

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**info**

<https://konkur.info>

|                     |                     |                     |                     |         |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------|
| بازه ترازوی<br>۷۰۰۰ | بازه ترازوی<br>۶۲۵۰ | بازه ترازوی<br>۵۵۰۰ | بازه ترازوی<br>۴۷۵۰ | نام درس |
| ۷                   | ۵                   | ۳                   | ۲                   | ریاضیات |

# دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



## آزمون ۱۷ آذر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی  | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی |
|------|---------------|------------|----------|----------|--------------|
| ۱    | حسابان ۲      | ۲۰         | ۱        | ۲۰       | ۳۰ دقیقه     |
| ۲    | هندسه ۳       | ۱۰         | ۲۱       | ۳۰       | ۱۵ دقیقه     |
| ۳    | ریاضیات گسسته | ۱۰         | ۳۱       | ۴۰       | ۱۵ دقیقه     |
| ۴    | آمار و احتمال | ۱۰         | ۴۱       | ۵۰       | ۱۵ دقیقه     |
|      | آمار و احتمال |            | ۵۱       | ۶۰       |              |

### هدف گذاری چند از ۱۰

در کانون، هدف گذاری براساس سیستم دهمی (چند از ۱۰) انجام می شود. شما ۳ ابزار برای هدف گذاری چند از ۱۰ دارید:  
 ۱- جدول کلی چند از ۱۰ در بازه های ترازوی مختلف (بالای همین صفحه) ۲- کارنامه هدف گذاری (در صفحه شخصی خودتان)  
 ۳- ستون مقایسه با هم ترازها (در کارنامه اصلی کانون)  
 شما می توانید با این ۳ ابزار هدف گذاری، خودتان را در آزمون امروز در جدول بالای هر درس در دفترچه سؤال بنویسید.



# آزمون «۱۷ آذر ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس       | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ‌گویی |
|---------------|------------|------------|----------------|
| حسابان ۲      | ۲۰         | ۱-۲۰       | ۳۰'            |
| هندسه ۳       | ۱۰         | ۲۱-۳۰      | ۱۵'            |
| ریاضیات گسسته | ۱۰         | ۳۱-۴۰      | ۱۵'            |
| زوج کتاب      | ۱۰         | ۴۱-۵۰      | ۱۵'            |
|               |            | ۵۱-۶۰      |                |
| جمع کل        | ۵۰         | ۱-۶۰       | ۷۵'            |

### پدیدآورندگان

| نام درس                       | نام طراحان  | اختصاصی |
|-------------------------------|---|---------|
| حسابان ۲                      | امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-فرشاد صدیقی‌فر-کامیار علییون<br>علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام |         |
| هندسه                         | امیر حسین ابومحبوب-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی-مهرداد ملوندی  |         |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب-رضا توکلی-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-مریم مرسلی-مهرداد ملوندی  |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                    | حسابان ۲   | هندسه                          | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته     |
|----------------------------|--|--------------------------------|-----------------------------------|
| گزینشگر                    | علیرضا نداف‌زاده                                   | امیر حسین ابومحبوب             | امیر حسین ابومحبوب<br>سوگند روشنی |
| گروه ویراستاری             | مهدی ملارمضانی<br>سعید خان‌بابایی<br>محمد رضا راسخ | مهرداد ملوندی                  | مهرداد ملوندی                     |
| ویراستاری<br>رتبه‌های برتر | پارسا نوروزی‌منش<br>سهیل تقی‌زاده                  | پارسا نوروزی‌منش<br>مهید خالئی | پارسا نوروزی‌منش<br>مهید خالئی    |
| مسئول درس                  | عادل حسینی   | امیر حسین ابومحبوب             | امیر حسین ابومحبوب                |
| مستند سازی                 | سمیه اسکندری                                       | سرژ یقیازاریان تبریزی          | سرژ یقیازاریان تبریزی             |

### گروه فنی و تولید

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی         |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی‌زاده         |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری |
| حروف‌نگار      | فرزانه فتح‌اله‌زاده   |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی           |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۵۸ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

۱- اگر چندجمله‌ای  $p(x+2)$  بر  $x-3$  بخش پذیر باشد، چندجمله‌ای  $p(1-2x)$  بر کدام چندجمله‌ای بخش پذیر است؟

(۱)  $x+1$

(۲)  $3-2x$

(۴)  $x+2$

(۳)  $5-2x$

۲- نمودار تابع  $y = \sqrt[3]{3x+1}$  را در راستای محور  $y$  ها انتقال می‌دهیم، به طوری که تابع جدید وارون خود را در نقطه‌ای با عرض  $-3$  قطع می‌کند. تابع جدید را سه واحد به سمت راست انتقال داده و سپس نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌کنیم. مقدار تابع نهایی

به ازای  $x = -\frac{7}{3}$  کدام است؟

(۱) صفر

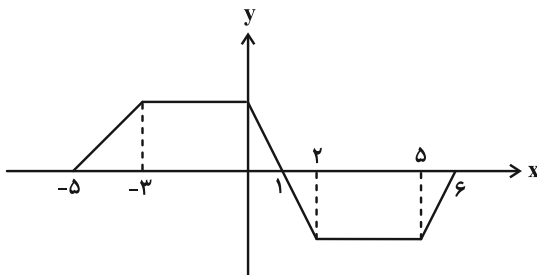
(۲)  $-2$

(۳)  $-1$

(۴)  $-\sqrt[3]{2}-1$

۳- شکل زیر نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب طول بزرگ‌ترین بازه‌هایی باشند که تابع در آن‌ها صعودی و نزولی

است، حاصل  $|a-b|$  برابر با کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴- روی کدام بازه وضعیت یکنوایی  $f \circ f$  مخالف یکدیگر است؟  $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$  و تابع  $f \circ f$  مخالف یکدیگر است؟

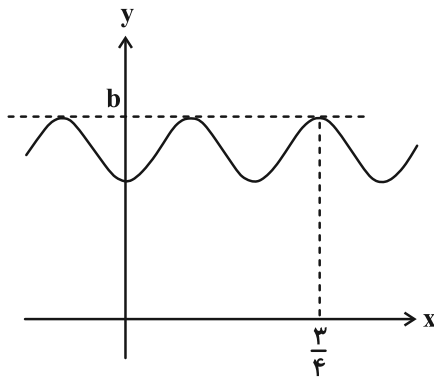
(۲)  $(1, +\infty)$

(۱)  $(-\infty, 0)$

(۴)  $\mathbb{R}$

(۳)  $(0, 1)$

۵- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 2 - \cos^2 ax - \sin^4 ax$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $f(\frac{b}{3})$  کدام است؟



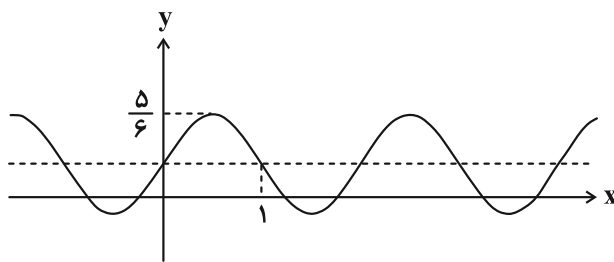
(۱)  $\frac{5}{4}$

(۲)  $\frac{19}{16}$

(۳)  $\frac{17}{16}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

۶- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{3} + 2a \sin 4b\pi x$  در شکل زیر رسم شده است. با فرض مثبت بودن  $a$  و  $b$ ، خط  $y = a + bx$  نمودار تابع  $f$  را در چند نقطه قطع می‌کند؟



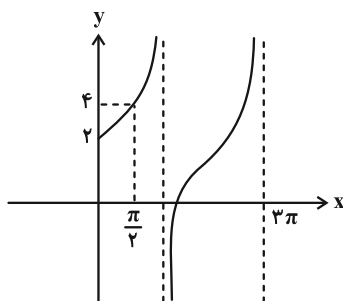
(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۷- بخشی از نمودار تابع  $y = a \tan bx + c$  به صورت زیر است. حاصل  $a + b + c$  کدام می‌تواند باشد؟



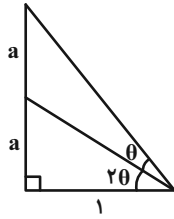
(۱) ۳

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳) ۴

(۴)  $\frac{4}{5}$

۸- با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل زیر، مقدار  $a$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{17+1}}{8}$

(۲)  $\frac{\sqrt{17-1}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{17-1}}{8}$

(۴)  $\frac{\sqrt{17+1}}{2}$

۹- معادله  $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x + 2} = \frac{2}{\sin 2x - 3} + 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

(۱) ۲

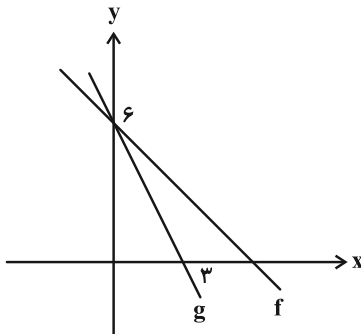
(۳) ۴

۱۰- مجموع جواب‌های معادله  $\tan 2x + 1 - (\tan 2x - 1) \tan x = \frac{1}{\sqrt{2} \cos x \cos 2x}$  در بازه  $(0, \pi)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{9\pi}{4}$

(۳)  $\frac{7\pi}{4}$

۱۱- با توجه به نمودار زیر، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} [(g \circ f)(x)]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)



(۱) -۵

(۲) -۶

(۳) -۷

(۴) -۸

۱۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3} - 1}{\sqrt{x} - \sqrt{x}}$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴)  $\frac{3}{2}$

۱۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x+1} - x - 1}{x^2}$  کدام است؟

(۱)  $-\infty$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $+\infty$

۱۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + \cos 2x - \sin x}{\cos^2 x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $-\frac{3}{2}$

(۳)  $-\frac{5}{2}$

(۴)  $\frac{5}{2}$

۱۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - x - 2 & ; x < 1 \\ 2x - [3x] & ; x \geq 1 \\ a + bx & ; x \geq 1 \end{cases}$  در  $x=1$  پیوسته است. مقدار  $f(b)$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲

(۲)  $\frac{13}{4}$

(۳)  $-\frac{3}{4}$

(۴) ۳

۱۶- تابع  $f(x) = a[2x] - [x]$  در بازه  $(0, \frac{3}{4})$  فقط یک نقطه ناپیوستگی دارد. مقدار  $a$  کدام می تواند باشد؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۱۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - m[3x]}{x^2 - (m+1)x + m} = -\infty$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

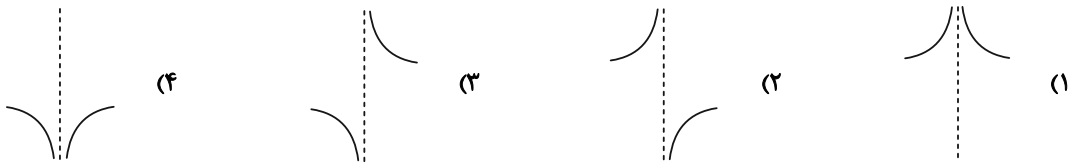
(۱)  $(\frac{1}{3}, 1)$

(۲)  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

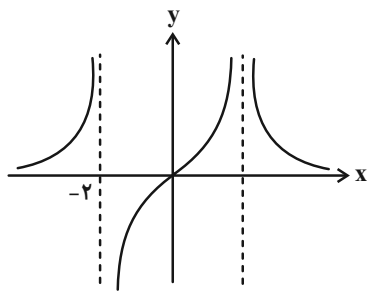
(۳)  $(0, \frac{1}{3})$

(۴)  $(-\infty, 1)$

۱۸- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\tan(\frac{\pi}{4} - x)}{\sin x + \cos x}$  در همسایگی  $x = \frac{3\pi}{4}$  کدام است؟



۱۹- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x}{x^3 + ax^2 + bx + c}$  در شکل زیر رسم شده است. اگر  $f(2) = \frac{1}{2}$  باشد،  $f(-1)$  کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $-\frac{1}{8}$

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $-\frac{1}{16}$

(۴)  $-1$

۲۰- به ازای چند مقدار صحیح  $a$ ، نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - ax + 4}$  مجانب قائم ندارد؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۹ تا ۳۹

۲۱- برای دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$ ، روابط  $y = 2x - 4$  و  $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2x \end{bmatrix}$  برقرار است. مقدار  $xy$  کدام است؟

(۱)  $-2/25$

(۲)  $-2/5$

۲۲- اگر  $A$  ماتریسی مربعی و وارون پذیر از مرتبه ۳ باشد به طوری که  $|\frac{1}{3}A|^{-1} = -4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱)  $-2$

(۲)  $\frac{1}{8}$

(۳)  $-\frac{1}{2}$

(۴)  $8$

۲۳- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی از مرتبه ۳ باشند. اگر  $AB + BA = \bar{O}$  باشد، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

(الف)  $|A| = 0$  یا  $|B| = 0$

(ب)  $A^2B + BA^2 = \bar{O}$

(پ)  $|A+B|^2 = |A^2+B^2|$

(۱) هیچ

(۲) ۳

(۳) ۱

۲۴- برای ماتریس مربعی  $A$ ، رابطه  $A^3 = -A$  برقرار است. ماتریس  $A^{100}$  برابر کدام است؟

(۱)  $A$

(۲)  $A^2$

(۳)  $-A$

(۴)  $-A^2$

۲۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ c & 5 & a \\ 1 & b & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} c & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & -1 & b \end{bmatrix}$  و  $AB$  ماتریسی اسکالر باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $AB$  کدام است؟

(۱) ۶

(۲)  $-6$

(۳) ۹

(۴)  $-9$

۲۶- اگر  $m$  و  $n$  دو عدد حقیقی باشند به طوری که دستگاه معادلات 
$$\begin{cases} mx + 2y = -2n - 1 \\ 3x + (m + 5)y = n + 4 \end{cases}$$
 بی‌شمار جواب داشته باشد، چند زوج

مرتب  $(m, n)$  وجود دارد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ 2 & -4 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$  و ماتریس  $X$  در رابطه ماتریسی  $BX = A - B$  صدق کند، مجموع درایه‌های ماتریس

$X$  کدام است؟

- (۱) -۵  
(۲) -۴  
(۳) -۳  
(۴) -۲

۲۸- اگر برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ، رابطه  $(A^{-1})^2 = mA^{-1} + nI$  برقرار باشد، حاصل  $11m - 22n$  کدام است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۸  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۵

۲۹- دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در صفحه متقاطع‌اند و زاویه بین آن‌ها  $45^\circ$  است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از هر دو خط به فاصله

یکسان ۵ باشد؟

- (۱) هیچ  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۴

۳۰- در مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  به طول ۴ واحد، ثابت است. اگر طول میانه  $BM$  در این مثلث برابر ۳ واحد باشد، مکان هندسی رأس

$A$  کدام است؟

- (۱) دایره‌ای به شعاع ۴  
(۲) دایره‌ای به شعاع ۶  
(۳) خطی موازی با  $BC$   
(۴) خطی عمود بر  $BC$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۰

۳۱- اگر  $a, b$  و  $c$  سه عدد صحیح باشند به طوری که  $a|b$  و  $b|c$ ، آن‌گاه کدام یک از روابط زیر لزوماً درست نیست؟

$$(۲) \quad ab|c^2$$

$$(۱) \quad a^2|bc$$

$$(۴) \quad a^2|b^2+c^2$$

$$(۳) \quad 2a|b+c$$

۳۲- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند، در اثبات نامساوی  $a^2 + b^2 + a^2b^2 \geq ab(a+b+1)$  به روش بازگشتی، کدام رابطه همواره

درست حاصل می‌شود؟

$$(۲) \quad (a-b)^2 + (ab-1)^2 \geq 0$$

$$(۱) \quad (a+b-ab)^2 \geq 0$$

$$(۴) \quad (a-b)^2 + (ab-a)^2 + (ab-b)^2 \geq 0$$

$$(۳) \quad (a+b-1)^2 + (ab-1)^2 \geq 0$$

۳۳- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی و  $(a, 6) = 3$  و  $(b, 6) = 2$  باشد، حاصل  $(2a+b, 12)$  کدام است؟

$$(۲) \quad ۱۲ \text{ یا } ۶$$

$$(۱) \quad ۴ \text{ یا } ۲$$

$$(۴) \quad ۱۲ \text{ یا } ۴$$

$$(۳) \quad ۶ \text{ یا } ۲$$

۳۴- به ازای چند عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ مانند  $m$ ، باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد ۱۲۰ و ۴۵ بر  $m$ ، با هم برابر است؟

$$(۲) \quad ۴$$

$$(۱) \quad ۳$$

$$(۴) \quad ۶$$

$$(۳) \quad ۵$$

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۲۹ تا ۷۲ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- اگر عددی طبیعی چهاررقمی بدون تکرار ارقام را در نظر بگیریم، با کدام احتمال فرد و بزرگ‌تر از ۷۰۰۰ است؟

$$(۱) \frac{۱۲}{۸۱} \quad (۲) \frac{۱۳}{۸۱}$$

$$(۳) \frac{۵}{۲۷} \quad (۴) \frac{۷}{۲۷}$$

۴۲- یک تیم والیبال ۷ والیبالیست دارد که قد هیچ دو نفری از آن‌ها برابر نمی‌باشد. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می‌کنیم و بعد

از آن والیبالیست دیگری انتخاب می‌کنیم، اگر والیبالیست دوم از والیبالیست اول کوتاه‌تر باشد، با کدام احتمال، والیبالیست

اول، سومین والیبالیست قد بلند می‌باشد؟

$$(۱) \frac{۲}{۷} \quad (۲) \frac{۱}{۷}$$

$$(۳) \frac{۴}{۷} \quad (۴) \frac{۴}{۲۱}$$

۴۳- اگر ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$  درست باشد، با کدام احتمال ارزش گزاره  $p$  نیز درست بوده است؟

$$(۱) \frac{۱}{۳} \quad (۲) \frac{۱}{۲}$$

$$(۳) \frac{۲}{۳} \quad (۴) \frac{۱}{۴}$$

۴۴- در فضای نمونه  $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$  می‌دانیم  $P(\delta) = \frac{۱}{۱۱}$  و همچنین  $P(۱)$  تا  $P(\delta)$  تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. نسبت

احتمال عدد وسط به مجموع احتمال دو عدد کوچک‌تر چقدر است؟

$$(۱) \frac{۲۲}{۱۷} \quad (۲) \frac{۳۱}{۱۱}$$

$$(۳) \frac{۱۱}{۳۱} \quad (۴) \frac{۱۷}{۲۲}$$

۴۵- اگر  $A \subseteq B$  و  $P(A) = \frac{۱}{۵}$  و  $P(B-A) = \frac{۱}{۴}$  باشد، کدام گزینه درست نیست؟

$$(۱) P(A' | B') = ۱$$

$$(۲) P(A \cap B') = ۰$$

$$(۳) P[(A' \cup B) \cap A] = \frac{۹}{۱۰۰}$$

$$(۴) P[(A \cap B) \cup B] = \frac{۹}{۲۰}$$

محل انجام محاسبات

۴۶- عددی طبیعی و کوچک تر یا مساوی ۲۰۰ انتخاب می کنیم. با کدام احتمال نه بر ۶ بخش پذیر است و نه بر ۸؟

(۱)  $\frac{0}{25}$

(۲)  $\frac{0}{75}$

(۳)  $\frac{0}{61}$

(۴)  $\frac{0}{45}$

۴۷- جعبه‌ای شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز است. رضا و مریم به ترتیب شروع به انتخاب مهره‌ها از جعبه، یکی بعد از دیگری، به

تصادف و بدون جای گذاری می کنند تا این که یک مهره آبی خارج شود. احتمال این که رضا مهره آبی را بیرون بیاورد کدام است؟

(۱)  $\frac{19}{35}$

(۲)  $\frac{22}{35}$

(۳)  $\frac{3}{7}$

(۴)  $\frac{23}{35}$

۴۸- علی سکه‌ای را ۴ بار و رضا ۳ بار پرتاب می کند. احتمال این که علی نسبت به رضا، تعداد بار بیشتری پرتاب‌هایش به رو ظاهر شود

کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{5}{8}$

(۳)  $\frac{9}{16}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۴۹- در دو ظرف A و B به ترتیب ۱۰ و ۱۲ لامپ داریم که در ظرف A، ۳ لامپ معیوب و در ظرف B، ۵ لامپ معیوب داریم. اگر از

ظرف A، ۴ لامپ و از ظرف B، ۶ لامپ به تصادف خارج کرده و در ظرف C بگذاریم، سپس از ظرف C یک لامپ را انتخاب

کنیم، با کدام احتمال لامپ انتخابی سالم است؟

(۱)  $\frac{0}{63}$

(۲)  $\frac{0}{65}$

(۳)  $\frac{0}{68}$

(۴)  $\frac{0}{72}$

۵۰- احتمال این که تیم ملی فوتبال ایران قهرمان آسیا شود  $\frac{1}{4}$  و احتمال این که به جام جهانی بعدی صعود کند  $\frac{2}{5}$  و احتمال این که

هیچ یک از دو اتفاق فوق صورت نگیرد  $\frac{1}{5}$  است. اگر بدانیم تیم ملی قهرمان آسیا نشده، احتمال این که به جام جهانی بعدی

صعود کند، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۲۷ / ریاضی ۱: آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- کدام یک از روش‌های زیر، جزء مراحل علم آمار نیست؟

(۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام (۲) تحلیل و تفسیر داده‌ها

(۳) انجام آزمایش (۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب

۵۲- نوع متغیرهای «گروه خونی افراد، میزان بارندگی در یک ماه، طول اضلاع مستطیل، تعداد روزهای بارش در یک ماه» به ترتیب از

راست به چپ کدام است؟

(۱) کیفی ترتیبی، کمی پیوسته، کمی گسسته، کمی گسسته

(۲) کیفی اسمی، کمی پیوسته، کمی پیوسته، کمی گسسته

(۳) کیفی اسمی، کمی پیوسته، کمی گسسته، کمی پیوسته

(۴) کیفی ترتیبی، کمی گسسته، کمی پیوسته، کمی پیوسته

۵۳- کدام روش آمارگیری در صورتی که به دقت زیاد نیاز داشته باشیم، مناسب نیست؟

(۱) مشاهده (۲) پرسش‌نامه

(۳) مصاحبه (۴) دادگان‌ها

۵۴- برای برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین یک جامعه، نمونه‌ای ۲۵۰ نفری انتخاب کرده‌ایم. برای آن که طول بازه

اطمینان نصف شود، چند نفر دیگر باید به این نمونه اضافه شود؟

(۱) ۲۵۰ (۲) ۵۰۰

(۳) ۷۵۰ (۴) ۱۰۰۰

۵۵- می‌خواهیم نمونه‌ای ۲۰ تایی از یک جامعه با ۱۰۰ عضو انتخاب کنیم. برای این کار جامعه را به دو قسمت ۵۰ تایی تقسیم کرده و از

هر کدام از این دو قسمت، ۱۰ عضو انتخاب می‌کنیم. روش نمونه‌گیری و احتمال انتخاب هر عضو جامعه در این نمونه کدام است؟

 (۱) خوشه‌ای -  $\frac{1}{5}$  (۲) خوشه‌ای -  $\frac{2}{5}$ 

 (۳) طبقه‌ای -  $\frac{1}{5}$  (۴) طبقه‌ای -  $\frac{2}{5}$

۵۶- در یک جامعه آماری با انتخاب یک نمونه ۴۰۰ نفری، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه به صورت  $[۲/۳, ۳/۹]$

به دست آمده است. انحراف معیار این جامعه کدام است؟

۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۴ (۴)

۵۷- می خواهیم از بین شماره‌های ۱ تا ۳۰۰ به روش سیستماتیک، نمونه‌ای به اندازه ۱۵ انتخاب کنیم. اگر دومین فرد انتخاب شده

دارای شماره ۲۳ باشد، شماره نفر یازدهم در این نمونه کدام است؟

۱۶۵ (۱)

۲۰۳ (۲)

۲۴۵ (۳)

۲۲۳ (۴)

۵۸- مقدار  $x$  در جامعه ۷ عضوی زیر چقدر باشد تا نمونه تشکیل شده از سه داده وسط پارامتر میانگین جامعه را به طور دقیق برآورد کند؟

۴ (۱)

۴/۲۵ (۲)

۵ (۳)

۵/۵ (۴)

|   |   |   |     |   |   |   |
|---|---|---|-----|---|---|---|
| ۱ | ۳ | ۴ | $x$ | ۶ | ۷ | ۸ |
|---|---|---|-----|---|---|---|

۵۹- از اعداد ۰ تا  $N$ ، ۱۰ عدد ۱، ۹، ۵، ۳، ۱۱، ۱۵، ۱۶، ۱۰، ۱۳ و ۱۷ به تصادف انتخاب شده است. برآورد نقطه‌ای  $N$  به

کمک میانگین کدام است؟

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

۶۰- در جامعه‌ای با اعضای ۴، ۳، ۲، ۱ پارامتر میانگین جامعه را با تمام نمونه‌های در دسترس برآورد می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که

نمونه انتخابی، مقدار پارامتر را به طور دقیق برآورد کند؟

$\frac{1}{5}$  (۱)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۴)

دو سؤال ساده: در هر آزمون در هر درس و از هر ۱۰ سؤال دو سؤال ساده‌تر در کارنامه برای شما مشخص می‌شوند. دو سؤال ساده‌تر، سؤال‌هایی هستند که تعداد زیادی از دانش‌آموزان به آن‌ها درست پاسخ داده‌اند. این سؤالات را خوب یاد بگیرید.



