل مشابه، ۱۱۲ گرم بر مول

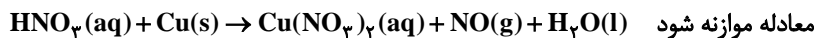
کمتر است.

(۲) در بخش آنیونی آن تنها یکی از عناصر گروه ۱۶ جدول تناوبی یافت می‌شود.

(۳) پاک‌کننده‌ای غیرصابونی است که با داشتن ۳ کربن در گروه آلکیل قدرت خوبی برای ایجاد کف در آب سخت دارد.

(۴) از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود و با یون‌های موجود در آب واکنش نمی‌دهد.

۴۶- در اثر واکنش ۷۵۰ میلی‌لیتر  $\text{HNO}_3$  با غلظت ۰/۴ مول بر لیتر مطابق واکنش‌های زیر، در مجموع و به ترتیب از راست به چپ چند گرم آب و چند لیتر گاز در شرایط STP تولید می‌شود؟ (فرض کنید هر دو واکنش به‌طور کامل انجام می‌شوند).  
( $N = 14, O = 16, H = 1: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

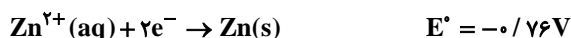
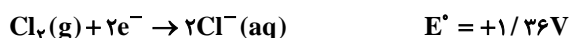
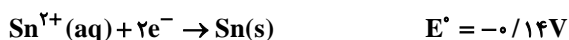
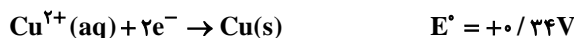


(۱) ۵/۰۴ ، ۲/۷ (۲) ۵/۰۴ ، ۳/۶ (۳) ۴/۴۸ ، ۲/۷ (۴) ۴/۴۸ ، ۳/۶

۴۷- ۱/۸۵ گرم از یک کربوکسیلیک اسید را در ۰/۵ لیتر آب حل می‌کنیم. اگر pH این محلول با pH محلول حاصل از حل کردن ۰/۰۴۴۸ لیتر گاز هیدروژن کلرید در شرایط استاندارد در ۲ لیتر آب برابر باشد، جرم مولی کربوکسیلیک اسید را به دست آورید. (درصد یونش این اسید برابر با ۲ می‌باشد). ( $C = 12, O = 16, H = 1: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۶۰ (۲) ۷۴ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۱۶

۴۸- با توجه به پتانسیل‌های کاهش نیم‌واکنش‌های زیر کدام واکنش در شرایط استاندارد، به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود؟



۴۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) سلول گالوانی، دستگاهی است که می‌تواند براساس قدرت کاهندگی ترکیبات مختلف انرژی الکتریکی تولید کند.  
(ب) در تمام سلول‌های گالوانی جرم تیغه فلزی در بخش آندی سلول کاهش می‌یابد.  
(پ) رتبه‌بندی فلزها به ترتیب کاهش خواص فلزی آنها در یک جدول، سری الکتروشیمیایی نامیده می‌شود.  
(ت) فلزهای بالای هیدروژن در سری الکتروشیمیایی، با اسیدها واکنش نمی‌دهند.

(ث) قدرت اکسندگی  $\text{Mn}^{2+}$  از  $\text{Zn}^{2+}$  کمتر و از  $\text{Al}^{3+}$  بیشتر است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۰- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- (الف) گونه اکسایش یافته، الکترون از دست می‌دهد و گونه کاهش یافته الکترون می‌گیرد.  
(ب) دو رکن اساسی در تحقق فناوری‌ها، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی است.  
(پ) چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که دارای باتری‌های قابل شارژ و لامپ‌های LED و سلول‌های خورشیدی است.  
(ت) هدف از واکنش اکسایش-کاهش، رسیدن گونه‌ها به آرایش هشت‌تایی است و همواره به آرایش گاز نجیب می‌رسند.  
(ث) کسب اطمینان از کیفیت تولید فراورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در گرو دستیابی به دانش ترموشیمی می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



# دفترچه پاسخ

## آزمون هدف گذاری

# ۹ آذر ۱۴۰۲

### اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

| نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)  | نام درس       |
|---|---------------|
| شاهین پروازی - سهیل تقی زاده - سعید تن آرا - عادل حسینی - طاهر دادستانی - علی سلامت - کامیار علییون<br>فرنود فارسی جانی - جهانبخش نیکنام                                      | حسابان ۲      |
| امیر حسین ابومحبوب - منوچهر خاصی - مهبد خالتي - یاسین سپهر - سرژ یقیا زاریان تبریزی   | هندسه ۳       |
| محمد مهدی ابوترابی - امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - مهبد خالتي - مبشره ضرابیه   | ریاضیات گسسته |
| امین امرایی - عبدالرضا امینی نسب - دانیال راستی - آرمین راسخی - بهنام رستمی - پوریا علاقمند - مصطفی کیانی<br>حسین مخدومی - شادمان ویسی  | فیزیک ۳       |
| عین اله ابوالفتحی - کامران جعفری - روزبه رضوانی - محمدرضا زهرهوند - محمد عظیمیان زواره - هادی قاسمی اسکندر<br>رضا مرادی - سجاد نوشادی - سید رحیم هاشمی دهکردی - سید حسن هاشمی | شیمی ۳        |

گروه علمی

| نام درس             | حسابان ۲      | هندسه ۳ و ریاضیات گسسته | فیزیک ۳                   | شیمی ۳          |
|---------------------|---------------|-------------------------|---------------------------|-----------------|
| گزینشگر             | سهیل تقی زاده | مهبد خالتي              | دانیال راستی              | ماهان زواری     |
| گروه ویراستاری      | عادل حسینی    | عادل حسینی              | نیما امینی<br>مبین معانلو | احسان پنجه شاهی |
| مسئول درس           | سهیل تقی زاده | مهبد خالتي              | دانیال راستی              | ماهان زواری     |
| مسئول درس مستندسازی | سمیه اسکندری  | سرژ یقیا زاریان تبریزی  | احسان صادقی               | سمیه اسکندری    |

گروه فنی و تولید

|                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| مهرداد ملوندی         | مدیر گروه            |
| عادل حسینی            | مسئول دفترچه         |
| مدیر گروه: محیا اصغری | گروه مستندسازی       |
| فرزانه فتح الله زاده  | حروف نگار و صفحه آرا |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

گزینه ۱»

(ظاهر دراستانی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{kx^2 + 1}{x - 2} = \frac{4k + 1}{0^+} = +\infty \Rightarrow k > -\frac{1}{4}$$

پس حدود  $k$  بازه  $(-\frac{1}{4}, 0)$  است.

