بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur.info
https://konkur.info

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۲/۰۸/۰۵

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰		۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰		۲۱	۳۰	
		ریاضی ۱	۵		۳۱	۳۵	
		حسابان ۱	۵		۳۶	۴۰	
		هندسه ۱	۵		۴۱	۴۵	
		آمار و احتمال	۱۰		۴۶	۵۵	

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

https://konkur.info

DriQ.com

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- اگر تابع $f(x)=x^۳+ax^۲+bx+c$ در $\mathbb{R}$ اکیداً یکنوا، در نقطه‌ای به طول ۲- بر محور xها مماس و معادلهٔ $|f(x)|=m$ در بازهٔ $(t_۱ , t_۲)$ دارای دو ریشهٔ منفی باشد، بیشترین مقدار $t_۲-t_۱$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۲- اگر $f(x)=\log(۱-x)$ و مجموعه جواب نامعادلهٔ $f(\log(x-۱))<f(\log(۲-x))$ در بازهٔ (a , b) باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۰/۵

۳- اگر تابع $f(x)=\frac{(m^۲-۴m-۵)x^۲+(m-۳)x+m+۵}{(n+۲)x+n-۲}$ در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی باشد آن‌گاه $m+n$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۴ ۴) ۴-

۴- اگر تابع $f(x)=(m-۱)x^۲+(n-۲)x+m+n$ در $\mathbb{R}$ هم صعودی بوده و هم نزولی باشد، آن‌گاه تابع $g(x)=(m+n)x+(m-n)+|(m-n)x-(m+n)|$ با افزایش xها در $\mathbb{R}$ چه وضعی دارد؟

۱) اکیداً صعودی ۲) اکیداً نزولی ۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی، سپس صعودی

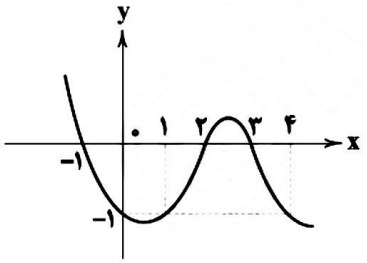
۵- اگر f تابعی اکیداً صعودی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ و $(fof)(x)=x^۳-۲x-۲$، آن‌گاه بزرگ‌ترین عدد صحیح صادق در نامعادلهٔ $f(x)<f^{-۱}(x)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۱-

۶- اگر نمودار تابع $f(x)=x^۳+ax^۲+bx+c$ فقط در نقطهٔ $(-۲ , -۳)$ بر خطی به موازات محور xها مماس بوده و تابع $g(x)=|f(x)|$ در بازهٔ $(k , +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، آن‌گاه کم‌ترین مقدار k کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}-۳$ ۲) $\sqrt[۳]{۳}-۲$ ۳) $۳-\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $۲-\sqrt[۳]{۳}$

۷- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه مجموع ریشه‌های معادلهٔ $f(x-۲)=-۱$ برابر است با:



۱) ۱۱
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۷

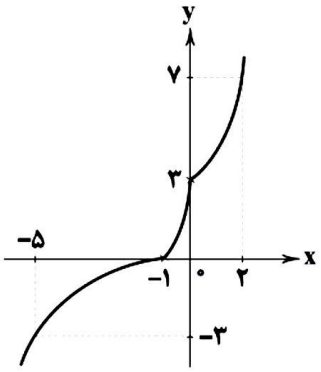
۸- اگر تابع $f(x+۲)$ به صورت $\{(۳ , ۲) , (۰ , ۲) , (-۱ , ۱) , (-۳ , ۰)\}$ و تابع $g(x-۱)$ به صورت $\{(۰ , ۵) , (۲ , ۳)\}$ تعریف شده باشد و $f(a-۱)=۳$ و $g(b+۱)=۵$، آن‌گاه $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹- اگر نمودار تابع $y=f(x+3)$ به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{f(-2)+f(5)}{f^{-1}(0)}$ برابر است با:



۱) -2

۲) -1

۳) ۱

۴) ۲

۱۰- نقطهٔ $A(-1,3)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ و نقطهٔ متناظر با آن یعنی $A'(a,b)$ روی نمودار تابع $y=3f(2x-5)-7$ قرار دارد. $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) -4 ۴) -2

گسسته

۱۱- چند مورد از گزاره‌های زیر با مثال نقض رد می‌شود؟

الف) مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است.

ب) عدد 2^n+1 برای هر عدد طبیعی n همواره اول است.

ج) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

د) گزاره‌های $p \vee q$ همواره درست است.

ه) هر عدد گنگ به توان عدد گنگ برسد، گنگ خواهد شد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۲- در تقسیم عدد ۱۵۵ بر عدد طبیعی n ، باقی‌مانده برابر مکعب خارج قسمت است. چند مقدار متمایز می‌توان یافت؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳- اگر $a \in \mathbb{N}$ و $a>3$ باشد، عدد $(a^3-a)(a^2-4)(a^2-9)$ همواره بر m بخش‌پذیر است. بیشترین مقدار m کدام است؟

۱) ۵۰۴۰ ۲) ۴۰۳۲۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۱۲۰

۱۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $[115,184) \cap (-345,-)]$ بر ۴ ، چند واحد از تعداد اعداد ۴ رقمی مربع کامل مضرب ۱۱ کم‌تر است؟ (نماد پرانتز بیانگر باز و کروشه بیانگر کران است.)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $xy-2y-x-4=0$ یافت می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۶- به ازای چند مقدار طبیعی n ، رابطهٔ $n^2+4 \mid 2n-3$ همواره برقرار است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۷- اگر $d=(۴a-۸,۲a-۱۰)$ باشد، d کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(d = ب.م.م)$

۱) ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۶ یا ۱۲ ۲) ۲ یا ۱۲ یا ۳ ۳) ۱ یا ۳ ۴) ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۱۲

۱۸- اگر $[a^۲,b^۲]=[۱۷a,۱۷b]+۱۸$ باشد، حاصل $[a,b]$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۷ ۳) ۱۵ ۴) ۳۶

۱۹- اگر $a\,|\,a^۳-b^۳$ کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

۱) $a\,|\,a^۶+b^۹$ ۲) $a\,|\,b$ ۳) $a\,|\,a^۳+b^۳$ ۴) $a\,|\,۳a^۳+۴b^۳$

۲۰- به ازای چند عدد متعلق به مجموعهٔ $\{۱,۲,\ldots,۹۰\}$ مانند a، باقی‌ماندهٔ $a^۲$ بر ۳ برابر ۱ است؟

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

هندسه (۳)

۲۱- اگر برای دو ماتریس وارون‌پذیر A و B داشته باشیم $A^{-۱}+B^{-۱}=۲I$ و $AB=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های ماتریس $(A+B)^۲$ کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۷۸ ۳) ۱۰۴ ۴) ۱۳۰

۲۲- اگر $(A+I)^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(A^۷-۱۶A^۳+I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

۲۳- اگر $f(x)=\begin{vmatrix}\sin^۲x+\sin^۲(۲x-۳) & \sin(۲x-۳)\\ -\sin x & ۱\end{vmatrix}$ باشد، حاصل $f(۲۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

۲۴- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$ و B یک ماتریس ۲×۲ وارون‌پذیر باشد که در تساوی $A+B=A^۷.B$ صدق کند، ماتریس $B^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}\frac{۱۲۷}{۲} & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۰ & \frac{۶۳}{۲}\\ ۳ & ۰\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۳ & ۰\\ ۰ & \frac{۶۳}{۲}\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۰ & ۳\\ \frac{۶۳}{۲} & ۰\end{bmatrix}$

۲۵- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس $A^{۱۴۰۳}+A^{۱۴۰۳!}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۶- اگر $A=\begin{bmatrix}\sqrt[۶]{۲۶-۱۵\sqrt{۳}} & ۲\\ ۴ & \sqrt[۴]{۷+۴\sqrt{۳}}\end{bmatrix}$ باشد و $A^۲=\alpha A+\beta I$، مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) -۱

۲۷- اگر $A=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ -۶ & -۴\end{bmatrix}$ و B یک ماتریس ۲×۲ باشد به طوری که $BA=A^۷$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(۷A^۲-۲B^۳-۱۰I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) $-۰/۰۰۱$ ۲) $-۰/۰۰۲$ ۳) $۰/۰۰۱$ ۴) $۰/۰۰۲$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۸- اگر A یک ماتریس مربعی و $A^۴=O$ باشد، وارون ماتریس $I-A$ کدام است؟

۱) $I-A+A^۲-A^۳$ ۲) $I+A+A^۲+A^۳$ ۳) $I-A-A^۲-A^۳$ ۴) $A^۳-A^۲+A-I$

۲۹- اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر و $A+B=\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۷ & ۵\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $B^{-۱}.(A^{-۱}+B^{-۱})^{-۱}.A^{-۱}$ کدام است؟

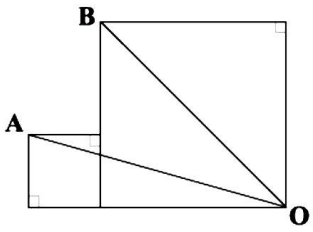
۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۳۰- اگر $A=\begin{bmatrix}۵x+۴ & ۰\\ ۵x^۲-۴x-۱ & ۱۰x+۵\end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری و غیراسکالر و $B=\begin{bmatrix}y+۱ & ۲y-۱\\ ۵ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، به ازای کدام مقدار y، ماتریس $\frac{۱}{۳}A-B$ وارون‌پذیر نیست؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۳}$ ۲) $\frac{۹}{۱۳}$ ۳) $\frac{۷}{۱۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

ریاضی (۱)

۳۱- در شکل زیر اگر $OA=OB$ باشد، آن‌گاه نسبت مساحت مربع کوچک به مساحت مربع بزرگ کدام است؟



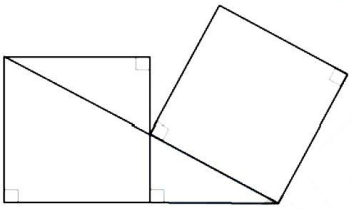
۱) $۲+\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۱}{۲}(۲+\sqrt{۳})$

۳) $۲-\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}(۲-\sqrt{۳})$

۳۲- در شکل زیر اگر اندازهٔ هر ضلع مربع‌ها برابر ۱۰ واحد باشد، مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ هاشورخورده برابر است با:



۱) $۲۵(\sqrt{۲}+۱)$

۲) $۵۰(\sqrt{۲}+۱)$

۳) $۲۵(\sqrt{۲}-۱)$

۴) $۵۰(\sqrt{۲}-۱)$

۳۳- اگر ماکزیمم تابع $f(x)=(k-۱)x^۲-۲(k-۱)x+k^۲+k$ برابر ۱۰ باشد، عرض نقطهٔ تلاقی منحنی با محور yها کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) -۱۲ ۴) -۶

۳۴- اگر به ازای مقادیر m متعلق به بازهٔ (a,b) رأس سهمی $f(x)=x^۲+(۴-۲m)x+m^۲-۵m+۷$ در ربع اول محورهای مختصات باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۵- اگر در سهمی $f(x)=a(x-۲)^۲+۳$ راس و نقاط تلاقی آن با محورxها، سه رأس مثلث متساوی الاضلاع باشند، آن‌گاه سهمی محورyها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

حسابان (۱)

۳۶- اگر معادلهٔ $۲\sqrt[۴]{x}-\sqrt{x}+۱=m$ دارای دو جواب متمایز برای x باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[-m]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) -۳ ۴) -۴

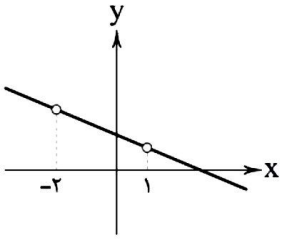
۳۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^۲-۵x+۱=۰$ باشند، حاصل $A=(\frac{۱۰\alpha-۲\alpha^۲}{۵\beta-\beta^۲})^۳+\frac{\alpha^۳+\frac{۱}{\alpha^۳}}{\beta^۲+\frac{۱}{\beta^۲}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۳}{۷۴}$ ۲) $-\frac{۷۴}{۲۳}$ ۳) $-\frac{۲۹۴}{۲۳}$ ۴) $\frac{۲۹۴}{۲۳}$

۳۸- معادلهٔ $-\frac{۳}{۲}=\frac{۲}{\sqrt{x+۲\sqrt{x-۱}-۳}}+\frac{۱}{\sqrt{x-۱}+۱}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۹- اگر شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x)=\frac{x^۳+ax^۲+bx+۱}{x^۲+cx+d}$ باشد، دامنهٔ تابع $g(x)=\frac{\sqrt{dx+a}}{\sqrt[۳]{cx-۲b}}$ کدام است؟



۱) $(-۵\,,\frac{۱}{۴}]$

۲) $(-\infty\,,\frac{۱}{۴}]$

۳) $(-\infty\,,\frac{۱}{۴}]-\{-۵\}$

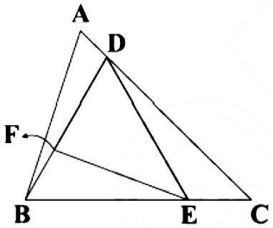
۴) $[\frac{۱}{۴}\,,+\infty)$

۴۰- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\frac{x+۱}{۲}=[\frac{۲x+۴}{۵}]+[\frac{۲x-۱}{۵}]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

هندسه (۱)

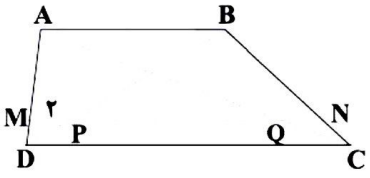
۴۱- در شکل زیر اگر $\frac{AD}{CD}=\frac{CE}{BC}=\frac{BF}{BD}=\frac{۱}{۳}$ نسبت $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}}$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۳}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۴۲- در ذوزنقهٔ شکل زیر MN با قاعده‌ها موازی است. اگر $CD=۲AB$ و $AM=۳MD$، آن‌گاه طول PQ کدام است؟



۱) ۱۲

۲) ۹

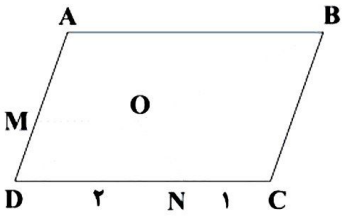
۳) ۱۰

۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۴۳- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر طول OM کدام است؟ (OM||AB)



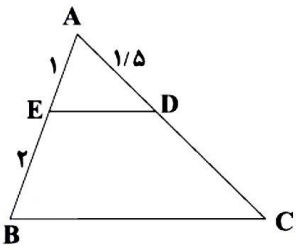
۱) ۱/۵

۲) ۱/۲

۳) ۱/۴

۴) ۱

۴۴- در شکل زیر BD نیمساز زاویهٔ B است. محیط ذوزنقهٔ BCDE کدام است؟



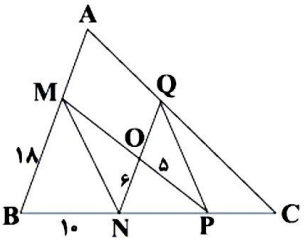
۱) ۱۸

۲) ۱۷

۳) ۱۳

۴) ۱۲

۴۵- در شکل زیر اگر NQ||AB و MN||PQ آن‌گاه طول PQ کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۱۳}$

۲) $۳\sqrt{۵}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $۵\sqrt{۲}$

آمار و احتمال

۴۶- مجموعه $A=\{۲^{۵۰}, ۲^{۵۰}+۱, ۲^{۵۰}+۲, ..., ۲^{۵۱}\}$ چند عضو دارد؟

۱) $۲^{۵۰}$ ۲) $۲^{۵۱}$ ۳) $۲^{۵۰}+۱$ ۴) $۲^{۵۱}+۱$

۴۷- در مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، تعداد زیرمجموعه‌های ۶ عضوی که شامل همهٔ اعداد زوج یک رقمی می‌باشند، برابر چند است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

۴۸- اگر $A=\{\sin\frac{n\pi}{۲}|n\in\mathbb{N}\}$، آن‌گاه مجموعه همهٔ زیرمجموعه‌های A، چند زیرمجموعه سره دارد؟

۱) ۱۲۷ ۲) ۲۵۵ ۳) ۱۵ ۴) ۵۱۱

۴۹- اگر دو عضو به مجموعه A اضافه کنیم تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن ۵۵ تا افزایش می‌یابد. تعداد زیرمجموعه‌های حداقل ۲ عضوی مجموعه A چقدر است؟

۱) ۶۴ ۲) ۵۷ ۳) ۵۳ ۴) ۴۲

۵۰- اگر $A=\{x+y, ۵\}$ و $B=\{۳, x^۲+y^۲\}$ و بدانیم که $A=B$، حاصل $x^۵+y^۵$ کدام است؟

۱) ۳۳ ۲) ۳۵ ۳) ۳۷ ۴) ۴۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۱- مجموعه $A = \{۱ , ۲ , ۳ , ... , ۱۰\}$ را در نظر بگیرید. تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی A که شامل هیچ دو عدد متوالی نباشد، برابر کدام گزینه زیر است؟

۱) $\binom{۷}{۴}+\binom{۷}{۵}$ ۲) $\binom{۷}{۳}+\binom{۷}{۴}$ ۳) $\binom{۸}{۳}+\binom{۸}{۴}$ ۴) $\binom{۸}{۴}+\binom{۸}{۵}$

۵۲- اگر تعداد اعضای مجموعه A نصف شود، آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌هایش ۲۴۰ واحد کاهش می‌یابد. مجموعه A چند زیرمجموعه حداکثر ۲ عضوی دارد؟

۱) ۳۳ ۲) ۳۴ ۳) ۳۵ ۴) ۳۷

۵۳- اجتماع همه زیرمجموعه‌های ۳ عضوی مجموعه A، مجموعه‌ای ۷ عضوی است. مجموعه A چند افراز دو مجموعه‌ای دارد؟

۱) ۶۱ ۲) ۶۲ ۳) ۶۳ ۴) ۶۴

۵۴- چند زیرمجموعه ۳ عضوی از مجموعه $A = \{۱ , ۲ , ۳ , ... , ۱۰\}$ وجود دارد که اعضای آن‌ها جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۵۵- تعداد زیرمجموعه‌های $\{\{a , b\} , \{b , a\}\}$ که شامل عضو $\{a , b\}$ بوده و فاقد عضو a باشد، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۲/۰۸/۰۵

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰		۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰		۱۲۶	۱۳۵	

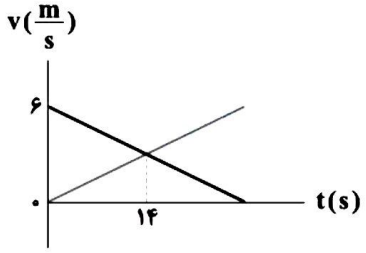
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

https://konkur.info

DriQ.com

فیزیک

۵۶- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر این دو متحرک حرکت خود را از یک نقطه و هم‌زمان آغاز کرده باشند، در لحظهٔ $t = ۱۴s$ فاصلهٔ بین این دو متحرک چند متر خواهد بود؟

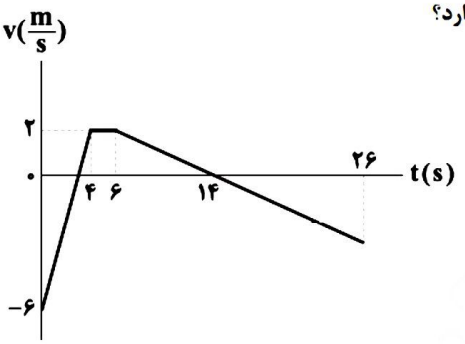


۱) ۱۰
۲) ۱۸
۳) ۳۶
۴) ۴۲

۵۷- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = ۳t - ۶$ است. در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۶s$ تندی متوسط متحرک چند برابر سرعت متوسط آن است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

۵۸- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک هنگام شروع حرکت در مکان $x = ۲۰m$ قرار داشته باشد، در لحظهٔ $t = ۲۶s$ در چه مکانی برحسب متر قرار دارد؟

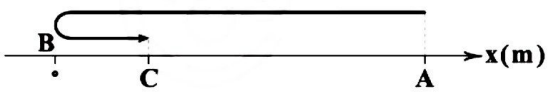


۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۴۰

۵۹- متحرکی از حال سکون، t ثانیه با شتاب $۲a$، سپس t ثانیه با شتاب $۳a$ و در نهایت t ثانیه با شتاب کاهنده حرکت می‌کند تا متوقف شود. تندی متوسط متحرک در کل حرکت چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۴}at$ ۲) $\frac{۴}{۵}at^۲$ ۳) $\frac{۳}{۷}at^۲$ ۴) $\frac{۷}{۳}at$

۶۰- مطابق شکل زیر، خودرویی در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ A حرکت خود را روی محور x شروع کرده و مطابق مسیر نشان داده‌شده در لحظات $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴s$ به ترتیب در نقاط B و C قرار می‌گیرد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش درست است؟



الف) بردار مکان متحرک تغییر جهت نداده است.