## جدول دهمی

|         |                     |                     |                     |                     |
|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| نام درس | بازه ترازوی<br>۴۷۵۰ | بازه ترازوی<br>۵۵۰۰ | بازه ترازوی<br>۶۲۵۰ | بازه ترازوی<br>۷۰۰۰ |
| فیزیک   | ۲                   | ۳                   | ۵                   | ۷                   |
| شیمی    | ۲                   | ۳                   | ۵                   | ۷                   |

## دوازدهم ریاضی

دسترچه شماره ۲ (از ۲)



## آزمون ۱۷ آذر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|------------|----------|----------|--------------|
| ۱    | فیزیک ۳      | ۲۰         | ۶۱       | ۸۰       | ۳۰ دقیقه     |
| ۲    | فیزیک ۱      | ۱۰         | ۸۱       | ۹۰       | ۱۵ دقیقه     |
|      | فیزیک ۲      |            | ۹۱       | ۱۰۰      |              |
| ۳    | شیمی ۳       | ۱۰         | ۱۰۱      | ۱۱۰      | ۱۰ دقیقه     |
| ۴    | شیمی ۱       | ۱۰         | ۱۱۱      | ۱۲۰      | ۱۰ دقیقه     |
|      | شیمی ۲       |            | ۱۲۱      | ۱۳۰      |              |

## هدف‌گذاری چند از ۱۰

در کانون، هدف‌گذاری براساس سیستم دهمی (چند از ۱۰) انجام می‌شود. شما ۳ ابزار برای هدف‌گذاری چند از ۱۰ دارید:

۱- جدول کلی چند از ۱۰ در بازه‌های ترازوی مختلف (بالای همین صفحه) ۲- کارنامه هدف‌گذاری (در صفحه شخصی خودتان) ۳- ستون مقایسه با هم‌ترازها (در کارنامه اصلی کانون)

شما می‌توانید با این ۳ ابزار هدف‌گذاری، خودتان را در آزمون امروز در جدول بالای هر درس در دفترچه سؤال بنویسید.



# آزمون «۱۷ آذر ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس  | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ‌گویی |
|----------|------------|------------|----------------|
| فیزیک ۳  | ۲۰         | ۶۱-۸۰      | ۳۰'            |
| زوج کتاب | ۱۰         | ۸۱-۹۰      | ۱۵'            |
|          |            | ۹۱-۱۰۰     |                |
| شیمی ۳   | ۱۰         | ۱۰۱-۱۱۰    | ۱۰'            |
| زوج کتاب | ۱۰         | ۱۱۱-۱۲۰    | ۱۰'            |
|          |            | ۱۲۱-۱۳۰    |                |
| جمع کل   | ۵۰         | ۶۱-۱۳۰     | ۶۵'            |

### پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان  | اختصاصی |
|---------|---|---------|
| فیزیک   | کامران ابراهیمی- عبدالرضا امینی‌نسب- امیرحسین برادران- علیرضا جباری- محمد راست‌پیمان- دانیال راستی- سیدمحمدرضا روحانی- محمدجواد سورچی- محمدرضا شریفی- شیدا شیرزادی- امیراحمد میرسعید- محمد نهاوندی‌مقدم |         |
| شیمی    | هدی بهاری‌پور- محمدرضا پورچاوید- احمدرضا جعفری‌نژاد- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی‌مجد- روزبه رضوانی- میلاد شیخ‌الاسلامی- علیرضا کیانی‌دوست- رضا مسکن- شهرزاد معرفت‌ایزدی- امین نوروزی                     |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | فیزیک                                       | شیمی   |
|--------------------------------|---|--|
| گزینشگر                        | امیرحسین برادران                            | امیر حاتمیان   |
| گروه ویراستاری                 | مهدی شریفی<br>زهره آقامحمدی<br>دانیال راستی | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>امیرحسین مسلمی<br>امیررضا حکمت‌نیا    |
| بازبینی نهایی<br>رتبه‌های برتر | معین یوسفی‌نیا<br>حسین بصیر                 | علی رضایی<br>امیررضا واشقانی<br>ماهان زواری<br>احسان پنجه‌شاهی |
| مسئول درسی                     | امیرحسین برادران                            | پارسا عیوض‌پور   |
| مستندسازی                      | علیرضا همایون‌خواه                          | امیرحسین مرتضوی  |

### گروه فنی و تولید

|                       |                |
|-----------------------|----------------|
| مهداد ملوندی          | مدیر گروه      |
| نرگس غنی‌زاده         | مسئول دفترچه   |
| مدیر گروه: محیا اصغری | گروه مستندسازی |
| فرزانه فتح‌اله‌زاده   | حروف‌نگار      |
| سوران نعیمی           | ناظر چاپ       |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۶۰

۶۱- متحرکی روی خط راست در حال حرکت است و از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر بردار سرعت متوسط با بردار مکان

متحرک در نقطه B هم‌جهت باشد، در این صورت چند مورد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟

الف) فاصله متحرک در نقطه A تا مبدأ مکان، بزرگ‌تر از فاصله متحرک در نقطه B تا مبدأ مکان است.

ب) بردار مکان متحرک در نقاط A و B با یکدیگر هم‌جهت است.

پ) جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

ت) بردار مکان متحرک در نقاط A و B خلاف جهت یکدیگرند.

۱) صفر (۱)

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۶۲- دو متحرک A و B با تندی ثابت در جهت مثبت محور x در حال حرکت هستند. متحرک A در مبدأ زمان از مکان  $20\text{ m}$ - و

متحرک B در همین لحظه از مکان  $60\text{ m}$ + عبور می‌کند. اگر تندی متحرک A، سه برابر تندی متحرک B باشد، دو متحرک

در چه مکانی بر حسب متر از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۱۴۰

۲) ۱۰۰

۳) ۱۲۰

۴)  $\frac{260}{3}$

۶۳- جسمی در فاصله ۱۰۰ متری مانعی با شتاب ثابت شروع به توقف می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. مدت زمان طی نمودن

۴۰ متر آخر، چند برابر مدت زمان طی نمودن ۱۰ متر آخر مسیر است؟

۱) ۲

۲) ۱

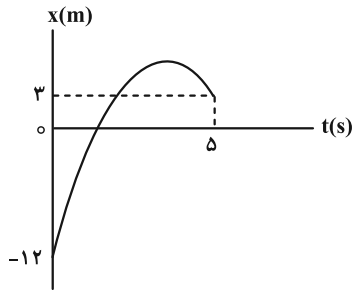
۳) ۸

۴) ۴

٦٤- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت روی محور  $x$  در حرکت است. اگر بردار مکان این

متحرک در ٥ ثانیه اول حرکت، به مدت ٣ ثانیه در جهت مثبت محور  $x$  باشد، مسافت پیموده شده توسط متحرک در ٥ ثانیه

اول حرکت چند متر است؟



١٩ (١)

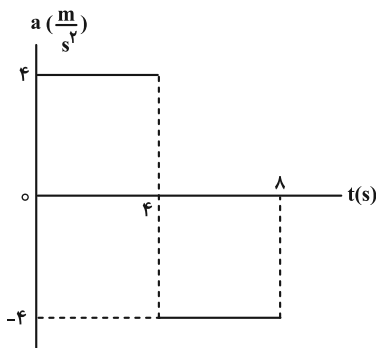
١٧ (٢)

١٥ (٣)

٢٤ (٤)

٦٥- نمودار شتاب- زمان جسمی که روی محور  $x$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط در ٨

ثانیه اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



٤ (١)

٦ (٢)

٨ (٣)

١٠ (٤)

٦٦- گلوله کوچکی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم. اگر گلوله در ٢ ثانیه آخر حرکت خود، ٦ برابر ٢ ثانیه اول حرکتش

جابه‌جا شده باشد، تندی برخورد گلوله به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟  $(g = ١٠ \frac{m}{s^2})$

٧٠ (٢)

٤٥ (١)

١٢٠ (٤)

٩٠ (٣)

۶۷- از دوش حمامی که با کف حمام ۲ متر فاصله دارد، قطره‌های آب با فاصله‌های زمانی  $\frac{3}{10}$  ثانیه جدا می‌شوند. هنگامی که قطره

هشتم در حال جدا شدن است، قطره ششم در چه فاصله‌ای از کف حمام قرار دارد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و از مقاومت هوا صرف نظر شود).

(۲)  $1/2m$

(۱)  $1/8m$

(۴)  $0/2m$

(۳)  $0/8m$

۶۸- هفت نیروی هم‌اندازه، به یک جسم به جرم  $m$  وارد شده و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر جهت یکی از نیروها را قرینه

کرده و سایر نیروها را یک سوم برابر کنیم، بزرگی شتابی که جسم می‌گیرد، چند برابر حالتی است که فقط یکی از نیروها را

حذف کنیم؟

(۲)  $\frac{3}{4}$

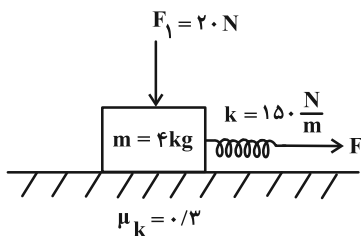
(۱)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{3}{7}$

(۳)  $\frac{7}{3}$

۶۹- در شکل زیر، فنر  $20\text{cm}$  از حالت عادی خود کشیده شده و جسم به سمت راست در حرکت است. برای آن که جسم با سرعت

ثابت حرکت کند، نیروی  $F_1$  باید چند نیوتون افزایش یابد؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱) ۱۰

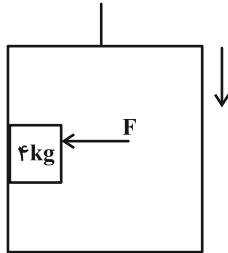
(۲) ۲۰

(۳) ۴۰

(۴) ۶۰

۷۰- مطابق شکل، جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  توسط نیروی  $F$  به دیواره آسانسور فشرده شده است. اگر آسانسور با شتاب تندشونده  $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

بایین آید، حداقل نیروی  $F$  چند نیوتون باشد تا جسم سقوط نکند؟ ( $\mu_s = 0/5$  و  $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



(۱) ۳۲

(۲) ۶۴

(۳) ۹۶

(۴) ۴۸

۷۱- مطابق شکل، جسمی به جرم  $5\text{ kg}$  به فنری با ثابت  $20\frac{\text{N}}{\text{cm}}$  متصل است. شخصی به انتهای فنر نیروی قائم  $F$  را وارد می کند،

به طوری که تغییر طول فنر نسبت به حالت آزادش  $3\text{ cm}$  می شود. در این حالت جسم دارای شتاب ..... متر بر مجذور ثانیه و

به سمت ..... است. ( $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، از جرم فنر و مقاومت هوا صرف نظر شود.)



(۱) ۲- بالا

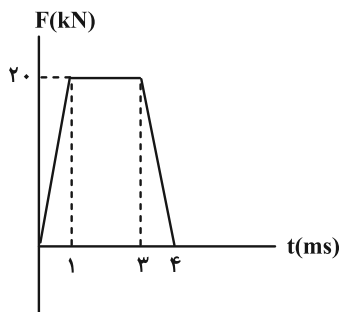
(۲) ۲- پایین

(۳) ۲۲- پایین

(۴) گزینه های «۱» و «۳»

۷۲- شکل زیر نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را برای جسمی که به آن ضربه زده شده است، نشان می دهد. نیروی خالص متوسط

وارد بر جسم چند کیلونیوتون است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۷۳- انرژی جنبشی جسمی به جرم ۱۰۰ گرم، برابر ۵ ژول می‌باشد. اندازه تکانه جسم چند  $\frac{g \cdot km}{h}$  می‌باشد؟

۱ (۱) ۳۶ (۲)

۱۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴)

۷۴- اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده  $\frac{1}{2}$  باشد، خودرو حداکثر با تندی چند کیلومتر بر ساعت

می‌تواند پیچ افقی مسطحی که شعاع آن ۵۰ متر است را دور بزند؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۱۰ (۱) ۳۶ (۲)

۲۰ (۳) ۷۲ (۴)

۷۵- متحرکی در صفحه  $xoy$  حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد. اگر شتاب آن در مکان  $A(-1cm, 10cm)$  برابر با  $15(\frac{m}{s^2})\vec{i}$ -

و شتاب آن در مکان  $B(-9cm, 2cm)$  برابر با  $15(\frac{m}{s^2})\vec{j}$  باشد، تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۴ $\sqrt{10/3}$  (۱) ۲ $\sqrt{10/6}$  (۲)

۲ $\sqrt{10/3}$  (۳)  $\sqrt{10/3}$  (۴)

۷۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $1/5 kg$  را به فنری با ثابت  $400 \frac{N}{m}$  می‌بندیم و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با تندی

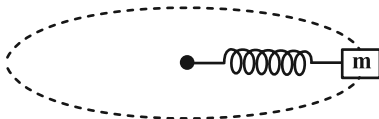
ثابت  $8 \frac{m}{s}$  می‌چرخانیم. در این حالت، دوره تناوب چند ثانیه است؟ (طول اولیه فنر  $1m$  است و  $\pi = 3$ )

۰/۷۵ (۱)

۰/۹ (۲)

۰/۹۳ (۳)

۰/۱۸ (۴)



۷۷- جرم سیاره‌ای  $\frac{1}{4}$  جرم زمین و قطر آن ۲ برابر قطر زمین است. شتاب گرانش در سطح این سیاره با شتاب گرانش زمین در چه

فاصله‌ای از سطح زمین برابر است؟ ( $R_e =$  شعاع زمین)

(۲)  $3R_e$

(۱)  $2R_e$

(۴)  $8R_e$

(۳)  $4R_e$

۷۸- ماهواره A به جرم ۲m و ماهواره B به جرم ۶m به ترتیب در ارتفاع  $2R_e$  و  $8R_e$  از سطح زمین قرار دارند که  $R_e$  شعاع

کره زمین است. تکانه ماهواره B چند برابر تکانه ماهواره A می‌باشد؟

(۲) ۳

(۱)  $\sqrt{3}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

۷۹- اگر فردی از سطح کره زمین به اندازه  $\frac{1}{5}$  برابر شعاع کره زمین بالا برود، وزن او چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۲) ۱۶ درصد افزایش

(۱) ۸۴ درصد افزایش

(۴) ۸۴ درصد کاهش

(۳) ۱۶ درصد کاهش

۸۰- ماهواره‌ای در فاصله  $\frac{1}{4}R_e$  از سطح زمین به دور کره زمین می‌چرخد. شتاب مرکزگرای ماهواره چند متر بر مربع ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

و  $R_e$  شعاع زمین است.)

(۲)  $\frac{16}{25}$

(۱)  $\frac{5}{32}$

(۴)  $\frac{32}{5}$

(۳)  $\frac{25}{16}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- در یک مخزن، گاز کاملی در فشار  $4 \text{ atm}$  وجود دارد. در اثر باز کردن شیر مخزن، فشار گاز در مخزن به  $1/5 \text{ atm}$  رسیده و نیمی از جرم گاز مخزن خارج می‌شود. طی این فرایند انرژی درونی گاز، چند درصد تغییر می‌کند؟ (انرژی درونی این گاز از رابطه

$$U = \frac{3}{2} nRT \text{ به دست می‌آید.}$$

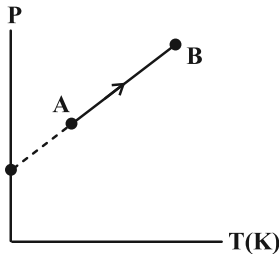
(۲)  $37/5$

(۱)  $25$

(۴)  $75$

(۳)  $62/5$

۸۲- شکل زیر، نمودار  $P-T$  مقدار معینی از یک گاز کامل را نشان می‌دهد. در فرایند  $AB$  حجم گاز چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

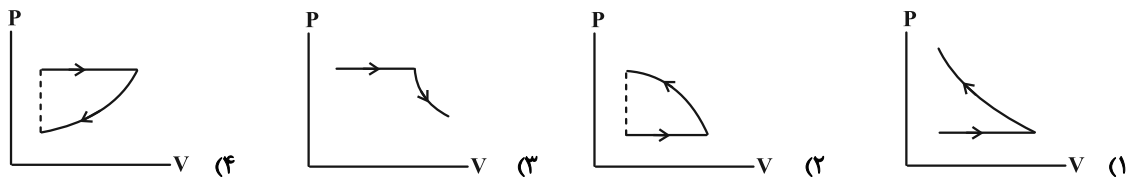
(۲) زیاد می‌شود.

(۳) کم می‌شود.

(۴) ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود.

۸۳- حجم مقداری گاز کامل را در یک فرایند هم‌فشار، ۲ برابر می‌کنیم و سپس آن را با یک فرایند بی‌دررو به دمای اولیه

برمی‌گردانیم. نمودار  $P-V$  آن کدام است؟



۸۴- دمای دو مول گاز ایده‌آلی را طی یک فرایند هم‌فشار بر حسب درجه سلسیوس، دو برابر می‌کنیم. در این حالت دستگاه  $640 \text{ ژول}$

کار بر روی محیط انجام می‌دهد. دمای ثانویه گاز بر حسب کلونین چقدر است؟  $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$

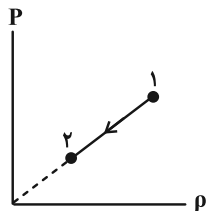
(۲)  $80$

(۱)  $40$

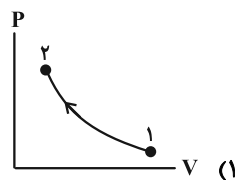
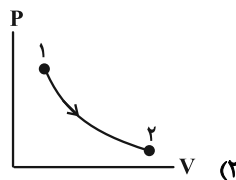
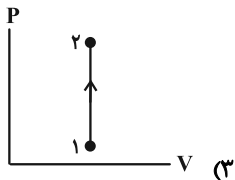
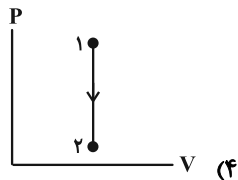
(۴)  $353$

(۳)  $313$

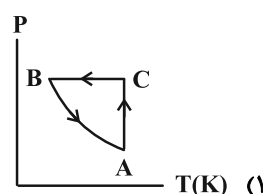
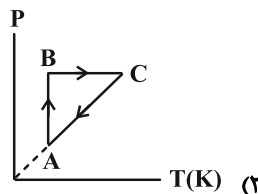
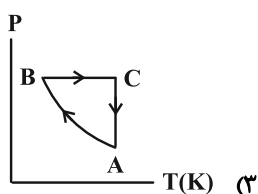
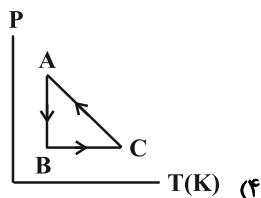
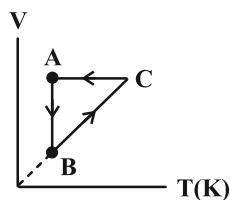
۸۵- شکل زیر، نمودار تغییرات فشار یک گاز کامل برحسب چگالی آن را نشان می‌دهد. نمودار  $P-V$  گاز در این فرایند مطابق کدام



یک از گزینه‌های زیر است؟

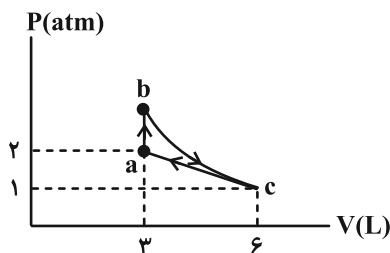


۸۶- نمودار  $V-T$  سه فرایند ترمودینامیکی گاز کاملی رسم شده است. نمودار  $P-T$  آن کدام است؟



۸۷- نمودار  $P-V$  گاز کاملی مطابق شکل است. اگر مقدار کار مبادله شده در فرایند بی‌دررو  $bc$  برابر  $700$  ژول باشد، گرمای مبادله

شده در فرایند  $ab$  و کار دستگاه روی محیط در فرایند  $ca$  از راست به چپ چند ژول است؟



(۱)  $-450, 700$

(۲)  $450, -700$

(۳)  $-450, -700$

(۴)  $450, 700$

۸۸- یک ماشین گرمایی با بازده ۶۰٪، در هر دقیقه ۱۵ چرخه را طی می‌کند. اگر این ماشین در هر چرخه ۶۰۰J گرما به منبع دما

پایین بدهد، توان خروجی آن چند وات است؟

۱۵۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۹۰۰ (۴)

۲۲۵ (۳)

۸۹- در کدام یک از مراحل چرخه ماشین درون‌سوز بنزینی، فرایند بی‌دررو طی می‌شود؟

(۲) ضربه قدرت و ضربه مکش

(۱) ضربه خروج گاز و ضربه مکش

(۴) ضربه تراکم و ضربه خروج گاز

(۳) ضربه تراکم و ضربه قدرت

۹۰- چند مورد از موارد زیر می‌تواند مربوط به چرخه ترمودینامیکی یک یخچال باشد؟

الف)  $Q_H = -600J$  ،  $Q_L = -200J$  ،  $W = 400J$

ب)  $Q_H = 500J$  ،  $Q_L = -100J$  ،  $W = 400J$

پ)  $Q_H = -300J$  ،  $Q_L = 100J$  ،  $W = 400J$

ت)  $Q_H = -500J$  ،  $Q_L = 100J$  ،  $W = 400J$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

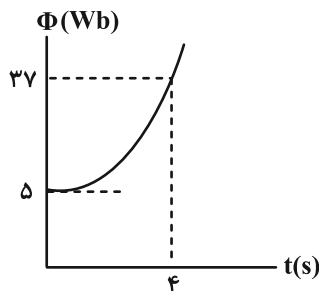
۹۱- سیملوله‌ای با ۵۰۰ دور و مقاومت الکتریکی  $5\Omega$  و مساحت سطح مقطع  $5\text{cm}^2$  عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد.