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۸)

گزینه ۱» ۵- (شاهین پروازی)

با توجه به دامنه تابع،  $a - f \cot x \geq 0$  و در نتیجه  $\cot x \leq \frac{a}{f}$  است.

تابع مورد نظر در دو حالت دارای مجانب قائم است:

۱- صورت به بی‌نهایت میل کند، اما مخرج به بی‌نهایت میل نکند، و به این منظور

$\cot x$  وقتی  $x \rightarrow \pi^-$  و  $x \rightarrow (2\pi)^-$  به منفی بی‌نهایت میل می‌کند.

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{a - f \cot x}}{\sqrt{a - f(-\infty)}} = \frac{\sqrt{a - f(-\infty)}}{0^-} = -\infty$$

پس  $x = \pi$  و  $x = 2\pi$  دو مجانب قائم نمودار تابع هستند.

۲- مخرج به صفر میل کند اما صورت صفر نشود و برای این منظور:

$$f \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{f} \Rightarrow \cot x = f$$

و برای آن که بیش از دو مجانب قائم نداشته باشیم، پس:

$$\frac{a}{f} < f \Rightarrow a < f^2$$

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۸)

گزینه ۳» ۶- (فر نور خاوسی جانی)

$$\frac{1}{\tan^2 x} + \cos 2x = 1 \Rightarrow \frac{1}{\tan^2 x} = 1 - \cos 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 2 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^4 x = \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^4 x + \sin^2 x - 1 = (2 \sin^2 x - 1)(\sin^2 x + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{\sin^2 x > 0} \sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

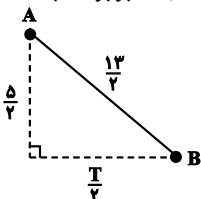
(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

گزینه ۱» ۷- (سعید تن‌آرا)

اگر نقاط  $A$  و  $B$  نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع  $f$  باشند، آن‌گاه اختلاف

عرض این نقاط برابر  $\max f - \min f = 2(\frac{5}{4}) = \frac{5}{2}$  و اختلاف طول این

نقاط برابر نصف دوره تناوب تابع می‌باشد. بنابراین با توجه به سه تایی فیثاغورس ۵، ۱۲ و ۱۳، مقدار  $T$  برابر ۱۲ به دست می‌آید.



یعنی تابع  $f$  در  $[0, 12]$  یکبار ماکزیمم و یکبار مینیمم و در  $[12, 18]$  مینیمم یا ماکزیمم بعدی رخ می‌دهد و چون  $12 < 4\pi < 18$  لذا  $f$  در  $[0, 4\pi]$  یکبار ماکزیمم خواهد شد.

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

عرض از مبدأ برابر ۳ می‌باشد پس  $f(0) = 3 = c$ . لذا از طرف دیگر

اولین خط قائم مجانب مثبت آن برابر  $x = \frac{\pi}{14}$  است. لذا اولین مجانب

قائم منفی آن  $x = -\frac{\pi}{14}$  است. بنابراین  $T = \frac{\pi}{14} - (-\frac{\pi}{14}) = \frac{\pi}{7}$  دوره

تناوب این تابع است که داریم:

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{7} \Rightarrow |b| = 7$$

چون تابع نزولی است،  $b = -7$  می‌باشد.

فاصله  $b$  و  $c$  از هم برابر است با:

$$|b - c| = |-7 - 3| = 10$$

(مسئله ۲ - فرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۸)

گزینه ۳» ۲- (پوناپش نیکنام)

$$h(x) = f^2(2x+1) - 2f(3x-1)$$

فرض کنیم:

$$(2, 3) \in h \Rightarrow h(2) = 3 \Rightarrow f^2(5) - 2f(5) = 3$$

$$f^2(5) - 2f(5) - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(5) = -1 \\ f(5) = 3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

حال نقطه متناظر را پیدا می‌کنیم:  $5x - 1 = 5 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$

$$g(-2(\frac{6}{5}) + 1) = f(5) + 4 \Rightarrow g(-\frac{7}{5}) = 7 \Rightarrow (-\frac{7}{5}, 7) \in g$$

(مسئله ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۳- (کامیار علییون)

با توجه به نمودار تابع،  $x = a$  ریشه مضاعف مخرج تابع  $f(x)$  می‌باشد:

$$2x^2 - 2bx + a = 2(x-a)^2 \Rightarrow 2x^2 - 2bx + a = 2x^2 - 4ax + 2a^2$$

بنابراین: (با توجه به نمودار  $a > 0$ )

$$\begin{cases} 2a^2 = a \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{2} \\ -2b = -4a \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

پس به دنبال تعداد مجانب‌های قائم تابع  $y = -\tan(3\pi x)$  در بازه

$(\frac{1}{2}, 1)$  هستیم.

$$\frac{1}{2} < x < 1 \Rightarrow \frac{3\pi}{2} < 3\pi x < 3\pi$$

که فقط  $3\pi x = \frac{5\pi}{2}$  یعنی  $x = \frac{5}{6}$  اتفاق می‌افتد.

(مسئله ۲ - مثلثات، فرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۹ تا ۳۲ و ۳۶ تا ۵۸)

گزینه ۴» ۴- (عادل حسینی)

حدود چپ و راست تابع  $f$  را در  $x = 2$  برابر  $+\infty$  قرار می‌دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{kx^2}{x - 2} = \frac{4k}{0^-} = +\infty \Rightarrow k < 0$$

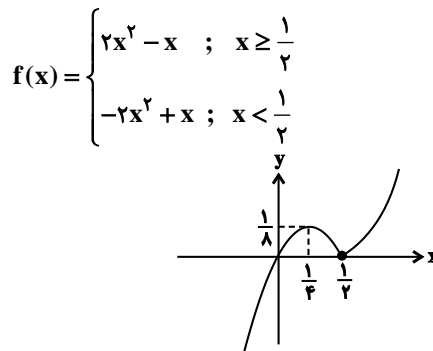
۸- گزینه «۴»

(علی سلامت)

۱۰- گزینه «۲»

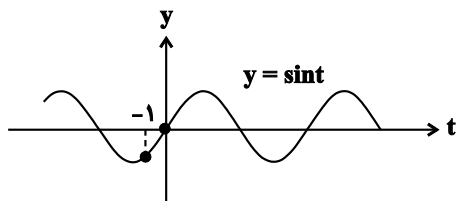
(سپید تقی‌زاده)