ب) بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x بوده است.

ج) اندازهٔ بردار مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

د) بردار جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

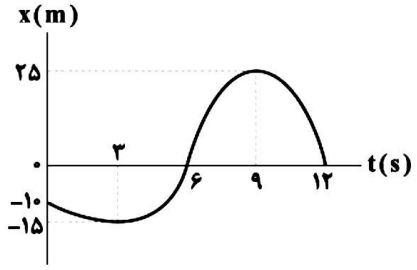
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۱- معادلهٔ مکان ـ زمان یک متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کند، در دستگاه SI به صورت $x = t^2 - 3t + 6$ است. در چه لحظه‌ای بردار مکان تغییر جهت داده است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد.

۶۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در مدت‌زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور xها است، چند برابر سرعت متوسط متحرک در مدت‌زمانی است که متحرک در جهت محور x در حال حرکت است؟

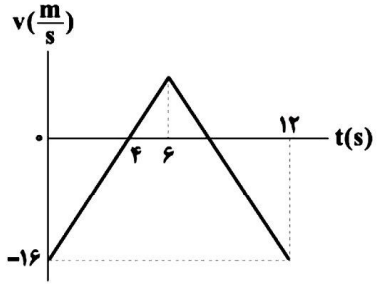


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۹}{۸}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

۶۳- متحرکی $\frac{۱}{۳}$ زمان حرکتش را با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ و مابقی زمان حرکتش را با سرعت ثابت $۵۰\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط این متحرک در کل زمان حرکتش برابر چند متر بر ثانیه است؟

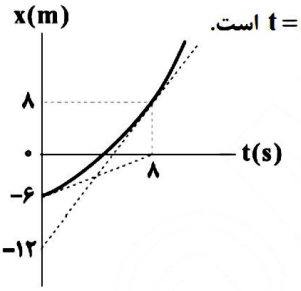
۱) ۴۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۶۴- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در فاصلهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۷s$ چند متر بر ثانیه است؟



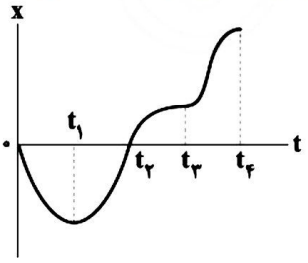
۱) ۲/۴
۲) ۱/۲
۳) ۰/۶
۴) ۴/۸

۶۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و خطوط مماس بر نمودار در مبدأ زمان و لحظهٔ $t = ۸s$ رسم شده است. با توجه به نمودار، تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$ ..... متر بر ثانیه ..... از تندی آن در $t = ۰$ است.



۱) ۲ ـ بیشتر
۲) ۲ ـ کم‌تر
۳) ۱/۷۵ ـ بیشتر
۴) ۱/۷۵ ـ کم‌تر

۶۶- نمودار مکان ـ زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام بازهٔ زمانی امکان دارد، شتاب متوسط متحرک برابر صفر باشد؟

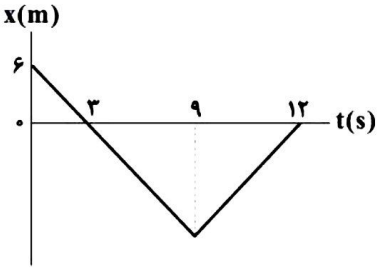


۱) $[t_۲ , t_۳]$
۲) $[t_۲ , t_۴]$
۳) $[t_۱ , t_۴]$
۴) $[t_۱ , t_۳]$

محل انجام محاسبات

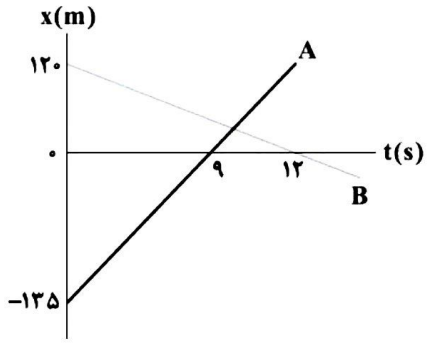
https://konkur.info

۶۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکتش برابر با چند متر بر ثانیه است؟



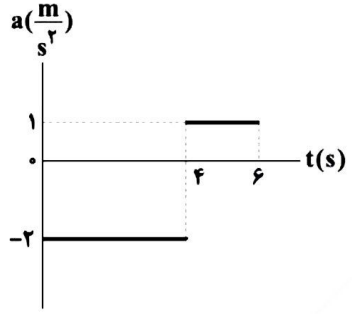
۱) ۰/۶
۲) ۱/۲
۳) ۱/۸
۴) ۲/۲

۶۸- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور xها حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر در لحظهٔ $t = ۲۰s$ برابر چند متر است؟



۱) ۸۰
۲) ۱۶۵
۳) ۲۴۵
۴) ۳۰۰

۶۹- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در مبدأ زمان، سرعت متحرک $۶ \frac{m}{s}$ باشد، جابه‌جایی متحرک تا لحظهٔ $t = ۶s$ چند متر است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

۷۰- دو متحرک در مسیر مستقیم، از یک نقطه و هم‌زمان با سرعت‌های ثابت $۵ \frac{m}{s}$ و $۱۵ \frac{m}{s}$ در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. بعد از چند ثانیه فاصلهٔ بین آن‌ها به یک کیلومتر می‌رسد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

۷۱- اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $۱ \frac{m}{s^۲}$ به حرکت در می‌آید و پس از ۴۰ ثانیه حرکت با این شتاب، با شتاب ثابت ترمز می‌کند و در مدت‌زمان ۲ ثانیه متوقف می‌شود. سرعت متوسط اتومبیل در کل این مدت‌زمان چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۷۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -\frac{۱}{۵}t + ۱۰$ است. پس از مبدأ زمان، این حرکت چگونه است؟

۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
۲) پیوسته تندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۳- خودرویی پشت چراغ راهنمایی ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. ۱۰ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت $۱۴۴\frac{km}{h}$ از پشت چراغ سبز راهنمایی در همان جهت عبور می‌کند. پس از چند ثانیه کامیون به خودرو می‌رسد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

۷۴- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۸t + ۴$ است. در بازهٔ زمانی $t = ۰$ و $t = ۴s$ مسافت طی‌شده توسط متحرک چند متر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

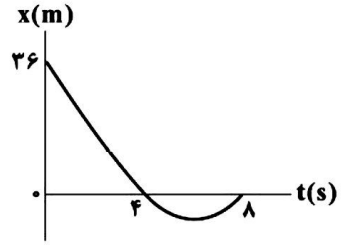
۷۵- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت درمی‌آید و مسافتی را در مسیر مستقیم طی می‌کند. اگر در انتهای مسیر، سرعت آن به $۱۶\frac{m}{s}$ برسد، سرعت آن در ربع مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) ۸

۷۶- متحرکی در لحظهٔ $t = ۰$ با تندی $۸\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ تغییر جهت دهد و شتاب متوسط متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت برابر صفر باشد، معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $۲t^۲ + ۶t - ۱۲$ ۲) $(t-۵)^۲$ ۳) $-۲t^۲ + ۸t - ۶$ ۴) $-t^۲ + ۶t - ۸$

۷۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. معادلهٔ سرعت ـ زمان آن در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱) $v = \frac{۹}{۴}t - \frac{۲۷}{۲}$

۲) $v = -\frac{۹}{۴}t + \frac{۲۷}{۲}$

۳) $v = -۳t + ۶$

۴) $v = ۳t - ۶$

۷۸- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$، $t_۲ = ۳s$ و $t_۳ = ۵s$ از مکان‌های $x_۱ = ۴۵m$، $x_۲ = ۴۵m$ و $x_۳ = ۶۵m$ می‌گذرد. معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک در SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $v = ۲t - ۵$ ۲) $v = ۵t - ۱۰$ ۳) $v = -۲t + ۵$ ۴) $v = -۵t + ۱۰$

۷۹- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_۰$ روی خط راست حرکت می‌کند. اگر در ۲ ثانیهٔ اول حرکت، ۸ متر و در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت، ۱۲ متر در یک جهت حرکت کند. اندازهٔ a و $v_۰$ برحسب SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

۱) ۲ و ۳ ۲) ۱ و ۲ ۳) ۲ و ۱ ۴) ۱ و ۳

۸۰- خودرویی با تندی ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در یک جادهٔ مستقیم در حال حرکت است. راننده ناگهان گاوی را در فاصلهٔ ۵۰ متری خود می‌بیند و بلافاصله با شتاب ثابتی به بزرگی $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد. کدام گزینه درست است؟

۱) خودرو در فاصلهٔ ۸ متری از گاو می‌ایستد.

۲) خودرو با تندی $۱۰\sqrt{۶}\frac{m}{s}$ به گاو برخورد می‌کند.

۳) خودرو در فاصلهٔ ۱۵ متری از گاو می‌ایستد.

۴) خودرو با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به گاو برخورد می‌کند.

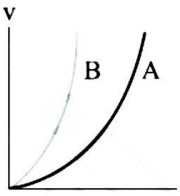
محل انجام محاسبات

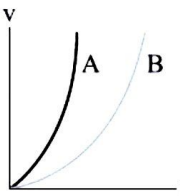
https://konkur.info

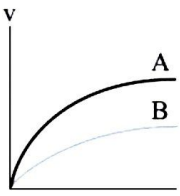
توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شمارهٔ ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس۲ (فیزیک (۲)، شمارهٔ ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

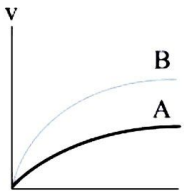
فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰) — زوج درس ۱

۸۱- دو جسم A و B دارای جرم‌های m_A و m_B هستند که $m_B > m_A$ است. نمودار تغییرات تندی این دو جسم برحسب انرژی جنبشی آن‌ها در کدام گزینه به درستی آمده است؟

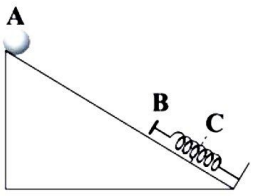
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸۲- مطابق شکل زیر، جسمی روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی از نقطهٔ A رها می‌شود و در نقطهٔ B به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند و نهایتاً در نقطهٔ C برای لحظه‌ای متوقف می‌شود. اگر U مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی پتانسیل کشسانی باشد، مقدار U در مسیر نقطهٔ A تا نقطهٔ C چگونه تغییر می‌کند؟



۱) همواره کاهش می‌یابد.
۲) از نقطهٔ A تا نقطهٔ B کاهش، ولی از نقطهٔ B تا نقطهٔ C افزایش می‌یابد.
۳) از نقطهٔ A تا نقطهٔ B کاهش، ولی از نقطهٔ B تا نقطهٔ C ثابت است.
۴) همواره ثابت است.

۸۳- گلوله‌ای به سمت یک مانع شلیک می‌شود و با تندی $۶۰ \frac{m}{s}$ با مانع برخورد می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت مانع در برابر حرکت گلوله به طور متوسط ۲۰۰۰N و جرم گلوله ۸۰g باشد، گلوله حداکثر چند سانتی‌متر در مانع فرو می‌رود؟ (حرکت گلوله افقی است.)

۱) ۰/۰۷۲ ۲) ۳/۶ ۳) ۳۶ ۴) ۷/۲

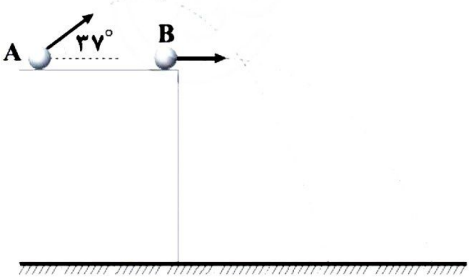
۸۴- جسمی را با تندی اولیهٔ v در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و جسم حداکثر تا ارتفاع ۹ متری از سطح زمین بالا می‌رود. اگر طی این مسیر، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۳۲J افزایش و انرژی جنبشی آن ۵۰J کاهش یابد، بزرگی متوسط نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم چند نیوتون است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۵- اتومبیلی با تندی ثابت $۲۰ \frac{m}{s}$ در یک جادهٔ افقی در حرکت است. اگر توانی که اتومبیل صرف غلبه بر مقاومت هوا می‌کند تا تندی خود را ثابت نگه دارد، برابر با ۲۰kW باشد، مقدار کار نیروی مقاومت هوا بر روی اتومبیل طی ۵۰m جابه‌جایی چند کیلوژول است؟

۱) ۸ ۲) ۲۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۸۶- مطابق شکل زیر، در شرایط خلأ دو گلولهٔ A و B به ترتیب با جرم‌های m و ۲m با تندی اولیهٔ یکسان از ارتفاع یکسانی در جهت‌های نشان داده‌شده پرتاب می‌شوند. اگر تندی گلوله‌ها هنگام رسیدن به زمین v_A و v_B و انرژی مکانیکی دو گلوله هنگام رسیدن به زمین E_A و E_B باشد، کدام رابطه درست است؟

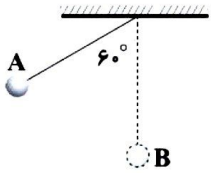


۱) $E_A = E_B \ , \ v_A = v_B$
۲) $E_A = E_B \ , \ v_A \neq v_B$
۳) $E_A \neq E_B \ , \ v_A = v_B$
۴) $E_A \neq E_B \ , \ v_A \neq v_B$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۷- مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۲ متر را از حال سکون از نقطهٔ A رها می‌کنیم. وزنهٔ آونگ با تندی $۴\ \frac{m}{s}$ از نقطهٔ B می‌گذرد. در مسیر AB نیروهای اتلافی چند ژول از انرژی جسم را مصرف نموده‌اند؟ ($g = ۱۰\ \frac{N}{kg}$ و جرم وزنهٔ آونگ ۸۰۰g است.)