برای آن که جریانی به شدت ۱ میلی آمپر در سیملوله القا شود، میدان مغناطیسی با چه آهنگی بر حسب  $\frac{T}{s}$  باید تغییر کند؟

(۱)  $2 \times 10^{-3}$  (۲)

(۳)  $4 \times 10^{-1}$  (۴)  $4 \times 10^{-4}$

۹۲- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه، به صورت سهمی زیر است. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در ثانیه سوم چند ولت است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۹۳- پیچۀ مسطح رسانایی با ۶۰۰ دور سیم که مساحت هر حلقه آن  $500\text{cm}^2$  است، عمود بر محور  $y$  و در میدان مغناطیسی

یکنواخت  $\vec{B} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$  در SI قرار دارد. اگر در مدت ۵ دقیقه، پیچه ۱۸۰ درجه بچرخد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط

در پیچه چند ولت می‌شود؟

(۱)  $0/8$  (۲)  $1/6$

(۳)  $2/4$  (۴)  $3/2$

۹۴- قاب فلزی مربع شکلی به ضلع  $10\text{cm}$  دارای مقاومت  $2\Omega$  است و سطح آن با خطوط میدان مغناطیسی زاویه  $30^\circ$  درجه می‌سازد.

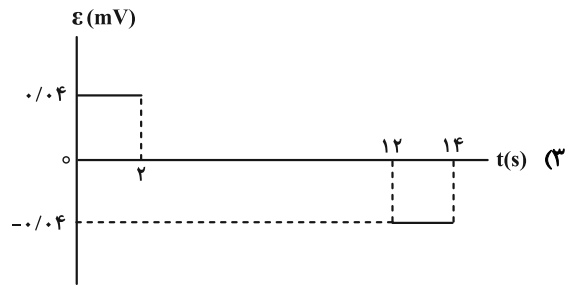
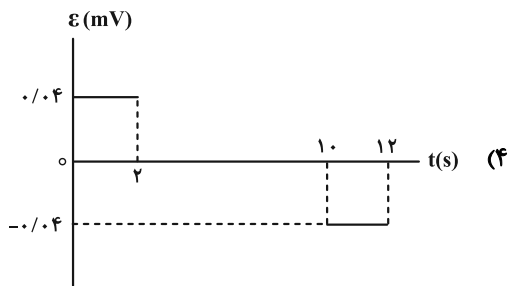
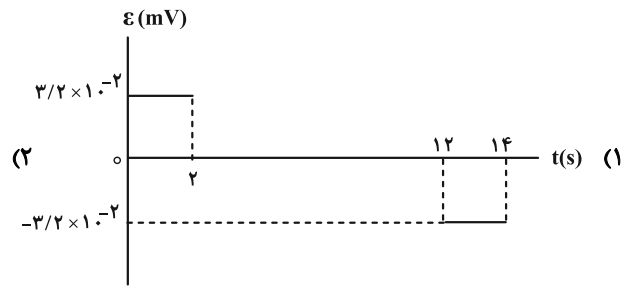
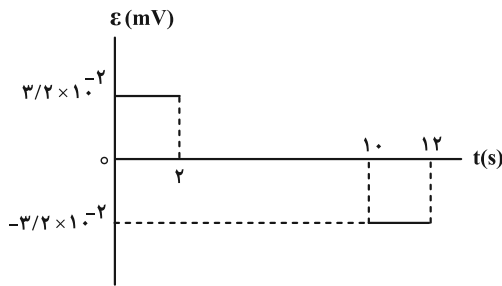
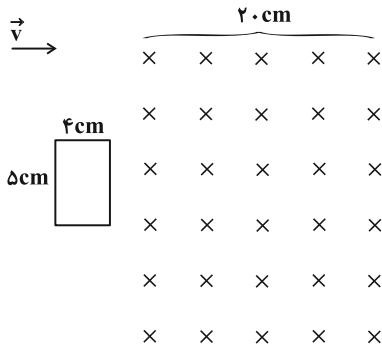
اگر اندازه میدان مغناطیسی گذرنده از این حلقه از  $0/06$  تسلا به  $0/03$  تسلا در خلاف جهت اولیه برسد، در این مدت مقدار

بار شارش شده در رسانا چند میکروکولن است؟

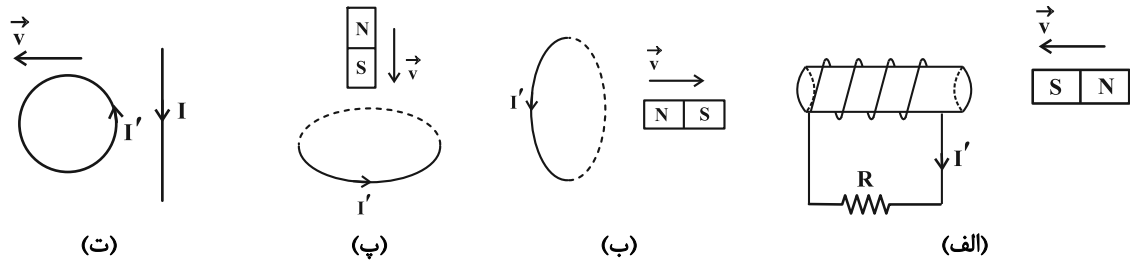
(۱) ۲۲۵ (۲)  $225\sqrt{3}$

(۳) ۷۵ (۴)  $75\sqrt{3}$

۹۵- یک قاب مستطیل شکل مطابق شکل زیر با تندی ثابت  $2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو به بزرگی ۴۰۰ گاوس می‌شود. نمودار نیروی محرکه القایی قاب بر حسب زمان، از لحظه ورود تا لحظه خروج کامل آن مطابق کدام گزینه است؟



۹۶- در چند مورد جهت جریان القایی  $I'$  در حلقه و سیملوله درست رسم شده است؟



(ت)

(پ)

(ب)

(الف)

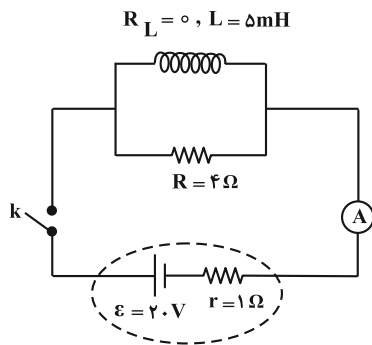
(۴) صفر

(۳) ۲ مورد

(۲) ۳ مورد

(۱) ۱ مورد

۹۷- در مدار شکل زیر، در لحظه وصل کلید عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد  $I_1$  و پس از گذشت مدت زمان طولانی از وصل کلید، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد  $I_2$  است. اگر انرژی ذخیره شده در القاگر در حالت اول  $U_1$  و حالت دوم  $U_2$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (آمپرسنج آرمانی است).



(۱)  $U_2 - U_1 = 1 \text{ J}, I_1 > I_2$

(۲)  $U_2 - U_1 = 2 \text{ J}, I_2 > I_1$

(۳)  $U_2 - U_1 = 1 \text{ J}, I_2 > I_1$

(۴)  $U_2 - U_1 = 2 \text{ J}, I_1 > I_2$

۹۸- از القاگری به طول ۳ cm و شعاع مقطع ۴ mm جریان ثابتی می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی روی محور القاگر  $0.1 \text{ T}$  باشد،

انرژی ذخیره شده در القاگر چند میلی‌ژول است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}, \pi = 3)$

(۴) ۶۰

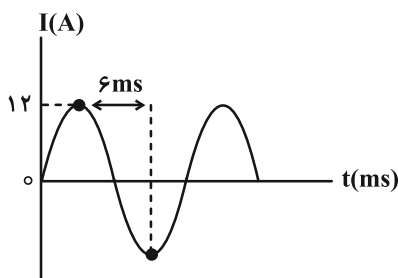
(۳) ۳۰

(۲) ۶

(۱) ۳

۹۹- شکل زیر، نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک رسانای ۵ اهمی می‌گذرد. در لحظه  $t = 3 \text{ ms}$ ، اندازه نیروی محرکه

القایی چند ولت است و در چه لحظه‌ای بر حسب میلی‌ثانیه، مقدار جریان برای دومین بار در رسانا بیشینه می‌شود؟



(۱) ۳۰، ۶

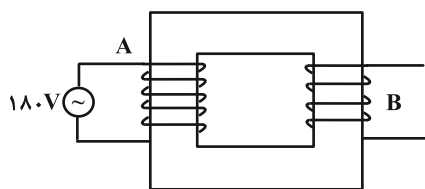
(۲) ۳۰، ۹

(۳) ۶۰، ۳

(۴) ۶۰، ۹

۱۰۰- دو سیملوله آرمانی A و B با سطح مقطع یکسان در دو طرف هسته یک مبدل پیچیده شده‌اند. ضریب القاوری سیملوله A،

۹۰ درصد ضریب القاوری سیملوله B و طول سیملوله B،  $\frac{2}{5}$  طول سیملوله A است. ولتاژ تولید شده در سیملوله B چند



ولت است؟

(۱) ۲۷۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۸۰

سؤال‌های دارای دام آموزشی: در تصویر پاسخ‌برگ شما در هر آزمون تعداد سؤال‌هایی که در دام آموزشی افتاده و به آن پاسخ غلط داده‌اید مشخص شده است. این سؤال‌ها را بشناسید و بررسی کنید که چگونه در دام طراح سؤال افتاده‌اید. کتاب اشتباهات متداول به شما کمک می‌کند تا با تیپ این سؤال‌ها بیشتر آشنا شوید.



۱۰۴- در واکنش هیدروکلریک اسید با جوش شیرین، ۱/۵۴ گرم گاز تولید شده است. برای تولید این مقدار گاز، چند میلی لیتر

هیدروکلریک اسید با  $\text{pH} = 0.7$  با مقدار کافی جوش شیرین واکنش داده است؟



$$(\log 2 = 0.3) \quad (\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{Cl} = 35.5 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$175 \quad (1)$$

$$420 \quad (2)$$

$$325 \quad (3)$$

$$210 \quad (4)$$

۱۰۵- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱)  $\text{pH}$  محلول ۰/۵ مولار آمونیاک بزرگتر از  $\text{pH}$  محلول سودسوزآور با همین غلظت است.

(۲) قدرت بازی محلولهای هیدروکسید فلزات گروه اول در آب، تقریباً با یکدیگر برابر است.

(۳) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، هر چقدر یک باز قویتر باشد،  $\text{pH}$  محلول آن کوچکتر خواهد بود.

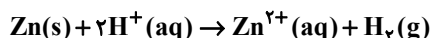
(۴) در محلول بازهای ضعیف برخلاف محلول بازهای قوی، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است.

۱۰۶- تیغهای از جنس فلز روی و به جرم ۱۳ گرم را در  $V$  میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید وارد می کنیم اگر بعد از

گذشت ۴۰ ثانیه از شروع واکنش، ۲۰٪ فلز به صورت واکنش نداده باقی بماند و  $\text{pH}$  محلول باقی مانده هیدروکلریک اسید

برابر ۱/۴ باشد،  $V$  کدام است و سرعت تولید گاز  $\text{H}_2$  در این بازه زمانی چند میلی لیتر بر ثانیه است؟ (شرایط را STP فرض

کنید، از تغییر حجم محلول چشم پوشی شود.)  $(\log 2 = 0.3) \quad (\text{Zn} = 65, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$



$$33/6, 2000 \quad (1)$$

$$89/6, 2000 \quad (2)$$

$$67/2, 4000 \quad (3)$$

$$22/4, 4000 \quad (4)$$



۱۰۷- کدام موارد از عبارتهای زیر صحیح هستند؟

- الف) واکنش اصلی میان محلول سدیم هیدروکسید و هیدروکلریک اسید را می توان واکنش میان یون های هیدرونیوم و هیدروکسید در نظر گرفت.  
 ب) برای باز کردن لوله های مسدود شده سینک ظرفشویی آسپزخانه نمی توان از محلول سدیم هیدروکسید استفاده کرد.  
 پ) غلظت یون هیدرونیوم در اسید معده تقریباً برابر با  $3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  می باشد و این اسید می تواند فلز روی را در خود حل کند.  
 ت) ضد اسیدها داروهایی حاوی منیزیم هیدروکسید هستند که برای کاهش میزان اسید معده، برای برخی افراد تجویز می شوند.  
 ث) محلول آمونیاک مانند محلول سدیم هیدروژن کربنات خاصیت بازی دارد.

۱ الف، ث (۱) الف، پ و ت (۲)

۳ پ، ت و ث (۳) تمام موارد (۴)

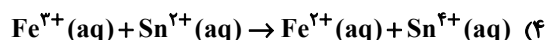
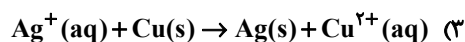
۱۰۸- کدام گزینه درست است؟

- ۱) چون همه باتری ها دارای نیم واکنش کاتدی و آندی هستند، کارایی یکسانی نیز دارند.  
 ۲) از لیتیم در باتری ها استفاده می کنند زیرا در میان فلزات کاهنده قوی تری است و کمترین چگالی را دارد.  
 ۳) همه باتری های لیتیومی قابل شارژ هستند و شکل یکسانی دارند.  
 ۴) در همه باتری های لیتیومی با انجام نیم واکنش اکسایش و کاهش، جریان الکتریکی در مدار درونی برقرار می شود.

۱۰۹- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در واکنش Zn با محلول مس (II) سولفات، به ازای مبادله  $4/10$  مول الکترون،  $12/8 \text{ g}$  مس تولید می شود. ( $\text{Cu} = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )  
 ۲) با قرار دادن تیغه ای از جنس فلز Au در محلول مس (II) سولفات دمای مخلوط واکنش تغییر نمی کند.  
 ۳) در برخی واکنش های اکسایش- کاهش افزون بر داد و ستد الکترون، انرژی نیز آزاد می شود.  
 ۴) در واکنش  $2\text{Al}^{3+} + 3\text{Cu} \rightarrow 3\text{Cu}^{2+} + 2\text{Al}$  با گذشت زمان شدت رنگ آبی محلول افزایش می یابد.

۱۱۰- در کدام واکنش پس از موازنه، ضریب گونه اکسند بزرگ تر است؟



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست‌اند؟

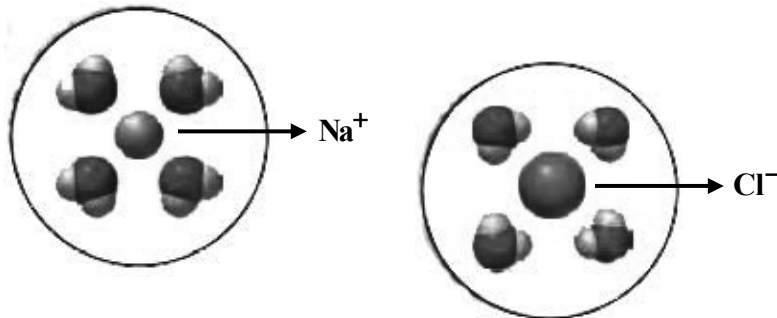
- \* حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر مخلوط ید در هگزان همانند مخلوط استون در آب، یکسان و یکنواخت است.
- \* هر مولکول اتانول توانایی تشکیل حداکثر ۲ پیوند هیدروژنی را با خود و با مولکول‌های آب دارد.
- \* اگر گشتاور دوقطبی مولکول‌های A برابر صفر و گشتاور دوقطبی مولکول‌های B حدود صفر باشد، به یقین A و B با هم می‌توانند جاذبه مناسب را برقرار کنند.
- \* اگر نیروهای بین مولکولی در آب، a، اتانول، b و اتانول و آب، c در نظر گرفته شود ۳ مورد از روابط زیر درست است.

الف:  $c > \frac{b+a}{2}$       ب:  $a < b, c$       پ:  $a > b > c$       ت:  $c > a > b$

۱ (۲)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۱ (۴)

۱۱۲- کدام گزینه در رابطه با انحلال نمک‌ها در آب نادرست است؟

- ۱) فرایند انحلال سدیم کلرید در آب با فرایند انحلال ید در هگزان متفاوت است.
  - ۲) جاذبه جدیدی که در این نوع انحلال ایجاد می‌شوند از نوع یون-دوقطبی است.
  - ۳) شکل پایین نمونه‌ای از این نوع انحلال را نشان می‌دهد.
  - ۴) در فرایند انحلال باریم سولفات در آب رابطه زیر برقرار است:
- میانگین نیروی جاذبه یونی در  $BaSO_4$  و پیوندهای هیدروژنی در آب < جاذبه یون-دوقطبی در محلول



۱۱۳- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- ردپای آب نشان می‌دهد که هر انسان چقدر از آب قابل استفاده و در دسترس مصرف می‌کند.
- هر چه ردپای آب در کره زمین توسط انسان بیشتر باشد، مقدار آب شیرین بیشتری مصرف می‌شود.
- میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال در حدود یک میلیون میلی‌لیتر است.
- ردپای آب برای تولید یک بلوز نخی ۲۷۰۰ لیتر است.
- همه آب مورد نیاز مصرفی توسط آب‌های سطحی یا زیرزمینی تأمین می‌شود.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۱۴- انحلال پذیری یک نمک در آب در دمای  $20^\circ C$  برابر با ۵ گرم است. اگر درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای  $60^\circ C$

برابر با ۲۰ باشد، معادله انحلال پذیری آن برحسب دما کدام گزینه خواهد بود؟

۱)  $S = 0/50 - 5$       ۲)  $S = 0/50 + 25$       ۳)  $S = 0/1250 - 5$       ۴)  $S = 0/1250 + 25$

۱۱۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد مولکول  $H_2O$  درست هستند؟

(الف) نوع اتم‌های سازنده و ساختار مولکول‌های آب، نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارند.

(ب) شکل مولکول  $H_2O$  مانند مولکول اوزون، خمیده است.

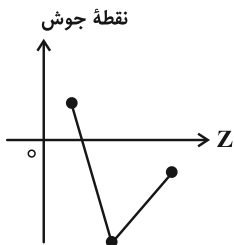
(پ) مولکول‌های  $H_2O$  در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند، زیرا باردار هستند.

(ت) در مولکول  $H_2O$ ، اتم کوچک‌تر، سر منفی و اتم بزرگ‌تر، سر مثبت مولکول را تشکیل می‌دهد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۶- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

\* نمودار زیر به صورت کیفی، نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عضو نخست گروه ۱۵ جدول تناوبی را برحسب عدد اتمی نشان می‌دهد.



\* علت تفاوت در خواص فیزیکی آب و هیدروژن سولفید تفاوت در جرم مولی و شکل مولکولی آن‌هاست.

\* ترتیب مقایسه گشتاور دوقطبی آب، هیدروژن سولفید و کربن دی‌اکسید به صورت: کربن دی‌اکسید > هیدروژن سولفید > آب است.

\* سهم حالت فیزیکی در تعیین نیروهای بین مولکولی به یقین پررنگ‌تر است.

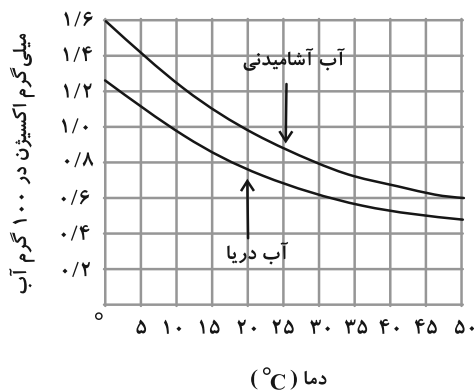
\* زمانی که هر مولکول آب حداکثر تعداد پیوند هیدروژنی خود را تشکیل دهد، هر اتم اکسیژن ۴ نوع اتصال با دیگر مولکول‌های آب برقرار می‌کند.

(۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۲      (۴) ۱

۱۱۷- دو نمونه آب دریا و آب آشامیدنی هر کدام به حجم ۱۰ لیتر در اختیار داریم. اگر دمای آب آشامیدنی را از  $28^{\circ}C$  به  $46/5^{\circ}C$  و

دمای آب دریا را از  $8^{\circ}C$  به  $31^{\circ}C$  برسانیم، مجموع جرم گاز اکسیژن آزاد شده در این فرایند چند گرم خواهد بود؟ (چگالی آب

آشامیدنی و آب دریا را به ترتیب ۱ و  $1/2$  گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)



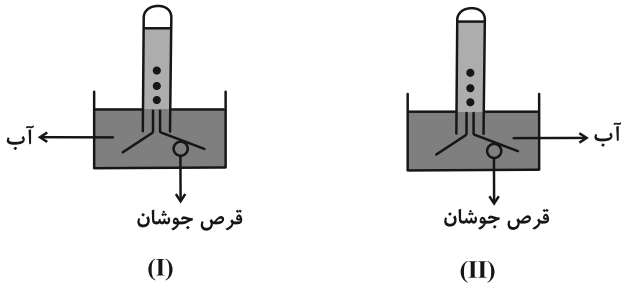
(۱) ۶۸

(۲) ۰/۰۶۸

(۳) ۴۸

(۴) ۰/۰۴۸

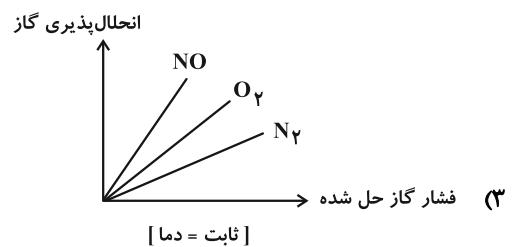
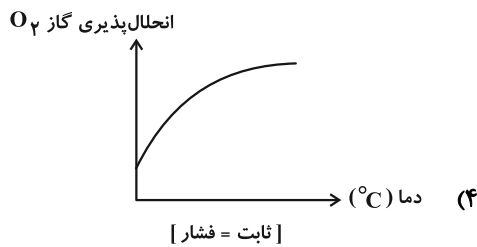
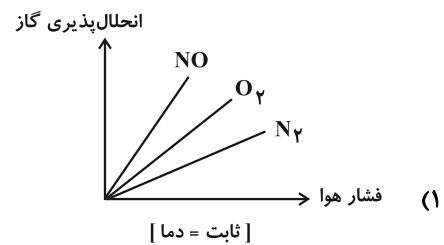
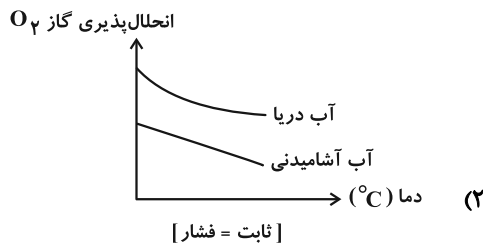
۱۱۸- با توجه به شکل‌های زیر چند عبارت درست است؟ (در ابتدا، هر دو لوله پر از آب بوده‌اند. مقدار قرص جوشان در هر دو ظرف برابر است. فشار محیط در هر دو آزمایش برابر و یکسان است و از انبساط گاز موجود در ظرف در صورت تغییرات دمایی صرف‌نظر کنید.)