ابتدا نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:



$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} -1 < \cos x < 0 \\ 0 < \sin x < 1 \end{cases}$$

$$\sin(\cos x) = \sin(t) \quad -1 < t < 0$$

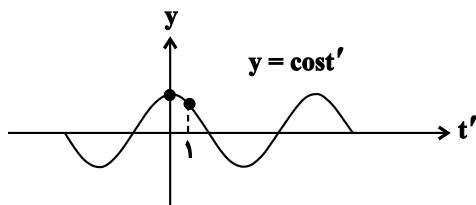


$\sin(-1) < \sin(\cos x) < 0$ ، با توجه به نمودار

اگر تابع  $g(x)$  در بازه‌ای نزولی باشد و تابع  $f(x) \in D_f$  صعودی باشد،  $f(g(x))$  نزولی خواهد بود. زیرا اگر  $x$  در حال افزایش باشد چون  $g$  نزولی است  $g$  کاهش می‌یابد و حالا  $g(x)$ ، به عنوان ورودی  $f$  در حال کاهش است و چون  $f$  صعودی است  $f$  هم کاهش می‌یابد. پس در حالت کلی اگر  $x$  در حال افزایش باشد،  $f(g(x))$  کاهش می‌یابد. بنابراین  $f(g(x))$  نزولی خواهد بود.

طبق نکته گفته شده  $\sin(\cos x)$  در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  نزولی است.

$$\cos(\sin x) = \cos(t') \quad 0 < t' < 1$$

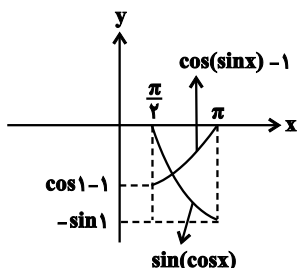


$\cos(1) < \cos(\sin x) < 1$ ، با توجه به نمودار

$$\Rightarrow \cos(1) - 1 < \cos(\sin x) - 1 < 0$$

اگر تابع  $g(x)$  در بازه‌ای نزولی باشد و تابع  $f(x) \in D_f$  نزولی باشد،  $f(g(x))$  صعودی خواهد بود. طبق این نکته

در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  صعودی خواهد بود. بنابراین:



طبق نمودار بالا، معادله داده شده ۱ جواب خواهد داشت.

(مسئله ۲- تابع و مثلثات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸، ۲۴ و ۲۵)

دقت کنید در صورتی که  $k \in (0, \frac{1}{\lambda})$  آن‌گاه خط  $y = k$  و نمودار تابع  $f$  در سه نقطه مشترک هستند. با توجه به این مطلب اگر عرض نقاط روی نمودار تابع  $f$  را  $a+1$  برابر کنیم، آن‌گاه بازه  $(0, \frac{1}{\lambda})$  به بازه  $(0, \frac{a+1}{\lambda})$  تبدیل خواهد شد. پس خط  $y = 2a$  در صورتی با تابع حاصل در ۳ نقطه مشترک است که داشته باشیم  $2a \in (0, \frac{a+1}{\lambda})$ . بنابراین می‌نویسیم:

$$0 < 2a < \frac{a+1}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} 2a > 0 \Rightarrow a > 0 \\ 2a < \frac{a+1}{\lambda} \Rightarrow a < \frac{1}{15} \Rightarrow a \in (0, \frac{1}{15}) \end{cases}$$

توجه کنید که انتقال افقی تابع  $f$  تأثیری در تعداد نقاط مشترک خط  $y = 2a$  و نمودار تابع  $g(x)$  ندارد.

(مسئله ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹- گزینه «۳»

(طاهر دستانی)

طرفین تساوی باید هم‌علامت باشند، پس باید  $\sin \pi x > 0$  باشد، یعنی  $\pi x$  در ربع اول یا دوم قرار می‌گیرد.

حال چون طرفین مثبت هستند، آن‌ها را به توان ۲ می‌رسانیم، داریم:

$$\begin{aligned} \lambda \sin^2 \pi x \cos^2 \pi x = 1 &\Rightarrow 2 \sin^2 2\pi x = 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 2\pi x = \cos 4\pi x = 0 \\ \Rightarrow 4\pi x = k\pi + \frac{\pi}{2} &\Rightarrow x = \frac{2k+1}{\lambda} \end{aligned}$$

اما دقت کنید همه مقادیر  $k \in \mathbb{Z}$  قابل قبول نیستند؛ بلکه آنهایی قابل قبولند که  $\pi x$  در ربع اول و دوم قرار بگیرد، پس به صورت دقیق‌تر می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} x &= \left\{ \frac{2k+1}{\lambda} \mid 0 < \pi x < \pi \right\} = \left\{ \frac{2k+1}{\lambda} \mid -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \right\} \\ &= \left\{ \frac{2k+1}{\lambda} \mid k = 0, 1, 2, 3 \right\} \end{aligned}$$

بنابراین جواب‌های بازه  $[0, 2]$  عبارت‌اند  $\frac{1}{\lambda}, \frac{3}{\lambda}, \frac{5}{\lambda}, \frac{7}{\lambda}$  که مجموع آن‌ها برابر

$$\text{است با } \frac{16}{\lambda} = 2$$

(مسئله ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

هندسه ۳

گزینه ۳» ۱۱

(معیار فالتی)

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۷)

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 4 \times \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \times 4 \Rightarrow A^4 = -64I$$

$$\Rightarrow A^{20} = (A^4)^5 = (-2^6 I)^5 = -2^{30} I$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -2^{30} - 2^{30} = -2^{31}$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

گزینه ۴» ۱۴

(معیار فالتی)

$$2A - 2I = A^2 - 3I$$

$$(A^2 - 3I)^2 = A^4 - 6A^2 + 9I$$

$$= A^4 - 3A^2 + I + (\lambda I - 3A^2)$$

$$= (A^2 - I)^2 - A^2 + (\lambda I - 3A^2)$$

$$= (A^2 - A - 3I)(A^2 + A - I) + (\lambda I - 3A^2)$$

$$= (2A + I - A - I)(2A + I + A - I) + (\lambda I - 3A^2)$$

$$= 3A^2 + \lambda I - 3A^2 = \lambda I$$

$$\Rightarrow |A^2 - 2I|^2 = |\lambda I| = 64 \Rightarrow |A^2 - 2I| = \pm 8$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