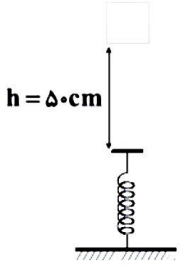
۱) ۱/۶

۲) ۳/۲

۳) ۶/۴

۴) ۸

۸۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۴kg از ارتفاع $h = ۵۰cm$ رها می‌شود و سپس به فنری برخورد می‌کند. در لحظه‌ای که فنر به اندازهٔ ۱۰cm فشرده شده است، تندی جسم برابر $۲\ \frac{m}{s}$ است. اگر در این وضعیت، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر ۱۰J باشد، بزرگی نیروی متوسط مقاومت‌ها چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}$)



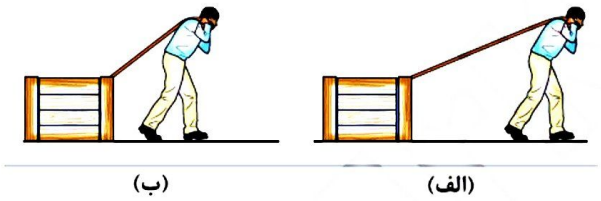
۱) ۱۰

۲) ۶

۳) ۱

۴) ۰/۶

۸۹- شخصی جسمی را یک بار مطابق شکل (الف) با طناب بلند و یک بار مطابق شکل (ب) با طناب کوتاه‌تر روی سطح بدون اصطکاکی می‌کشد و آن را به اندازهٔ d به سمت راست جابه‌جا می‌کند. اگر شخص در حالت «الف» نیروی $F_۱$ و در حالت «ب» نیروی $F_۲$ را به جسم وارد کند و کار انجام‌شده توسط شخص در این دو حالت برابر باشد، کدام گزینه درست است؟



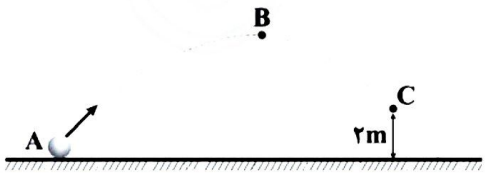
۱) $\frac{F_۱}{F_۲} < ۱$

۲) $\frac{F_۱}{F_۲} > ۱$

۳) $\frac{F_۱}{F_۲} = ۱$

۴) هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

۹۰- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲kg از نقطهٔ A پرتاب می‌شود. انرژی درونی گلوله و محیط در مسیر AB، ۱۰۰J و در مسیر AC، ۱۲۴J افزایش می‌یابد. اگر تندی گلوله، در نقطهٔ C، $۴\ \frac{m}{s}$ و در نقطهٔ B، ۳ متر بر ثانیه باشد، ارتفاع جسم در نقطهٔ B از سطح زمین چند متر است؟ ($g = ۱۰\ \frac{N}{kg}$)



۱) ۳/۵۶

۲) ۳/۵۵

۳) ۴/۵۶

۴) ۴/۵۲

محل انجام محاسبات

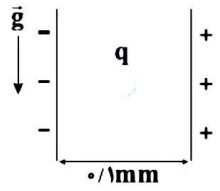
https://konkur.info

فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰) — زوج درس ۲

۹۱- یکای ولت در فاراد معادل کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\text{آمپر}}{\text{ثانیه}}$ ۲) آمپر × ثانیه ۳) $\frac{\text{کولن}}{\text{متر}}$ ۴) کولن × متر

۹۲- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q=۲\mu C$ و جرم $۳۰۰g$ درون یک خازن تخت با ظرفیت $۴\mu F$ قرار دارد. اگر اندازهٔ شتاب ذره $\frac{۵۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



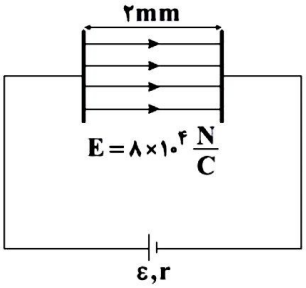
۱) ۴×۱۰^{-۲}

۲) ۸×۱۰^{-۲}

۳) ۴۰۰

۴) ۸۰۰

۹۳- صفحات خازن شکل زیر که به یک باتری متصل است، مربعی‌شکل و به ضلع ۲mm می‌باشند. اگر چگالی سطحی بار روی هر یک از صفحات خازن $۲\frac{mC}{m^۲}$ باشد، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد است؟



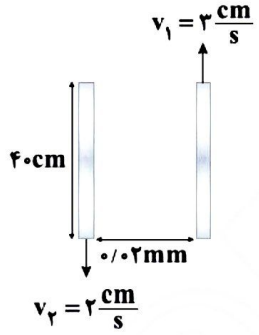
۱) ۰/۰۵

۲) ۵۰

۳) ۰/۱

۴) ۱۰۰

۹۴- دو صفحهٔ رسانا به ابعاد $۴۰cm\times۱۰cm$ مطابق شکل زیر، روبه‌روی هم قرار دارند و هر کدام با تندی‌های داده‌شده و در جهت نشان داده‌شده در حال حرکت می‌باشند. در هر ثانیه، ظرفیت خازن چند نانوفاراد و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon=۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{F}{m}$ و خازن خالی است.)



۱) ۴/۵ ـ کاهش

۲) ۲/۲۵ ـ افزایش

۳) ۲/۲۵ ـ کاهش

۴) ۴/۵ ـ افزایش

۹۵- خازن تختی را پس از شارژ شدن از باتری جدا کرده و فاصلهٔ بین صفحات آن را کم کرده و بین صفحات را که قبلاً خالی بوده با دی‌الکتریکی با ثابت ۲ پر می‌کنیم. اگر انرژی خازن ۹۰ درصد کاهش یافته باشد، فاصلهٔ بین صفحات خازن چند درصد کاهش یافته است؟

۱) ۲۰ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

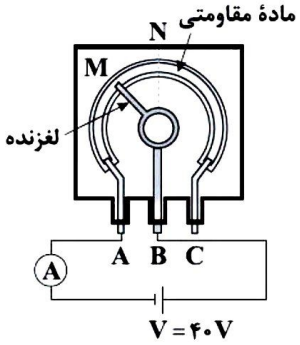
۹۶- خازن تختی که بین صفحات آن را هوا پر کرده است و فاصلهٔ بین صفحات آن d است، در اختیار داریم. اگر خازن بعد از پر شدن از باتری جدا شده و دی‌الکتریکی به ضخامت $\frac{d}{۳}$ و $\kappa=۳$ بین صفحات قرار داده شود و $\frac{۲d}{۳}$ فضای باقی‌مانده را یک تیغهٔ فلزی قرار دهیم، ظرفیت خازن نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۷- در شکل زیر، مقاومت الکتریکی کل پتانسیومتر برابر ۴۰۰Ω و طول میلهٔ AC برابر با L است. اگر طول کمان MN برابر با $\frac{L}{5}$ باشد، با حرکت لغزنده از نقطهٔ M تا نقطهٔ N، جریان عبوری از آمپرسنج چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟ $(AM=\frac{2L}{5})$



۱) $\frac{1}{6}$ ـ کاهش

۲) $\frac{1}{6}$ ـ افزایش

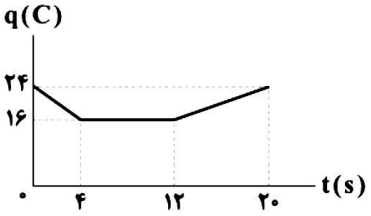
۳) $\frac{1}{12}$ ـ افزایش

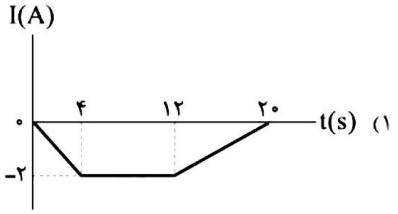
۴) $\frac{1}{12}$ ـ کاهش

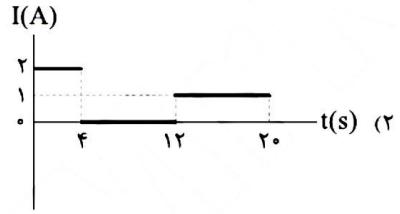
۹۸- مقاومت الکتریکی یک سیم فولادی برابر ۲۰۰Ω است. سیم را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا طول آن بدون تغییر جرم، ۳۰ درصد کاهش یابد. مقاومت الکتریکی سیم موردنظر در این حالت چند اهم می‌شود؟ (دمای سیم را در طول فرایند، ثابت در نظر بگیرید.)

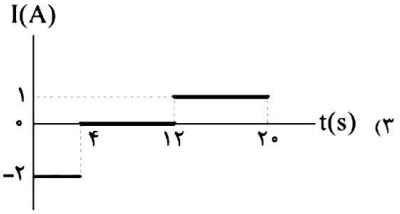
۱) ۴۹ ۲) ۹۸ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

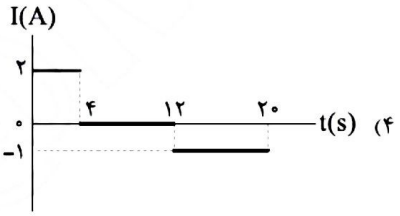
۹۹- اگر نمودار بار شارش‌شده در مداری برحسب زمان، مطابق شکل زیر باشد، کدام گزینه نمودار جریان الکتریکی متوسط گذرنده از این مدار را به درستی نشان می‌دهد؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۱۰۰- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانایی را ۴۰ درصد کاهش دهیم، با فرض ثابت ماندن دما، مقاومت الکتریکی آن ..... و جریان گذرنده از آن رسانا .....

۱) ۴۰ درصد کاهش می‌یابد ـ ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

۲) ثابت می‌ماند ـ ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

۳) ثابت می‌ماند ـ ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

۴) ۴۰ درصد کاهش می‌یابد ـ ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آرنیوس مدل خود را براساس تغییر غلظت یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ ارائه داد.
- در مدل آرنیوس، هر مولکولی که در ساختار خود هیدروژن بیشتری داشته باشد، در شرایط یکسان دما و غلظت، غلظت H^+ محلول را بیشتر افزایش می‌دهد.
- آرنیوس، نخستین کسی بود که ویژگی‌های اسیدها و بازها را شناخت و براساس یافته‌های تجربی، میزان رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی را بررسی کرد.
- در زمان ارائهٔ مدل آرنیوس، دانشمندان با واکنش‌های اسیدها و بازها آشنا نبودند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- واکنش‌های برگشت‌پذیر در شرایط مناسب هم‌زمان در هر دو جهت رفت و برگشت انجام می‌شوند تا این‌که سرانجام لحظه‌ای فرا می‌رسد که غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ..... این ویژگی تنها هنگامی رخ می‌دهد که سرعت ..... برابر شود و سامانه به تعادل رسیده باشد.

۱) برابر می‌شود ـ واکنش رفت با برگشت ۲) ثابت می‌ماند ـ واکنش رفت با برگشت
۳) برابر می‌شود ـ واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها ۴) ثابت می‌ماند ـ واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- بر مبنای دسته‌بندی سه‌گانه انواع مخلوط‌ها، شیر و مخلوط «آب، روغن و صابون» در یک دسته جای می‌گیرند.
- هگزان برخلاف آب، حلال مناسبی برای اوره است.
- برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها مولکول کلر اضافه می‌کنند.
- برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۴- اگر در واکنش صابون A که فاقد عنصر فلزی است، با نمونه‌ای از آب سخت شامل یون منیزیم، ۲۰/۳ گرم رسوب تشکیل شده باشد، جرم اولیهٔ صابون A به تقریب چند گرم بوده است؟ (زنجیر هیدروکربنی صابون A سیر شده و شامل ۱۴ اتم کربن بوده و فقط ۴۰ درصد از صابون با آب سخت واکنش می‌دهد.) $(Mg=24, H=1, C=12, O=16, N=14: g.mol^{-1})$

۱) ۵۲ ۲) ۲۶ ۳) ۹۹ ۴) ۷۶

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- شمار عنصرها در بخش آنیونی صابون برابر با شمار اتم‌های اکسیژن در بخش آنیونی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است.
- واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب یک واکنش گرماده بوده و طی آن گاز H_2 آزاد می‌شود.
- قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها در آب چشمه کم‌تر از آب دریا است.
- قدرت پاک‌کنندگی نمونه‌ای از صابون جامد در آب شامل ۱ گرم یون منیزیم، بیشتر از آب شامل ۱ گرم یون کلسیم است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶- به محلول یک اسید به حجم ۴L که غلظت یون هیدرونیوم در آن ۰/۱ مولار است، ۰/۰۴ مول اسید ضعیف HA اضافه می‌کنیم. غلظت اسید پس از برقراری تعادل چند مول بر لیتر است؟ $(K_a(HA)=1\times10^{-2})(\sqrt{5}\simeq2/24)$

۱) $8/5\times10^{-3}$ ۲) $9/5\times10^{-3}$ ۳) 8×10^{-3} ۴) 9×10^{-3}

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۷- تصویر زیر نمای ذره‌ای از محلول ۰/۲۴ مولار اسید HA را نشان می‌دهد. ثابت یونش این اسید کدام است؟

۱) ۰/۰۶۰
۲) ۰/۰۵۳
۳) ۰/۰۴۰
۴) ۰/۰۲۶

۱۰۸- شکل‌های زیر واکنش دو قطعه نوار منیزیم یکسان را با محلول دو اسید: نیتریک اسید و نیترو اسید در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اسید ظرف (ب) همان نیترواسید است.
- سرعت واکنش و غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (آ) بیشتر است.
- در محلول اسید ظرف (ب) شمار ناچیزی از یون‌های آبپوشیده هم‌زمان با شمار زیادی از مولکول‌های اسید یونیده‌نشده حضور دارند.
- با تغییر غلظت هر کدام از اسیدها به یک میزان، فقط درجهٔ یونش اسید مربوط به ظرف (ب) تغییر می‌کند.

(آ) (ب)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

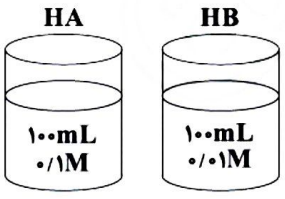
۱۰۹- در محلول اسید HX با غلظت ۰/۹ مولار، نسبت مولکول‌های یونیده نشدهٔ اسید به یون‌های حاصل از یونش برابر با ۴/۵ است. ثابت یونش این اسید کدام است؟ (منظور از α درجهٔ یونش اسید است.)

۱) $(1-\alpha)^2$ ۲) α^2 ۳) $0/1\alpha^2$ ۴) $(1-2\alpha)^2$

۱۱۰- کدام مورد نادرست است؟

۱) محلول ضدیخ همانند محلول استون در آب، جریان الکتریکی را از خود عبور نمی‌دهد.
۲) از انحلال ۰/۱ مول باریم اکسید در نیم لیتر آب مقطر، ۰/۲ مول یون تشکیل می‌شود.
۳) از انحلال ۰/۱ مول لیتیم اکسید در دو لیتر آب مقطر، ۰/۴ مول یون تشکیل می‌شود.
۴) با اضافه کردن آب مقطر به یک محلول بازی در دمای ثابت، غلظت یون‌ها کاهش می‌یابد و K_b ثابت می‌ماند.

۱۱۱- اگر غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسیدهای HA و HB با هم برابر باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟ (تمام یون هیدرونیوم در دو محلول، حاصل از یونش اسیدها است.)



- رسانایی الکتریکی دو محلول یکسان است.
- درجهٔ یونش HB بیشتر از HA است.
- قدرت اسیدی محلول HB بیشتر از HA است.
- اگر HA استیک اسید باشد، HB می‌تواند محلول فورمیک اسید باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۲- باران اسیدی حاوی اسیدهای HA و HB است در حالی که باران معمولی حاوی اسید HC است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟

- اسیدهای HA و HB را می‌توان از واکنش یک اکسید جامد و یک اکسید گازی‌شکل با آب به دست آورد.
- تنها یکی از اسیدهای HA ، HB و HC جزو اسیدهای تک‌پروتون‌دار هستند.
- یونش اسید HC در آب برخلاف دو اسید دیگر با نماد « $\rightleftharpoons$ » نشان داده می‌شود.
- تنها در ساختار یکی از این سه اسید، تمامی پیوندها به صورت یگانه است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

آ) اگر رسانایی یک ماده به وسیلهٔ الکترون‌ها انجام شود، می‌توان نتیجه گرفت که آن ماده یک فلز بوده است.

ب) محلول آبی سدیم کلرید، حاوی یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ بوده که با جنبش‌های آزادانه و منظم در سرتاسر آن پراکنده‌اند.

پ) غلظت یون هیدرونیوم موجود در خوراکی‌ها، داروها، شوینده‌ها و مواد آرایشی و بهداشتی بر روی ماندگاری این مواد تأثیر زیادی دارد.

ت) شمار اسیدهای ضعیف شناخته‌شده به مراتب بیش‌تر از اسیدهای قوی است.

۱) «پ»، «ت» ۲) «آ»، «پ» و «ت» ۳) «آ»، «ب» و «ت» ۴) «ب»، «پ»

۱۱۴- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) محلول حاصل از ترکیب‌های قطبی در آب، رسانای جریان برق هستند.

۲) سفیدکننده‌ها برخلاف جوهرنمک با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند و نقش پاک‌کنندگی آن‌ها تنها براساس برهم‌کنش میان ذره‌هاست.

۳) قوی بودن اسید HCl و ضعیف بودن HF را نمی‌توان به کمک مدل آرنیوس توجیه کرد.

۴) ثابت یونش یک اسید، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش آن اسید تا رسیدن به تعادل است.

۱۱۵- اگر غلظت‌های تعادلی دو اسید خیلی ضعیف HX و HY با هم برابر باشد، نسبت غلظت‌های مولی X^- به غلظت مولی Y^- کدام است؟ (ثابت یونش اسیدهای HX و HY به ترتیب برابر با $۱/۵۶۸\times۱۰^{-۷}$ و ۸×۱۰^{-۸} است.)

۱) ۱/۴ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۰۷

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شمارهٔ ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شمارهٔ ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵) — زوج درس ۱

۱۱۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- شمار الکترون‌های با $l=1$ در سومین عنصر گروه ۱۷ جدول برابر با ۱۷ است.
- انرژی زیرلایهٔ 6s کم‌تر از انرژی زیرلایهٔ 4f است.
- در جدول تناوبی در مجموع ۹ عنصر وجود دارد که شمار الکترون‌های موجود در زیرلایهٔ s اتم آن‌ها برابر با ۸ است.
- شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم ۸۰اُمین عنصر جدول، سه برابر اتم ۴۰اُمین عنصر جدول است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۷- آرایش الکترونی اتم چند درصد از عنصرهای جدول دوره‌ای به زیرلایهٔ s ختم می‌شود؟

۱) ۴۵/۷ ۲) ۶۹/۵ ۳) ۱۱/۸ ۴) ۷۴/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۸- اتم فرضی X در آخرین زیرلایهٔ خود دارای ۳ الکترون بوده و مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آخرین زیرلایهٔ آن برابر با ۵ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصر X درست است؟

- عدد اتمی آن به یقین کم‌تر از ۳۶ است.
- عدد کوانتومی اصلی تمامی الکترون‌های ظرفیت آن، یکسان است.
- شمار الکترون‌های جفت نشده (تک) در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌های X و A_5 با هم برابر است.
- با گرفتن سه الکترون به آرایش الکترونی چهارمین گاز نجیب می‌رسد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۹- اگر یون X^{2-} ، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود ۶ الکترون با عددهای کوانتومی $n=4$ و $l=1$ داشته باشد و تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌های آن برابر ۹ باشد، A کدام عدد است و عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم‌گروه است؟

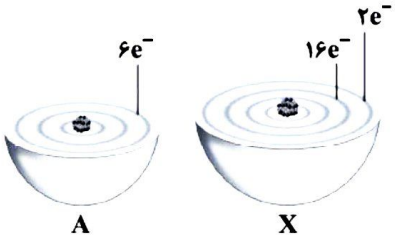
۱) $_{14}D$ ، ۷۷ ۲) $_{16}Z$ ، ۷۷ ۳) $_{14}D$ ، ۷۹ ۴) $_{16}Z$ ، ۷۹

۱۲۰- در مجموعه عنصرهایی که با عدد اتمی ۲۰ شروع و به عدد اتمی ۸۰ ختم می‌شود، چند عنصر جزو بلوک d جدول دوره‌ای هستند؟

۱) ۴۴ ۲) ۴۲ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۱۲۱- با توجه به شکل زیر که برشی از عنصرهای A و X را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟

- تفاوت شمار الکترون‌های ظرفیتی A و X برابر با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ اتم هشتاد و چهارمین عنصر جدول است.
- مجموع اعداد اتمی A و X برابر با عدد اتمی دومین عنصر گروه هشتم جدول است.
- در اثر تشکیل یک مول ترکیب یونی از اتم‌های A و اکسیژن، دو مول الکترون مبادله می‌شود.
- یون‌های پایدار A و X به آرایش الکترون دو گاز نجیب متفاوت می‌رسند.