(آ) دمای آب در ظرف شماره (I) بیشتر است.  
 (ب) گاز آزاد شده در این دو واکنش، یک گاز گلخانه‌ای است و در ساختار لوئیس آن چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.  
 (پ) در گاز آزاد شده  $\mu = 0$  است.  
 (ت) انحلال‌پذیری این گاز در آب بیشتر از NO است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۹- کدام نمودار درست است؟



۱۲۰- انحلال‌پذیری گاز  $\text{CO}_2$  در دمای  $25^\circ\text{C}$  و  $P = 1\text{atm}$ ، برابر  $0.145$  گرم در  $100\text{g}$  آب است. اگر فشار  $\text{CO}_2$  در یک بطری نوشیدنی گازدار  $1/5$  لیتری در بسته  $3\text{atm}$  باشد، پس از باز شدن در بطری و گذشت زمان کافی در دمای  $25^\circ\text{C}$  تقریباً چند گرم  $\text{CO}_2$  از بطری خارج خواهد شد؟ ( $1\text{g}\cdot\text{ml}^{-1} = \text{نوشیدنی d}$ ) (جرم نوشیدنی را تقریباً برابر با جرم آب در نظر بگیرید.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶/۵ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

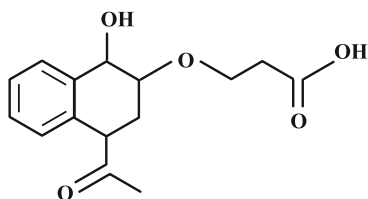
۱۲۱- همه گزینه‌های زیر درست‌اند به جز:

- ۱) واحدهای تکرارشونده در سلولز با پیوندهای کربن-اکسیژن (C-O) به هم متصل شده‌اند.
  - ۲) نشاسته همانند پلی‌اتن و روغن زیتون نوعی درشت مولکول پلیمری است اما واحدهای تکرارشونده متفاوتی دارد.
  - ۳) نیروی بین مولکولی در پلی‌اتن از نوع وان‌دروالسی است و قوی‌تر از پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب است.
  - ۴) درشت مولکول‌هایی همچون نایلون، تفلون و ... را از واکنش بسپارش تهیه می‌کنند.
- ۱۲۲- درصد جرمی کلر در پلی‌وینیل کلرید تقریباً برابر با کدام گزینه می‌باشد؟ ( $\text{Cl} = 35/5$ ,  $\text{C} = 12$ ,  $\text{H} = 1$ ,  $\text{O} = 16$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

- ۱) نسبت درصد جرمی هیدروژن در وینیل کلرید به درصد جرمی هیدروژن در پروپین
  - ۲) جرم آب تولید شده از سوختن یک مول هگزانوئیک اسید
  - ۳) تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک واحد مولکولی چربی کوهان شتر
  - ۴) گرمای مبادله شده از واکنش دادن ۸/۹ گرم گاز اتن در واکنش افزایشی با گاز کلر برحسب کیلوژول (آنتالپی واکنش:  $-178 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )
- ۱۲۳- کدام مطلب زیر درست است؟

- ۱) منشأ بوی شکوفه‌ها به دسته‌ای از ترکیب‌های آلی مربوط می‌شود که در ساختار گروه عاملی آن‌ها، ۴ اتم وجود دارد.
- ۲) در ساختار عامل بو و طعم آناناس اختلاف شمار پیوندهای C-C و C-H برابر ۸ است.
- ۳) در ساختار گروه عاملی یک مولکول استر تک عاملی، به یقین ۲ اتم کربن وجود دارد که هر یک به دو اتم اکسیژن متصل هستند.
- ۴) از سوختن کامل یک مولکول پلی‌استر در شرایط مناسب، افزون بر گازهای  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  برخی از اکسیدهای نیتروژن نیز حاصل می‌شود.

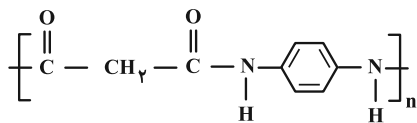
۱۲۴- در مولکول ترکیبی با ساختار روبه‌رو، کدام گروه‌های عاملی وجود دارند؟



- ۱) استری-کتونی-الکی
- ۲) کربوکسیل-اتری-آلدهیدی
- ۳) کتونی-الکی-اتری
- ۴) استری-آلدهیدی-کتونی

محل انجام محاسبات

۱۲۵- با توجه به ساختار پلیمر زیر کدام عبارت‌ها صحیح هستند؟



(آ) شمار اتم‌های دی اسید سازنده این ترکیب با شمار اتم‌های اتیلن گلیکول برابر است.

(ب) شمار اتم‌های هیدروژن دی آمین سازنده این ترکیب با شمار اتم‌های هیدروژن بنزآلدهید برابر است.

(پ) گروه عاملی موجود در ساختار پلیمر موجود در قایق بادبانی در این پلیمر وجود دارد.

(ت) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در اسید سازنده این پلیمر با شمار الکترون‌های پیوندی در مولکول گوگرد تری اکسید برابر است.

(۱) آ، ب (۲) پ، ت

(۳) ب، پ، ت (۴) آ، ت

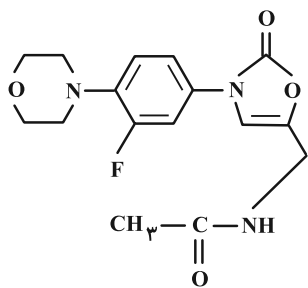
۱۲۶- ماده‌ای که عامل بو و طعم آناناس است، در فرمول ساختاری خود ..... پیوند اشتراکی دارد و درصد جرمی کربن در آن به تقریب

برابر ..... است. ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).

(۱) ۶۸ ، ۱۸ (۲) ۶۸ ، ۲۰

(۳) ۶۲ ، ۲۰ (۴) ۶۲ ، ۱۸

۱۲۷- درباره ساختار مولکول نشان داده شده، چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟



\* شمار اتم‌های کربنی که به هیدروژن متصل نیستند، با شمار کربن‌های موجود در الکل سازنده

استر موجود در موز برابر است.

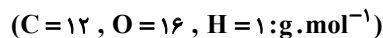
\* شمار جفت الکترون‌های پیوندی آن دو برابر شمار الکترون‌های ناپیوندی آن است.

\* می‌تواند در تشکیل پلی‌آمید شرکت کند و امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با خود را دارد.

\* مانند مولکول ویتامین دی (D)، دارای حلقه بنزنی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

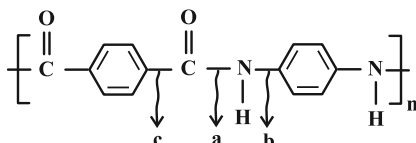
۱۲۸- جرم مولی آمیدی که ۹ کربن در بخش آلکیلی خود دارد کدام است؟ (این ترکیب کلاً ۱۰ کربن دارد).



- (۱) ۱۴۱  
(۲) ۱۷۱  
(۳) ۱۴۲  
(۴) ۱۷۲

۱۲۹- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- \* مولکولهای نشاسته در محیط گرم و مرطوب به آرامی به مونومرهای گلوکز تبدیل می‌شوند.
- \* در طی فرایند آبکافت، پیوند a شکسته می‌شود.



\* علت ماندگاری پلیمرهایی همچون تفلون، پلی‌اتن و پلی‌استیرن، سیرشده بودن آنهاست.

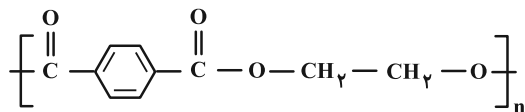
\* از نگاه پیشرفت پایدار، تولید و استفاده از پلیمرهایی که حاصل افزودن هیدروکربن‌های سیرنشده در شرایط مناسب به یکدیگر است، الگوی مصرف مطلوبی است.

\* ظروف یکبار مصرفی که تولید می‌شوند به یقین پس از مدت بسیار زیاد و طولانی به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

- (۱) ۳  
(۲) ۴  
(۳) ۲  
(۴) ۱

۱۳۰- پلی‌استری با فرمول ساختاری زیر تجزیه می‌شود. اگر جرم ۸۰/۶ گرم از این ماده در مدت ۱۵۰ ثانیه به ۷۱ گرم کاهش یابد،

سرعت متوسط تشکیل دی‌الکل آن چند  $mol \cdot min^{-1}$  است و در این فاصله چند گرم دی‌اسید تشکیل شده است؟



- (۱) ۸/۳ ، ۰/۰۲  
(۲) ۱۶/۶ ، ۰/۰۲  
(۳) ۸/۳ ، ۰/۰۵  
(۴) ۱۶/۶ ، ۰/۰۵

توجه به اشتباهات: داشتن ۱۰ تا ۱۵ اشتباه در هر آزمون قابل قبول است. اشتباهات شما معلم‌های خوبی برای پیشرفت شما هستند. وقتی به یک سؤال اشتباه جواب می‌دهید، یعنی آن موضوع را ناقص یاد گرفته‌اید و معمولاً با یک تلنگر یادگیری‌تان کامل می‌شود. پس به سراغ اشتباهات بروید. کارنامه اشتباهات را می‌توانید در همان روز آزمون از صفحه شخصی خود دریافت کنید.



# آزمون ۱۷ آذر ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

| نام طراحان  | نام درس       | اختصاصی |
|---|---------------|---------|
| امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی- عادل حسینی-افشین خاصه خان- طاهر دادستانی-فرشاد صدیقی فر- کامیار علییون<br>علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام   | حسابان ۲      |         |
| امیر حسین ابومحبوب-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی-مهرداد ملوندی  | هندسه         |         |
| امیر حسین ابومحبوب-رضا توکلی-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-مریم مرسلی-مهرداد ملوندی  | ریاضیات گسسته |         |
| کامران ابراهیمی-عبدالرضا امینی نسب-امیر حسین برادران-علیرضا چباری-محمد راست پیمان-دانیال راستی-سیدمحمد رضا روحانی<br>محمدجواد سورچی-محمد رضا شریفی-شیللا شیرزادی-امیراحمد میرسعید-محمد نهاوندی مقدم | فیزیک         |         |
| هدی بهاری پور-محمد رضا پورجاوید-احمد رضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی<br>علیرضا کیانی دوست-رضا مسکن-شهرزاد معرفت ایزدی-امین نوروزی                      | شیمی          |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | حسابان ۲   | هندسه                          | ریاضیات گسسته و<br>آمار و احتمال  | فیزیک                                       | شیمی  |
|--------------------------------|--|--------------------------------|-----------------------------------|---|---|
| گزینشگر                        | علیرضا ندافزاده                                    | امیر حسین ابومحبوب             | امیر حسین ابومحبوب<br>سوگند روشنی | امیر حسین برادران                           | امیر حاتمیان  |
| گروه ویراستاری                 | مهدی ملارمضانی<br>سعید خان بابایی<br>محمد رضا راسخ | مهرداد ملوندی                  | مهرداد ملوندی                     | مهدی شریفی<br>زهره آقامحمدی<br>دانیال راستی | محمد حسن محمدزاده مقدم<br>امیر حسین مسلمی<br>امیر رضا حکمت نیا  |
| بازبینی نهایی<br>رتبه های برتر | پارسا نوروزی منش<br>سهیل تقی زاده                  | پارسا نوروزی منش<br>مهبد خالئی | پارسا نوروزی منش<br>مهبد خالئی    | معین یوسفی نیا<br>حسین بصیر                 | علی رضایی<br>امیر رضا واشقانی<br>ماهان زواری<br>احسان پنجه شاهی |
| مسئول درس                      | عادل حسینی   | امیر حسین ابومحبوب             | امیر حسین ابومحبوب                | امیر حسین برادران                           | پارسا عیوض پور  |
| مستندسازی                      | سمیه اسکندری                                       | سرژ یقیازاریان تبریزی          | سرژ یقیازاریان تبریزی             | علیرضا همایون خواه                          | امیر حسین مرتضوی  |

### گروه فنی و تولید

|                |  |
|----------------|--|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی  |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳





حسابان ۲

گزینه «۴»

(ظاهر دراستانی)

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x+2)$  بر  $x-3$  برابر  $p(5)$  است، پس  $p(5) = 0$  است. در نتیجه چندجمله‌ای  $p(1-2x)$  بر عبارتی بخش پذیر است که ریشه آن همان جواب معادله  $1-2x_0 = 5$  یعنی  $x_0 = -2$  باشد، پس  $p(1-2x)$  قطعاً بر  $x+2$  بخش پذیر است. (حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۲»

(علیرضا نرافزاده)

ضابطه تابع جدید  $y = \sqrt[3]{3x+1} + k$  است که اکیداً صعودی است، پس وارون خود را فقط روی خط  $y = x$  قطع می‌کند، این یعنی نقطه تقاطع  $(-3, -3)$  است.

$$\Rightarrow -3 = \sqrt[3]{3(-3)+1} + k \Rightarrow -3 = -2 + k \Rightarrow k = -1$$

پس ضابطه تابع جدید  $y = \sqrt[3]{3x+1} - 1$  است. نمودار این تابع را سه واحد به راست می‌بریم و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم:

$$y = \sqrt[3]{3x+1} - 1 \xrightarrow[\text{انتقال به راست}]{x \rightarrow (x-3)} y = \sqrt[3]{3x-8} - 1$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y]{x \rightarrow (-x)} y_{\text{نهایی}} = \sqrt[3]{-3x-8} - 1$$

$$= -(\sqrt[3]{3x+8} + 1)$$

به ازای  $x = -\frac{7}{3}$  مقدار این تابع برابر ۲ می‌شود.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۲)

گزینه «۳»

(افشین فاضلان)

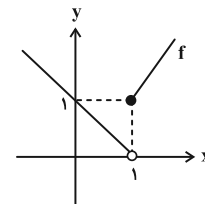
مطابق شکل بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $f$  روی آن صعودی است، بازه  $[-5, 0]$  است که طول آن برابر  $a = 5$  است. همچنین بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع روی آن نزولی است، بازه  $[-3, 5]$  است که طول آن برابر  $b = 8$  است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

تابع  $f$  روی بازه  $(1, +\infty)$  اکیداً نزولی و روی بازه  $(-\infty, 1]$  اکیداً صعودی است.



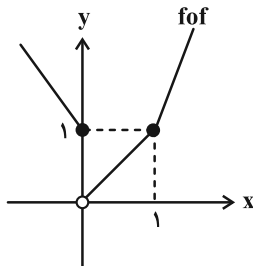
و ضابطه تابع  $f \circ f$  را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$f(f(x)) = \begin{cases} 1-f(x) & ; f(x) < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ 2f(x)-1 & ; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (0, 1) \end{cases}$$

پس داریم:

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -2x+1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ 4x-3 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

پس تابع  $f \circ f$  روی بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً نزولی و روی بازه  $(-\infty, 0]$  اکیداً صعودی است. این یعنی وضعیت یکنواپی توابع  $f$  و  $f \circ f$  روی بازه  $(0, 1)$  مخالف یکدیگر است.



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = 1 + (1 - \cos^2 ax) - \sin^2 ax = 1 + \sin^2 ax - \sin^2 ax$$

$$= 1 + \sin^2 ax(1 - \sin^2 ax) = 1 + \sin^2 ax \cos^2 ax$$

$$= 1 + \frac{1}{4} \sin^2 2ax = 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{1 - \cos 4ax}{2} \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{8} - \frac{1}{8} \cos 4ax$$

با توجه به شکل  $\frac{3}{2}$  برابر دوره تناوب،  $\frac{3}{4}$  شده است. پس دوره تناوب برابر

$$T = \frac{2\pi}{|4a|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = \pi \quad \text{است: } \frac{1}{2}$$

از طرفی مقدار ماکزیمم تابع هم برابر  $b = \frac{9}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{4}$  است.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9 - \cos 4\pi x}{8}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{b}{2}\right) = f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{9 - \cos \frac{5\pi}{2}}{8} = \frac{9 - \frac{1}{2}}{8} = \frac{17}{16}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

گزینه «۲»

(عادل مسینی)

مقدار ماکزیمم تابع برابر  $\frac{5}{6}$  است.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + 2|a| = \frac{1}{3} + 2a = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

نصف دوره تناوب هم برابر ۱ شده است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{4|b|\pi} = \frac{1}{2b} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$



که باید برابر  $a$  باشد:

$$\begin{aligned} \frac{fa^3 + 2a}{fa^2 + 3a^2 + 1} = a &\Rightarrow fa^5 + 3a^3 + a = fa^3 + 2a \\ \Rightarrow fa^5 - a^3 - a &= 0 \xrightarrow{a \neq 0} fa^2 - a^2 - 1 = 0 \\ \Rightarrow a^2 = \frac{1 + \sqrt{17}}{8} &\xrightarrow{a > 0} a = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{17}}{8}} \end{aligned}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(جهانش نیکام)

گزینه ۲

$\sin x + \cos x$  را متغیر جدید  $T$  در نظر می‌گیریم:

$$\sin x + \cos x = T \Rightarrow \sin 2x = T^2 - 1$$

پس معادله با تغییر متغیر به صورت زیر است:

$$\frac{T}{T+2} = \frac{2}{T^2-4} + 1$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2}{T+2} = \frac{2}{T^2-4} + 1 \Rightarrow T^2 - 4 = -(T+2)$$

$$\Rightarrow T^2 + T - 2 = (T+2)(T-1) = 0$$

$T = -2$  امکان‌پذیر نیست، پس  $T = 1$  است.

$$\Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه  $[0, 2\pi]$  عبارت‌اند از صفر،  $\frac{\pi}{2}$ ،  $\pi$ ،  $\frac{3\pi}{2}$  و  $2\pi$  که در

این بین  $\pi$  و  $\frac{3\pi}{2}$  در معادله صدق نمی‌کنند.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عارل مسینی)

گزینه ۲

طرفین تساوی را در  $\cos x \cos 2x$  ضرب می‌کنیم:

$$\cos x \cos 2x (\tan 2x + 1) - \frac{\tan x \cos x \cos 2x (\tan 2x - 1)}{\sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x (\sin 2x + \cos 2x) - \sin x (\sin 2x - \cos 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x \cos x + \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + \sin x \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(2x + x) + \cos(2x + x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

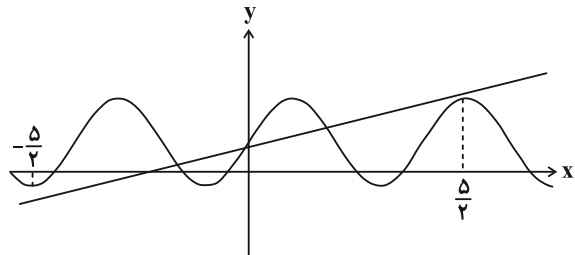
$$\Rightarrow \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{12} \\ \Rightarrow x = \frac{24k - 1}{36} \pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{7\pi}{12} \\ \Rightarrow x = \frac{24k + 7}{36} \pi \end{cases}$$

حال برای پیدا کردن نقاط تلاقی، نمودار تابع  $f$  و خط  $y = \frac{x+1}{4}$  را با

دقت بیشتری در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



پس تعداد نقاط تلاقی برابر ۳ است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(افشین فاضلان)

گزینه ۴

با توجه به این که نمودار از نقطه  $(2, 0)$  عبور می‌کند،  $c = 2$  است. از

$$\frac{\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

طرفی  $T = 2\pi$  است، پس داریم:

تابع  $f$  روی هر بازه از دامنه‌اش اکیداً صعودی است، پس  $a$  و  $b$  هم‌علامت‌اند.

نقطه  $(\frac{\pi}{4}, 4)$  روی نمودار واقع است در نتیجه با فرض این که  $b > 0$  داریم:

$$4 = a \tan \frac{\pi}{4} + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{9}{2} = 4.5$$

اگر  $b < 0$  باشد، داریم:

$$4 = -a + 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow a + b + c = -\frac{1}{2}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(عارل مسینی)

گزینه ۱

با توجه به شکل  $\tan 2\theta = a$  است و از روی

$\tan \theta$ ،  $\tan 3\theta = \tan(2\theta + \theta) = 2a$  را حساب می‌کنیم:

$$\tan 3\theta = \frac{\tan 2\theta + \tan \theta}{1 - \tan 2\theta \tan \theta} = \frac{a + \tan \theta}{1 - a \tan \theta} = 2a$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{a}{2a^2 + 1}$$

حال از اتحاد  $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$  استفاده می‌کنیم و  $\tan 2\theta$  را

حساب می‌کنیم:

$$\tan 2\theta = \frac{2\left(\frac{a}{2a^2 + 1}\right)}{1 - \left(\frac{a}{2a^2 + 1}\right)^2} = \frac{fa^3 + 2a}{fa^2 + 3a^2 + 1}$$



(کامیار علیون)

۱۴- گزینه «۴»

از اتحادهای  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  و  $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$  استفاده می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 + 2\cos^2 x - 1 - \sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2\sin^2 x - \sin x + 3}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(2\sin x + 3)(\sin x - 1)}{(\sin x + 1)(\sin x - 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x + 3}{\sin x + 1} = \frac{5}{2}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(عادل عسینی)

۱۵- گزینه «۳»

حد راست تابع در  $x=1$  برابر  $a+b$  است. حد چپ نیز باید برابر همین مقدار شود:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax^2 - x - 2}{2x - 2}$$

حد مخرج در عبارت بالا صفر است، برای این که حاصل حد مقدار حقیقی  $a+b$  شود، لازم است حد صورت نیز برابر صفر شود:

$$\Rightarrow a - 1 - 2 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x+2)(x-1)}{2(x-1)} = \frac{5}{2}$$

پس حد راست هم برابر  $\frac{5}{2}$  است.

$$\xrightarrow{a=3} 3 + b = \frac{5}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 2}{2x - 2} & ; x < 1 \\ 3 - \frac{x}{2} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(b) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(کامیار علیون)

۱۶- گزینه «۴»

اگر  $a=0$  باشد، تابع  $f(x) = -[x]$  در بازه داده شده فقط در  $x=1$  ناپیوسته است.