گزینه ۱» ۱۲

(بازین سپهر)

طبق تعریف ماتریس A داریم:

$$a_{11} = \frac{1!}{1!1!} = 1, a_{12} = \frac{0!}{1!2!} = \frac{1}{2}$$

$$a_{21} = \frac{3!}{2!1!} = 3, a_{22} = \frac{2!}{2!2!} = \frac{1}{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 = -1$$

$$||A|A| + |2A| = |-A| + |2A| = (-1)^2 |A| + 2^2 |A| = 5|A| = -5$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۵» ۱۵

(امیرحسین ایومنیوب)

در یک ماتریس قطری، درایه‌های خارج قطر اصلی همگی برابر صفر هستند، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} -2 & b & -1 \\ 2 & 1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -2 \\ 1 & a \\ 2b & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2a - b & 1 + ab \\ 2a + 1 - 2ab & -2a - 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + ab = 0 \Rightarrow ab = -1 & (*) \\ 2a + 1 - 2ab = 0 \xrightarrow{(*)} 2a + 1 - 2(-1) = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} b = \frac{2}{3}$$

$$a + b = -\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-9 + 4}{6} = -\frac{5}{6}$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

گزینه ۳» ۱۳

(منوچهر خاصی)

اگر دترمینان را بر حسب سطر اول آن محاسبه کنیم، داریم:

$$(1-x) \times \begin{vmatrix} 1-x & 1 \\ 1 & 1-x \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1-x \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1-x \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (1-x)((1-x)^2 - 1) - (1-x-1) + (1-1+x) = 0$$

$$\Rightarrow (1-x)(1-2x+x^2-1) + x + x = 0$$

$$\Rightarrow (1-x)(x^2 - 2x) + 2x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - x^2 + 2x^2 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x-3) = 0$$

گزینه ۳» ۱۶

(سرژ یقیاژاریان تبریزی)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 2 & 1 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 5 & 2 \\ x & x & x \end{bmatrix} = 0$$

**آزمون‌های هدف‌گذاری**  
اختصاصی دوازدهم ریاضی

(معیار ثالتی)

۱۹- گزینه «۱»

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 5 = 0$$

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های این معادله باشند، آن‌گاه داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -1, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = (-1)^3 - 3(-1)\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= -1 - \frac{15}{2} = -\frac{17}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

اگر صفحه، هیچ یک از دو نیمه سطح مخروطی را قطع نکرده باشد اما با

سطح برخورد داشته باشد، یعنی صفحه از رأس گذشته پس سطح مقطع

مشترک سطح مخروطی و صفحه مفروض یک نقطه است.

اگر صفحه، با یکی از دو نیمه سطح مخروطی برخورد کرده باشد با توجه به

این که بر محور سطح مخروطی عمود است یا خیر، سطح مقطع مشترک

می‌تواند یک بیضی یا دایره باشد.

توجه کنید که سطح مقطع مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در

صورتی می‌تواند هذلولی باشد که هر دو نیمه بالا و پایین سطح مخروطی را

صفحه مفروض قطع کرده باشد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

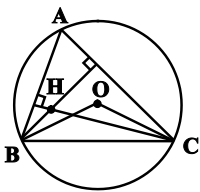
(معیار ثالتی)

۲۰- گزینه «۲»

اگر مرکز دایره محیطی مثلث  $ABC$  را  $O$  و محل هم‌مرسی ارتفاع‌های

مثلث  $ABC$  را  $H$  در نظر بگیریم، مکان هندسی نقطه  $A$  دایره‌ای به

شعاع  $R$  و مرکز  $O$  است، پس داریم:



$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{BHC} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BHC} = 180^\circ - \hat{A}$$

$$\Rightarrow \hat{BOC} = \widehat{BOC} = 2\hat{A}$$

$$\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \hat{BOC} = 120^\circ = \hat{BHC}$$

در نتیجه چهارضلعی  $BHOC$  محاطی است و  $H$  روی دایره‌ای گذرا از

$B$  و  $C$  قرار دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۷- گزینه «۱»

(معیار ثالتی)

$$A^2 + 4A^{-1} = I \Rightarrow A^2 = I - 4A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^3 = A - 4I$$

$$\Rightarrow A^3 - A = -4I \Rightarrow A(A - I)(A + I) = -4I$$

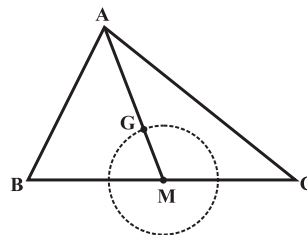
$$\Rightarrow (A^2 + A)(A - I) = -4I \Rightarrow -\frac{1}{4}(A - I)(A^2 + A) = I$$

پس وارون ماتریس  $A^2 + A$ ، ماتریس  $-\frac{1}{4}(A - I)$  است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۸- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)



فرض کنید مثلث  $ABC$  رسم شده و  $G$  نقطه هم‌مرسی میان‌های این مثلث

باشد. می‌دانیم میان‌های یک مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

بنابراین  $GM = \frac{1}{3}AM$  است و با توجه به ثابت بودن طول میانۀ  $AM$ ، طول

پاره خط  $GM$  نیز ثابت است. از طرفی با توجه به ثابت بودن ضلع  $BC$ ، نقطه

$M$  وسط ضلع  $BC$  نیز ثابت است. بنابراین مکان هندسی نقطه هم‌مرسی

میان‌های مثلث  $ABC$ ، روی دایره‌ای به مرکز  $M$  و به شعاع  $\frac{1}{3}AM$  قرار

دارد. (به جز نقاط برخورد این دایره با ضلع  $BC$  یا امتداد آن).

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)



ریاضیات گسسته

گزینه «۳» - ۲۱

(امیرحسین ابومصوب)

$$2^{492} \times 2^8 \equiv 1 \times 9 \Rightarrow 2^{500} \equiv 9 \quad (1), (2)$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

عکس قضیه شرطی گزینه «۳» خود یک قضیه شرطی است، زیرا داریم:

$$|x^2 - 1| + |x - 1| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

جواب مشترک دو معادله  $x = 1$  است. پس معادله تنها به ازای این مقدار  $x$  برقرار است.

مثال‌های نقض سایر گزینه‌ها عبارت‌اند از:

گزینه «۱»: اگر  $x = -3$  باشد، آنگاه  $(-3)^2 > 4$  ولی  $-3 \leq 2$ .