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در ساختار مولکول‌های آمونیاک و متان به ترتیب ۳ و ۴ جفت الکترون بین ۴ و ۵ اتم اشتراک گذاشته شده است.
- ترکیب‌های NaF و $SiCl_4$ برخلاف Li_2CO_3 جزو ترکیب‌های یونی دوتایی هستند.
- الکترون‌ها در اتم برای گرفتن یا از دست دادن انرژی هنگام انتقال بین لایه‌ها با یک محدودیتی روبه‌رو هستند.
- در اثر انتقال الکترون اتم هیدروژن از لایهٔ ششم به لایهٔ دوم نوری با طول موج بیشتر از ۶۰۰ نانومتر منتشر می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با دو گاز A و X که به ترتیب بیشترین فراوانی را در لایهٔ تروپوسفر دارند و فراوان‌ترین گاز تک‌اتمی هواکره (D) درست است؟

- مقایسهٔ میان نقطهٔ جوش این سه گاز به صورت $X>D>A$ است.
- مقایسهٔ میان واکنش‌پذیری این سه گاز به صورت $X>A>D$ است.
- شمار اتم‌های سازندهٔ مولکول‌های A و X با هم برابر است.
- در هوای پاک و خشک لایهٔ تروپوسفر، فراوانی گاز D بیشتر از گاز کربن دی‌اکسید است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- به دلیل رنگی‌بودن اغلب گازهای هواکره، اتمسفر زمین به رنگ فیروزه‌ای دیده می‌شود.
- فشار هر گاز، ناشی از برخورد مولکول‌های گازی با یک‌دیگر است.
- فشار هوا در همه جهت‌ها اما به میزان‌های مختلفی (غیریکسان) بر بدن ما وارد می‌شود.
- میان گازهای هوا، تنها بر هم‌کنش رخ می‌دهد و خبری از واکنش‌های شیمیایی نیست.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در لایهٔ دوم هواکره با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار هوا و دما هر دو کاهش می‌یابند.
- اتمسفر زمین مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصلهٔ ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.
- در لایه‌های بالایی هواکره کاتیون‌هایی از نافلزهایی مانند اکسیژن و هلیم نیز یافت می‌شود.
- جرم هواکره در لایه‌ای که تغییر آب و هوای زمین در آن رخ می‌دهد، حدوداً ۳ برابر جرم هواکره در مجموع لایه‌های دیگر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵) زوج درس ۲

۱۲۶- آلکین A در اثر واکنش با برم کافی، به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود و جرم آن $4/\overline{33}$ برابر می‌شود. اگر آلکن هم کربن با A با مقدار کافی مخلوط آب و H_2SO_4 واکنش دهد، چند درصد بر جرم آن افزوده می‌شود؟

$(C=12, H=1, O=16, Br=80: g.mol^{-1})$

۱) ۱۸/۳۶ ۲) ۱۷/۶۴ ۳) ۳۲/۱۴ ۴) ۳۴/۹۱

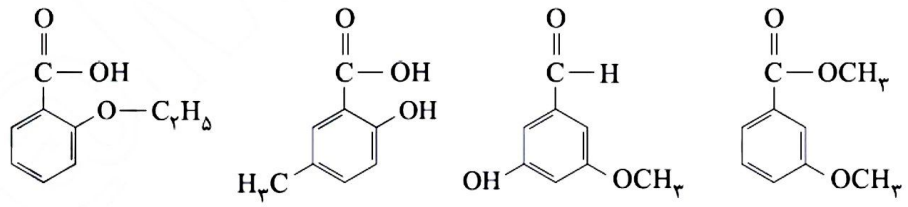
۱۲۷- برای آلکانی که هر مولکول آن شامل ۲۰ اتم هیدروژن است، چند ساختار شاخه‌دار می‌توان در نظر گرفت که مجموع شماره‌های شاخه‌های فرعی آن (براساس قواعد آیوپاک) برابر با ۱۰ شود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۲۸- کدام مقایسه دربارهٔ موارد کاربرد و مصرف نفت خام در صنعت درست است؟

۱) سوخت وسایل نقلیه < تولید مواد (پلاستیک، شوینده‌ها، رنگ و ...) < تأمین گرما و انرژی الکتریکی
۲) تولید مواد (پلاستیک، شوینده‌ها، رنگ و ...) < سوخت وسایل نقلیه < تأمین گرما و انرژی الکتریکی
۳) تولید مواد (پلاستیک، شوینده‌ها، رنگ و ...) < تأمین گرما و انرژی الکتریکی < سوخت وسایل نقلیه
۴) تأمین گرما و انرژی الکتریکی < تولید مواد (پلاستیک، شوینده‌ها، رنگ و ...) < سوخت وسایل نقلیه

۱۲۹- با توجه به ساختار ترکیب‌های داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟ $(H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1})$



(I) (II) (III) (IV)

۱) فرمول مولکولی ترکیب‌های I و IV یکسان است.
۲) شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول‌های II و III با هم برابر است.
۳) تفاوت جرم مولی ترکیب III با ترکیب IV، برابر ۰/۲ جرم مولی پنتن است.
۴) تفاوت جرم مولی ترکیب II با ترکیب سیکلوبوتان برابر با جرم مولی هپتن است.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۳۰- کدام مورد درست است؟

۱) تنها در هیدروکربن‌های سیرنشده، جفت الکترون ناپیوندی می‌تواند وجود داشته باشد.

۲) در هیدروکربن‌های حلقوی، تنها اتم‌های کربن می‌توانند تشکیل‌دهندهٔ حلقهٔ اصلی ساختار مولکول باشند.

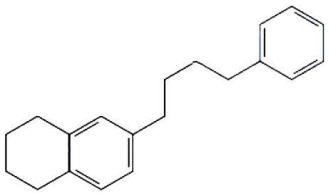
۳) دلیل زیاد بودن ترکیب‌های شناخته‌شده از کربن، توانایی اتم آن در تشکیل پیوندهای اشتراکی با سایر اتم‌ها است.

۴) در هیدروکربن‌هایی با شمار اتم کربن برابر، شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار حلقوی، به یقین کم‌تر از شمار این اتم‌ها در ساختار راست‌زنجیر است.

۱۳۱- نفت سبک کشورهای عربی از نظر درصد ..... مشابه نفت سنگین ایران و از نظر درصد ..... مشابه نفت برنت دریای شمال است.

۱) نفت سفید ـ گازوییل
۲) بنزین و خوراک پتروشیمی ـ گازوییل
۳) گازوییل ـ نفت کوره
۴) بنزین و خوراک پتروشیمی ـ نفت سفید

۱۳۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختار زیر درست است؟



- **تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن آن، مشابه همین تفاوت در مولکول دومین عضو آلکان‌ها است.**
- **شمار جفت الکترون‌های پیوندی آن، سه برابر شمار اتم‌های مولکول نفتالن است.**
- **شمار پیوندهای $C-H$ آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن ۳- اتیل -۲ و ۲- دی‌متیل هپتان است.**
- **شمار گروه‌های $-CH_3$ در آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول متیل پروپن است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

آ) وجه اشتراک فراورده‌های حاصل از شرکت‌های پتروشیمی این است که در تمامی آن‌ها، عنصر کربن وجود دارد.

ب) پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام آمادهٔ پالایش است.

پ) اگر بر اثر سوختن نمونه‌هایی از زغال‌سنگ و بنزین، مقدار یکسانی CO_2 تولید شود، گرمای حاصل از سوختن بنزین، بیشتر است.

ت) خوشبینانه‌ترین برآوردها نشان می‌دهد که سال ۲۰۷۵ ذخایر نفتی در جهان پایان می‌یابد.

۱) «آ»، «ب» ۲) «آ»، «ت» ۳) «ب»، «پ» ۴) «پ»، «ت»

۱۳۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ $(F = 19 g.mol^{-1})$

- **اگر دمای ۵ گرم اتانول با جذب ۳۰۰J گرما از $25^\circ C$ به $50^\circ C$ برسد، ظرفیت گرمایی این نمونه ۲/۴ ژول بر درجهٔ سلسیوس است.**
- **ظرفیت گرمایی یک مول گاز فلوئور، ۱۹ برابر گرمای ویژهٔ فلوئور است.**
- **اگر شمار اتم‌های کربن چربی و روغن با هم برابر باشد، واکنش‌پذیری روغن بیشتر از چربی است.**
- **گرمای ویژهٔ روغن زیتون، کم‌تر از گرمای ویژهٔ آب است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با دما درست است؟

- **برخلاف انرژی گرمایی مستقل از جرم نمونه است.**
- **اگر دمای جامد A با جامد B برابر باشد، در اثر تماس آن‌ها با یک‌دیگر، گرمایی منتقل نمی‌شود.**
- **میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های سازندهٔ یک ماده، معرف دمای آن ماده است.**
- **داد و ستد گرما همواره باعث تغییر دما می‌شود.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آزمون شماره ۹

جمعه ۱۴۰۲/۰۸/۰۵

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال از	شماره سؤال تا	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۵ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	
		ریاضی ۱	۵	۳۱	۳۵	
		حسابان ۱	۵	۳۶	۴۰	
		هندسه ۱	۵	۴۱	۴۵	
		آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

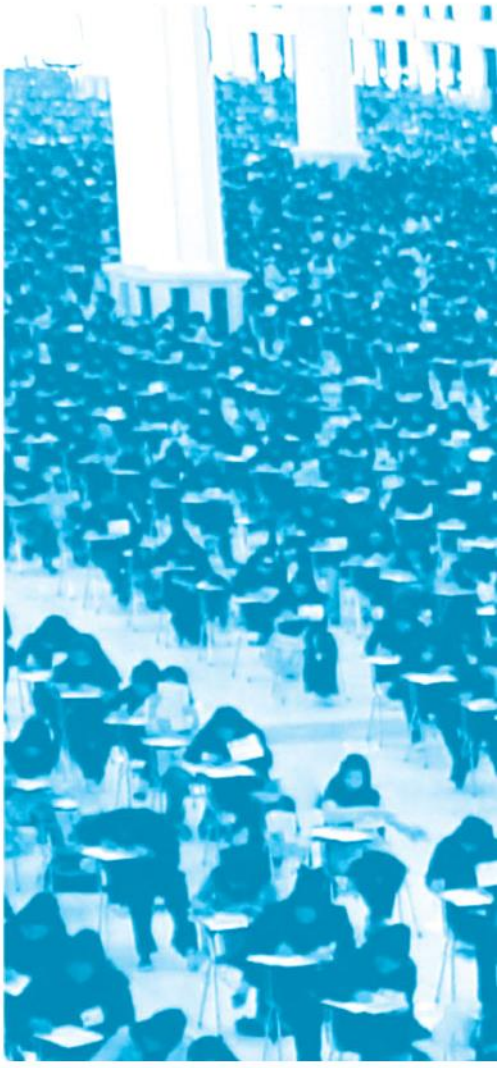
https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

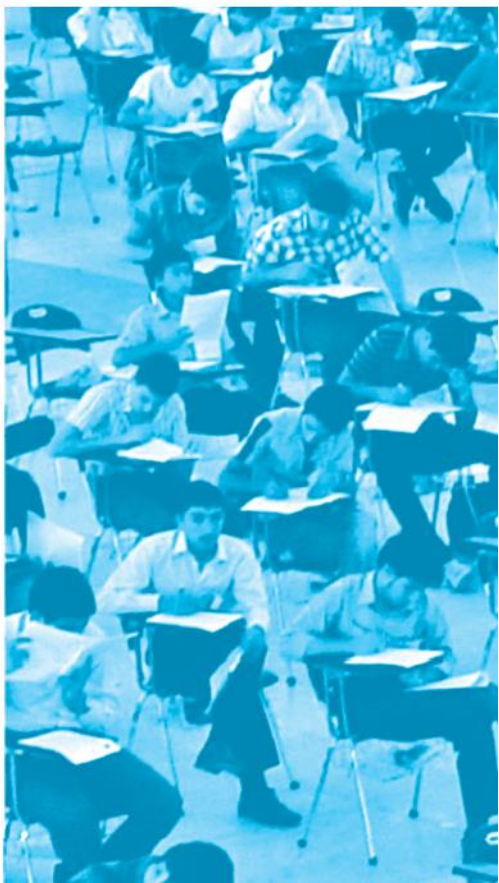
دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری ـ حسین نادری محمدرضا سیاح ـ مجید فرهمندپور مفید ابراهیم‌پور ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد خشایار خاکی	محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته ندا فرهختی ـ مینا نظری
فیزیک	ارسلان رحمانی ـ مسعود قره‌خانی امیرحسین رستگار ـ مرتضی مرتضوی	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی ـ میلاد عزیزی رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۶۴۲۰-۰۲۱

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

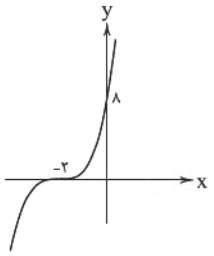


آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ مریم علیپور
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ حدیث فیض‌الهی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ فاطمه میرزایی ـ سحر فاضلی

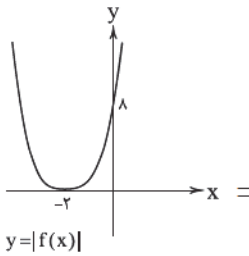
https://konkur.info

ریاضیات

۱ ۳ چون ضریب $x^۳$ مثبت بوده و همواره اکیداً یکنوا می‌باشد، بنابراین اکیداً صعودی است.



$y=f(x)=(x+۲)^۳$



$y=|f(x)|$

$\Rightarrow m\in(۰,۸)\Rightarrow t_۲-t_۱=۸$

۲ ۴ f تابعی نزولی با دامنهٔ $(-\infty,۱)$ می‌باشد.

$f(x)=\log(۱-x)$

$f(\log(۲-x))<f(\log(x-۱))\xrightarrow{f\text{نزولی}}\log(۲-x)>\log(x-۱)$

$\Rightarrow ۲-x>x-۱\Rightarrow x<\frac{۳}{۲}\ (۱)$

$\log(۲-x)<۱\Rightarrow\log(۲-x)<\log۱۰\Rightarrow ۰<۲-x<۱۰$

$\Rightarrow -۸<x<۲\ (۲)$

$\log(x-۱)<۱\Rightarrow\log(x-۱)<\log۱۰\Rightarrow ۰<x-۱<۱۰$

$\Rightarrow ۱<x<۱۱\ (۳)$

$(۱)\cap(۲)\cap(۳)\Rightarrow ۱<x<\frac{۳}{۲}\Rightarrow b-a=۰/۵$

۲ ۳

$\begin{cases}m^۲-۴m-۵=۰\Rightarrow\begin{cases}m=-۱\\m=۵\end{cases}\\n+۲=۰\Rightarrow n=-۲\end{cases}$

$m=-۱,n=-۲\Rightarrow f(x)=\frac{-۴x+۴}{-۴}\Rightarrow f(x)=x-۱$ اکیداً صعودی

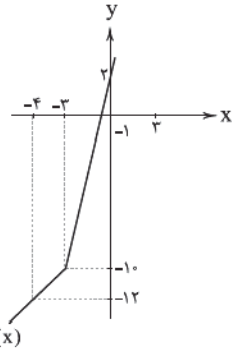
بنابراین $m+n=-۳$ خواهد بود.

$m=۵,n=-۲\Rightarrow f(x)=\frac{۲x+۱۰}{-۴}\Rightarrow f(x)=-\frac{۱}{۲}x-\frac{۵}{۲}\Rightarrow$ اکیداً نزولی

۱ ۴

$f(x)=(m-۱)x^۲+(n-۲)x+m+n\Rightarrow\begin{cases}m-۱=۰\Rightarrow m=۱\\n-۲=۰\Rightarrow n=۲\end{cases}$

$g(x)=۳x-۱+|-x-۳|\Rightarrow g(x)=۳x-۱+|x+۳|$



$y=g(x)$

تابع g اکیداً صعودی است.

۱ ۵

$f(f(x))=x^۳-۲x-۲\Rightarrow f^{-۱}(x^۳-۲x-۲)=f(x)\ (۱)$

$f(x)<f^{-۱}(x)\xrightarrow{(۱)}f^{-۱}(x^۳-۲x-۲)<f^{-۱}(x)$

$\xrightarrow{f\text{ اکیداً صعودی}}f(f^{-۱}(x^۳-۲x-۲))<f(f^{-۱}(x))$

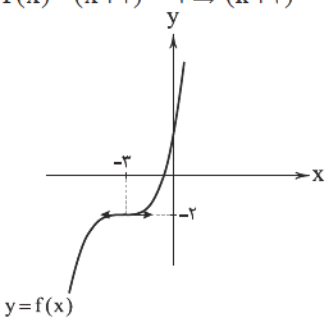
$\Rightarrow x^۳-۲x-۲<x$

$\Rightarrow x^۳-۳x-۲<۰\Rightarrow(x+۱)^۲(x-۲)<۰\Rightarrow x\in(-\infty,۲)-\{-۱\}$

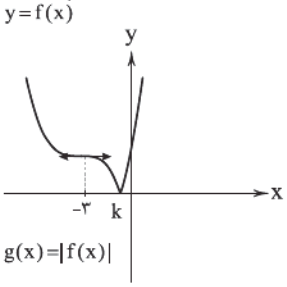
بنابراین بزرگ‌ترین عدد صحیح صادق یک می‌باشد.

۱ ۶

$f(x)=(x+۳)^۲-۲\Rightarrow(k+۳)^۳-۲=۰\Rightarrow k=\sqrt[۳]{۲}-۳$



$y=f(x)$



$g(x)=|f(x)|$

۱ ۷

$f(x)=-۱\Rightarrow x=۰$ یا ۱ یا ۴

$\Rightarrow f(x-۲)=-۱\Rightarrow x=۰+۲$ یا ۱+۲ یا ۴+۲

$\Rightarrow$ مجموع ریشه‌ها $=۲+۳+۶=۱۱$

۲ ۸

$f=\{(-۱,۰),(۱,۱),(۲,۲),(۴,۳)\}$

$\xrightarrow{f(a-۱)=۳}a-۱=۴\Rightarrow a=۵$

$g=\{(۱,۳),(-۱,۵)\}\xrightarrow{g(b+۱)=۵}b+۱=-۱\Rightarrow b=-۲$

$a+b=۳$

۴ ۹ برخی از نقاط منحنی را در نظر می‌گیریم:

$\{(-۵+۳,-۳),(-۱+۳,۰),(۰+۳,۳),(۲+۳,۷)\}$

$=\{(-۲,-۳),(۲,۰),(۳,۳),(۵,۷)\}$

$f(-۲)=-۳,f(۵)=۷,f^{-۱}(۰)=۲\Rightarrow\frac{f(-۲)+f(۵)}{f^{-۱}(۰)}=۲$

۱ ۱۰

$A\begin{vmatrix}-۱\\۳\end{vmatrix}\Rightarrow A'\begin{vmatrix}a=(-۱+۵)\times\frac{۱}{۲}=۲\\b=۳\times۳-۷=۲\end{vmatrix}\Rightarrow a+b=۴$

۱ ۱۱ برای عبارت‌های «ب»، «ج»، «د» و «ه» می‌توان مثال نقض ارائه داد.