اما اگر  $a \neq 0$  باشد، نقاط کاندیدا برای ناپیوستگی  $x=1$  و  $x=\frac{1}{2}$  هستند، زیرا در این نقاط عبارت‌های داخل براکت مقداری صحیح به خود می‌گیرند. حال در  $x=\frac{1}{2}$  چون تابع  $y = a[2x]$  ناپیوسته است و از آنجا که مجموع یک تابع ناپیوسته با هر تابع پیوسته دیگری نمی‌تواند پیوسته شود، نتیجه می‌گیریم تنها نقطه ناپیوستگی تابع همین  $x=\frac{1}{2}$  است و تابع  $f$  در  $x=1$  باید پیوسته باشد. پس داریم:

جواب‌های بازه  $(0, \pi)$  عبارتند از  $\frac{22\pi}{36}$ ،  $\frac{7\pi}{36}$  و  $\frac{31\pi}{36}$  که مجموع آن‌ها برابر  $\frac{61\pi}{36}$  است.

(مسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱- گزینه «۲»

(فرشار صدیقی‌فر)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 6$$

اما نمودار تابع  $f$  از مقادیر کمتر از ۶ به آن نزدیک می‌شود، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (g \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} g(x)$$

که ضابطه تابع  $g$  به صورت  $g(x) = -2x + 6$  است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} g(x) = -6$$

که چون تابع  $g$  اکیداً نزولی است، تابع از مقادیر بیشتر به  $-6$  نزدیک می‌شود، در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [(g \circ f)(x)] = [(-6)^+] = -6$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱۲- گزینه «۱»

(امیرمدر باقری نصرآبادی)

با حد صفر صفرم مواجه هستیم.

روش اول:  $x=1$  ریشه مرتبه ۳ صورت اما ریشه ساده مخرج است. پس حاصل حد صفر است.  
روش دوم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{\sqrt{x}}\sqrt{\sqrt{x}-1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} 3\sqrt{\sqrt{x}-1} = 0$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۳- گزینه «۱»

(فرشار صدیقی‌فر)

با حد مبهم صفر صفرم مواجه هستیم و برای رفع ابهام، از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt[3]{x+1}-1)-x}{x^2} \times \frac{1+\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{(x+1)^2}}{1+\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{(x+1)^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{((x+1)-1)-x(3)}{x^2(3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2x}{3x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{3x} = -\infty$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴ و

مسابان ۲- مرهای نامتناهی- مر در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)



$$\lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{4})^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- در در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۹- گزینه «۳» (امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

نمودار تابع دو مجانب قائم  $x = -2$  و  $x = m > 0$  را دارد که با توجه به نمودار مشخص است که  $x = -2$  ریشه ساده عبارت مخرج و  $x = m$  ریشه مضاعف آن است، پس داریم:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)(x-m)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-m)^2}$$

تساوی  $f(2) = \frac{1}{4}$  را نیز برقرار می‌کنیم:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{4(2-m)^2} \Rightarrow (2-m)^2 = 1 \Rightarrow 2-m = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ \text{یا} \\ m = 3 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های تابع  $f$  می‌توانند  $f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-1)^2}$  یا

$$f(x) = \frac{x}{(x+2)(x-3)^2}$$
 باشد که مقدار  $f(-1)$  می‌تواند  $-\frac{1}{4}$  یا

$-\frac{1}{16}$  باشد.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- در در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۲۰- گزینه «۴» (امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

واضح است که اگر  $a = 5$  باشد، تابع ثابت  $f$  با دامنه  $\mathbb{R} - \{1, 4\}$  مجانب قائم نخواهد داشت. اما اگر  $a \neq 5$  باشد، لازم است که عبارت مخرج ریشه نداشته باشد:

$$\Rightarrow \Delta_{\text{مخرج}} = a^2 - 16 < 0 \Rightarrow -4 < a < 4$$

پس مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $a$ ،  $\{5\} \cup (-4, 4)$  است که این مجموعه شامل ۸ عدد صحیح است.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- در در پی نوابت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a, \quad f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2a - 1$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a = 2a - 1 \Rightarrow a = 1$$

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۱)

۱۷- گزینه «۲» (شاهین پروازی)

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - m[3x]}{(x-1)(x-m)}$$

حدهای چپ و راست در  $x = 1$  هر دو باید برابر  $-\infty$  شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - m[3x]}{(x-1)(x-m)} = \frac{1 - 2m}{0^- \times (1-m)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 2m}{1-m} > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{2} \text{ یا } m > 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - m[3x]}{(x-1)(x-m)} = \frac{1 - 3m}{0^+ \times (1-m)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 3m}{1-m} < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < m < 1 \quad (2)$$

اشتراک مجموعه‌های (۱) و (۲) بازه  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$  است.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- در در پی نوابت: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴)

۱۸- گزینه «۴» (عادل مسینی)

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - x)}{\cos(\frac{\pi}{4} - x)(\sin x + \cos x)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} - x)}{\sqrt{2} \cos^2(\frac{\pi}{4} - x)}$$

در همسایگی  $x = \frac{2\pi}{4}$ ، حد صورت برابر  $\sin(-\frac{\pi}{4}) = -1$  است و حد

مخرج هم همواره مقداری مثبت است. پس داریم:



هندسه ۳

گزینه ۴» ۲۱-

(مهردار ملونری)

ابتدا رابطه ماتریسی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x+y & 2x-2y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4xy+y^2+4x^2-4xy \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow y^2+4x^2=3$$

از رابطه  $y = 2x - 4$  به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = 2x - 4 \Rightarrow y - 2x = -4 \xrightarrow{\text{توان } 2} \underbrace{y^2 + 4x^2 - 4xy}_{3} = 16$$

$$\Rightarrow -4xy = 13 \Rightarrow xy = -\frac{13}{4} = -3 \frac{1}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۱» ۲۲-

(مهم‌فندان)

می‌دانیم اگر  $k$  عددی حقیقی و  $A$  یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد،

آن‌گاه  $(KA)^{-1} = \frac{1}{K} A^{-1}$  است، پس داریم:

$$\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} A^{-1} = 2A^{-1}$$

$$\left|\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}\right| = -4 \Rightarrow |2A^{-1}| = -4 \Rightarrow 2^3 |A^{-1}| = -4$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{|A|} = -\frac{1}{2} \Rightarrow |A| = -2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۳» ۲۳-

(مهردار ملونری)

از فرض نتیجه می‌گیریم  $AB = -BA$ ، بنابراین داریم:

$$|A||B| = |AB| = |-BA| = (-1)^3 |BA| = -|B||A|$$

$$\Rightarrow |A||B| = 0 \Rightarrow |A| = 0 \text{ یا } |B| = 0$$

پس عبارت «الف» درست است.

$$A^T B = A(AB) = A(-BA) = -(AB)A = -(-BA)A = BA^T$$

$$\Rightarrow A^T B - BA^T = \bar{O}$$

بنابراین عبارت «ب» نادرست است.

$$(A+B)^T = A^T + B^T + \frac{AB+BA}{\bar{O}} \Rightarrow |(A+B)^T| = |A^T + B^T|$$

$$\Rightarrow |A+B|^T = |A^T + B^T|$$

پس عبارت «پ» درست است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

گزینه ۴» ۲۴-

(مهردار ملونری)

از رابطه  $A^T = -A$ ، نتیجه می‌گیریم

$$A^9 = (A^T)^3 = (-A)^3 = -A^3 = A$$

$$A^{100} = (A^9)^{11} \times A = A^{11} \times A = A^9 \times A^3$$

$$= A \times (-A) = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۳» ۲۵-

(اخشین فاصه‌فان)

ماتریس اسکالر ماتریس مربعی است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ c & 5 & a \\ 1 & b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & -1 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم  $AB = C$ ، آنگاه با بررسی درایه‌های  $C_{12}$ ،  $C_{22}$  و  $C_{33}$  داریم:

$$\begin{cases} c_{12} = 0 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ c_{22} = 0 \Rightarrow b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1 \\ c_{33} = 0 \Rightarrow 2c + ab = 0 \Rightarrow 2c - 2 = 0 \Rightarrow c = 1 \end{cases}$$

حال به ازای درایه  $C_{11}$  داریم:

$$c_{11} = n \Rightarrow c - a + 2a = n \Rightarrow n = a + c = 2 + 1 = 3$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس  $AB$ ، برابر  $3n = 9$  است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

گزینه ۱» ۲۶-

(امیرسین ایومفیوب)

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  آن است که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} = \frac{-2n-1}{n+4}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \Rightarrow m(m+5) = 6 \Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$$

اگر  $m = 1$  باشد، آنگاه:

$$\frac{1}{3} = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow n+4 = -6n-3 \Rightarrow 7n = -7 \Rightarrow n = -1$$

اگر  $m = -6$  باشد، آنگاه:



$$\Rightarrow \begin{cases} 11m = 6 \\ 22m + 121n = 1 \Rightarrow 121n = -11 \\ \hline 22 \times 6 \\ \hline 11n = -1 \Rightarrow 22n = -2 \end{cases}$$

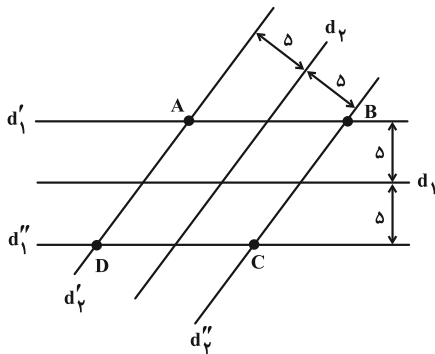
$$11m - 22n = 6 - (-2) = 8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(سوکندر روشنی)

۲۹- گزینه «۴»

می‌دانیم مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط در آن صفحه به فاصله ثابت  $k$  باشند، دو خط موازی با آن خط در طرفین آن و به فاصله  $k$  از آن هستند، بنابراین مطابق شکل کافی است دو خط  $d_1'$  و  $d_1''$  را موازی با  $d_1$  و دو خط  $d_2'$  و  $d_2''$  را موازی با  $d_2$  رسم کنیم:



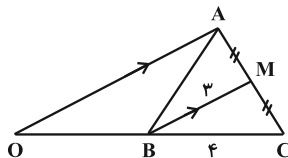
نقاط  $A, B, C, D$ ، نقاطی از صفحه هستند که از دو خط  $d_1$  و  $d_2$  به فاصله یکسان  $\delta$  واقع‌اند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۲»

فرض کنید مثلث مورد نظر باشد. از رأس  $A$  خطی موازی میانه  $BM$  رسم می‌کنیم تا امتداد  $BC$  را در نقطه‌ای مانند  $O$  قطع کند. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $OAC$  داریم:



$$BM \parallel OA \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{CB}{CO} = \frac{BM}{OA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{CO} = \frac{3}{OA}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CO = 8 \Rightarrow BO = 4 \\ OA = 6 \end{cases}$$

یعنی نقطه  $O$ ، نقطه‌ای ثابت روی امتداد ضلع  $BC$  و به فاصله ۴ واحد از  $B$  است و فاصله نقطه  $A$  از نقطه ثابت  $O$  همواره برابر ۶ است، پس نقطه  $A$  روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ۶ قرار دارد.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

$$\frac{-6}{3} = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow -2 = \frac{-2n-1}{n+4} \Rightarrow -2n-8 = -2n-1$$

$\Rightarrow -8 = -1$  غیرممکن

بنابراین تنها جواب ممکن  $m = 1$  و  $n = -1$  بوده و تنها زوج مرتب  $(-1, 1)$  به دست می‌آید.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(امیرمسین ابومصوب)

۲۷- گزینه «۱»

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2 \times 1 - (-1) \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

رابطه ماتریسی فرض سؤال را از سمت چپ در ماتریس  $B^{-1}$  ضرب می‌کنیم:

$$B^{-1}(BX) = B^{-1}(A-B) \Rightarrow X = B^{-1}A - I$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 \cdot 0 - 4 \cdot 3 \\ -1 \cdot 6 + 2 \cdot 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -12 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$X = -6 - \frac{3}{2} + 3 - \frac{1}{2} = -5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

(سوکندر روشنی)

۲۸- گزینه «۲»

ابتدا وارون ماتریس  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^2 = \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

حال طبق فرض داریم:

$$(A^{-1})^2 = mA^{-1} + nI \Rightarrow \frac{1}{121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{m}{11} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\times 121} \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = 11m \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + 121n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44m + 121n & -33m \\ 11m & 22m + 121n \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

طبق خاصیت تعدی اگر  $a|b$  و  $b|c$ ، آن گاه  $a|c$ ، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{matrix} a|b \\ a|c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a^2|bc \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\left. \begin{matrix} a|c \\ b|c \end{matrix} \right\} \Rightarrow ab|c^2 \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\left. \begin{matrix} a|b \Rightarrow a^2|b^2 \\ a|c \Rightarrow a^2|c^2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a^2|b^2+c^2 \quad \text{گزینه «۴»}$$

اما رابطه گزینه «۳» لزوماً برقرار نیست. مثلاً اگر  $a=5$ ،  $b=15$  و  $c=30$  باشد، آن گاه  $2a=10$  و  $b+c=45$  و  $10 \nmid 45$ .

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

$$a^2 + b^2 + a^2b^2 \geq a^2b + ab^2 + ab \xleftarrow{\times 2}$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2a^2b^2 \geq 2a^2b + 2ab^2 + 2ab$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2b^2 - 2a^2b + a^2) + (a^2b^2 - 2ab^2 + b^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (a-b)^2 + (ab-b)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (ab-a)^2 + (ab-b)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

از  $(a, 6) = 3$  نتیجه می‌گیریم که  $a$  مضرب ۳ است ولی بر ۲ بخش پذیر نیست، یعنی:

$$a = 3(2k+1) = 6k+3$$

از  $(b, 6) = 2$  نتیجه می‌گیریم که  $b$  مضرب ۲ است ولی بر ۳ بخش پذیر نیست، یعنی:

$$b = 2(2k'+1) = 4k'+2$$

در نتیجه داریم:

$$2a+b = 12k+6+4k'+2 = \begin{cases} 12k+4k'+8 \\ \text{یا} \\ 12k+4k'+4 \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می‌شود عدد  $2a+b$  (در هر دو حالت) زوج است و مضرب ۳ نیست، پس ب. م. آن با عدد  $2^2 \times 3 = 12$ ، یکی از اعداد ۲ یا ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۴- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

مطابق فرض باقی‌مانده تقسیم اعداد ۱۲۰ و ۴۵ بر عدد طبیعی  $m$ ، با هم برابر است، پس داریم:

$$\begin{cases} 120 = mq_1 + r \\ 45 = mq_2 + r \end{cases}; \quad 0 \leq r < m$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 75 = m(q_1 - q_2) \Rightarrow m | 75$$

از آنجا که  $75 = 3 \times 5^2$  و عدد طبیعی  $m$  بزرگ‌تر از یک است، پس پنج مقدار قابل قبول ۳، ۵، ۱۵، ۲۵ و ۷۵ برای  $m$  به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۵- گزینه «۳»

(مصطفی دیراری)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$2a+1 = 23q+r \xrightarrow{r=q+5} 2a+1 = 23q+q+5$$

$$\Rightarrow 2a = 24q+4 \xrightarrow{+2} a = 12q+2$$

هر عدد در تقسیم بر ۳، به یکی از سه صورت  $3k$ ،  $3k+1$  و  $3k+2$  نوشته می‌شود.

$$q = 3k \Rightarrow a = 12(3k)+2 = 36k+2 \Rightarrow r_1 = 2$$

$$q = 3k+1 \Rightarrow a = 12(3k+1)+2 = 36k+14 \Rightarrow r_2 = 14$$

$$q = 3k+2 \Rightarrow a = 12(3k+2)+2 = 36k+26 \Rightarrow r_3 = 26$$

بنابراین حداکثر مقدار باقی‌مانده تقسیم  $a$  بر ۳۶، برابر ۲۶ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۶- گزینه «۳»

(مصطفی دیراری)

$$\text{می‌دانیم } x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1, \text{ بنابراین داریم:}$$

$$7^2 \equiv 2 \pmod{47} \xrightarrow{\text{به توان ۷}} 7^{14} \equiv 2^7 \pmod{47} \equiv 128 \equiv -13 \pmod{47}$$



(سوکندر روشنی)

۳۹- گزینه «۴»

برای یافتن مقادیر  $X$ ، معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$12x + 5y = 113 \Rightarrow 12x \equiv 113 \Rightarrow 2x \equiv 3 \equiv 8$$

$$\xrightarrow{+2} x \equiv 4 \Rightarrow x = 5k + 4 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی  $X$ ، برابر است با:

$$x = 5 \times 199 + 4 = 999 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 27$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(سوکندر روشنی)

۴۰- گزینه «۱»

شرط جواب معادله  $ax + by = c$  در مجموعه اعداد صحیح آن است که  $(a, b) | c$ ، بنابراین داریم:

$$(\Delta n - 1, 3n + 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | \Delta n - 1 \xrightarrow{-x3} d | 15n - 3 \\ d | 3n + 2 \xrightarrow{-x5} d | 15n + 10 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

از طرفی عدد ۱۳، عدد ۱۵ را عاد نمی‌کند، پس معادله تنها در صورتی در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد که  $d = 1$  باشد. بنابراین کافی است مقادیری از  $n$  که به ازای آن،  $d = 13$  است را به دست آورده و از کل اعداد دو رقمی کم کنیم:

$$3n + 2 \equiv 0 \Rightarrow 3n \equiv -2 \equiv 24 \xrightarrow{+3} n \equiv 8 \quad (3, 13)=1$$

$$\Rightarrow n = 13k + 8 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 13k + 8 \leq 99 \Rightarrow 2 \leq 13k \leq 91$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 7$$

پس به ازای ۷ عدد دو رقمی،  $d = 13$  و در نتیجه به ازای  $83 = 90 - 7$  عدد دو رقمی،  $d = 1$  بوده و معادله در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

$$\xrightarrow{xy} 715 \equiv 47 \equiv -91 \equiv -91 + 2 \times 47 \equiv 3$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2 \times 715 \equiv 47 \equiv 6 \Rightarrow x - 1 \equiv 6$$

$$(x-1)^2 \equiv 36 \Rightarrow (x-1)^2 - 1 \equiv 35$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(سوکندر روشنی)

۳۷- گزینه «۲»

$$7^2 \equiv 49 \equiv -2 \xrightarrow{\text{به توان ۴}} 7^8 \equiv 16 \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲۱}} 7^{168} \equiv -1 \xrightarrow{x7^2} 7^{170} \equiv (-1)(-2) \equiv 2$$

$$5^2 \equiv 25 \equiv 8 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^4 \equiv 64 \equiv -4$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲۱}} 5^{168} \equiv -1 \xrightarrow{x5^4} 5^{172} \equiv (-1)(-4) \equiv 4$$

$$7^{170} + 5^{172} \equiv 2 + 4 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(فرزاد پورای)

۳۸- گزینه «۲»

عددی بر ۹۹ بخش پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر باشد:

$$x^9 y^8 \equiv x^3 + y + 8 + x + x \equiv 3x + y + 11 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 3x + y \equiv -11 \equiv 7 \Rightarrow 3x + y = 7 \text{ یا } 16 \text{ یا } 25 \text{ یا } 34 \quad (1)$$

$$x^9 y^8 \equiv x - x + 8 - y + 3 - x \equiv 11 - x - y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 11 \equiv 0 \Rightarrow x + y = 11 \quad (2)$$

دقت کنید که حالت  $x + y = 0$  امکان پذیر نیست، چون در این صورت

$$x = y = 0 \text{ و عدد مورد نظر شش رقمی نخواهد بود.}$$

تنها مقادیری برای  $x$  و  $y$  که در هر دو رابطه (۱) و (۲) صدق می‌کنند،

$$x = 7 \text{ و } y = 4 \text{ است. در این صورت داریم:}$$

$$x^2 + y^2 = 7^2 + 4^2 = 65$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)





آمار و احتمال

گزینه «۲» - ۴۱

(سوکندر روشنی)

کل اعداد طبیعی ۴ رقمی با ارقام متمایز  $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 81 \times 56$

تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی فرد بزرگتر از ۷۰۰۰ به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \frac{1}{7 \text{ عدد}} \times 8 \times 7 \times 4 = 4 \times 56 \\ \frac{1}{8 \text{ عدد}} \times 8 \times 7 \times 5 = 5 \times 56 \xrightarrow{+} 13 \times 56 \\ \frac{1}{9 \text{ عدد}} \times 8 \times 7 \times 4 = 4 \times 56 \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{13 \times 56}{81 \times 56} = \frac{13}{81}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

گزینه «۴» - ۴۲

(سوکندر روشنی)

اگر جایگاه‌های قد را به صورت زیر (که افراد سمت راست، قد بلند دارند) در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$P = \frac{\overbrace{4 \times 1}^{\text{انتخاب‌های A}}}{\binom{7}{2} \times 1} = \frac{4}{21}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۲» - ۴۳

(سوکندر روشنی)

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $\sim p \wedge q$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ |
|---|---|-------------------|-------------------|---|
| د | د | د                 | ن                 | ن   |
| د | ن | ن                 | ن                 | د   |
| ن | د | د                 | د                 | د   |
| ن | ن | د                 | ن                 | ن   |

مطابق جدول، از ۲ حالت مورد نظر، در ۱ حالت ارزش گزاره p درست

است، پس  $P = \frac{1}{2}$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۳» - ۴۴

(مریم مرسلی)

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{11} + d + \frac{1}{11} + 2d + \frac{1}{11} + 3d + \frac{1}{11} + 4d = 1$$

$$10d = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11} \Rightarrow d = \frac{6}{110}$$

$$P(4) = \frac{1}{11} + d = \frac{10}{110} + \frac{6}{110} = \frac{16}{110}$$

$$P(3) = \frac{16}{110} + \frac{6}{110} = \frac{22}{110}$$

$$P(2) = \frac{22}{110} + \frac{6}{110} = \frac{28}{110}$$

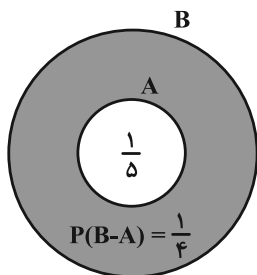
$$P(1) = \frac{28}{110} + \frac{6}{110} = \frac{34}{110}$$

$$\Rightarrow \frac{P(3)}{P(1) + P(2)} = \frac{\frac{22}{110}}{\frac{62}{110}} = \frac{22}{62} = \frac{11}{31}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

گزینه «۴» - ۴۵

(مریم مرسلی)



$$\Rightarrow P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(B')}{P(B')} = 1$$

گزینه (۱) درست

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(\emptyset) = 0$$

گزینه (۲) درست

$$P[(A \cap B) \cup B] = P(B) = \frac{9}{20}$$

گزینه (۳) درست

$$P[\underbrace{(A' \cup B) \cap A}_{(A' \cap A) \cup (B \cap A)}] = P(B \cap A) = P(A) = \frac{1}{5}$$

گزینه (۴) نادرست

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)



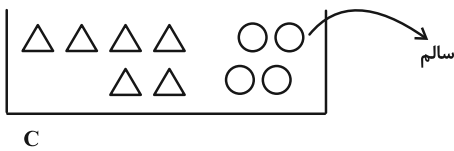
$$= P(E_1) \times 1 + P(E_2) \times 0 + \frac{1}{3} \times P(E_3)$$

$$= P(E_1) + \frac{1}{3} P(E_3) = P(E_1) + \frac{1}{3} (1 - 2P(E_1)) = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(سوکنده روشنی)

گزینه «۱» -۴۹



$$P(\text{سالم}) = \frac{4}{10} \times \frac{7}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{7}{12} = \frac{28}{100} + \frac{35}{100} = \frac{63}{100} = 0.63$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(رضا تولگی)

گزینه «۳» -۵۰

پیشامد این که تیم ملی فوتبال ایران قهرمان آسیا شود : A

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

پیشامد این که تیم ملی فوتبال ایران به جام جهانی بعدی صعود کند : B

$$\Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$$

طبق صورت سؤال  $P(A' \cap B') = \frac{1}{5}$  است.

$$P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{5} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

مسأله  $P(B | A')$  را می‌خواهد.