گزینه «۲»: اگر  $x = -3$  باشد، آنگاه  $(-3)^2 \geq 4$  ولی  $(-3)^3 < 8$ .

گزینه «۴»: اگر  $x = -2$  باشد،  $(-2)^2 - 4 = 0$  ولی  $-2 \neq 2$ .

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲، ۳ و ۸)

گزینه «۱» - ۲۲

(معبود خالقی)

$$3^5 \equiv 243 \equiv 2 \times 121 + 1 \equiv 1$$

$$\Rightarrow 3^{101} \equiv (3^5)^{20} \times 3 \equiv 3$$

$$\Rightarrow 3^{101} + 17a + 10 \equiv 3 + 6a - 1 \equiv 6a + 2 \equiv 3a + 1$$

$$11 | 3a + 1 \Rightarrow 11 | 3a + 12 \xrightarrow{(3, 11)=1} 11 | a + 4$$

$$\Rightarrow a = 11k + 7$$

بیشترین مقدار دو رقمی  $a$  برابر  $11 \times 8 + 7 = 95$  خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

گزینه «۲» - ۲۳

(علی ایمانی)

$$2^4 \equiv 16 \equiv 3 \xrightarrow{\text{بتوان ۲}} 2^{12} \equiv 27 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان ۴۱}} 2^{492} \equiv 1 \quad (1)$$

$$2^4 \equiv 3 \xrightarrow{\text{بتوان ۲}} 2^8 \equiv 9 \quad (2)$$

(معبود خالقی)

گزینه «۳» - ۲۴

ابتدا فاصله بین ۱ اسفند و ۱۷ شهریور را حساب می‌کنیم:

$$\frac{14}{1} + \frac{5 \times 30}{1} + \frac{1}{1} \equiv 165 \equiv 4$$

اسفند مهر تا بهمن شهریور

پس روز ۱ اسفند جمعه خواهد بود، پس اولین چهارشنبه این ماه ۶ ام خواهد

بود در نتیجه آخرین چهارشنبه این ماه روز ۲۷ ام خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

(معبود خالقی)

گزینه «۱» - ۲۵

تعداد اسکناس‌های ۴۰۰۰ و ۱۱۰۰۰ را به ترتیب  $X$  و  $Y$  نمایش

می‌دهیم:

$$(4000)x + (11000)y = 223000$$

$$\Rightarrow 4x + 11y = 223 \Rightarrow 11 | 4x - 223 \Rightarrow 11 | 4x - 3$$

$$\Rightarrow 11 | 4x + 8 \xrightarrow{(4, 11)=1} 11 | x + 2 \Rightarrow x = 11r + 9$$

$$0 \leq 4x \leq 223 \Rightarrow 0 \leq x \leq 50 \Rightarrow 0 \leq 11r + 9 \leq 50$$

$$\Rightarrow 0 \leq r \leq 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(معبود خالقی)

گزینه «۲» - ۲۶

شرط وجود جواب برای معادله سیاله  $kx + 54y = 36$  آن است که

$$36 | (k, 54). \text{ حال توجه کنید که } 54 = 3^3 \times 2 \text{ و } 36 = 3^2 \times 2^2.$$

پس اگر معادله عاد کردنی  $36 | (k, 54)$  جواب نداشته باشد داریم که

$$3^3 \times d = (k, 54) \text{ که } d \text{ یک عدد طبیعی است. پس } k | 27 \text{ حال}$$

$$k = 27r \quad (r \in \mathbb{Z})$$

داریم:

(بوار غاتمی)

گزینه «۳» - ۲۹

$$\Rightarrow 100 \leq 27r \leq 999 \Rightarrow 4 \leq r \leq 37$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 + 2|3a + 2 \xrightarrow{-xa} a^2 + 2|3a^2 + 2a \\ a^2 + 2|a^2 + 2 \xrightarrow{-x^3} a^2 + 2|3a^2 + 6 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a^2 + 2|2a - 6$$

در نتیجه به ازای مقدار  $k$  معادله سیاله

$$kx + 54y = 36 \text{ فاقد جواب خواهد بود.}$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 + 2|2a - 6 \xrightarrow{-x^2} a^2 + 2|6a - 18 \\ a^2 + 2|3a + 2 \xrightarrow{-x^2} a^2 + 2|6a + 4 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a^2 + 2|22$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

$$a^2 + 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = -1 \text{ جواب ندارد.} \\ a^2 = -3 \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

(معمدمعری ابوتراپی)

گزینه «۴» - ۲۷

با استفاده از بسط دو جمله‌ای خیام، می‌دانیم به ازای دو عدد صحیح  $a$  و  $b$

$$a^2 + 2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \\ a^2 = -4 \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

و عدد طبیعی  $n$ ، رابطه  $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{n}$  برقرار است. بنابراین با

$$a^2 + 2 = \pm 11 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \\ a^2 = -13 \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

فرض  $a = 5$ ،  $b = 7$  و  $n = 10$  داریم:

$$(5+7)^{10} \equiv 5^{10} + 7^{10} \pmod{10} \Rightarrow 12^{10} \equiv 5^{10} + 7^{10} \pmod{10} \Rightarrow 12^{10} - 7^{10} \equiv 5^{10} \pmod{10}$$

بنابراین کافی است باقی‌مانده تقسیم عدد  $5^{10}$  را بر ۳۵ به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} 5^2 = 25 \equiv -10 \\ 5^3 = 125 \equiv -15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5^2 \times 5^3 \equiv (-10) \times (-15) \Rightarrow 5^5 \equiv 150 \equiv 15 \pmod{35}$$

$$\xrightarrow{\text{بیتوان ۲}} 5^{10} \equiv 100 \equiv -5 \pmod{35}$$

در بین گزینه‌ها، تنها عدد ۶۵ به پیمانه ۳۵ با  $(-5)$  هم‌نهشت است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۹)

(معبده غالتی)