ب) اگر $n=۳$ باشد و $۲^n+۱=۹$ و عددی اول نیست.

ج) اگر $x=\sqrt{۲}$ و $y=-\sqrt{۲}$ آن‌گاه $x+y=۰$ است.

د) اگر p نادرست و q نادرست باشد آنگاه $p\vee q$ نادرست است.

ه) اگر $a=\sqrt{۲}^{\sqrt{۲}}$ و $b=\sqrt{۲}$ فرض شود، $a^b=۲$ خواهد بود.

https://konkur.info

۱۲ ۱

$۱۵۵=۱\times۵\times۳۱$ و $۰\le q^۳<n$: $۱۵۵=nq+q^۳$

$۱۵۵=q(n+q^۲)\Rightarrow$ حالت ۱ $\begin{cases}q=۱\\n+q^۲=۱۵۵\end{cases}\Rightarrow n=۱۵۴$

✓ در شرط $q^۳<n$ صدق می‌کند.

حالت ۲ $\begin{cases}q=۵\\n+q^۲=۳۱\end{cases}\Rightarrow n=۶$ صدق نمی‌کند × در شرط $q^۳<n$

حالت ۳ $\begin{cases}q=۳۱\\n+q^۲=۵\end{cases}\Rightarrow n=$ طبیعی نیست ×

حالت ۴ $\begin{cases}q=۱۵۵\\n+q^۲=۱\end{cases}\Rightarrow n=$ طبیعی نیست ×

۱۳ ۱

$(a^۳-a)(a^۲-۴)(a^۲-۹)$
$=a(a-۱)(a+۱)(a-۲)(a+۲)(a-۳)(a+۳)$
$=(a-۳)(a-۲)(a-۱)(a)(a+۱)(a+۲)(a+۳)$

این عدد به صورت حاصل ضرب ۷ عدد متوالی می‌باشد پس بر !۷ یعنی ۵۰۴۰ بخش‌پذیر است.

۱۴ ۲

ابتدا باید ب‌م‌م دو عدد ۳۴۵− و ۱۸۴ را محاسبه کنیم که داریم: (در محاسبهٔ ب‌م‌م می‌توان از علامت منفی صرف نظر کرد)

$(-۳۴۵,۱۸۴)=(۳۴۵,۱۸۴)=۲۳(۱۵,۸)=۲۳$

حال باید ک‌م‌م دو عدد ۲۳ و ۱۱۵ را محاسبه کنیم:

$۲۳\mid ۱۱۵\Rightarrow [۲۳,۱۱۵]=۱۱۵$

از طرفی باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۱۵ بر عدد ۴ برابر ۳ است.

حال باید اعداد چهار رقمی مربع کامل و مضرب ۱۱ را محاسبه کنیم:

$\begin{cases}۱۰^۳\le k^۲<۱۰^۴\Rightarrow ۳۱/...\le k<۱۰۰\\ ۱۱\mid k^۲\Rightarrow ۱۱\mid k\Rightarrow k=۱۱q\end{cases}\Rightarrow ۳۱/...\le ۱۱q<۱۰۰\Rightarrow ۳\le q\le ۹$

تعداد حالات قابل قبول برای q، ۷ حالت است.

پس تعداد مورد نظر برابر است با: $۷-۳=۴$

۱۵ ۳

$xy-۲y-x-۴\Rightarrow y(x-۲)=x+۴\Rightarrow y=\frac{x+۴}{x-۲}\in\mathbb{Z}$

$x-۲\mid x+۴\Rightarrow \begin{cases}x-۲\mid x+۴\\ x-۲\mid x-۲\end{cases}\xrightarrow{\text{تفاضل}} x-۲\mid ۶$

$x-۲=\{\pm۱,\pm۲,\pm۳,\pm۶\}\Rightarrow x=\{۳,۱,۴,۰,۵,-۱,۸,-۴\}$

۸ نقطه با مختصات صحیح روی این منحنی یافت می‌شود.

۱۶ ۱

$\left.\begin{array}{l}n^۲+۴\mid ۲n-۳\xrightarrow{\times(۲n+۳)} n^۲+۴\mid ۴n^۲-۹\\ n^۲+۴\mid n^۲+۴\xrightarrow{\times۴} n^۲+۴\mid ۴n^۲+۱۶\end{array}\right\}$

$\xrightarrow[\text{از هم کم می‌کنیم}]{\text{طرف راست دو رابطه را}} n^۲+۴\mid ۲۵$

$n^۲+۴\in\{\pm۱,\pm۵,\pm۲۵\}$

چون $n^۲+۴$ مثبت و همچنین $۲n-۳>۰$ است بنابراین حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$n^۲+۴=۵\xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۱$ غ‌ق‌ق

$n^۲+۴=۲۵\Rightarrow n=\sqrt{۲۱}$ غ‌ق‌ق

بنابراین هیچ مقداری برای n یافت نشد.

۱۷ ۱

$\left.\begin{array}{l}d\mid ۴a-۸\\ d\mid ۲a-۱۰\xrightarrow{\times۲} d\mid ۴a-۲۰\end{array}\right.\xrightarrow{\text{طرف راست را کم می‌کنیم}}$

$d\mid ۱۲\xrightarrow{d>۰} d=$ ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۶ یا ۱۲

۱۸ ۱

$[a,b]=c\Rightarrow \left.\begin{array}{l}[a^۲,b^۲]=c^۲\\ [۱۷a,۱۷b]=۱۷c\end{array}\right\}$

$\Rightarrow [a^۲,b^۲]=[۱۷a,۱۷b]+۱۸\Rightarrow c^۲=۱۷c+۱۸$

$\Rightarrow c^۲-۱۷c-۱۸=۰$

$\Rightarrow (c-۱۸)(c+۱)=۰\xrightarrow{c\ge۰}\begin{cases}c=۱۸ & ✓\\ c=-۱ & ×\end{cases}$

۱۹ ۲

$a\mid a^۳-b^۳$
$a\mid a^۳$ $\xrightarrow[\text{کم می‌کنیم}]{\text{طرف راست را از هم}} a\mid b^۳\not\Rightarrow a\mid b$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $\begin{cases}a\mid a^۳\\ a\mid b^۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\mid a^۶\\ a\mid b^۹\end{cases}\Rightarrow a\mid a^۶+b^۹$

۳) $\begin{cases}a\mid a^۳\\ a\mid b^۳\end{cases}\Rightarrow a\mid a^۳+b^۳$

۴) $\begin{cases}a\mid a^۳\\ a\mid b^۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\mid ۳a^۳\\ a\mid ۴b^۳\end{cases}\Rightarrow a\mid ۳a^۳+۴b^۳$

۲۰ ۱

$\left.\begin{array}{l}a=۳q\Rightarrow a^۲=۳k\Rightarrow \text{تعداد}=۳۰\ \text{غ‌ق‌ق}\\ a-۳q+۱\Rightarrow a^۲-۳k+۱\Rightarrow \text{تعداد}=۳۰\\ a=۳q+۲\Rightarrow a^۲=۳k+۱\Rightarrow \text{تعداد}=۳۰\end{array}\right\}$

تعداد حالات قابل قبول $=۶۰$

۲۱ ۳

$A^{-۱}+B^{-۱}=۲I\Rightarrow A(A^{-۱}+B^{-۱})=۲AI$

$\Rightarrow I+AB^{-۱}=۲A\Rightarrow (I+AB^{-۱})B=۲AB$

$\Rightarrow IB+AB^{-۱}B=۲AB\Rightarrow A+B=۲AB$

$\Rightarrow (A+B)^۲=۴(AB)^۲=۴\begin{bmatrix}۲&-۱\\ ۳&۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&-۱\\ ۳&۴\end{bmatrix}=۴\begin{bmatrix}۱&-۶\\ ۱۸&۱۳\end{bmatrix}$

مجموع درایه‌ها $=۴(۱-۶+۱۸+۱۳)=۱۰۴$

۲۲ ۲ **نکته:** وارون، وارون هر ماتریس برابر خود آن ماتریس است پس:

$((A+I)^{-۱})^{-۱}=A+I$

$A+I=\frac{۱}{-۱}\begin{bmatrix}-۲&-۳\\ ۱&۲\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۲&۳\\ -۱&-۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱&۰\\ ۰&۱\end{bmatrix}$

$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۱&۳\\ -۱&-۳\end{bmatrix}\Rightarrow A^۲=\begin{bmatrix}۱&۳\\ -۱&-۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۳\\ -۱&-۳\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-۲&-۶\\ ۲&۶\end{bmatrix}=-۲\begin{bmatrix}۱&۳\\ -۱&-۳\end{bmatrix}\Rightarrow A^۲=-۲A$

اگر $A^۲=kA$ باشد به ازای هر $n\in\mathbb{N}$ داریم $A^n=k^{n-۱}A$

پس $A^۷=۶۴A$ و $A^۳=۴A$ است.

$A^۷-۱۶A^۳+I=۶۴A-۶۴A+I=I$

$(A^۷-۱۶A^۳+I)^{-۱}=(I)^{-۱}=I=\begin{bmatrix}۱&۰\\ ۰&۱\end{bmatrix}$

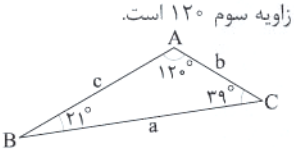
مجموع درایه‌ها $=۲$

https://konkur.info

۲۳ ۱

$$f(۲۱)=\begin{vmatrix}\sin^۲ ۲۱^\circ+\sin^۲ ۳۹^\circ & \sin ۳۹^\circ\\ -\sin ۲۱^\circ & ۱\end{vmatrix}$$
$$=\sin^۲ ۲۱^\circ+\sin^۲ ۳۹^\circ+\sin ۲۱^\circ \sin ۳۹^\circ \quad (*)$$

اگر در مثلثی دو زاویه ۲۱° و ۳۹° باشد، زاویه سوم ۱۲۰ است.



بنا به قضیه سینوس‌ها:
$$\frac{a}{\sin ۱۲۰^\circ}=\frac{b}{\sin ۲۱^\circ}=\frac{c}{\sin ۳۹^\circ}=۲R$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a=R\sqrt{۳}\\ b=۲R\sin ۲۱^\circ\\ c=۲R\sin ۳۹^\circ\end{cases}$$

بنا به قضیه کسینوس‌ها:
$$a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos ۱۲۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۳R^۲=۴R^۲\sin^۲ ۲۱^\circ+۴R^۲\sin^۲ ۳۹^\circ+۴R^۲\sin ۲۱^\circ \sin ۳۹^\circ$$
$$\xrightarrow{\div ۴R^۲} \frac{۳}{۴}=\sin^۲ ۲۱^\circ+\sin^۲ ۳۹^\circ+\sin ۲۱^\circ \sin ۳۹^\circ$$
$$\xrightarrow{(*)} f(۲۱)=\frac{۳}{۴}$$

۲۴ ۱

$$A+B=A^۷.B\Rightarrow A^{-۱}(A+B)=A^{-۱}.A.A^۶B$$
$$\Rightarrow I+A^{-۱}B=A^۶B$$
$$(I+A^{-۱}B)B^{-۱}=A^۶BB^{-۱}\Rightarrow B^{-۱}+A^{-۱}=A^۶$$

چون A ماتریس قطری است، پس:
$$A^۶=\begin{bmatrix}۶۴ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$
$$A^{-۱}=\frac{۱}{-۲}\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$
$$B^{-۱}=A^۶-A^{-۱}=\begin{bmatrix}۶۴ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{-۱}{۲} & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱۲۷}{۲} & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

۲۵ ۴

$$A^۲=\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$$
$$A^۳=A^۲.A=\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$$
$$A^{۱۴۰۳!}=(A^۳)^{\frac{۱۴۰۳!}{۳}}=(I)^{\frac{۱۴۰۳!}{۳}}=I$$
$$A^{۱۴۰۳}=(A^۳)^{۴۶۷}\times A^۲=I^{۴۶۷}\times A^۲=A^۲$$
$$\Rightarrow A^{۱۴۰۳!}+A^{۱۴۰۳}=I+A^۲$$
$$=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۲ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & -۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر دوم $۳=۲+۱$

۲۶ ۴

بنا به رابطهٔ کیلی ـ همیلتن در ماتریس ۲×۲، $A^۲=\alpha A+\beta I$ است که α برابر مجموع درایه‌های قطر اصلی است و β برابر قرینه دترمینان است.

$$\alpha=۲+۴=۶$$
$$(۲+\sqrt{۳})^۲=۴+۳+۴\sqrt{۳}=۷+۴\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow \sqrt[۴]{۷+۴\sqrt{۳}}=\sqrt[۴]{(۲+\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$
$$(۲-\sqrt{۳})^۳=۸-۱۲\sqrt{۳}+۱۸-۳\sqrt{۳}=۲۶-۱۵\sqrt{۳}$$
$$\Rightarrow \sqrt[۶]{۲۶-۱۵\sqrt{۳}}=\sqrt[۶]{(۲-\sqrt{۳})^۳}=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$$
$$A=\begin{bmatrix}۲ & \sqrt{۲-\sqrt{۳}}\\ \sqrt{۲+\sqrt{۳}} & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow |A|=۸-(\sqrt{۴-۳})=۷\Rightarrow \beta=-۷$$
$$\alpha+\beta=۶-۷=-۱$$

۲۷ ۴

$$BA=A^۷\Rightarrow BAA^{-۱}=A^۷.A^{-۱}$$
$$\Rightarrow B=A^۶(AA^{-۱})\Rightarrow B=A^۶$$
$$A^۲=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ -۶ & -۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ -۶ & -۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۰\\ ۰ & -۲\end{bmatrix}=-۲I$$
$$A^۶=(A^۲)^۳=(-۲I)^۳=-۸I\Rightarrow B=-۸I\Rightarrow B^۳=-۵۱۲I$$
$$(۷A^۲-۲B^۳-۱۰I)^{-۱}=(-۱۴I+۱۰۲۴I-۱۰I)^{-۱}$$
$$=(۱۰۰۰I)^{-۱}=\frac{۱}{۱۰۰۰}I$$
$$(۷A^۲-۲B^۳-۱۰I)^{-۱}\text{ مجموع درایه‌های }=\frac{۱}{۱۰۰۰}\times ۲=۰/۰۰۲$$

۲۸ ۲

$$A^۴=O\Rightarrow -A^۴=O\Rightarrow I-A^۴=I\Rightarrow I^۴-A^۴=I$$
$$\Rightarrow (I-A)(I^۳+I^۲A+IA^۲+A^۳)=I$$
$$\Rightarrow (I-A)(I+A+A^۲+A^۳)=I$$

بنابراین:
$$(I-A)^{-۱}=A^۳+A^۲+A+I$$

۲۹ ۳

نکته:
$$(ABC)^{-۱}=C^{-۱}B^{-۱}A^{-۱}$$
$$A^{-۱}.(A^{-۱}+B^{-۱})^{-۱}.B^{-۱}=(B(A^{-۱}+B^{-۱})A)^{-۱}$$
$$=((BA^{-۱}+I)A)^{-۱}=(B+A)^{-۱}$$
$$|B+A|=۱۵-۱۴=۱$$
$$(B+A)^{-۱}=\begin{bmatrix}۵ & -۲\\ -۷ & ۳\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس $(B+A)^{-۱}$ برابر (-۱) است.

۳۰ ۱

$$۵x^۲-۴x-۱=۰\Rightarrow (x-۱)(۵x+۱)=۰\Rightarrow \begin{cases}x=۱\\ x=-\frac{۱}{۵}\end{cases}$$
$$۵x+۴\neq ۱۰x+۵\Rightarrow -۵x\neq ۱\Rightarrow x\neq \frac{-۱}{۵}$$

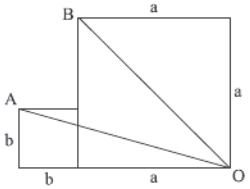
بنابراین $x=۱$ است، پس $A=\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۰ & ۱۵\end{bmatrix}$

$$\frac{۱}{۳}A-B=\begin{bmatrix}۳ & ۰\\ ۰ & ۵\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}y+۱ & ۲y-۱\\ ۵ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-y+۲ & -۲y+۱\\ -۵ & ۳\end{bmatrix}$$

برای آن‌که ماتریس فوق وارون نداشته باشد باید دترمینان آن صفر باشد.
$$\left|\frac{۱}{۳}A-B\right|=-۳y+۶-۱۰y+۵=۰\Rightarrow -۱۳y=-۱۱\Rightarrow y=\frac{۱۱}{۱۳}$$

۳۱ ۴

اضلاع مربع بزرگ و کوچک را به ترتیب a و b فرض می‌کنیم:



https://konkur.info

$$\begin{cases} OA^2=(a+b)^2+b^2 \\ OB^2=a^2+a^2 \end{cases} \xrightarrow{OA=OB} 2b^2+2ab-a^2=0$$

$$\Rightarrow 2(\frac{b}{a})^2+2(\frac{b}{a})-1=0 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}>0$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع کوچک}}{\text{مساحت مربع بزرگ}}=\frac{b^2}{a^2}=(\frac{\sqrt{3}-1}{2})^2=\frac{1}{4}(4-2\sqrt{3})$$

$$=\frac{1}{2}(2-\sqrt{3})$$

۳۲ ۴

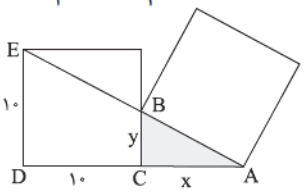
$$\Delta ABC\sim\Delta AED \Rightarrow \frac{x}{x+10}=\frac{y}{10} \Rightarrow xy=10(x-y)$$

$$\Delta ABC: x^2+y^2=100 \Rightarrow (x-y)^2+2xy=100$$

$$\Rightarrow (x-y)^2+20(x-y)-100=0$$

$$\Rightarrow x-y=-10\pm10\sqrt{2} \Rightarrow x-y=10(\sqrt{2}-1)$$

$$S=\frac{1}{2}xy \Rightarrow \frac{1}{2}\times10(x-y)=50(\sqrt{2}-1)$$



۳۳ ۲

$$f(x)=(k-1)x^2-2(k-1)x+k^2+k \Rightarrow S_{\text{راس}}\begin{vmatrix}1\\k^2+1\end{vmatrix}$$