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{10} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

(سوکنده روشنی)

گزینه «۲» -۴۶

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - \left( \frac{200}{200} + \frac{200}{200} - \frac{200}{200} \right)$$

$$= 1 - \left( \frac{33 + 25 - 8}{200} \right) = 1 - \frac{50}{200} = 1 - \frac{5}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

(رضا تولگی)

گزینه «۲» -۴۷

رضا یا در مرتبه اول یا مرتبه سوم و یا مرتبه پنجم می‌تواند مهره آبی را خارج

کند. پس داریم:

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5}$$

$\downarrow$  رضا قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  مریم قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  رضا آبی خارج کند

$$+ \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{22}{35}$$

$\downarrow$  رضا قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  مریم قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  رضا قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  مریم قرمز خارج کند  
 $\downarrow$  رضا آبی خارج کند

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(رضا تولگی)

گزینه «۱» -۴۸

پیشامدهای E, E<sub>۱</sub>, E<sub>۲</sub> و E<sub>۳</sub> را به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

پیشامدی که علی تعداد رو بیشتر نسبت به رضا ظاهر کند : E

پیشامدی که در ۳ پرتاب، علی رو بیشتر ظاهر کند : E<sub>۱</sub>

پیشامدی که در ۳ پرتاب، رضا رو بیشتر ظاهر کند : E<sub>۲</sub>

پیشامدی که در ۳ پرتاب، علی و رضا تعداد رو یکسان ظاهر کنند : E<sub>۳</sub>

بدیهی است که

$$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = 1 \text{ و } P(E_1) = P(E_2)$$

$$P(E_3) = 1 - 2P(E_1)$$

پس داریم:

طبق قانون جمع احتمال داریم:

$$P(E) = P(E_1)P(E | E_1) + P(E_2)P(E | E_2) + P(E_3)P(E | E_3)$$



**آمار و احتمال**

۵۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

مراحل علم آمار عبارتند از:

(۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام

(۲) سازماندهی و نمایش

(۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها

(۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۵۲- گزینه «۲»

(سوگند روشنی)

در گروه خونی افراد، ترتیب طبیعی دیده نمی‌شود، پس متغیر کیفی اسمی

است. میزان بارندگی و طول اضلاع مستطیل قابل اندازه‌گیری بوده و متغیر

کمی پیوسته هستند.

تعداد روزهای بارش در یک ماه، متغیر کمی گسسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۶۲ تا ۱۷۰)

۵۳- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق متن کتاب درسی، در آمارگیری اگر به دقت زیاد نیاز داشته باشیم،

استفاده از روش مشاهده مناسب نیست.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه ۱۱۴)

۵۴- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برابر  $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$  است. با توجه به ثابت بودن انحراف

معیار جامعه داریم:

$$\frac{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_2}}}{\frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow n_2 = 4n_1 = 4 \times 250 = 1000$$

$$750 = n_2 - n_1 = 1000 - 250 = 750$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۵- گزینه «۳»

(مریم مرسلی)

نوع نمونه‌گیری طبقه‌ای است، چون از هر کدام از دو طبقه، نمونه‌ای انتخاب

گردیده است. از طرفی طبق قانون احتمال کل برای احتمال انتخاب هر عضو

جامعه داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۱۱۷)

۵۶- گزینه «۱»

(سوگند روشنی)

طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برابر  $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$  است، بنابراین داریم:



(امیرمسین ابومصوب)

۵۹- گزینه «۴»

ابتدا میانگین اعداد ۰ تا N (میانگین جامعه) را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین نمونه انتخاب شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+9+5+3+11+15+16+10+13+17}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

بنابراین داریم:

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 10 \Rightarrow N = 20$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۵)

(مریم مرسلی)

۶۰- گزینه «۱»

پارامتر جامعه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2.5$$

تعداد نمونه‌های در دسترس برابر است با:

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 4+6+4+1=15$$

از بین نمونه‌های انتخابی، میانگین هر کدام از سه نمونه  $\{1, 4\}$ ،  $\{2, 3\}$  و $\{1, 2, 3, 4\}$ ، برابر  $2.5$  است، پس احتمال برآورد دقیق پارامتر

توسط نمونه انتخابی برابر است با:

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 3/9 - 2/3 \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{400}} = 1/6$$

$$\Rightarrow \frac{4\sigma}{20} = 1/6 \Rightarrow \frac{\sigma}{5} = 1/6 \Rightarrow \sigma = 8$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۷- گزینه «۲» (مریم مرسلی)

$$\text{طول هر طبقه} = \frac{300}{15} = 20$$

با توجه به این که در هر طبقه، به اندازه طول طبقه به شماره نفر انتخابی قبلی

افزوده می‌شود شماره اولین نفر انتخابی برابر ۳ است و شماره سایر افراد،

طبق جمله عمومی دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 3 + 20(n-1)$$

بنابراین برای محاسبه شماره نفر یازدهم انتخابی در نمونه کافی است در

رابطه فوق، مقدار  $n = 11$  را قرار دهیم:

$$a_{11} = 3 + 20(11-1) = 203$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

(مریم مرسلی)

۵۸- گزینه «۲»

کافی است آماره میانگین نمونه را با پارامتر میانگین جامعه برابر قرار دهیم:

$$\frac{4+x+6}{3} = \frac{1+3+4+x+6+7+8}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{10+x}{3} = \frac{29+x}{7} \Rightarrow 70+7x = 87+3x$$

$$\Rightarrow 4x = 17 \Rightarrow x = 4.25$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۸ تا ۱۲۱)



فیزیک ۳

گزینه «۱» - ۶۱

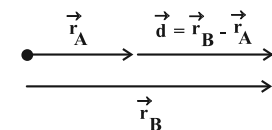
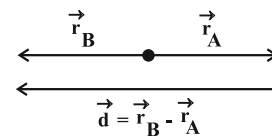
(امیرمسین برادران)

بردار سرعت متوسط، هم جهت با بردار جابه جایی است. اگر بردار مکان متحرک در نقطه A و B به ترتیب  $\vec{r}_A$  و  $\vec{r}_B$  باشد در این صورت داریم:

$$v_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$$\vec{d} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

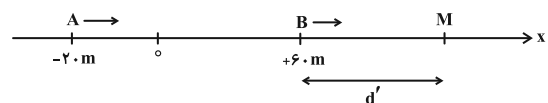
از رابطه فوق درمی یابیم که زمانی که بردارهای  $\vec{r}_A$  و  $\vec{r}_B$  خلاف جهت هم باشند یا در حالتی که دو بردار هم جهت باشند به طوری که  $|\vec{r}_B| > |\vec{r}_A|$  باشد، بردار جابه جایی با بردار  $\vec{r}_B$  هم جهت است. با توجه به حالت های مقابل هیچ یک از گزاره های داده شده الزاماً صحیح نیستند.



(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه های ۳ تا ۵)

گزینه «۱» - ۶۲

(امیرمسین برادران)



مطابق شکل دو متحرک در مکان  $x_M$  به هم می رسند. مسافتی که هر کدام از متحرک ها از مبدأ زمان تا لحظه عبور از کنار هم طی می کنند برابر است با:

$$l_A = 60 - (-20) + d' = 80 + d'$$

$$l_B = d'$$

اکنون با استفاده از رابطه مسافت- زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$l = v\Delta t \Rightarrow \frac{l_A}{l_B} = \frac{v_A \Delta t_A}{v_B \Delta t_B} \quad v_A = 2v_B, \quad l_A = 80 + d', \quad \Delta t_A = \Delta t_B, \quad l_B = d'$$

$$\frac{80 + d'}{d'} = 2 \Rightarrow d' = 40 \text{ m} \Rightarrow x_M = 60 + d' = 100 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

گزینه «۲» - ۶۳

(مهمرضا شریفی)

در مسائلی که به جای سرعت اولیه، سرعت نهایی را داریم، می توانیم حرکت را برعکس کنیم. بر این اساس، در حرکت جدید، سرعت اولیه برابر با منفی سرعت نهایی خواهد شد. شتاب و جابه جایی نیز قرینه می شوند.

$$v'_0 = v_1 = 0, \quad a' = -a$$

$$\Delta x' = \frac{1}{2} a' t'^2 + v'_0 t' \Rightarrow \begin{cases} -40 = -\frac{1}{2} a t_1^2 + 0 \times t \\ -10 = -\frac{1}{2} a t_2^2 + 0 \times t \end{cases}$$

$$\frac{40}{10} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۲» - ۶۴

(مهمرضا استیمیان)

چون متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت، به مدت ۳ ثانیه بردار مکانش مثبت است، بنابراین متحرک در  $t = 2s$  در  $x = 0$  است.

$$t = 2s \Rightarrow \Delta x = 0 - (-12) = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{t=2s} 12 = \frac{1}{2} a \times 2^2 + v_0 \times 2$$

$$\Rightarrow a + v_0 = 6 \quad (1)$$

$$t = 5s \Rightarrow \Delta x = 3 - (-12) = 15 \text{ m}$$

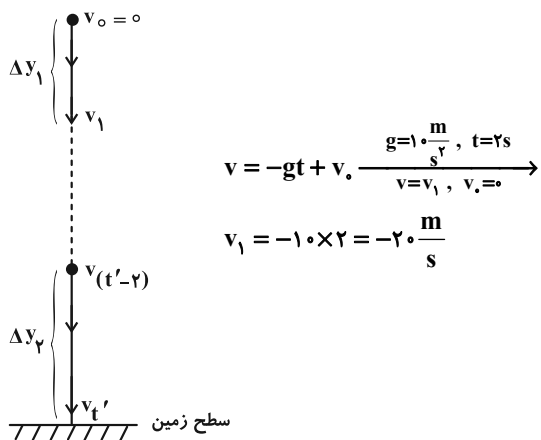


۶۶- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

ابتدا از معادله سرعت - زمان استفاده می‌کنیم و سرعت گلوله را در

لحظه‌های  $t = 2s$  و  $t' - 2$  و  $t'$  به دست می‌آوریم:



$$v = -gt + v_0 \xrightarrow{g=1 \cdot \frac{m}{s^2}, t=2s} v = v_1, v_0=0$$

$$v_1 = -1 \cdot 2 = -2 \frac{m}{s}$$

به همین ترتیب داریم:

$$v_{t'} = -gt' + v_0 = -1 \cdot t'$$

$$v_{t'-2} = -g(t'-2) + v_0 = -1 \cdot (t'-2)$$

رابطه مستقل از شتاب را برای دو ثانیه اول حرکت و دو ثانیه آخر حرکت

می‌نویسیم و طبق صورت سؤال داریم:

$$\Delta y_2 = 6\Delta y_1 \Rightarrow \left(\frac{v_{t'-2} + v_{t'}}{2}\right) \times 2 = 6 \times \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right) \times 2$$

$$\xrightarrow{v_{(t'-2)} = -1 \cdot (t'-2), v_{t'} = -1 \cdot t', v_0=0, v_1 = -2 \frac{m}{s}}$$

$$-1 \cdot (t'-2) + (-1 \cdot t') = 6(0 - 2) \Rightarrow -1 \cdot t' + 2 - 1 \cdot t' = -12$$

$$\Rightarrow -2 \cdot t' = -14 \Rightarrow t' = 7s$$

تندی در لحظه برخورد به زمین به اندازه  $v_{t'}$  است.

$$v_{t'} = -1 \cdot t' \xrightarrow{t'=7s} |v_{t'}| = 1 \cdot 7 = 7 \frac{m}{s}$$

توجه: از روش دیگر نیز می‌توان کل زمان سقوط را به دست آورد. با توجه به

این که در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، جسم در ثانیه اول حرکت خود

مسافت ۵ متر را می‌پیماید، مسافت‌های طی شده توسط آن در ثانیه‌های بعدی

تشکیل یک دنباله حسابی را می‌دهند.

$$15 = \frac{1}{2} a \times 5^2 + v_0 \times 5 \Rightarrow 30 = 25a + 10v_0$$

$$5a + 2v_0 = 6 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) و حل دستگاه داریم:

$$\begin{cases} a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

در نقطه ماکزیمم  $v = 0$  است، پس:

$$-64 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = x_M - x_0 = 16$$

$$\xrightarrow{x_0 = -12m} x_M = 4m$$

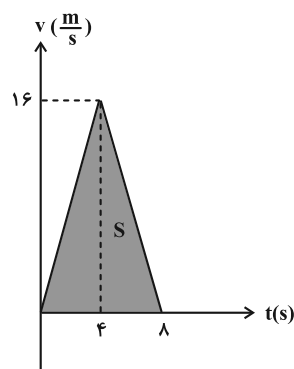
$$l = |x_M - x_0| + |x_0 - x_M| = |4 - (-12)| + |-12 - 4| = 17m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۵- گزینه «۳»

(مهدی رضا شریفی)

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است:

$$S = \Delta x = \frac{8 \times 16}{2} = 64m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{64}{8} = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



$$\vec{F}_{net\ x} = -\vec{F} - \frac{\vec{F}}{3} = -\frac{4\vec{F}}{3} = m\vec{a}_x \Rightarrow a_x = \frac{4F}{3m}$$

و در حالتی که فقط یک نیرو حذف شود، برابری نیروها برابر با  $-\vec{F}$  می‌شود

$$\vec{F}_{net\ y} = -\vec{F} = m\vec{a}_y \Rightarrow a_y = \frac{F}{m}$$

و داریم:

$$\frac{a_x}{a_y} = \frac{\frac{4F}{3m}}{\frac{F}{m}} = \frac{4}{3}$$

حال از نسبت شتاب‌ها داریم:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

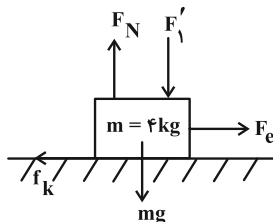
۶۹- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

ابتدا نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_e = kx \xrightarrow[k=150 \frac{N}{m}, x=20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}]{} F_e = 150 \times 0.2 = 30 \text{ N}$$

برای آن که جسم با سرعت ثابت حرکت کند، باید نیروی خالص وارد بر آن

صفر باشد:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k = 30 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow[\mu_k = 0.3, f_k = 30 \text{ N}]{} 30 = 0.3 F_N \Rightarrow F_N = 100 \text{ N}$$

نیروی خالص وارد بر جسم در راستای قائم نیز صفر است:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - F'_1 - mg = 0 \xrightarrow[F_N = 100 \text{ N}, mg = 4 \times 10 = 40 \text{ N}]{} F'_1 = 60 \text{ N}$$

$$100 - F'_1 - 40 = 0 \Rightarrow F'_1 = 60 \text{ N}$$

پس باید نیروی  $F_1$ ،  $40 \text{ N}$  افزایش یابد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۶)

$$\underbrace{5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, \dots}_{\Delta y_1 = 20 \text{ m}} \quad \underbrace{\dots, 65, 55, 45, 35, 25, 15, 5}_{\Delta y_2 = 120 \text{ m}}$$

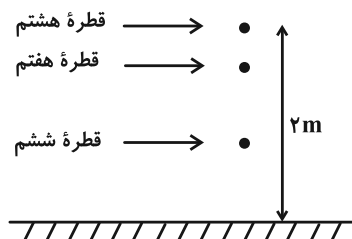
پس زمان کل حرکت  $t' = 7 \text{ s}$  است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۷- گزینه «۴» (شیلا شیرزادی)

هنگامی که قطره هشتم در حال جدا شدن است، قطره ششم به مدت

$\frac{2}{3} \times 0.3 \text{ s}$  ناپدید شده است.



$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[g=10 \frac{m}{s^2}, t=0.6 \text{ s}]{} \Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (0.6)^2 = -1.8 \text{ m}$$

$$|\Delta y| = | -5 \times (0.6)^2 | = | -5 \times 0.36 | = 1.8 \text{ m}$$

بنابراین قطره ششم،  $1.8 \text{ m}$  متر پایین آمده و در فاصله  $0.2 - 1.8 = -1.6 \text{ m}$

متری از کف حمام قرار دارد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۸- گزینه «۱» (مهدی نیاوندی مقدم)

نیروی که حذف می‌شود را با  $\vec{F}$  نشان می‌دهیم. چون سرعت جسم ثابت

است، طبق قانون اول نیوتون برابری نیرو برابر صفر است. بنابراین برابری  $6$

نیروی دیگر برابر  $-\vec{F}$  خواهد بود و اگر آن‌ها را یک سوم برابر کنیم، برابری

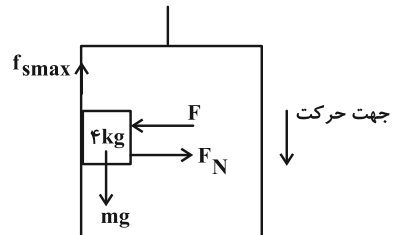
آن‌ها  $-\frac{1}{3}\vec{F}$  خواهد بود.



۷۰- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

جهت حرکت آسانسور به سمت پایین را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون در سؤال حداقل نیروی  $F$  مورد پرسش است، بنابراین جسم در آستانه حرکت قرار دارد.



$$mg - f_{s\max} = ma \Rightarrow f_{s\max} = m(g - a) \xrightarrow{a = \frac{2}{5}g}$$

$$f_{s\max} = 4(10 - 2) = 32\text{N}$$

از طرفی طبق رابطه  $f_{s\max} = \mu_s F_N$  داریم:

$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} f_{s\max} = \mu_s F$$

$$\Rightarrow 32 = 0.8 \times F \Rightarrow F = 40\text{N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۷۱- گزینه «۴»

(مهمر نواوندی مقدم)

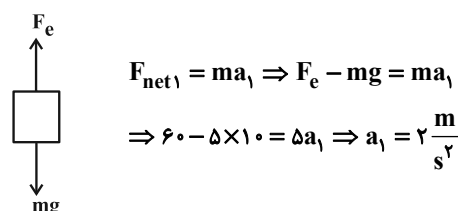
ابتدا اندازه نیروی فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F_e = kx \xrightarrow{k = \frac{20\text{N}}{3\text{cm}}, x = 3\text{cm}} F_e = 20 \times 3 = 60\text{N}$$

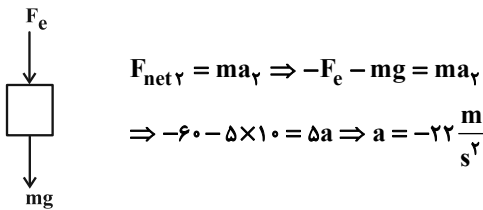
چون در سؤال ذکر نشده که فنر ۳ cm فشرده شده یا کشیده شده،

می‌تواند به سمت پایین یا بالا باشد. شتاب جسم را در هر دو حالت به دست

می‌آوریم. در حالتی که  $F_e$  به سمت بالا است داریم:



در حالتی که  $F_e$  به سمت پایین باشد، داریم:



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۷۲- گزینه «۳»

(کامران ابراهیمی)

از آنجا که تغییر تکانه جسم برابر سطح زیر نمودار نیرو-زمان می‌باشد می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta p = S = \frac{(2ms + 4ms) \times 20(\text{kN})}{2} \Rightarrow \Delta p = 60 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{60}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_{\text{av}} = 15000\text{N} \Rightarrow F_{\text{av}} = 15\text{kN}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۳- گزینه «۴»

(کامران ابراهیمی)

طبق رابطه  $K = \frac{p^2}{2m}$  داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{K=5\text{J}, m=100\text{g}=0.1\text{kg}}$$

$$5 = \frac{p^2}{2 \times (0.1)} \Rightarrow p^2 = 1 \Rightarrow p = 1 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$$

$$p = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \times \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \times \frac{1000\text{g}}{1\text{kg}} \times \frac{1\text{km}}{1000\text{m}} = 3600 \frac{\text{g} \cdot \text{km}}{\text{h}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۷۴- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

در اینجا نیروی اصطکاک ایستایی نقش نیروی مرکزگرا را در حرکت دایره‌ای خواهد داشت. پس می‌توان نوشت:





۷۶- گزینه «۲»

(رایال راستی)

طول نهایی فنر را  $L$  در نظر می‌گیریم:

$$F_e = k\Delta L = k(L - L_0) \xrightarrow[L_0 = 1m]{k = 400 \frac{N}{m}} F_e = 400(L - 1)$$

شعاع دوران برابر طول نهایی فنر است.