گزینه «۱» - ۳۰

$$132 = 3 \times 4 \times 11$$

$$4 | \overline{305ab4} \Rightarrow 4 | \overline{b4} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \\ b = 8 \end{cases} (**)$$

$$3 | \overline{305ab4} \Rightarrow 3 | 3 + 0 + 5 + a + b + 4 \Rightarrow 3 | a + b \quad (**)$$

$$11 | \overline{305ab4} \Rightarrow 11 | a + 4 + 0 - (b + 5 + 3) \Rightarrow 11 | a - b - 4$$

$$\Rightarrow a \equiv b + 4 \pmod{11} \Rightarrow a = b + 4$$

$$\xrightarrow{(*)} 3 | 2b + 4 \xrightarrow{(2, 3)=1} 3 | b + 2$$

در نتیجه طبق رابطه  $(**)$   $b$  فقط مقدار ۴ را می‌تواند داشته باشد در نتیجه

$a$  نیز برابر ۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$7x + 11y = 23 \Rightarrow 11y \equiv 23 - 7x \Rightarrow 11y - 7y \equiv 23 - 7x - 7y$$

$$\Rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{(4, 11)=1} \Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y = 4 + 11k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7x + 11(4 + 11k) = 23 \Rightarrow 7x = -77k - 21 \Rightarrow x = -11k - 3$$

$$x + y = (-11k - 3) + (4 + 11k) = -4k + 1$$

اگر  $k = -3$  باشد، آنگاه  $x + y = 13$  است ولی به ازای هیچ مقداری از

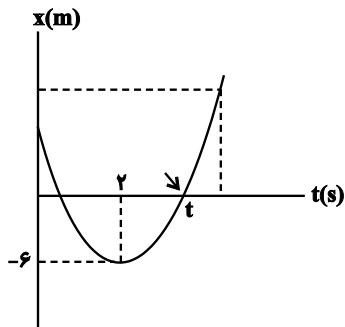
$k$ ، حاصل  $x + y$  برابر اعداد سایر گزینه‌ها نخواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

فیزیک ۳

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_6}{2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{0 + v_6}{2} \Rightarrow 4 = \frac{v_6}{2} \Rightarrow v_6 = 8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_6 - v_2}{t_6 - t_2} = \frac{8 - 0}{(6 - 2)} = 2 \frac{m}{s^2}$$



در بازه ۲ تا ۶ t  
مستقل از زمان  
 $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$  (نقطه مورد نظر سوال)

$$v_2^2 - 0 = 2 \times 2 \times 6 \Rightarrow v = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(امین امرایی)

گزینه «۲» ۳۴

برای حل سوال کافی است مکان قطره اول، دوم و سوم را در زمان  $t = 3s$  به دست آوریم. برای تمام قطرات معادله سقوط آزاد به صورت زیر است:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

سرعت اولیه قطرات صفر است و مکان اولیه همان دهانه شیر است. پس

داریم:

$$y = \frac{1}{2}(-10)t^2 \Rightarrow y = -5t^2$$

مکان قطره اول در  $t = 3s$ : اولین قطره در  $t = 0$  چکیده شده است لذا ۳

ثانیه سقوط آزاد داشته، پس داریم:

$$y_1 = -5t^2 \Rightarrow y = -5(3)^2 \Rightarrow y = -45m$$

مکان قطره سوم در  $t = 3s$ : دومین قطره در  $t = 1s$  چکیده شده است

لذا ۲s سقوط آزاد داشته، پس داریم:

$$y_3 = -5t^2 \Rightarrow y = -5(2)^2 \Rightarrow y = -20m$$

(بهنام رستمی)

گزینه «۳» ۳۱

چون نمودار مکان-زمان حرکت دو متحرک به صورت خط راست است، بنابراین دو متحرک با سرعت ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند. معادله حرکت هر متحرک را می‌یابیم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{30 - (-10)}{10 - 0} = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = 4t - 10$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{20 - 5}{10 - 0} = 1.5 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 1.5t + 5$$

در لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر با  $\Delta m$  می‌شود، داریم:

$$|x_A - x_B| = 5 \Rightarrow |(4t - 10) - (1.5t + 5)| = 5$$

$$\Rightarrow |2.5t - 15| = 5 \Rightarrow \begin{cases} 2.5t - 15 = -5 \Rightarrow t = 4s \\ 2.5t - 15 = 5 \Rightarrow t = 8s \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مسین مقروبی)

گزینه «۱» ۳۲

با استفاده از معادله سرعت متوسط-جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{\text{جابه‌جایی ۵ ثانیه ۴م}}{\Delta x_{(20s \text{ تا } 15s)}} = \frac{5 \frac{v_{20} + v_{15}}{2}}{\Delta x_{(15s \text{ تا } 10s)}} = \frac{5 \frac{v_{15} + v_{10}}{2}}{5}$$

$$= \frac{v_{20} + v_{15}}{v_{15} + v_{10}} = \frac{(20a + v_0) + (15a + v_0)}{(15a + v_0) + (10a + v_0)}$$

$$\frac{v_0 = 0 \quad 35a}{25a} = \frac{7}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(آرمین راشفی)

گزینه «۲» ۳۳

از نمودار پیداست که نوع حرکت شتابدار با شتاب مثبت می‌باشد، با داشتن اطلاعات در نقاط  $t = 2s$  و  $t = 6s$  داریم:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = \frac{10 - (-6)}{6 - 2} = 4 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} N = mg \\ f_k = \mu_k N = \mu_k mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Sigma F = ma \\ -f_k = ma \end{cases} \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\frac{0.2 \times 10}{1} = -2 \frac{m}{s^2}$$

چون جسم در نهایت متوقف می‌شود:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_f \Rightarrow 0 - (10)^2 = 2 \times (-2) \Delta x_f$$

$$\Rightarrow \Delta x_f = 16t^2$$

$$\frac{\Delta x_f}{\Delta x_1} = \frac{16t^2}{4t^2} = 4$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

مکان قطره سوم در  $t = 3s$  : سومین قطره در  $t = 2s$  چکیده شده است

لذا ۱s سقوط آزاد داشته، پس داریم:

$$y_3 = -\Delta t^2 \Rightarrow y = -\Delta(1)^2 \Rightarrow y = -\Delta$$

فاصله قطره اول و دوم:

$$\Delta y_a = y_2 - y_1 = -20 - (-45) = +25m$$

فاصله قطره دوم و سوم:

$$\Delta y_b = y_3 - y_2 = -\Delta - (-20) \Rightarrow \Delta y = +15m$$

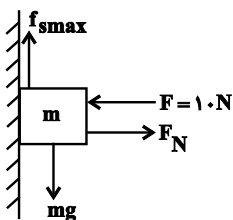
$$\frac{\Delta y_a}{\Delta y_b} = \frac{\Delta y_a}{\Delta y_b} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(اثبات راستی)

۳۶- گزینه «۱»

نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول رسم می‌کنیم. چون جسم در آستانه حرکت به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به سمت بالا به آن وارد می‌شود:



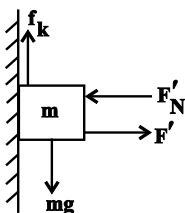
$$F_{netx} = 0 \Rightarrow F_N = F = 10N$$

$$F_{nety} = 0 \Rightarrow mg = f_{smax} = F_N \mu_s$$

$$\frac{F_N = 10N, \mu_s = 0.8}{g = 10 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow 10m = 10(0.8) \Rightarrow m = 0.8kg$$

در حالت دوم داریم:

$$\downarrow a = \Delta \frac{m}{s^2}$$

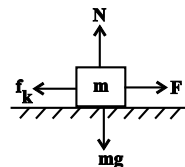


$$F_{netx} = 0 \Rightarrow F'_N = F'$$

(شادمان ویسی)

۳۵- گزینه «۳»

در مرحله اول جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و حرکت تندشونده است:



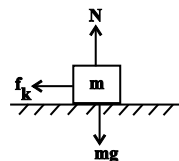
$$\begin{cases} \Sigma F = ma \\ f - f_k = ma \end{cases} \Rightarrow 20 - 4 = 2a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

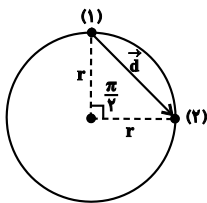
$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \\ \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 8t^2 = 4t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = mg \\ f_k = \mu_k N \end{cases} \Rightarrow f_k = \mu_k mg = 0.2 \times 2 \times 10 = 4N$$

$$v = at + v_0 = 8t$$

می‌دانیم سرعت نهایی مرحله اول با سرعت اولیه مرحله دوم برابر است. وقتی این نیرو حذف می‌شود به دلیل قانون اول نیوتن جسم تمایل دارد سرعت خود را ادامه دهد و تنها نیرو در مقابل حرکت اصطکاک است.





$$d = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} \Rightarrow d = r\sqrt{2} \xrightarrow{r=\Delta m} d = \Delta\sqrt{2}m$$

در آخر اندازهٔ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = \frac{\pi \Delta s}{v}} v_{av} = \frac{\Delta\sqrt{2}}{\frac{\pi \Delta s}{v}} = \frac{\Delta\sqrt{2}}{\pi} \frac{v}{\Delta s} = 20\sqrt{2} \frac{ms}{\Delta s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(پوریا علاقه‌مند)

۳۹- گزینهٔ «۱»

$$m = 10 \cdot kg$$

$$v = 20 \frac{m}{s}$$

$$r = \frac{\Delta s}{\pi} = 25m$$

$$F = f_s = \frac{mv^2}{r} = \frac{100 \times 20^2}{25} = 1600N$$

$$N = mg = 100 \times 10 = 1000N$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + N^2} = \sqrt{(1600)^2 + (1000)^2} = \sqrt{356 \times 10^4} = 100\sqrt{356}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

(عبدالرضا امینی نسب)

۴۰- گزینهٔ «۲»

می‌دانیم وزن هر جسم با شتاب گرانش هر سیاره متناسب است. از طرفی شتاب گرانش در ارتفاع  $h$  از سطح زمین از رابطهٔ

$$g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

به دست می‌آید. داریم:

$$W_2 = W_1 - \frac{19}{100} W_1 = \frac{81}{100} W_1$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 9R_e + 9h = 10R_e \Rightarrow h = \frac{1}{9} R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

$$F_{nety} = ma \xrightarrow{m = \frac{m}{kg}, a = \frac{\Delta v}{s}} F_{nety} = 4N = mg - f_k = mg - f'_N \left(\frac{0}{\Delta}\right)$$

$$\Rightarrow 4 = 10 \left(\frac{0}{\Delta}\right) - F' \left(\frac{0}{\Delta}\right) \Rightarrow F' = 8N$$

بنابراین  $F$  باید  $2N$  کم شود تا به  $8N$  برسد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۳۷- گزینهٔ «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

تکانه برابر است با حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن جسم. از طرفی انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$k = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\left. \begin{aligned} P &= m \cdot v \\ k &= \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = \frac{1}{2m} \times m^2 v^2 = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow k = \frac{P^2}{2m}$$

نسبت انرژی جنبشی دو جسم  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{\frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{2}, \frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{2} \frac{P_B}{P_A}} \frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{1}{4} \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{m_B}{4m_A} = 16$$

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{1}{4} \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{m_B}{4m_A} = 16$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

(مصطفی کیانی)

۳۸- گزینهٔ «۲»

ابتدا دورهٔ حرکت متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow{v = 30 \frac{m}{s}, r = 5m, \pi = 3} 30 = \frac{2 \times 3 \times 5}{T} \Rightarrow T = 1s$$

اکنون زاویهٔ طی شده توسط متحرک را در مدت  $25s$  می‌یابیم. با توجه

به این که در هر دورهٔ حرکت زاویهٔ طی شده برابر  $2\pi rad$  است، داریم:

$$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{t}{T} \xrightarrow{T=1s, t=25s} \frac{\theta}{2\pi} = \frac{25}{1} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} rad$$

در این قسمت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم. با توجه به شکل، جابه‌جایی

متحرک در مدت  $25s$  برابر  $\vec{d}$  است که اندازهٔ آن برابر است با:



گزینه «۳» -۴۱

کامران بعفری)

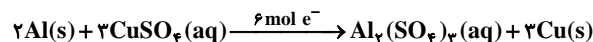
مورد پنجم: آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا جسم وجود دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳ و ۵)

فرض می‌کنیم در دو واکنش ۶ مول الکترون مبادله شده است.

واکنش‌های انجام شده در دو شکل عبارتند از:

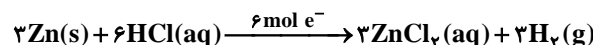
(۱)

در این واکنش Al به  $\text{Al}^{3+}$  اکسید شده و ۳ مول الکترون از دست داده و

۲ مول آلومینیوم مصرف شده بنابراین ۶ مول الکترون مبادله شده است. کافی

است واکنش «۲» را هم طوری بنویسیم که در آن ۶ الکترون مبادله شده باشد.