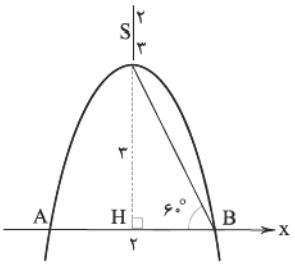
$$k^2+1=10 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \Rightarrow f(x)=2x^2-4x+12 \Rightarrow \text{دارد } \min \\ k=-3 \Rightarrow f(x)=-4x^2+8x+6 \Rightarrow f(0)=6 \end{cases}$$

۳۴ ۱

$$S\begin{vmatrix} m-2>0 \Rightarrow m>2 \\ (m-2)^2+(4-2m)(m-2)+m^2-5m+7=3-m>0 \\ \Rightarrow m<3 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2<m<3 \Rightarrow b-a=1$$

۳۵ ۳



$$\Delta SHB: \tan 60^\circ=\frac{3}{BH} \Rightarrow BH=\sqrt{3} \Rightarrow x_B=2+\sqrt{3}$$

$$\begin{vmatrix}2+\sqrt{3}\\0\end{vmatrix}\in \text{سهمی} \Rightarrow 0=a(2+\sqrt{3}-2)^2+3 \Rightarrow a=-1$$

$$f(x)=-(x-2)^2+3 \Rightarrow f(0)=-1$$

۳۶ ۳ با استفاده از تغییر متغیر $\sqrt[4]{x}=t$ داریم:

$$2t-t^2+1=m \Rightarrow t^2-2t+m-1=0$$

برای آن‌که معادله اصلی دارای دو جواب باشد باید معادله جدید دو ریشه مثبت یا یک ریشه صفر و یک ریشه مثبت داشته باشد، برای این منظور باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta>0 \Rightarrow 4-4(m-1)>0 \Rightarrow m-1<1 \Rightarrow m<2 & (1) \\ t_1+t_2>0 \Rightarrow \frac{-b}{a}>0 \Rightarrow 2>0 \text{ همواره برقرار است.} & (2) \\ t_1t_2\geq0 \Rightarrow \frac{c}{a}\geq0 \Rightarrow \frac{m-1}{1}\geq0 \Rightarrow m\geq1 & (3) \end{cases}$$

$$(1)\cap(2)\cap(3) \Rightarrow 1\leq m<2 \Rightarrow -2<-m\leq-1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [-m]=-2 \\ \text{یا} \\ [-m]=-1 \end{cases} \Rightarrow (-2)+(-1)=-3$$

۳۷ ۴ α و β در معادله صدق می‌کنند بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \alpha^2-5\alpha+1=0 \Rightarrow 5\alpha-\alpha^2=1 \Rightarrow 10\alpha-2\alpha^2=2 \\ \beta^2-5\beta+1=0 \Rightarrow 5\beta-\beta^2=1 \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$S=\frac{-b}{a}=5$$

$$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=1 \Rightarrow \begin{cases} \beta=\frac{1}{\alpha} \Rightarrow \beta^3=\frac{1}{\alpha^3} \\ \alpha=\frac{1}{\beta} \Rightarrow \alpha^2=\frac{1}{\beta^2} \end{cases}$$

بنابراین: $\alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}=\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS=5^3-3(1)(5)=110$

$$\beta^2+\frac{1}{\beta^2}=\beta^2+\alpha^2=S^2-2P=25-2=23$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$A=(\frac{2}{1})^3+\frac{110}{23}=\frac{110}{23}+8=\frac{294}{23}$$

۳۸ ۲ با تغییر متغیر $\sqrt{x-1}+1=t$ داریم:

$$(\sqrt{x-1}+1)^2=t^2 \Rightarrow x-1+1+2\sqrt{x-1}=t^2 \Rightarrow x+2\sqrt{x-1}=t^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=|t| \overset{t>0}{=\!=} t$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{t}+\frac{2}{t-3}=-\frac{3}{2}$$

طرفین معادله را در $2t(t-3)$ ضرب می‌کنیم:

$$2(t-3)+4t=-3t(t-3) \Rightarrow 6t-6=-3t^2+9t$$

$$\Rightarrow 3t^2-3t-6=0 \Rightarrow t^2-t-2=0 \Rightarrow (t-2)(t+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1=2 \Rightarrow \sqrt{x-1}=1 \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2 \\ t=-1 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1=-1 \Rightarrow \sqrt{x-1}=-2 \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

بنابراین معادله تنها یک ریشه $x=2$ دارد.

۳۹ ۳ اعداد ۱ و -2 ریشه‌های مخرج کسر هستند بنابراین داریم:

$$x^2+cx+d=(x+2)(x-1)=x^2+x-2 \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ d=-2 \end{cases}$$

نمودار تابع یک خط راست است پس صورت کسر بر مخرج بخش‌پذیر است یعنی صورت کسر هم بر $x-1$ و هم بر $x+2$ بخش‌پذیر است و داریم:

$$\begin{matrix} x=1 \\ x=-2 \Rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 1+a+b+1=0 \\ -8+4a-2b+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+2b=-4 \\ 4a-2b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

https://konkur.info

برای تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x)=\frac{\sqrt{-۲x+\frac{۱}{۲}}}{\sqrt[۳]{x+۵}}$$

$$\begin{cases}-۲x+\frac{۱}{۲}\geq ۰\Rightarrow -۲x\geq -\frac{۱}{۲}\Rightarrow x\leq \frac{۱}{۴} & (۱)\\ x+۵\neq ۰\Rightarrow x\neq -۵ & (۲)\end{cases}$$

$$D_g=(۱)\cap(۲)=(-\infty,\frac{۱}{۴}]-\{-۵\}$$

۴۰ **۳** ابتدا معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\left[\frac{۲x-۱}{۵}\right]+\left[\frac{۲x-۱}{۵}+۱\right]=\frac{x+۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{۲x-۱}{۵}\right]+\left[\frac{۲x-۱}{۵}\right]+۱=\frac{x+۱}{۲}\Rightarrow ۲\left[\frac{۲x-۱}{۵}\right]=\frac{x-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{۲x-۱}{۵}\right]=\frac{x-۱}{۴}$$

حال $\frac{x-۱}{۴}=k$ $(k\in\mathbb{Z})$ فرض کرده و معادله را برحسب k مرتب می‌کنیم:

$$\frac{x-۱}{۴}=k\Rightarrow x=۴k+۱$$

$$\left[\frac{۸k+۱}{۵}\right]=k\Rightarrow k\leq\frac{۸k+۱}{۵}<k+۱$$

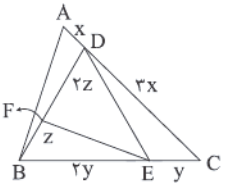
$$\Rightarrow ۰\leq\frac{۳k+۱}{۵}<۱\Rightarrow ۰\leq ۳k+۱<۵\Rightarrow\frac{-۱}{۳}\leq k<\frac{۴}{۳}$$

در این محدوده دو مقدار صحیح برای k وجود دارد و داریم:

$$\begin{cases}k=۰\Rightarrow\frac{x-۱}{۴}=۰\Rightarrow x=۱\\ k=۱\rightarrow\frac{x-۱}{۴}=۱\rightarrow x=۵\end{cases}\Rightarrow ۱+۵=۶$$

۴۱ **۴** در دو مثلث با ارتفاع‌های برابر، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است. نسبت‌های زیر برقرار هستند:

$$\left.\begin{aligned}\frac{S_{DEF}}{S_{BDE}}&=\frac{DF}{BD}=\frac{۲}{۳}\\ \frac{S_{BDE}}{S_{BDC}}&=\frac{BE}{BC}=\frac{۲}{۳}\\ \frac{S_{BDC}}{S_{ABC}}&=\frac{DC}{AC}=\frac{۳}{۴}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۳}$$

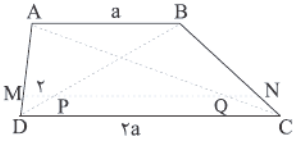


۴۲ **۳** با توجه به نسبت قاعده‌های ذوزنقه در نظر می‌گیریم که $AB=a$ و $CD=۲a$ باشد، از قضیهٔ تالس در ذوزنقه و مثلث استفاده می‌کنیم:

$$\frac{MP}{AB}=\frac{MD}{AD}\Rightarrow\frac{۲}{a}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow a=۸$$

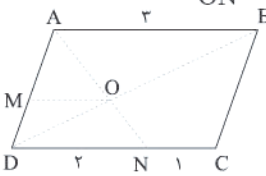
$$\frac{MQ}{CD}=\frac{AM}{AD}\Rightarrow\frac{MQ}{۱۶}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow MQ=۱۲$$

$$\Rightarrow PQ=MQ-MP=۱۲-۲=۱۰$$



۴۳ **۲** مثلث‌های AOB و DON زاویه‌های برابر دارند و متشابهند، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{AOB}\sim\overset{\Delta}{DON}\Rightarrow\frac{AO}{ON}=\frac{AB}{DN}\Rightarrow\frac{AO}{ON}=\frac{۳}{۲}$$

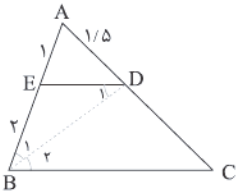


از قضیهٔ تالس در مثلث ADN استفاده می‌کنیم:

$$MO\|DN\Rightarrow\frac{MO}{DN}=\frac{AO}{AN}\Rightarrow\frac{MO}{۲}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow MO=\frac{۶}{۵}=۱/۲$$

۴۴ **۳** BD نیمساز زاویهٔ B است. پس $\hat{B}_۱=\hat{B}_۲$ هم‌چنین با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب داریم:

$$DE\|BC\Rightarrow\hat{D}_۱=\hat{B}_۲$$



بنابراین مثلث BDE متساوی‌الساقین است و $DE=۲$. حال از قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم:

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۱/۵}{AC}=\frac{۲}{BC}\Rightarrow\begin{cases}AC=۴/۵\ ,\ DC=۳\\ BC=۶\end{cases}$$

محیط ذوزنقه $=۶+۳+۲+۲=۱۳$

۴۵ **۱** از قضیهٔ تالس در مثلث BMP داریم:

$$NO\|BM\Rightarrow\frac{NO}{BM}=\frac{OP}{MP}=\frac{NP}{BP}$$

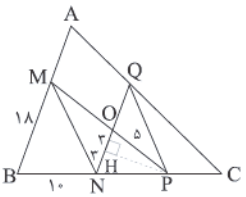
$$\Rightarrow\frac{۶}{۱۸}=\frac{۵}{MP}=\frac{NP}{NP+۱۰}\Rightarrow\begin{cases}MP=۱۵\\ NP=۵\end{cases}$$

دو مثلث OMN و OPQ متشابهند. پس:

$$\frac{ON}{OQ}=\frac{OM}{OP}\Rightarrow\frac{۶}{OQ}=\frac{۱۰}{۵}\Rightarrow OQ=۳$$

در مثلث متساوی‌الساقین ONP، ارتفاع وارد بر NO ضلع را نصف می‌کند و داریم:

$$PH=۴\ ,\ HQ=۳+۳=۶\Rightarrow PQ=\sqrt{۴^۲+۶^۲}=۲\sqrt{۱۳}$$



۴۶ **۳** **روش اول:**

$$A=\{۲^{۵۰}+۰,\ ۲^{۵۰}+۱,\ ۲^{۵۰}+۲,\ ...,\ \underbrace{۲^{۵۰}+۲^{۵۰}}_{۲\times۲^{۵۰}=۲^{۵۱}}\}$$

$$n(A)=۲^{۵۰}+۱$$

روش دوم: اعضای A، یک دنباله حسابی با $d=۱$ می‌باشند. بنابراین:

$$\text{تعداد جملات}=\frac{۲^{۵۱}-۲^{۵۰}}{۱}+۱=۲^{۵۰}(۲-۱)+۱=۲^{۵۰}+۱$$

https://konkur.info

۴۷ ۲ **می‌دانید که:** تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی یک مجموعه n عضوی که شامل k عضو معین باشد، برابر است با:

$$\binom{n-k}{r-k}$$

$$\text{تعداد} \Rightarrow \binom{۹-۴}{۶-۴}=\binom{۵}{۲}=۱۰ = \text{اعداد زوج یک‌رقمی} = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$$

۴۸ ۲ مجموعه همهٔ زیرمجموعه‌های یک مجموعه مانند A همان مجموعه توانی یعنی P(A) است. که تعداد زیرمجموعه‌های P(A) برابر $۲^{۲^n}$ و تعداد زیرمجموعه‌های سرهٔ آن $۲^{۲^n}-۱$ می‌باشد.

$$A=\{-۱, ۰, ۱\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های سرهٔ } P(A) = ۲^{۲^۳}-۱=۲^۸-۱=۲۵۵$$

۴۹ ۲ فرض می‌کنیم مجموعه A دارای n عضو باشند. بنابراین داریم:

$$\binom{n+۲}{۴}=\binom{n}{۴}+۵۵$$

با جای‌گذاری می‌توان فهمید که $n=۶$ است. زیرا:

$$\binom{۶+۲}{۴}=\binom{۶}{۴}+۵۵=۷۰$$

از طرفی:

$$\underbrace{\binom{۶}{۰}+\binom{۶}{۱}+\binom{۶}{۲}+\binom{۶}{۳}+\binom{۶}{۴}+\binom{۶}{۵}+\binom{۶}{۶}}_{\text{حداقل ۲ عضوی}}=۲^۶$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های حداقل ۲ عضوی} = ۲^۶-\binom{۶}{۰}-\binom{۶}{۱}=۶۴-۷=۵۷$$

۵۰ ۱

$$x^۲+y^۲=۵ \Rightarrow (x+y)^۲-۲xy=۵ \Rightarrow xy=۲$$

$$x^۳+y^۳=(x+y)^۳-۳(xy)(x+y)=۳^۳-۳(۲)(۳)=۹$$

$$(x^۲+y^۲)(x^۳+y^۳)=x^۵+x^۲y^۳+y^۲x^۳+y^۵$$

$$=x^۵+y^۵+x^۲y^۲(x+y)$$

$$\Rightarrow ۵\times۹=x^۵+y^۵+۲^۲\times۳ \Rightarrow x^۵+y^۵=۳۳$$

۵۱ ۱ **می‌دانید که:**

الف)
$$\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$$

ب) پاسکال
$$\binom{n}{r}+\binom{n}{r-۱}=\binom{n+۱}{r}$$

این سؤال بهتر است به روش کدگذاری حل شود. چون در روش کدگذاری برای هر عضو یک کد صفر یا یک نظیر می‌شود. پس در این کد ۱۰ رقمی، ۳ رقم یک و ۷ رقم صفر وجود دارد. ابتدا ۷ رقم صفر را در یک ردیف قرار می‌دهیم. سپس در فضاهای ایجاد شده که ۸ فضا است، ۳ فضا را انتخاب کرده و عدد یک قرار می‌دهیم. که این کار به $\binom{۸}{۳}$ طریق انجام می‌شود.

$$\bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc _ \bigcirc$$

$$\text{جواب} = \binom{۸}{۳}=\binom{۸}{۵} \overset{\text{پاسکال}}{=\!=} \binom{۷}{۴}+\binom{۷}{۵}$$

۵۲ ۴

$$۲^n=۲^{\frac{n}{۲}}+۲۴۰ \xrightarrow{۲^{\frac{n}{۲}}=x} x^۲-x-۲۴۰=۰$$

$$(x-۱۶)(x+۱۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱۶ \Rightarrow ۲^{\frac{n}{۲}}=۱۶ \Rightarrow n=۸ \\ x=-۱۵ \Rightarrow ۲^{\frac{n}{۲}}=-۱۵ \text{ ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه A، ۸ عضوی است.

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های حداکثر ۲ عضوی} = \binom{۸}{۰}+\binom{۸}{۱}+\binom{۸}{۲}$$

$$=۱+۸+۲۸=۳۷$$

۵۳ ۳ **نکته:** اجتماع همهٔ زیرمجموعه‌های r عضوی مجموعه A، خود مجموعه A است. بنابراین A یک مجموعه ۷ عضوی است که باید تعداد افرازهای دو مجموعه‌ای آن را بیابیم.

۱) $۷=۱+۶ \Rightarrow \text{تعداد}=\binom{۷}{۱}\times\binom{۶}{۶}=۷$

۲) $۷=۲+۵ \Rightarrow \text{تعداد}=\binom{۷}{۲}\times\binom{۵}{۵}=۲۱$

۳) $۷=۳+۴ \Rightarrow \text{تعداد}=\binom{۷}{۳}\times\binom{۴}{۴}=۳۵$

$$\text{کل افرازهای دو مجموعه‌ای} = ۷+۲۱+۳۵=۶۳$$

۵۴ ۴ **می‌دانید که:** شرط این‌که سه عدد a ، b و c تشکیل دنباله حسابی دهند، آن است که:

$$b=\frac{a+c}{۲}$$

بنابراین باید $a+c$ زوج باشد و جمع دو عدد زمانی زوج است که هر دو زوج باشند یا هر دو فرد باشند.

هر دو زوج هر دو فرد

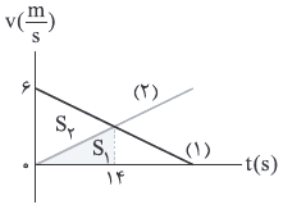
$$\binom{۵}{۲}+\binom{۵}{۲}=۱۰+۱۰=۲۰$$

۵۵ ۳ چون $\{b, a\}=\{a, b\}$ پس مجموعه A، ۵ عضوی است. همچنین برای یافتن تعداد زیرمجموعه‌ها چه شامل عضو معینی باشد چه فاقد عضو معینی باشد، یکی از توان کم می‌شود. بنابراین از توان ۲ تا کم می‌شود.

$$\text{جواب} = ۲^{n-۲}=۲^{۵-۲}=۸$$

فیزیک

۵۶ ۴ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:



$$\begin{cases} \Delta x_۱=S_۱+S_۲ \\ \Delta x_۲=S_۱ \end{cases}$$

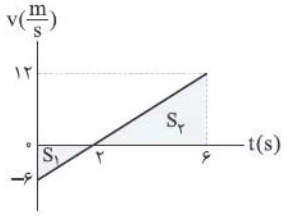
بنابراین فاصلهٔ بین دو متحرک در لحظهٔ $t=۱۴s$ برابر است با:

$$\Delta x=\Delta x_۱-\Delta x_۲=(S_۱+S_۲)-S_۱=S_۲$$

$$\Rightarrow \Delta x=S_۲=\frac{۱۴\times۶}{۲}=۴۲m$$

https://konkur.info

۵۷ **۲** با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان را برای این متحرک رسم می‌کنیم.