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \xrightarrow[v = \lambda \frac{m}{s}, m = 1/5 kg]{R = L} F_c = \frac{96}{L}$$

نیروی مرکزگرا همان نیروی فنر است. بنابراین:

$$F_c = F_e \Rightarrow \frac{96}{L} = 400(L - 1) \Rightarrow L^2 - L - \frac{96}{400} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 1/2 \\ L = -9/2 \end{cases}$$

غ ق ق

طول نهایی فنر برابر  $1/2 m$  است که برابر با شعاع دوران می‌باشد. برای

محاسبه دوره تناوب داریم:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \xrightarrow[\pi = 3, v = \lambda \frac{m}{s}]{R = L = 1/2 m} T = \frac{(2)(3)(1/2)}{\lambda} = 0/9 s$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(علیرضا جباری)

۷۷- گزینه «۲»

شتاب گرانش ( $g'$ ) در سطح سیاره‌ای به جرم  $m$  و شعاع  $r$  را نسبت به

شتاب گرانش ( $g$ ) در سطح زمین به جرم  $M_e$  و شعاع  $R_e$  پیدا می‌کنیم:

$$\frac{g'}{g} = \frac{G \frac{m}{r^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{m \times R_e^2}{M_e \times r^2} \xrightarrow[m = \frac{1}{4} M_e]{2r = 2(2R_e) \Rightarrow r = 2R_e} \frac{m \times R_e^2}{M_e \times 4R_e^2} \rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{1}{4} M_e \times R_e^2}{M_e \times 4R_e^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{16}$$

$$m \frac{v^2}{r} \leq f_{s, \max} = \mu_s mg$$

$$\Rightarrow v^2 \leq \mu_s \cdot r \cdot g \xrightarrow[r = 50 m, \mu_s = 0/2]{g = 10 \frac{N}{kg}} v^2 \leq 0/2 \times 50 \times 10$$

$$\Rightarrow v^2 \leq 100 \Rightarrow v \leq 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{\max} = 10 \frac{m}{s} = 36 \frac{km}{h}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

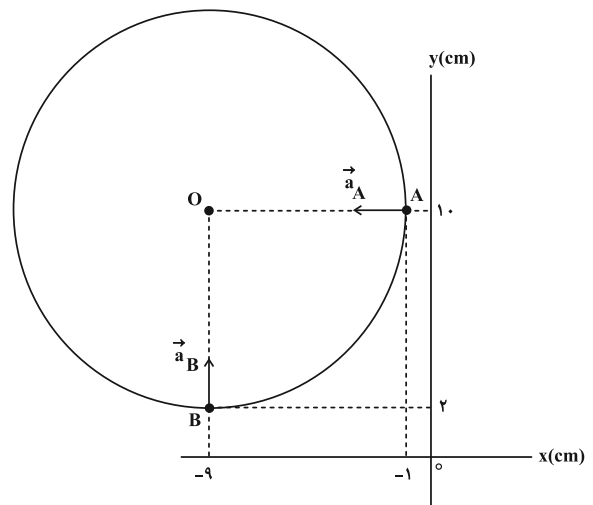
۷۵- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

شتاب مرکزگرا همواره به سمت مرکز دایره است. با توجه به شکل و

مشخص بودن جهت‌های شتاب متحرک در نقاط  $A$  و  $B$ ، مختصات مرکز

دایره مشخص می‌شود.



$O(-9 \text{ cm}, 10 \text{ cm})$

بنابراین شعاع حرکت برابر است با:

$$\overline{OA} = \sqrt{(-9+1)^2 + (10-10)^2} = 8 \text{ cm}$$

با مشخص شدن شعاع مسیر، با استفاده از رابطه بین شتاب و تندی متحرک داریم:

$$a = \frac{v^2}{R} \xrightarrow[a = 15 \frac{m}{s^2}]{R = 8 \text{ cm} = 0/08 \text{ m}} v^2 = 1/2 \Rightarrow v = 2\sqrt{0/3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)



(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۴» -۷۹

برای حل این گونه مسائل، وزن آن شخص را در ارتفاع ۱/۵ برابر شعاع زمین

از سطح زمین را بر وزن آن شخص روی زمین تقسیم می‌کنیم.  $g_h$  شتاب

گرنانش در ارتفاع  $h$  و  $g$  شتاب گرنانش در سطح زمین است.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{mg_h}{mg} = \frac{m}{m} \times \frac{G}{G} \times \frac{M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{R_e}{R_e + 1/5 R_e}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{4}{25} - 1\right) \times 100 = \frac{-2100}{25} = -84\%$$

یعنی ۸۴ درصد کاهش پیدا می‌کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۴» -۸۰

می‌دانیم شتاب مرکزگرایی وارد بر ماهواره در هر نقطه، از رابطه

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \text{ به دست می‌آید که } h \text{ فاصله از سطح زمین است.}$$

داریم:

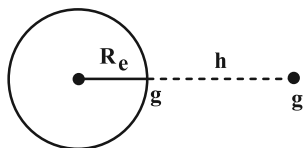
$$h = \frac{1}{4} R_e$$

$$\frac{g_h}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{R_e}{\frac{5}{4} R_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{10} = \frac{16}{25} \Rightarrow g_h = \frac{160}{25} = \frac{32}{5} \text{ m/s}^2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

شتاب گرنانش در اطراف کره زمین با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد:



$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 4R_e = R_e + h \Rightarrow h = 3R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۱» -۷۸

در گام اول برای حل سؤال، فاصله دو ماهواره تا مرکز زمین را به دست می‌آوریم:

$$R_A = 2R_e + R_e = 3R_e$$

$$R_B = 8R_e + R_e = 9R_e$$

در گام دوم، با توجه به رابطه سرعت خطی حرکت ماهواره  $v = \sqrt{\frac{GM_e}{R}}$

$M_e$  جرم زمین و  $R$  فاصله مرکز زمین تا ماهواره می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{p_B}{p_A} = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{6m \times v_B}{2m \times v_A} = \frac{3 \times \sqrt{R_A}}{\sqrt{R_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{p_B}{p_A} = 3 \times \sqrt{\frac{3R_e}{9R_e}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۸۱

(ممدیوار سورپی)

ابتدا دمای گاز را در حالت دوم با حالت اول مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \quad \begin{matrix} P_1 = 4 \text{ atm}, P_2 = 1/5 \text{ atm} \\ n_2 = \frac{1}{2} n_1, V_1 = V_2 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\frac{4}{n_1 \times T_1} = \frac{1/5}{\frac{1}{2} n_1 \times T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

می‌دانیم انرژی درونی گاز بستگی به دمای گاز و تعداد ذرات گاز دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

حال درصد تغییر انرژی درونی گاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر انرژی درونی} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{8} U_1 - U_1}{U_1} \times 100 = -62.5\%$$

بنابراین انرژی درونی گاز ۶۲/۵ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

گزینه «۲» - ۸۲

(عبدالرضا امینی نسب)

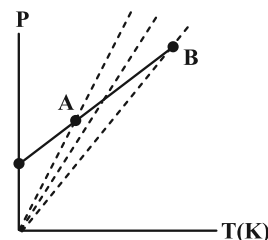
اگر حجم گاز ثابت باشد، طبق رابطه  $P = \frac{nR}{V} T$ ، نمودار فشار برحسب

دمای مطلق، خطی راست است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد. در نمودار داده شده امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد، پس حجم ثابت نیست. مطابق

شکل اگر چند نمودار هم حجم رسم کنیم، شیب این خطها (یعنی  $\frac{nR}{V}$ ) از

A به B کاهش می‌یابد، بنابراین طبق رابطه  $\frac{nR}{V}$  که معرف شیب نمودار

است، حجم گاز افزایش یافته است.



$$\left(\frac{nR}{V}\right) \downarrow \Rightarrow \frac{nR}{V} = \text{ثابت} \uparrow$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

گزینه «۳» - ۸۳

(سیرممدرضا روحانی)

با افزایش حجم در فرایند هم‌فشار، دما نیز افزایش می‌یابد، در فرایند بی‌دررو باید با افزایش ناگهانی حجم، کاهش مختصر دما و افت فشار را ایجاد کنیم، به این ترتیب گزینه «۳» صحیح است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

گزینه «۴» - ۸۴

(ممد نیاوندی مقدم)

با استفاده از فرمول کار فرایند هم‌فشار و معادله حالت داریم:

$$\left. \begin{matrix} W' = P\Delta V \\ PV = nRT \end{matrix} \right\} \Rightarrow W' = nR\Delta T$$

$$\Rightarrow 640 = 2 \times 8 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 40 \text{ K}$$

چون تغییرات دمای کلین و درجه سلسیوس با هم برابر است، داریم:

$$\Delta\theta = \Delta T = 40^\circ \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow 2\theta_1 - \theta_1 = 40^\circ \text{ C}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow \theta_2 = 2 \times 40 = 80^\circ \text{ C} \Rightarrow T_2 = 273 + 80$$

$$\Rightarrow T_2 = 353 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

گزینه «۲» - ۸۵

(ممدیوار سورپی)

با توجه به نمودار فشار برحسب چگالی درمی‌یابیم شیب خط نمودار ثابت  $(\alpha)$  و عرض از مبدأ آن صفر است؛ بنابراین معادله آن به صورت زیر

$$P = \alpha \rho \quad (1) \quad \text{خواهد بود:}$$

از طرفی طبق معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M} RT$$

$$\Rightarrow P = \frac{m}{MV} RT \xrightarrow{\frac{m}{V} = \rho} P = \frac{\rho RT}{M} \quad (2)$$

اگر رابطه (۱) را با (۲) برابر قرار دهیم، داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \alpha \rho = \frac{\rho RT}{M} \Rightarrow \alpha = \frac{RT}{M} = \text{ثابت}$$

$$\xrightarrow{R, M \text{ ثابت}} T = \text{ثابت}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{|W_{\text{چرخه}}| + |Q_L|} \quad Q_L = 600 \text{ J}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{|W_{\text{چرخه}}| + 600} \Rightarrow W_{\text{چرخه}} = 900 \text{ J}$$

کار در هر دقیقه = تعداد چرخه در دقیقه  $\times$  کار در هر چرخه

$$\Rightarrow \text{کار در هر دقیقه} = 15 \times 900 = 13500 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_{\text{هر دقیقه}}}{t} = \frac{13500}{60} = 225 \text{ W}$$

راه حل دوم: با توجه به این که در هر دقیقه ۱۵ چرخه طی می‌شود، مدت

$$\text{زمان هر چرخه} = 4 \text{ s} = \frac{60}{15} \text{ است.}$$

$$P_{\text{out}} = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{t_{\text{چرخه}}} = \frac{900}{4} = 225 \text{ W}$$

(فیزیک ۱ - صفحه ۱۴۵)

۸۹ - گزینه «۳»

(دانیال راستی)

در مرحله ضربه تراکم، پیستون بالا می‌آید و به سرعت مخلوط بنزین و هوا را متراکم می‌کند. بنابراین این فرایند بی‌دررو است.

در مرحله ضربه قدرت، به دلیل فشار زیاد، مخلوط با سرعت زیاد منبسط می‌شود. بنابراین این فرایند بی‌دررو است.

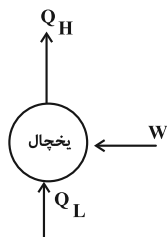
در مرحله ضربه مکش، سوپاپ ورودی باز است و پیستون پایین می‌رود، چون در این مرحله درجه باز است، فشار درون استوانه، ثابت و برابر فشار جو است.

در مرحله ضربه خروج گاز، سوپاپ خروجی باز است و پیستون بالا می‌رود. در این مرحله نیز چون درجه باز است، فشار، ثابت و برابر فشار جو است.

(فیزیک ۱ - صفحه ۱۴۳)

۹۰ - گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

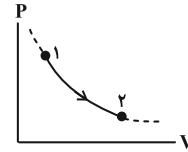


در یخچال علامت  $W$ ،  $Q_L$  و  $Q_H$  به ترتیب مثبت، مثبت و منفی است (رد موارد الف و ب). از طرفی مطابق قانون اول داریم (رد مورد پ):

$$|Q_H| = W + Q_L$$

(فیزیک ۱ - صفحه ۱۴۷)

بنابراین درمی‌یابیم فرایند مورد نظر هم‌دما است. از طرفی چون فشار کاهش یافته، بنابراین انبساط هم‌دما است و نمودار آن مطابق شکل زیر است.



(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

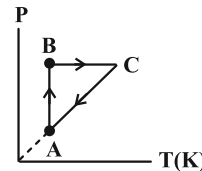
۸۶ - گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

فرایند AB یک تراکم هم‌دما می‌باشد. بنابراین طبق رابطه  $PV = nRT$  هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است که دمای آن افزایش یافته، حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است که دمای آن کم شده، بنابراین طبق رابطه  $PV = nRT$  فشار آن نیز کاهش می‌یابد.



نکته: هرگاه نمودار  $V-T$  پادساعتگرد باشد، آن گاه نمودار  $P-T$  ساعتگرد می‌باشد.

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۸۷ - گزینه «۱»

(مهمر نعاوندری مقدم)

چون ضرب  $PV$  در حالت  $a$  و  $c$  با هم برابر است بنابراین دمای این دو نقطه یکسان است که می‌توان نتیجه گرفت انرژی درونی حالت  $a$  و  $c$  با هم برابر است و  $\Delta U_{abc} = 0$  است و چون فرایند  $ab$  هم‌حجم است، کار آن صفر بوده و چون فرایند  $bc$  بی‌دررو است  $Q_{bc} = 0$  است. بنابراین داریم:

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ab} + \cancel{W_{ab}} + \cancel{Q_{bc}} + W_{bc} = 0$$

$$\xrightarrow{W_{bc} = -700 \text{ J}} Q_{ab} = +700 \text{ J}$$

کار برابر با مساحت زیر نمودار  $P-V$  است و چون فرایند  $ca$  تراکم است، علامت کار روی محیط منفی است و داریم:

$$W'_{ca} = -\frac{2+1}{2} \times 3 \times (10^5 \times 10^{-3}) = -450 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۸۸ - گزینه «۳»

(دانیال راستی)

طبق رابطه بازده ماشین گرمایی و قانون دوم ترمودینامیکی به بیان ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} \quad \eta = 60\% = 0.6$$



فیزیک ۲

گزینه ۲» ۹۱-

(شیراز شیزاری)

چون سیملوله بر میدان عمود است، پس نیم خط عمود بر آن موازی میدان

$$\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1$$

است یعنی:

طبق فرمول جریان القایی داریم:

$$I = \frac{N \Delta \Phi}{R \Delta t} = \frac{N A \cos \theta \Delta B}{R \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{I R}{N A \cos \theta}$$

$$\frac{I = 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}, R = 5 \Omega}{N = 500, \cos \theta = 1, A = 50 \text{ cm}^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{10^{-3} \times 5}{500 \times 5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

گزینه ۳» ۹۲-

(ممد نهاوندی مقدم)

ابتدا معادله سهمی  $\Phi - t$  را به دست می‌آوریم:

$$\Phi(t) = at^2 + bt + c$$

$$\Phi(0) = c = 5$$

چون رأس سهمی در  $t = 0$  است،  $b = 0$  می‌باشد.

$$\Phi(4) = a(4)^2 + 5 = 37 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \Phi(t) = 2t^2 + 5$$

حال با استفاده از رابطه نیروی محرکه القایی فارادی، مقدار نیروی محرکه

القایی متوسط را در بازه زمانی (۳s, ۲s) محاسبه می‌نماییم:

$$\varepsilon = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \varepsilon = \left| -\frac{(2 \times 3^2 + 5) - (2 \times 2^2 + 5)}{3 - 2} \right| = 10 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

گزینه ۲» ۹۳-

(ممد بواز سورشی)

ابتدا شار گذرنده از پیچه در هر حالت را به دست می‌آوریم:

$$\Phi = AB \cos \theta \xrightarrow{\text{عمود بر محور } y} \Phi = AB_y$$

$$B \cos \theta = B_y$$

$$\begin{cases} \Phi_1 = 500 \times 10^{-4} \times (-1) = -0.4 \text{ Wb} \\ \Phi_2 = -\Phi_1 = 0.4 \text{ Wb} \end{cases}$$

حال طبق قانون القای فارادی، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط را به دست

می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \xrightarrow{N=600, \Delta t=5 \text{ min}=300 \text{ s}} \xrightarrow{\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = 600 \times \frac{(0.4 - (-0.4))}{300} = 1.6 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

گزینه ۱» ۹۴-

(علیرضا جباری)

مساحت قاب فلزی را به دست می‌آوریم:

$$A = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

نکته: اگر زاویه بین سطح قاب و خطوط میدان مغناطیسی داده شود، زاویه  $\theta$

متمم آن است. در اینجا چون سطح قاب با خطوط میدان زاویه  $30^\circ$  درجه

می‌سازد پس  $\theta = 60^\circ$  است. اکنون رابطه بار الکتریکی شارش شده از

رسانا را با قانون القای فاراده ترکیب می‌کنیم. توجه کنید که بازه زمانی تغییر

شار، در اینجا بی‌تاثیر است.

$$\left. \begin{aligned} \Delta q = I \Delta t \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R}} \Delta q = \frac{\varepsilon}{R} \Delta t \\ \varepsilon = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta q = -\frac{NA \cos \theta}{R} \times \Delta B$$



از لحظه  $t_1$  تا  $t_4$  حلقه در حال وارد شدن به میدان است، بنابراین نیروی محرکه  $\mathcal{E} = 0.04 \text{ mV}$  در آن القا می‌شود. از  $t_4$  تا  $t_3$  شار ثابت است و نیروی محرکه القا نمی‌شود. از لحظه  $t_3$  تا  $t_4$  هم نیروی محرکه قرینه  $\mathcal{E}$  القا می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(سیرمقدم رضا روحانی)

۹۶ - گزینه «۱»

در شکل (الف) آهنربا در حال نزدیک شدن به سیم‌لوله است. طبق قانون لنز باید سیم‌لوله با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند لذا سمت راست سیم‌لوله قطب S و سمت چپ قطب N قرار می‌گیرد. به این ترتیب با توجه به قانون دست راست، جهت جریان در سیم‌لوله رو به بالا خواهد بود و در نهایت جهت جریان از مقاومت R به سمت چپ است و در شکل (ب)، (پ) و (ت) جهت جریان  $I'$  باید عکس شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(امیرمسین برادران)

۹۷ - گزینه «۳»

در لحظه اول که کلید وصل می‌شود به دلیل پدیده خودالقایی، القاگر مانند یک مقاومت بسیار بزرگ است و تمام جریان از مقاومت R عبور می‌کند. پس از ثابت شدن جریان، القاگر مانند یک سیم بدون مقاومت است و دو سر مقاومت R اتصال کوتاه شده، بنابراین جریان عبوری از مولد افزایش می‌یابد. در این حالت جریان عبوری از مولد از سیم‌لوله عبور می‌کند و مقدار آن برابر است با:

$$N=1, A=10^{-2} \text{ m}^2, \theta=60^\circ, R=2\Omega \\ \Delta B=B_2-B_1=-0.03-0.06=-0.09 \text{ T}$$

$$\Delta q = \frac{-1 \times 10^{-2} \times \cos 60^\circ}{2} \times \left(-\frac{9}{100}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{10^{-2}}{4} \times \frac{9}{100} = \frac{9}{4} \times 10^{-4} \text{ C} = \frac{900}{4} \mu\text{C} = 225 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(امیرمسین برادران)

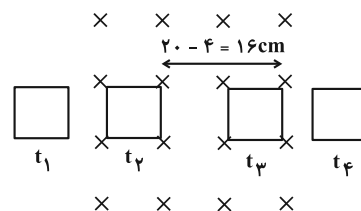
۹۵ - گزینه «۴»

ابتدا نیروی محرکه القایی قاب را در بازه زمانی وارد شدن و خارج شدن قاب از میدان به دست می‌آوریم.

$$B=400 \text{ G}=4 \times 10^{-2} \text{ T}, v=2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}=2 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ |\mathcal{E}|=B\ell v \quad \ell=5 \text{ cm}=5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$|\mathcal{E}|=4 \times 10^{-5} \text{ V}=4 \times 10^{-2} \text{ mV}$$

در بازه زمانی که تمام قاب در میدان است، چون شار عبوری از قاب ثابت است، بنابراین نیروی محرکه القایی برابر صفر است. اکنون زمان ورود تمام قاب به میدان و لحظه آغاز خروج قاب از میدان را به دست می‌آوریم:



$$t_1 = 0 \quad t_2 = \frac{\ell}{v} = 2 \text{ s}$$

$$t_3 = 2 + \frac{16}{2} = 10 \text{ s} \quad t_4 = 10 + \frac{4}{2} = 12 \text{ s}$$

$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow I = 12 \sin\left(\frac{2\pi}{0.012} \times 0.003\right)$$

$$\Rightarrow I = 12 \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow I = 12A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow 12 = \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow \varepsilon = 60V$$

جریان در لحظه  $t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times 12}{4} = 9 \text{ ms}$  برای دومین بار به مقدار

پیشینه خود می‌رسد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

(علیرضا چپاری)

۱۰۰- گزینه «۳»

رابطه بین تعداد حلقه‌های دو سیمولوله را به دست می‌آوریم:

$$L_A = 0.9 L_B \Rightarrow \frac{\mu_0 N_A^2 A}{l_A} = \frac{9}{10} \times \frac{\mu_0 N_B^2 A}{l_B}$$

$$\frac{l_B = \frac{2}{5} l_A}{l_A} \rightarrow \frac{N_A^2}{l_A} = \frac{9}{10} \times \frac{N_B^2}{\frac{2}{5} l_A}$$

$$\Rightarrow \frac{N_A^2}{1} = \frac{9}{4} N_B^2 \Rightarrow N_A = \frac{3}{2} N_B$$

از طرفی در یک مبدل داریم:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{N_A = \frac{3}{2} N_B} \frac{3}{2} = \frac{V_A}{V_B}$$

$$\frac{V_A = 180V}{V_B} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{180}{V_B} \Rightarrow V_B = 120V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

$$I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{\varepsilon = 20V, r = 1\Omega} I = 20A \xrightarrow{U = \frac{1}{2} LI^2, L = 5mH = 5 \times 10^{-3} H}$$

$$U_{\gamma} = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times 20^2 = 1J \xrightarrow{U_1 = 0} U_{\gamma} - U_1 = 1J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۹۸- گزینه «۲» (دانیال راستی)

عبور جریان  $I$  از القاگر، باعث ایجاد میدان مغناطیسی  $B$  روی محور آن

می‌شود که از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{\ell}$$

بنابراین با داشتن میدان مغناطیسی، جریان عبوری قابل محاسبه است:

$$I = \frac{B\ell}{\mu_0 N} \quad (1)$$

انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell}} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{\ell} I^2$$

$$\xrightarrow{(1)} U = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2}{\ell} \left(\frac{B\ell}{\mu_0 N}\right)^2 = \frac{B^2 \ell A}{2\mu_0}$$

$$\xrightarrow{B = 0.1T, \ell = 3cm = 0.03m, A = \pi r^2, r = 4mm = 4 \times 10^{-3}m, \pi = 3}$$

$$U = \frac{(0.1)^2 (3 \times 10^{-2}) (3) \times (4 \times 10^{-3})^2}{2 \times 12 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{-3} J = 6mJ$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۹۹- گزینه «۴» (سیرمهر رضا رومانی)

$$\frac{2T}{4} = \frac{T}{2} = 6ms \Rightarrow T = 12ms$$

## شیمی ۳

## ۱۰۱- گزینه «۴»

(پیمان فواوی می)

همه موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: اوره و اتیلن گلیکول هر دو توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های خود را دارند.

مورد دوم: روغن زیتون ( $C_{57}H_{114}O_6$ ) هیدروکربن نیست.مورد سوم: در فرمول مولکولی  $C_{18}H_{36}O_2$  در مجموع ۵۶ اتم وجود دارد. (این ترکیب یک کربن در بخش قطبی و ۱۷ کربن در بخش ناقطبی خود دارد.)

مورد چهارم: شیب نمودار امید به زندگی در مناطق کم برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است.