(۲)



بنابراین در دومی ۳ مول Zn و در اولی ۲ مول Al مصرف شده است:

$$\frac{\text{Zn}}{\text{Al}} = \frac{3 \times 65}{2 \times 27} = 3/6$$

(شیمی ۳- صفحه ۴۱)

گزینه «۲» -۴۲

(عین‌اله ابوالفتی)

$$\text{pH} = 10 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-10} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-4}$$

$$\Rightarrow [\text{Fe}^{2+}] = \frac{1}{4}[\text{OH}^-] \Rightarrow [\text{Fe}^{2+}] = \frac{1}{4} \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-5}$$

$$K = [\text{Fe}^{2+}] \times [\text{OH}^-]^2 = 2.5 \times 10^{-5} \times (10^{-4})^2$$

$$= 2.5 \times 10^{-13} \text{ mol}^3 \cdot \text{L}^{-3}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸)

گزینه «۴» -۴۳

(سیدرمیم هاشمی‌هگدری)

موارد اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی سایر موارد:

مورد چهارم: هر دو ماده ناطقی بنزین و وازلین به کمک سر ناطقی صابون از

محل آلوده جدا و به کمک سر قطبی صابون در آب وارد و شسته می‌شوند.

گزینه «۱» -۴۶

(سپار نوشاری)

$$\text{HNO}_3 \text{ مول اولیه} = 750 \text{ mL HNO}_3 \times \frac{0.4 \text{ mol HNO}_3}{1000 \text{ mL HNO}_3}$$

$$= 0.3 \text{ mol HNO}_3$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

گزینه «۴» -۴۵

(سیرفسن هاشمی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) فرمول این ترکیب  $\text{R-C}_6\text{H}_4\text{-SO}_3^-\text{Na}^+$  است با جرم مولی

$$\text{R} + 179 = \text{R} + 76 + 80 + 23$$

$$\text{R} + 44 + 23 = \text{R} + 67$$

که اولی ۱۱۲ گرم بر مول بیشتر است نه کمتر.

(۲) در این نوع پاک‌کننده در بخش آنیونی آن عناصر اکسیژن و گوگرد وجود

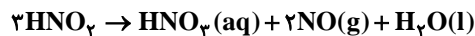
دارند که هر دو از گروه ۱۶ می‌باشند.

(۳) برای اتصال به چربی و قدرت پاک‌کنندگی باید تعداد کربن‌های بخش

آلکیل زیاد باشد و ۳ تا کافی نیست. (مثلاً حدود ۱۲ تا ۱۴ تا و بیشتر)

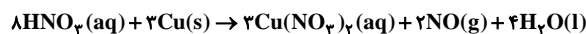
(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

در اثر انجام واکنش بالا به صورت کامل مقدار مول‌های فراورده برابر است با:



|           |   |     |     |     |
|-----------|---|-----|-----|-----|
| مول اولیه | ۰ | ۰   | ۰   | ۰/۳ |
| مول نهایی | ۰ | ۰/۱ | ۰/۲ | ۰/۱ |

و در اثر واکنش دوم به صورت کامل مقدار مول نهایی فراورده‌ها برابر است با:



|           |   |       |      |     |
|-----------|---|-------|------|-----|
| مول اولیه | ۰ | ۰     | ۰    | ۰/۱ |
| مول نهایی | ۰ | ۰/۰۲۵ | ۰/۰۵ | ۰   |

$\times 18$  (مجموع مول‌های آب تولید شده در دو واکنش) = گرم نهایی  $\text{H}_2\text{O}$

$$= (0/1 + 0/05) \times 18 = 2/7 \text{ g H}_2\text{O}$$

حجم گاز  $\text{NO}$  تولیدی

$$= 22/4 \times (\text{مجموع مول‌های گاز NO تولید شده در دو واکنش})$$

$$= (0/2 + 0/025) \times 22/4 = 5/04 \text{ L NO}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲» - ۴۷

(رضا مرادی)

$$0/0448 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}} = 0/002 \text{ mol}$$

$$[\text{HCl}] = \frac{0/002}{2} = 0/001 \text{ L} \Rightarrow [\text{H}^+] = 0/001 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{H}^+] = 0/001 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad \text{پس در محلول کربوکسیلیک اسید نیز:}$$

$$\frac{2}{100} = \frac{0/001}{[\text{HA}]} \Rightarrow [\text{HA}] = 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$0/05 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\text{mol HA}}{0/5} \Rightarrow \text{mol HA} = 0/025 \text{ mol}$$

|       |      |
|-------|------|
| mol   | g    |
| 0/025 | 1/85 |
| 1     | ?    |

$$\Rightarrow 74$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸ و ۳۰ تا ۳۲)

۴۸ - گزینه «۳»

(هاری قاسمی اسکندر)

فلزی با  $E^\circ$  کمتر (کاهنده‌تر) با کاتیون فلزی با  $E^\circ$  بیشتر واکنش می‌دهد.

همچنین هالوژن بالاتر (واکنش پذیرتر)، می‌تواند هالوژن پایین‌تر از خود را از

ترکیبش آزاد کند. در گروه هالوژن‌ها، کلر بالاتر از ید بوده و می‌تواند آن را

از ترکیبش آزاد کند.

(شیمی ۳ - صفحه ۳۳)

۴۹ - گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ سلول گالوانی، دستگاهی است که براساس قدرت کاهندگی

فلزها انرژی الکتریکی تولید می‌کند.

(ب) نادرست؛ به عنوان مثال در سلول گالوانی هیدروژن-مس، جرم تیغه  $\text{Pt}$

ثابت می‌ماند.

(پ) نادرست؛ رتبه‌بندی فلزها به ترتیب کاهش  $E^\circ$  آن‌ها در یک جدول

سری الکتروشیمیایی نامیده می‌شود.

(ت) نادرست؛ فلزهای بالای هیدروژن (دارای  $E^\circ$  مثبت) با اسیدها گاز

هیدروژن تولید نمی‌کنند. (تنها فلزهای نجیب با اسیدها واکنش نمی‌دهند).

(ث) درست؛ زیرا در سری الکتروشیمیایی  $\text{Mn}$  پایین‌تر از  $\text{Zn}$  و بالاتر از

$\text{Al}$  قرار دارد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۵۰ - گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

عبارات (الف)، (ب) و (پ) صحیح هستند.

بررسی عبارات نادرست:

(ت) هدف رسیدن به پایداری است چون در همهٔ موارد اتم‌ها به آرایش

هشت‌تایی نمی‌رسند مثل تبدیل  $\text{Fe}$  به  $\text{Fe}^{2+}$ .

(ث) کسب اطمینان از کیفیت تولید فراورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی در

گرو دستیابی به دانش الکتروشیمی می‌باشد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>