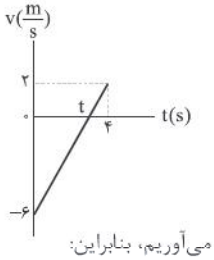
از طرفی داریم:

$$l = S_۲ + S_۱ = \frac{۱}{۲}\times۴\times۱۲ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۶ = ۲۴+۶ = ۳۰m$$

$$\Delta x = S_۲ - S_۱ = \frac{۱}{۲}\times۴\times۱۲ - \frac{۱}{۲}\times۲\times۶ = ۲۴-۶ = ۱۸m$$

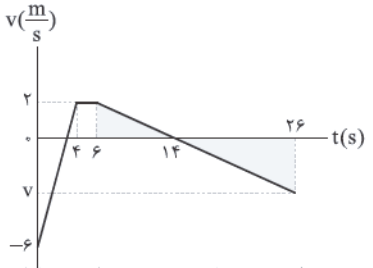
بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{\Delta x} = \frac{۳۰}{۱۸} = \frac{۵}{۳}$

۵۸ **۱** در ابتدا لحظه‌ای را که برای اولین بار سرعت متحرک صفر شده است، می‌یابیم. با توجه به تشابه مثلث داریم:



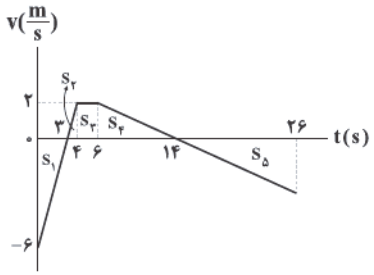
$$\frac{۶}{t} = \frac{۲}{۴-t} \Rightarrow ۲۴-۶t = ۲t$$
$$\Rightarrow ۸t = ۲۴ \Rightarrow t = ۳s$$

حال سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۲۶s$ به دست می‌آوریم، بنابراین:



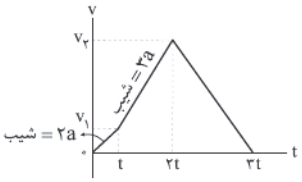
$$\frac{۲}{۸} = \frac{v}{۱۲} \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور tها برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:



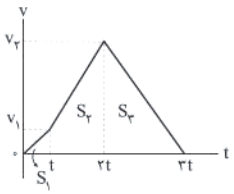
$$\Delta x = S_۱ + S_۲ + S_۳ + S_۴ + S_۵$$
$$\Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}\times۳\times(-۶) + \frac{۱}{۲}\times۱\times۲ + ۲\times۲ + \frac{۱}{۲}\times۸\times۲ + \frac{۱}{۲}\times(-۳)\times۱۲$$
$$\Rightarrow x_{۲۶} - x_۰ = -۹+۱+۴+۸-۱۸ \Rightarrow x_{۲۶} - ۲۰ = -۱۴ \Rightarrow x_{۲۶} = ۶m$$

۵۹ **۴** نمودار سرعت ـ زمان متحرک را در کل مسیر رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} ۲a = \frac{v_۱}{t} \Rightarrow v_۱ = ۲at \qquad (*) \\ ۳a = \frac{v_۲ - v_۱}{۲t-t} \xrightarrow{(*)} ۳a = \frac{v_۲ - ۲at}{t} \Rightarrow ۳at = v_۲ - ۲at \\ \Rightarrow v_۲ = ۵at \end{cases}$$

مسافت پیموده‌شده برابر با مجموع مساحت‌های محصور بین نمودار $v-t$ و محور tها است، بنابراین:



$$l = S_۱ + S_۲ + S_۳ = \frac{۱}{۲}\times t\times ۲at + \frac{۵at + ۲at}{۲}\times t + \frac{۱}{۲}\times t\times ۵at$$
$$\Rightarrow l = at^۲ + \frac{۷}{۲}at^۲ + \frac{۵}{۲}at^۲ \Rightarrow l = ۷at^۲$$

بنابراین تندی متوسط متحرک در کل مسیر برابر است با:

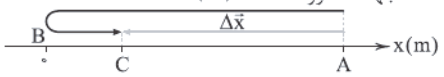
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۷at^۲}{۳t} = \frac{۷}{۳}at$$

۶۰ **۳** **بررسی عبارت‌ها:**

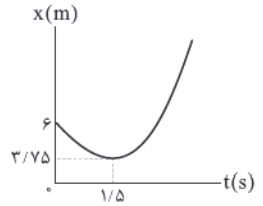
الف و ب) بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مکان مثبت به مکان منفی برود، ولی در حرکت انجام‌شده توسط خودرو بردار مکان تغییر جهت نداده است، بنابراین عبارت «الف» درست و عبارت «ب» نادرست است.

ج) هر گاه خودرو به سمت $x = ۰$ حرکت کند، طول بردار مکان کاهش می‌یابد و اگر از آن دور شود، طول بردار مکان افزایش می‌یابد. (✓)

د) اگر ابتدای مسیر را به انتهای مسیر حرکت متصل کنیم، درمی‌یابیم که جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x است. (✓)



۶۱ **۴** ابتدا با استفاده از معادلهٔ داده‌شده نمودار مکان ـ زمان آن را رسم می‌کنیم:



$$x = t^۲ - ۳t + ۶$$

با توجه به نمودار متحرک هیچ‌گاه از مبدأ مختصات $x = ۰$ عبور نمی‌کند و **بردار مکان هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد.**

۶۲ **۱** در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۶s$ بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور xها است، بنابراین مسافت پیموده‌شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی برابر است با: $l = ۵ + ۱۵ = ۲۰m$

در نتیجه تندی متوسط متحرک در این بازه برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۶} = \frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s}$$

در بازهٔ زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۹s$ شیب خط نمودار $x-t$ (سرعت)، مثبت است، پس متحرک در جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه برابر است با: $\Delta x = x_۹ - x_۳ = ۲۵ - (-۱۵) = ۴۰m$

بنابراین سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۶} = \frac{۲۰}{۳}\frac{m}{s}$$

و در نتیجه نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{۱۰}{۳}}{\frac{۲۰}{۳}} = \frac{۱}{۲}$

https://konkur.info

۶۳ ۱ با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

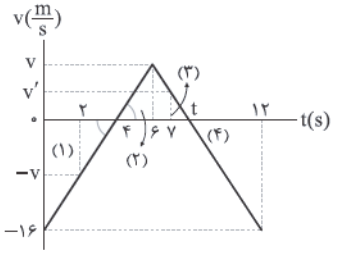
$$\begin{cases} v_{av_1}=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}\Rightarrow 20=\frac{\Delta x_1}{\frac{1}{3}\Delta t}\Rightarrow \Delta x_1=\frac{20}{3}\Delta t \\ v_{av_2}=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}\Rightarrow 50=\frac{\Delta x_2}{\frac{2}{3}\Delta t}\Rightarrow \Delta x_2=\frac{100}{3}\Delta t \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\frac{20}{3}\Delta t+\frac{100}{3}\Delta t}{\frac{1}{3}\Delta t+\frac{2}{3}\Delta t}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{20}{3}+\frac{100}{3}=\frac{120}{3}=40\frac{m}{s}$$

۶۴ ۲ ابتدا به کمک تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)، v را به دست می‌آوریم:



$$\frac{4}{16}=\frac{2}{v}\Rightarrow v=8\frac{m}{s}$$

در لحظهٔ $t=2s$ نیز سرعت برابر با $-8\frac{m}{s}$ است، زیرا $t=2s$ وسط $t=0$ و $t=4s$ است، پس ارتفاع آن نیز وسط ۰ و -16 است.

می‌توان به کمک تشابه مثلث (۳) با مثلث (۴) لحظهٔ t را به دست آورد:

$$\frac{t-6}{12-t}=\frac{8}{16}\Rightarrow 2t-12=12-t\Rightarrow 3t=24\Rightarrow t=8s$$

لحظهٔ $t=7s$ وسط $t=6s$ و $t=8s$ قرار می‌گیرد، پس ارتفاع آن نیز وسط ۰ و ۸ قرار می‌گیرد، بنابراین $v'=4\frac{m}{s}$ است.

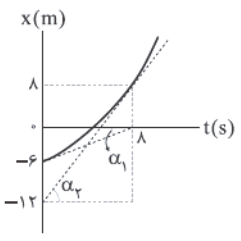
مساحت زیر نمودار $v-t$ در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=7s$ برابر با جابه‌جایی متحرک در این بازه است، بنابراین:

$$\begin{cases} t=4s\text{ تا }t=2s\Rightarrow S_1=\frac{2\times(-8)}{2}=-8 \\ t=6s\text{ تا }t=4s\Rightarrow S_2=\frac{2\times 8}{2}=8 \\ t=7s\text{ تا }t=6s\Rightarrow S_3=\frac{(8+4)\times 1}{2}=6 \end{cases}\Rightarrow \Delta x=-8+8+6=6m$$

به کمک رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=7s$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{6}{7-2}=1/2\frac{m}{s}$$

۶۵ ۳ شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، بنابراین:



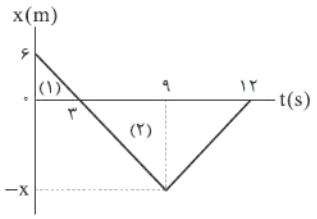
$$\begin{cases} \tan\alpha_1=v_0=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0/75\frac{m}{s} \\ \tan\alpha_2=v_8=\frac{20}{8}=2/5\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_8-v_0=2/5-0/75=1/75\frac{m}{s}$$

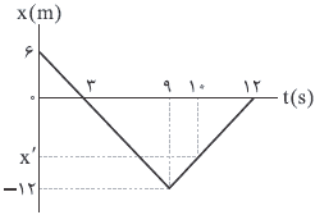
۶۶ ۴ شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان بیانگر سرعت لحظه‌ای است. شیب خط مماس در لحظات t_1 و t_3 افقی و صفر است، بنابراین بین این دو لحظه شتاب متوسط برابر صفر است.

۶۷ ۴ با استفاده از تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) مکان متحرک در لحظهٔ $t=9s$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6}{3}=\frac{-x}{6}\Rightarrow x=-12m$$



حال باید مکان متحرک را در لحظهٔ $t=10s$ بیابیم. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{-12}{12-9}=\frac{x'}{12-10}$$
$$\Rightarrow -\frac{12}{3}=\frac{x'}{2}$$
$$\Rightarrow x'=-8m$$

در نتیجه مسافت طی‌شده از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=10s$ برابر است با:

$$l=6+12+4=22m$$

بنابراین تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{22}{10}=2/2\frac{m}{s}$$

۶۸ ۳ با توجه به نمودار، سرعت متحرک‌های A و B برابر است با:

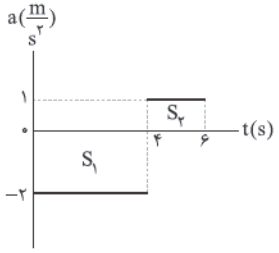
$$v_A=\frac{135}{9}=15\frac{m}{s}\qquad v_B=\frac{-120}{12}=-10\frac{m}{s}$$

حال معادلهٔ حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

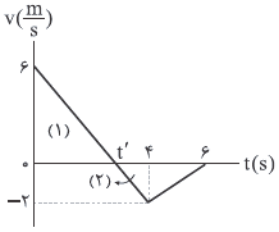
$$x=vt+x_0\Rightarrow\begin{cases} x_A=15t-135 \\ \xrightarrow{t=20s} x_A=15\times 20-135=165m \\ x_B=-10t+120 \\ \xrightarrow{t=20s} x_B=-10\times 20+120=-80m \end{cases}$$

بنابراین فاصلهٔ دو متحرک برابر ۲۴۵ متر است.

۶۹ ۲ با توجه به این‌که سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان برابر با تغییرات سرعت است، پس نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$S_1=\Delta v_1=4\times(-2)=-8$$
$$\Rightarrow v_1-v_0=-8\Rightarrow v_1-6=-8$$
$$\Rightarrow v_1=-2\frac{m}{s}$$
$$S_2=\Delta v_2=2\times 1=2$$
$$\Rightarrow v_2-v_1=2$$
$$\Rightarrow v_2-(-2)=2\Rightarrow v_2=0$$

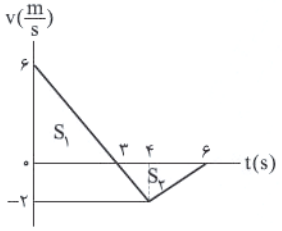


https://konkur.info

با توجه به تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{t'}{۶}=\frac{۴-t'}{۲}\Rightarrow ۱۲-۳t'=t'\Rightarrow ۴t'=۱۲\Rightarrow t'=۳s$$

سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر جابه‌جایی است، بنابراین:



$$\begin{cases}S_۱=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۶=۹m\\ S_۲=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۲=۳m\end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x=S_۱-S_۲=۹-۳=۶m$$

۷۰ **۴** با استفاده از سرعت نسبی، می‌توانیم به سؤال به راحتی پاسخ دهیم:

$$v_{\text{نسبی}}=۵+۱۵=۲۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=v_{\text{نسبی}}\Delta t\Rightarrow ۱۰۰۰=۲۰\times\Delta t\Rightarrow \Delta t=۵۰s$$

۷۱ **۲** ابتدا سرعت در آخر قسمت اول را به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_۰\Rightarrow v_۱=۱\times ۴۰+۰=۴۰\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی اتومبیل در مرحلهٔ اول برابر است با:

$$\Delta x_۱=\frac{v_۰+v_۱}{۲}\Delta t_۱\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۰+۴۰}{۲}\times ۴۰=۸۰۰m$$

جابه‌جایی اتومبیل در مرحلهٔ دوم برابر است با:

$$\Delta x_۲=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t_۲\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{۴۰+۰}{۲}\times ۲=۴۰m$$

سرعت متوسط اتومبیل در کل مسیر حرکت برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{۸۰۰+۴۰}{۴۰+۲}=\frac{۸۴۰}{۴۲}=۲۰\frac{m}{s}$$

۷۲ **۴** با مقایسهٔ معادلهٔ سرعت ـ زمان داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases}v=-\frac{۱}{۵}t+۱۰\\ v=at+v_۰\end{cases}\Rightarrow a=-\frac{۱}{۵}\frac{m}{s^۲},\ v_۰=۱۰\frac{m}{s}$$

حال لحظهٔ توقف را به دست می‌آوریم. پس معادلهٔ سرعت ـ زمان را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$v=-\frac{۱}{۵}t+۱۰\Rightarrow -\frac{۱}{۵}t+۱۰=۰\Rightarrow t=۵۰s$$

پس در لحظهٔ $t=۵۰s$ متحرک متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد، بنابراین **حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.**

۷۳ **۲** اگر چراغ راهنمایی، مبدأ مکان باشد، $x_۰$ هر دو متحرک برابر صفر است. در ضمن سرعت اولیهٔ اتومبیل نیز صفر است. دقت شود که کامیون نسبت به اتومبیل ۱۰ ثانیه کم‌تر در راه بوده، پس مدت‌زمان حرکت کامیون $t-۱۰$ ثانیه است، بنابراین:

$$\text{اتومبیل: } x_۱=\frac{۱}{۲}at_۱^۲+v_۰t_۱+x_{۰_۱}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲=t^۲$$

$$\text{کامیون: } x_۲=vt_۲+x_{۰_۲}\xrightarrow{v=۱۴۴\frac{km}{h}=۴۰\frac{m}{s}} x_۲=۴۰\times(t-۱۰)$$

وقتی خودرو و کامیون به یک‌دیگر می‌رسند، داریم:

$$x_۱=x_۲\Rightarrow t^۲=۴۰\times(t-۱۰)\Rightarrow t^۲=۴۰t-۴۰۰$$

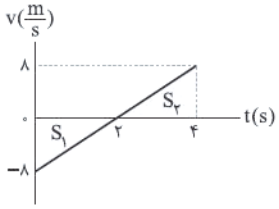
$$\Rightarrow t^۲-۴۰t+۴۰۰=۰\Rightarrow (t-۲۰)^۲=۰\Rightarrow t=۲۰s$$

۷۴ **۱** با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases}x=۲t^۲-۸t+۴\\ x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{۲}a=۲\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}\\ v_۰=-۸\frac{m}{s}\\ x_۰=۴m\end{cases}$$

حال معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را می‌نویسیم و نمودار $v-t$ آن را رسم می‌کنیم.