مورد پنجم: اتیلن گلیکول دارای ۲ گروه هیدروکسیل است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۵)

## ۱۰۲- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

تنها عبارت (ب) صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ مادامی که در رابطه با غلظت اولیه اسیدها اطلاعاتی نداریم، مقایسه قطعی امکان‌پذیر نیست. زیرا ممکن است غلظت اولیه اسید قوی به قدری کم باشد که تعداد یون‌های محلول حاصل از یونش اسید قوی از محلول اسید ضعیف کمتر باشد و به این ترتیب رسانایی محلول اسید قوی کمتر باشد.

ب) درست؛ اصطلاح یونش برای مواد مولکولی استفاده می‌شود. سدیم هیدروکسید یک جامد یونی است و یون‌های سازنده قبل از ورود به آب نیز در ساختار آن وجود دارند و هنگام انحلال در آب از هم تفکیک می‌شوند.

پ) نادرست؛ این گزاره الزاماً درست نیست. برای مثال اتانول ماده‌ای قطبی می‌باشد اما به دلیل عدم تولید یون در هنگام انحلال در آب، الکترولیت محسوب نمی‌شود.

ت) نادرست؛ رسانایی الکترونی تنها محدود به فلزات نیست زیرا نافلزاتی مانند کربن (گرافیت) نیز امکان برقراری جریان الکتریکی به کمک جابه‌جایی الکترون‌های آزاد را دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

## ۱۰۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌ها:

\* مورد اول: صحیح؛ هر دو ترکیب به دلیل حضور حلقه بنزنی در ساختار خود، آروماتیک به شمار می‌روند.

\* مورد دوم: صحیح؛ ترکیب الف) به دلیل حضور اتم کلر در ساختار خود، خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی را در صابون‌ها افزایش می‌دهد.

\* مورد سوم: غلط؛ شمار اتم‌های ترکیب (ب):

$$18 + 29 + 1 + 3 + 1 = 52$$



شمار عنصرهای ترکیب الف):

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4$$



$$\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های ترکیب (ب)}}{\text{شمار عنصرهای ترکیب (الف)}} = \frac{52}{4} = 13$$

\* مورد چهارم: غلط؛ صابون محتوی ترکیب الف) که یک ترکیب شیمیایی محسوب می‌شود، عوارض جانبی بیشتری خواهد داشت زیرا هر چه مواد شیمیایی بیشتری در شوینده حضور داشته باشد؛ عوارض جانبی آن نیز بیشتر خواهد بود.

\* مورد پنجم: صحیح؛ ترکیب الف) دارای ۶ پیوند دوگانه و ترکیب ب) دارای ۳ پیوند دوگانه می‌باشد. بنابراین اختلاف شمار پیوندهای دوگانه در این دو ترکیب برابر ۳ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

## ۱۰۴- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



pH اسید برابر با ۰/۷ است پس می‌توان غلظت آن را به دست آورد

(توجه کنید هیدروکلریک اسید یک اسید قوی است پس:

$$[HCl] = [H^+]$$

$$[H^+] = [HCl] = 10^{-pH} = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.3} = 0.2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$? \text{ mL محلول} = \frac{1}{54} \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.2 \text{ mol } HCl} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} = 175 \text{ mL HCl محلول}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

## ۱۰۵- گزینه «۲»

(ممدرضا پورجاویر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آمونیاک در مقایسه با سودسوزآور باز ضعیف‌تری بوده و در غلظت‌های یکسان، مقدار pH محلول سودسوزآور بزرگ‌تر خواهد بود.

گزینه «۲»: هیدروکسید فلزات گروه اول در آب همگی بازهای قوی به شمار می‌روند. در نتیجه قدرت بازی آن‌ها با یکدیگر تقریباً برابر است.

گزینه «۳»: هر قدر یک باز (در دما و غلظت یکسان) قوی‌تر باشد، pH آن بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱۴ نزدیک‌تر است.

گزینه «۴»: در تمام محلول‌های بازی، غلظت یون  $OH^-$  از غلظت یون  $H^+$  بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

## ۱۰۶- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

$$\left. \begin{aligned} \text{mol Zn آغازی} &= 13 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} = 0.2 \text{ mol} \\ \text{mol Zn باقی‌مانده} &= \frac{20}{100} \times 0.2 = 0.04 \text{ mol} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{mol Zn مصرفی} = 0.2 - 0.04 = 0.16 \text{ mol}$$

$$\text{mol } H^+ \text{ مصرفی} = 0.16 \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol Zn}} = 0.32 \text{ mol } H^+$$

$$\text{mol } H^+ \text{ آغازی} = 0.2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \times V = 0.2V$$





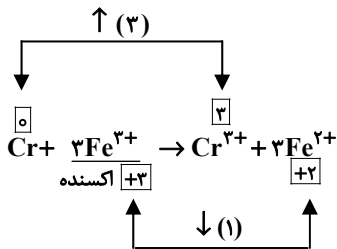
(۲) درست؛ چون فلز Au با  $\text{CuSO}_4$  واکنش نمی‌دهد.  
(۳) درست.

(۴) نادرست؛ این واکنش انجام نمی‌شود و عکس آن انجام‌پذیر است.  
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

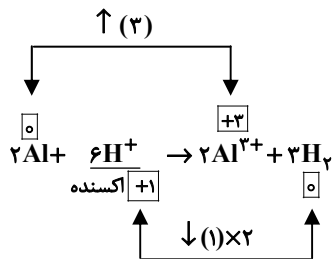
۱۱۰- گزینه «۲» (امیر هاتمیان)

گونه اکسند، گونه‌ای است که با گرفتن الکترون کاهش می‌یابد.  
تغییرات گونه اکسند = ضریب گونه اکسند  
تغییرات گونه اکسند = ضریب گونه اکسند  
بررسی گزینه‌ها:

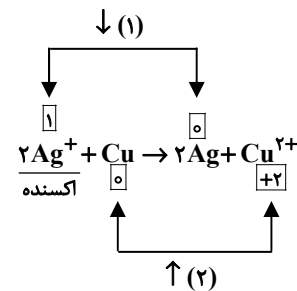
(۱) ضریب گونه اکسند = ۳



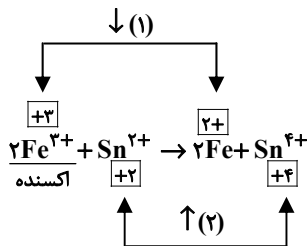
(۲) ضریب گونه اکسند = ۶



(۳) ضریب گونه اکسند = ۲



(۴) ضریب گونه اکسند = ۲



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

$$[\text{H}^+] \text{ پایانی} = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{+3/4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol H}^+ \text{ پایانی} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \times V = 0.04V$$

$$0.20V - 0.04V = 0.16V$$

$$0.16V = 0.32 \Rightarrow V = 2L = 2000 \text{ mL}$$

$$? \text{ mL H}_2 = 0.16 \text{ mol Zn} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{22400 \text{ mL H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 3584 \text{ mL}$$

$$\bar{R}_{\text{H}_2} = \frac{\Delta V_{\text{H}_2} (\text{mL})}{\Delta t (\text{s})} = \frac{3584 \text{ mL}}{40 \text{ s}} = 89.6 \text{ mL.s}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۰۷- گزینه «۱» (میلاد شیخ‌الاسلامی)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ این واکنش یک واکنش اسید و باز است. در واکنش اسیدها و بازها، واکنش اصلی میان یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید است که به واکنش خنثی شدن معروف است.

(ب) نادرست؛ لوله‌های سینک آشپزخانه به دلیل چربی ظروف غذا و ... معمولاً توسط رسوب‌هایی از نوع اسیدهای چرب مسدود می‌شوند. پس برای از بین بردن این رسوب‌ها که خاصیت اسیدی دارند، استفاده از شوینده خورنده با خاصیت بازی مناسب است زیرا این مواد با هم واکنش داده و موادی شبیه به پاک‌کننده‌ها ایجاد می‌شود که به راحتی با آب شسته می‌شوند.

(پ) نادرست؛ غلظت یون هیدرونیوم در اسید معده تقریباً برابر با  $0.3 \text{ mol.L}^{-1}$  می‌باشد.

(ت) نادرست، تمام ضداسیدها الزاماً دارای منیزیم هیدروکسید نیستند. شیر منیزی یکی از رایج‌ترین آن‌هاست که شامل منیزیم هیدروکسید است.

(ث) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۰۸- گزینه «۲» (هدی بهاری‌پور)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) همه باتری‌های لیتیومی کارایی یکسانی ندارند.

(۲) درست است؛ لیتیم در میان فلزات، کمترین چگالی و  $E^\circ$  را دارد.

(۳) همه باتری‌های لیتیومی قابل شارژ نیستند. مانند باتری‌های دگمه‌ای که در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون ساخته می‌شوند.

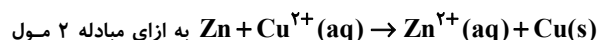
(۴) جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱۰۹- گزینه «۴» (امین نوروزی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ با توجه به واکنش



الکترون، ۶۴g مس تولید می‌شود.

$$? \text{ g Cu} = 0.4 \text{ mol e}^- \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol e}^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 12.8 \text{ g Cu}$$



شیمی ۱

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: به طور مثال  $\text{CO}_2$  و هگزان هر دو دارای  $\mu = 0$  هستند اما جاذبه مناسبی بین آنها نیست.

مورد چهارم: با توجه به این که اتانول در آب حل شده و جاذبه مناسب برقرار می کند و همچنین نقطه جوش اتانول از آب کمتر است، تنها ۲ رابطه زیر درست می باشد.

الف:  $c > \frac{b+a}{2}$       ت:  $c > a > b$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۸ تا ۱۱۱)

## ۱۱۲- گزینه «۳»

(میلاد شیخ الاسلامی)

بررسی گزینه ها:

۱) درست؛ فرایند انحلال ید در هگزان از نوع انحلال مولکولی است و ساختار مولکول های حل شونده دچار تغییر نمی شود اما در انحلال یونی مانند انحلال سدیم کلرید در آب، ساختار حل شونده تغییر می کند.

۲) درست؛ جاذبه جدید ایجاد شده میان یون های حل شونده و مولکول های آب است که همان جاذبه یون-دوقطبی است.

۴) درست؛ باریم سولفات در آب نامحلول است پس رابطه نوشته شده صحیح است. چون در فرایندهایی که حل شونده در حلال حل نمی شود، میانگین جاذبه حلال-حلال و حل شونده-حل شونده از جاذبه حلال-حل شونده بیشتر است.

۳) نادرست؛ می دانیم اتم اکسیژن مولکول آب سر منفی این مولکول است پس باید به سمت کاتیون ها جهت گیری کند و همچنین هیدروژن های مولکول آب سر مثبت مولکول هستند و باید به سمت آنیون ها جهت گیری کنند. در شکل داده شده برعکس مطلب بیان شده رسم شده است. اکسیژن آب به سمت آنیون  $\text{Cl}^-$  و هیدروژن های آب به سمت کاتیون  $\text{Na}^+$  جهت گیری کرده اند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

## ۱۱۳- گزینه «۱»

(هدی بهاری پور)

فقط عبارت سوم نادرست است. زیرا میانگین رد پای آب برای هر فرد در یک سال برابر با یک میلیون لیتر است نه میلی لیتر.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

## ۱۱۴- گزینه «۱»

(محمدرضا پورجاویر)

با توجه به درصد جرمی محلول سیرشده در دمای  $60^\circ\text{C}$ ، می توان انحلال پذیری آن را در  $100$  گرم آب به صورت زیر محاسبه کرد:

$20$  گرم نمک +  $80$  گرم آب =  $100$  گرم محلول  $20$  درصد جرمی

جرم نمک جرم آب

$$\begin{array}{ccc} 80\text{g} & 20\text{g} & \\ 100 & x & \Rightarrow x = \frac{100 \times 20}{80} = 25\text{g} \text{ نمک} \end{array}$$

با توجه به انحلال پذیری این نمک در دمای  $20^\circ\text{C}$ ، می توان معادله انحلال پذیری آن را به دست آورد:

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} (\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 5 = \frac{25 - 5}{60 - 20} (\theta - 20)$$

$$\Rightarrow S - 5 = 0.5 (\theta - 20) \Rightarrow S = 0.5\theta - 5$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

## ۱۱۵- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) جهت گیری آب به دلیل قطبی بودن آن است و مولکول آب از نظر بار الکتریکی خنثی می باشد.

(ت) اتم کوچک تر (H) سر مثبت و اتم بزرگ تر (O) سر منفی را تشکیل می دهد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

## ۱۱۶- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ زیرا نقطه جوش ۳ عضو نخست این گروه (۱۵) زیر صفر و منفی است.

مورد دوم: نادرست؛ علت تفاوت در خواص فیزیکی آب و هیدروژن سولفید تفاوت در قدرت نیروهای بین مولکولی آنها یا همان تشکیل پیوند هیدروژنی در آب است.



مورد سوم: درست؛

۱۱۸- گزینه «۴»

(رضا مسکن)

همه موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

(آ) دمای آب در ظرف (I) بیشتر است. زیرا با افزایش دما انحلال‌پذیری گاز در آب کاهش می‌یابد. بنابراین حجم گاز جمع‌آوری شده در بالای ظرف بیشتر است.

(ب) گاز  $\text{CO}_2$ ، گاز آزاد شده است. ساختار لوویس آن به صورت  $\text{:}\ddot{\text{O}}=\text{C}=\ddot{\text{O}}\text{:}$  می‌باشد همچنین  $\text{CO}_2$ ، یک گاز گلخانه‌ای است.

(پ) به علت تقارن در ساختار  $\text{CO}_2$  در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند و ناقطبی است. بنابراین  $\mu = 0$  است.

(ت) انحلال‌پذیری آن از NO بیشتر است چون جرم بیشتری دارد و اندکی با آب واکنش شیمیایی می‌دهد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۱۷- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

آب آشامیدنی: با توجه به نمودار، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای  $28^\circ\text{C}$  و  $46/5^\circ\text{C}$  به ترتیب  $0/8$  و  $0/6$  میلی‌گرم در  $100$  گرم آب است. با این افزایش دما، از هر  $100$  گرم آب آشامیدنی به اندازه  $0/2\text{mg}$  اکسیژن آزاد می‌شود. در ادامه جرم  $10$  لیتر آب آشامیدنی را به کمک چگالی به دست آورده و اکسیژن آزاد شده به ازای این مقدار آب را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{x}{10000\text{mL}} \Rightarrow x = 10000\text{g}$$

$$? \text{g O}_2 = \frac{0/2\text{mg اکسیژن}}{100\text{g آب}} \times 10000\text{g آب} = 20\text{mg}$$

آب دریا: انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای  $8^\circ\text{C}$  و  $31^\circ\text{C}$  به ترتیب  $0/6$  میلی‌گرم در  $100$  گرم آب است. میزان گاز آزاد شده در اثر این افزایش دما،  $0/4$  میلی‌گرم به ازای  $100$  گرم آب است. محاسبات بالا را برای آب دریا نیز انجام می‌دهیم.

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{x}{1000\text{mL}} \Rightarrow x = 12000\text{g}$$

$$? \text{g O}_2 = \frac{0/4\text{mg اکسیژن}}{100\text{g آب}} \times 12000\text{g آب} = 48\text{mg}$$

جمع اکسیژن آزاد شده برابر با  $68$  میلی‌گرم یا همان  $0/068$  گرم می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۱۹- گزینه «۳»

(رضا مسکن)

طبق قانون هنری، با افزایش فشار گاز، انحلال‌پذیری گاز در آب بیشتر می‌شود. محور افقی نمودار، فشار گاز حل شده است و نه فشار هوا.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۲۰- گزینه «۴»

(رضا مسکن)

در فشار  $3\text{atm}$  انحلال‌پذیری  $\text{CO}_2$ ،  $3$  برابر این مقدار در فشار  $1\text{atm}$  می‌شود.

$$0/145 \times 3 = 0/435$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{m}{1500} \Rightarrow m = 1500\text{g}$$

$$? \text{g CO}_2 = 1500\text{g آب} \times \frac{0/435\text{g CO}_2}{100\text{g آب}} = 6/5\text{g}$$

جرم محلول تقریباً با جرم آب برابر است زیرا جرم گاز حل شده ناچیز است و از آنجایی که درصد حجمی گاز  $\text{CO}_2$  در هوا کم است و فشار جزئی ناچیزی دارد، می‌توان گفته که با باز شدن در بطری تقریباً تمامی گاز  $\text{CO}_2$  خارج می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)



شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)

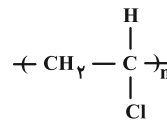
روغن زیتون نوعی درشت مولکول غیر پلیمری (فاقد واحد تکرارشونده) محسوب می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۷)

۱۲۲- گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

درصد جرمی کلر در پلی‌وینیل کلرید:



$$\% \text{Cl} = \frac{35/5}{2 \times 12 + 2 \times 1 + 35/5} \times 100 = 56/8$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛

$$\begin{cases} \text{C}_7\text{H}_3\text{Cl} : \text{H} = \frac{3}{62/5} \times 100 \\ \text{C}_7\text{H}_4 : \text{H} = \frac{4}{40} \times 100 \end{cases} \Rightarrow \frac{30}{62/5} = 0/48$$

(۲) نادرست؛  $1\text{C}_6\text{H}_{14}\text{O}_7 + 8\text{O}_2 \rightarrow 6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$  هگزانوئیک اسید ۶ مول آب

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 6 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 108 \text{ g}$$

(۳) نادرست؛ فرمول شیمیایی چربی کوهان شتر  $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$  می‌باشد که تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در آن ۱۱۰ می‌باشد.

(۴) درست

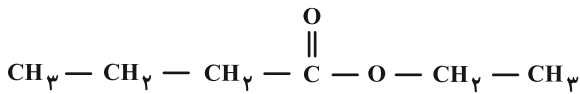
$$? \text{ kJ} = 8/9 \text{ g اتم} \times \frac{1 \text{ mol اتم}}{28 \text{ g اتم}} \times \frac{-178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol اتم}} = 56/6$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۲۳- گزینه «۲»

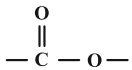
(علیرضا کیانی دوست)

ساختار عامل بو و طعم آناناس که همان اتیل بوتانات است به صورت زیر می‌باشد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) منشأ بوی شکوفه‌ها گروه عاملی استری است و در ساختار گروه عاملی استری، ۳ اتم وجود دارد.



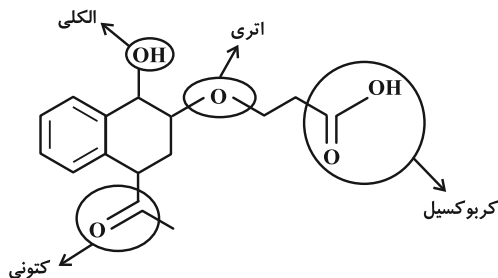
(۳) هر استر تک عاملی، یک گروه عاملی استر دارد و در ساختار گروه عاملی استر، تنها یک اتم C حتماً به ۲ اتم اکسیژن متصل است.

(۴) پلی‌استرها در ساختار خود اتم‌های C، H و O دارند. بنابراین از سوختن آن‌ها، اکسیدهای نیتروژن حاصل نمی‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۱۲۴- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۲)

۱۲۵- گزینه «۲»

(پیمان فواپوی‌میر)

دی آمین و دی اسید سازنده این پلیمر به صورت زیر است:



آ: شمار اتم‌های دی اسید سازنده برابر ۱۱ است. این در حالی است که در فرمول اتیلن گلیکول ( $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ ) در مجموع ۱۰ اتم وجود دارد.

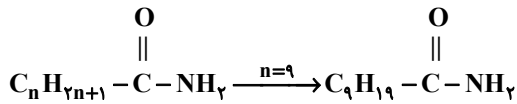
ب: در دی آمین سازنده پلیمر در مجموع ۸ اتم هیدروژن وجود دارد. این در

حالی است که در بنزآلدئید ( $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ ) ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.



(هری بخاری پور)

۱۲۸- گزینه «۲»



$$10(12) + 21(1) + 1(14) + 1(16) = 171 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۲۹- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: پلی‌استیرن سیر شده نیست به این دلیل که در حلقه کربنی خود پیوندی  $C=C$  دارد.

مورد چهارم: پلیمرهایی که حاصل افزودن هیدروکربن‌های سیر نشده به یکدیگر هستند زیست‌تخریب‌پذیر نیستند و از دیدگاه پیشرفت پایدار تولیدشان الگوی مطلوبی نیست.

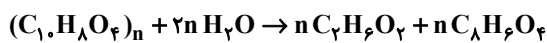
مورد پنجم: ظروف یکبار مصرفی که از پلی‌لاکتیک اسید تهیه شوند زودتر به طبیعت بازمی‌گردند (پس از چند ماه) اما ظروف یکبار مصرف پلی‌استیرنی ماندگار هستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(پیمان فواپوی میر)

۱۳۰- گزینه «۱»

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



جرم پلی‌استر مصرف شده  $9/6 \text{ g}$  است، پس می‌توانیم مول دی‌الکل را تعیین کنیم:

$$9/6 \text{ g پلی‌استر} \times \frac{1 \text{ mol پلی‌استر}}{192 \text{ g پلی‌استر}} \times \frac{n \text{ mol } C_7H_6O_2}{1 \text{ mol پلی‌استر}}$$

$$= 0/05 \text{ mol } C_7H_6O_2$$

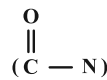
$$\bar{R}_{C_7H_6O_2} = \frac{0/05 \text{ mol}}{2/5 \text{ min}} = 0/02 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

جرم دی‌اسید تولید شده را می‌توان با توجه به مول دی‌الکل تعیین کرد:

$$\frac{0/05}{n} = \frac{x}{166n} \Rightarrow x = 8/3 \text{ g } C_8H_6O_4$$

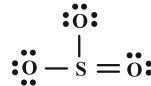
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

پ: در پلیمر داده شده همانند پلیمر کولار که در قایق بادبانی گروه عاملی آمیدی وجود دارد.



ت: در ساختار دی‌اسید به کار رفته ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

همچنین در ساختار  $SO_3$  نیز ۸ الکترون پیوندی وجود دارد.

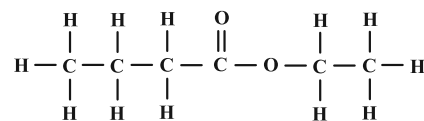


(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(پیمان فواپوی میر)

۱۲۶- گزینه «۳»

اتیل بوتانوات عامل بو و طعم آناناس است.



در فرمول ساختاری این ماده ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. درصد جرمی

کربن در این ماده برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{6 \times 12}{116} \times 100 \approx 62$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

(امیررضا پیغمبری نژاد)

۱۲۷- گزینه «۴»

تمام موارد نادرست هستند.

بررسی برخی موارد:

مورد اول: شمار اتم‌های کربنی که به هیدروژن متصل نیستند = ۶

شمار کربن‌های موجود در الکل سازنده استر موجود موز (پنتانول) = ۵

مورد دوم: شمار جفت الکترون‌های پیوندی = ۵۱

شمار الکترون‌های ناپیوندی = ۲۸

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**info**

<https://konkur.info>