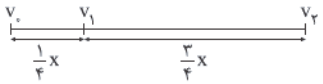
$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۴t-۸$$



می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان برابر با مسافت طی‌شده است، بنابراین:

$$\begin{cases}S_۱=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۸=۸m\\ S_۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۸=۸m\end{cases}\Rightarrow l=S_۱+S_۲=۸+۸=۱۶m$$

۷۵ **۴** اگر سرعت اولیه را $v_۰$، سرعت در ربع مسیر را $v_۱$ و سرعت در انتهای مسیر را $v_۲$ فرض کنیم، آن‌گاه داریم:



با توجه به معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases}v_۱^۲-\cancel{v_۰^۲}=۲a\Delta x_۱\Rightarrow v_۱^۲=۲a\times(\frac{x}{۴})\Rightarrow v_۱^۲=\frac{ax}{۲}\ \ (I)\\ v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x_۲\Rightarrow (۱۶)^۲-v_۱^۲=۲a\times(\frac{۳x}{۴})\\ \Rightarrow (۱۶)^۲-v_۱^۲=\frac{۳ax}{۲}\ \ (II)\end{cases}$$

$$\Rightarrow (۱۶)^۲-v_۱^۲=۳\times v_۱^۲\Rightarrow ۱۶^۲=۴v_۱^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}}۱۶=۲v_۱\Rightarrow v_۱=۸\frac{m}{s}$$

۷۶ **۴** با توجه به گزینه‌ها درمی‌یابیم که معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک درجهٔ ۲ است، پس فرم کلی آن به شکل زیر است: $v=At^۲+Bt+C$

چون متحرک در لحظهٔ $t=۰$ با تندی $۸\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور xها شروع به حرکت می‌کند، پس:

$$t=۰\Rightarrow v_۰=A\times ۰+B\times ۰+C=-۸\Rightarrow C=-۸\quad (۱)$$

از طرفی می‌دانیم متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ تغییر جهت داده است، پس:

$$t_۱=۲s\Rightarrow v_۱=A\times ۲^۲+B\times ۲+C=۰\xrightarrow{(۱)}۴A+۲B=۸\quad (۲)$$

هم‌چنین شتاب متوسط در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت صفر است، پس:

$$a_{av}=۰\Rightarrow\frac{\Delta v}{\Delta t}=۰\Rightarrow\Delta v=۰\Rightarrow v_۴-v_۲=۰$$

$$\Rightarrow (A\times ۴^۲+۴\times B+C)-(A\times ۲^۲+B\times ۲+C)=۰$$

$$\Rightarrow ۱۶A+۴B-۴A-۲B=۰\Rightarrow ۱۲A+۲B=۰\quad (۳)$$

با توجه به روابط (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases}۴A+۲B=۸\\ ۱۲A+۲B=۰\end{cases}\Rightarrow A=-۱\text{ و }B=+۶$$

در نتیجه معادلهٔ v به صورت مقابل است: $v=-t^۲+۶t-۸$

https://konkur.info

۷۷ ۱ با توجه به نمودار مکان ـ زمان که به شکل سهمی است، متوجه می‌شویم که متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده است. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=4s$ برابر $-36m$ است، بنابراین:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow -36=\frac{1}{2}\times a\times 4^2+v_0\times 4$$
$$\Rightarrow -36=8a+4v_0 \quad (1)$$

مکان متحرک در لحظات $t=4s$ و $t=8s$ یکسان است، بنابراین:

$$x_4=x_8\Rightarrow \frac{1}{2}a(4)^2+v_0\times 4+x_0=\frac{1}{2}a(8)^2+v_0\times 8+x_0$$
$$\Rightarrow 8a+4v_0=32a+8v_0\Rightarrow 24a+4v_0=0 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}4v_0+8a=-36\\4v_0+24a=0\end{cases}\Rightarrow a=\frac{9}{4}\frac{m}{s^2},\ v_0=-\frac{27}{2}\frac{m}{s}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک برابر است با:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=\frac{9}{4}t-\frac{27}{2}$$

۷۸ ۲ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$\begin{cases}t=1s\Rightarrow \frac{1}{2}a+v_0=45\\t=3s\Rightarrow \frac{9}{2}a+3v_0=45\end{cases}\Rightarrow 4a+2v_0=0\Rightarrow 2a+v_0=0 \quad (1)$$

$$\begin{cases}t=3s\Rightarrow \frac{9}{2}a+3v_0=45\\t=5s\Rightarrow \frac{25}{2}a+5v_0=65\end{cases}\Rightarrow 8a+2v_0=20\Rightarrow 4a+v_0=10 \quad (2)$$

با توجه به معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}2a+v_0=0\\4a+v_0=10\end{cases}\Rightarrow v_0=-10\frac{m}{s},\ a=5\frac{m}{s^2}$$

پس معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک برابر است با:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=5t-10$$

۷۹ ۴ با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_2-x_0=\frac{1}{2}at^2+v_0t\\ \xrightarrow{t=2s} x_2-x_0=2a+2v_0\xrightarrow{x_2-x_0=8m} 8=2a+2v_0 \quad (1)\\ x_4-x_0=\frac{1}{2}at^2+v_0t\xrightarrow[t=4s]{x_4-x_0=20m} 20=8a+4v_0 \quad (2)\end{cases}$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}2a+2v_0=8\\8a+4v_0=20\end{cases}\Rightarrow a=1\frac{m}{s^2},\ v_0=3\frac{m}{s}$$

۸۰ ۲ برای آن‌که بفهمیم خودرو به گاو برخورد می‌کند یا خیر، باید مسافت خودرو تا توقف را به دست آوریم. با توجه به معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow 0-(30)^2=2\times(-3)\times\Delta x\Rightarrow \Delta x=150m$$

پس خودرو به گاو برخورد می‌کند.

حال سرعت برخورد خودرو با گاو را محاسبه می‌کنیم:

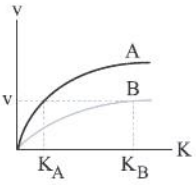
$$v'^2-v_0^2=2a\Delta x\Rightarrow v'^2-(30)^2=2\times(-3)\times 50$$
$$\Rightarrow v'^2=600\Rightarrow v'=\sqrt{600}=10\sqrt{6}\frac{m}{s}$$

۸۱ ۳ با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$k=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v^2=\frac{2k}{m}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند.

به ازای تندی‌های برابر، جسمی که جرم بیشتر دارد، انرژی جنبشی بیشتری نیز خواهد داشت.

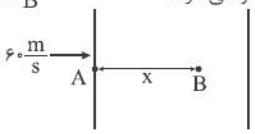


۸۲ ۲ با پایین آمدن جسم، ارتفاع جسم کم می‌شود، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می‌یابد (در این مسیر انرژی فنر، صفر است). حال مسیر نقطهٔ B تا نقطهٔ C را تحلیل می‌کنیم. با توجه به سطح بدون اصطکاک از پایستگی انرژی مکانیکی داریم: $U_g+U_e+K=\text{ثابت}$

با فشرده شدن فنر، انرژی جنبشی جسم کم می‌شود، پس طبق رابطهٔ بالا، برای ثابت بودن انرژی مکانیکی باید مجموع انرژی پتانسیل‌های گرانشی و کشسانی افزایش یابد.

بنابراین **مقدار U از نقطهٔ A تا نقطهٔ B کاهش و از نقطهٔ B تا نقطهٔ C افزایش می‌یابد.**

۸۳ ۴ فرض کنید گلوله حداکثر تا نقطهٔ B در مانع فرو رفته است، بنابراین در نقطهٔ B متوقف شده و سرعتش صفر می‌شود. $K_B=0$



با توجه به قضیهٔ کار و انرژی درونی داریم:

$$E_B-E_A=W_f$$
$$\Rightarrow (U_B+K_B)-(U_A+K_A)=W_f$$
$$\Rightarrow U_B-U_A+K_B-K_A=W_f\xrightarrow[v_B=0\Rightarrow K_B=0]{U_B=U_A}W_f=-K_A$$
$$\Rightarrow -fd=-\frac{1}{2}mv_A^2\Rightarrow -2000d=-\frac{1}{2}\times 0/08\times 3600$$
$$\Rightarrow d=72\times 10^{-3}m=7/2cm$$

۸۴ ۲ انرژی پتانسیل گرانشی جسم ۳۲J افزایش یافته است، بنابراین:

$$\Delta U=32J$$

انرژی جنبشی جسم ۵۰J کاهش یافته است، بنابراین: $\Delta K=-50J$

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی درونی داریم:

$$E_2-E_1=W_f\Rightarrow \Delta U+\Delta K=W_f$$
$$\Rightarrow 32-50=W_f\Rightarrow W_f=-18J$$
$$\Rightarrow fd\cos 180^\circ=-18\Rightarrow -f\times 9=-18\Rightarrow f=2N$$

۸۵ ۳ طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\xrightarrow{\text{ثابت: } v} W_t=0$$
$$\Rightarrow W_F+W_f=0\Rightarrow |W_F|=|W_f|$$
$$\Rightarrow Fd\cos\theta=fd\cos\theta\Rightarrow F=f$$

از طرفی رابطهٔ توان را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{Fd}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{d}{\Delta t}=v}P=Fv\Rightarrow 20000=F\times 20\Rightarrow F=1000N$$

با توجه به این‌که تندی اتومبیل، ثابت است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر اتومبیل، صفر است، در نتیجه: $F=f=1000N$

کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W_f=fd\Rightarrow W_f=1000\times 50=50000J=50kJ$$

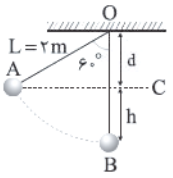
https://konkur.info

۸۶ **۳** چون آزمایش در شرایط خلأ است، بنابراین اتلاف انرژی نداریم، بنابراین انرژی مکانیکی در سرتاسر مسیر پایسته است. با نوشتن رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه (یکی در ارتفاع و دیگری زمین)، به این نتیجه می‌رسیم که تندی گلوله در شرایط خلأ در لحظهٔ رسیدن به زمین به جرم جسم و مسیر حرکت آن وابسته نیست، در نتیجه: $v_A = v_B$

انرژی مکانیکی یک جسم از رابطهٔ $E = K + U$، یعنی مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم به دست می‌آید، بنابراین چون جرم دو جسم متفاوت است، پس انرژی‌های مکانیکی یکسان ندارند. $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

بنابراین: $E_A \neq E_B$

۸۷ **۱** با توجه به قضیهٔ کار و انرژی درونی داریم: (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را نقطهٔ B در نظر می‌گیریم.)



$E_B - E_A = W_f$

$$\Rightarrow K_B - U_A = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = W_f \quad (1)$$

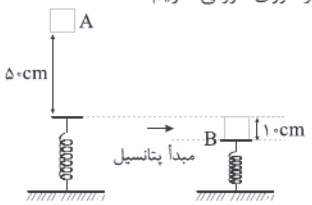
از طرفی با توجه به شکل بالا داریم: $\cos 60^\circ = \frac{d}{OA}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 1m$$
$$\Rightarrow d + h = L \Rightarrow 1 + h = 2 \Rightarrow h = 1m$$

حال در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم.

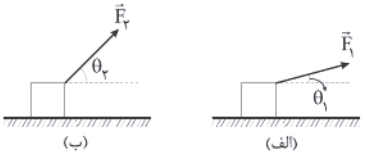
$$\frac{1}{2} \times 0/8 \times 4^2 - 0/8 \times 10 \times 1 = W_f \Rightarrow 6/4 - 8 = W_f \Rightarrow W_f = -1/6J$$

۸۸ **۱** با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی درونی داریم:



$$E_B - E_A = W_f$$
$$\Rightarrow (\cancel{U_{g_B}}^{0} + K_B + U_{e_B}) - (\cancel{K_A}^{0} + U_{g_A}) = W_f$$
$$\Rightarrow (\frac{1}{2}mv_B^2 + 10) - mgh = W_f$$
$$\Rightarrow (\frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 + 10) - (4 \times 10 \times \frac{60}{100}) = W_f$$
$$\Rightarrow 18 - 24 = W_f \Rightarrow W_f = -6J$$
$$\Rightarrow fd\cos 180^\circ = -6 \Rightarrow -f \times \frac{60}{100} = -6 \Rightarrow f = 10N$$

۸۹ **۱** کار انجام‌شده توسط شخص در هر دو حالت «الف» و «ب» یکسان است، بنابراین:



$$W_1 = W_2 \Rightarrow F_1 d\cos\theta_1 = F_2 d\cos\theta_2$$
$$\Rightarrow F_1\cos\theta_1 = F_2\cos\theta_2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$
$$\xrightarrow{\theta_2 > \theta_1 \Rightarrow \cos\theta_2 < \cos\theta_1} \frac{F_1}{F_2} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

۹۰ **۲** انرژی درونی گلوله در مسیر AB، ۱۰۰J و در مسیر AB، ۱۲۴J افزایش یافته است، بنابراین انرژی درونی گلوله در مسیر B تا C، ۲۴J افزایش یافته است.

$$\begin{cases} E_C - E_B = -24J \\ E_C = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow E_C = 2 \times 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \\ \Rightarrow E_C = 56J \\ E_B = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow E_B = 2 \times 10 \times h_B + \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \\ \Rightarrow E_B = 20h_B + 9 \end{cases}$$
$$\Rightarrow 56 - (20h_B + 9) = -24 \Rightarrow -20h_B - 9 = -80$$
$$\Rightarrow h_B = 3/55m$$

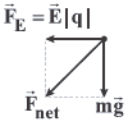
۹۱ **۲** اگر به رابطهٔ ظرفیت خازن دقت کنیم، متوجه می‌شویم که یکای فاراد ـ ولت، معادل کولن است:

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow [q] = [C][V] \Rightarrow \text{کولن} = \text{فاراد} \times \text{ولت}$$

از طرفی طبق رابطهٔ $q = It$ داریم:

$$q = It \Rightarrow [q] = [I][t] \Rightarrow \text{کولن} = \text{آمپر} \times \text{ثانیه}$$

۹۲ **۲** خطوط میدان الکتریکی از صفحهٔ دارای بار مثبت به سمت صفحهٔ دارای بار منفی است، یعنی جهت میدان الکتریکی به سمت چپ است. با توجه به مثبت بودن بار ذره، نیروی الکتریکی هم به سمت چپ است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است، بنابراین:



$$F_{net} = ma \xrightarrow{\text{دو نیرو بر هم عمودند}} \sqrt{(E|q|)^2 + (mg)^2} = ma$$
$$\Rightarrow \sqrt{(E \times 2 \times 10^{-6})^2 + (0/3 \times 10)^2} = 0/3 \times \frac{50}{3} \Rightarrow E = 2 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

در ادامه به کمک رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$، اختلاف پتانسیل دو سر خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow 2 \times 10^6 = \frac{V}{0/1 \times 10^{-3}} \Rightarrow V = 2 \times 10^2 = 200V$$

انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times (200)^2 = 8 \times 10^{-2}J$$

۹۳ **۲** ابتدا به کمک رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$ می‌توانیم اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن را محاسبه کنیم: $V = Ed = 8 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-3} = 160V$

در مرحلهٔ بعد به کمک رابطهٔ چگالی سطحی بار، مقدار بار صفحات خازن را می‌یابیم: $\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow Q = \sigma A = 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-9}C$

در نهایت برای محاسبهٔ ظرفیت خازن داریم:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{8 \times 10^{-9}}{160} = 50 \times 10^{-12}F = 50pF$$

۹۴ **۳** فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن، ثابت است و بین دو صفحهٔ خازن، هوا است، سپس تغییرات ظرفیت خازن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$C_2 - C_1 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A_2}{d} - \kappa\varepsilon_0 \frac{A_1}{d} = \kappa\varepsilon_0 \frac{\Delta A}{d}$$

در هر ثانیه صفحهٔ سمت راست ۳cm و صفحهٔ سمت چپ ۲cm از خازن خارج می‌شوند، بنابراین در هر ثانیه ۵cm از طول صفحات خازن کم می‌شود که با ضرب در عرض صفحات، میزان تغییر مساحت در هر ثانیه به دست می‌آید: $|\Delta A| = 5 \times 10 = 50cm^2 \Rightarrow \Delta A = -50cm^2$

https://konkur.info

بنابراین:

$$\Delta C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{\Delta A}{d}=1\times9\times10^{-12}\times\frac{(-50\times10^{-4})}{0/02\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \Delta C=-22/5\times10^{-10}F=-2/25nF$$

بنابراین ظرفیت خازن **۲/۲۵ نانوفاراد کاهش می‌یابد.**

۹۵ ۳ ابتدا با توجه به این‌که انرژی خازن ۹۰ درصد کاهش یافته (یعنی $\frac{1}{10}$ برابر شده) و ثابت بودن Q می‌توانیم بنویسیم:

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=10$$

حال چون هم ضریب دی‌الکتریک و هم فاصلهٔ بین صفحات خازن تغییر کرده است، داریم:

$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow10=2\times\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=5$$

$$\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=\frac{1}{5}\Rightarrow d_1=5d_2$$

درصد تغییرات فاصلهٔ بین صفحات خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta d}{d_1}\times100=\frac{d_2-d_1}{d_1}\times100=\frac{\frac{1}{5}d_1-d_1}{d_1}\times100=\%-80$$

بنابراین **فاصلهٔ بین صفحات خازن ۸۰٪ کاهش یافته است.**

۹۶ ۳ می‌دانیم ظرفیت خازن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد:

$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$$

طبق دادهٔ سؤال، در حالت اول، دی‌الکتریک هوا می‌باشد، یعنی $\kappa=1$، هم‌چنین فاصلهٔ بین صفحات نیز d است، بنابراین برای حالت اول داریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}=\frac{\varepsilon_{\circ}A}{d}$$

در این حالت، دی‌الکتریکی به ضخامت $\frac{d}{3}$ و $\kappa=3$ را جایگزین کرده و برای $\frac{2d}{3}$ باقی‌مانده از یک تیغهٔ فلزی استفاده شده است. این موضوع بیانگر آن است که $\frac{2d}{3}$ باقی‌ماندهٔ دیگر خازن نیست، زیرا فاصلهٔ بین صفحات یک خازن باید **عایق** باشد، نه **فلز**.

ظرفیت خازن را در حالت دوم محاسبه می‌کنیم:

$$C'=\kappa'\varepsilon_{\circ}\frac{A'}{d'}\xrightarrow[A'=A]{\kappa'=3\,,\,d'=\frac{d}{3}}C'=\frac{3\varepsilon_{\circ}A}{\frac{1}{3}d}=\frac{9\varepsilon_{\circ}A}{d}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{C'}{C}=\frac{\frac{9\varepsilon_{\circ}A}{d}}{\frac{\varepsilon_{\circ}A}{d}}=9$$

۹۷ ۴ با توجه به شکل سؤال، هنگامی که لغزنده در نقطهٔ M قرار دارد، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_1}{R_{کل}}=\frac{L_1}{L_{کل}}\xrightarrow[L_1=\frac{2L}{5}]{R_{کل}=400\Omega}R_1=400\times\frac{\frac{2L}{5}}{L}$$

$$\Rightarrow R_1=400\times\frac{2}{5}=\frac{800}{5}=160\Omega$$

عددی که آمپرسنج در حالت اول نشان می‌دهد، برابر است با:

$$I_1=\frac{V}{R_1}\xrightarrow[R_1=160\Omega]{V=40V}I_1=\frac{40}{160}=0/25A$$

هنگامی که لغزنده در نقطهٔ N قرار می‌گیرد، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_{کل}}=\frac{L_2}{L_{کل}}\xrightarrow[L_2=\frac{L}{5}+\frac{2L}{5}=\frac{3L}{5}]{R_{کل}=400\Omega}R_2=400\times\left(\frac{\frac{3L}{5}}{L}\right)$$

$$\Rightarrow R_2=400\times\frac{3}{5}=240\Omega$$

عددی که آمپرسنج در حالت دوم نشان می‌دهد، برابر است با:

$$I_2=\frac{V}{R_2}\xrightarrow[R_2=240\Omega]{V=40V}I_2=\frac{40}{240}=\frac{1}{6}A$$

برای محاسبهٔ تغییر جریان عبوری از آمپرسنج می‌توان نوشت:

$$\Delta I=I_2-I_1=\frac{1}{6}-\frac{1}{4}=-\frac{1}{12}A$$

بنابراین **جریان عبوری از آمپرسنج $\frac{1}{12}$A کاهش یافته است.**

۹۸ ۲ نسبت طول ثانویه به طول اولیهٔ سیم را به دست می‌آوریم:

$$L_2=L_1-\frac{30}{100}L_1=\frac{70}{100}L_1=\frac{7}{10}L_1$$

از آن جایی‌که در طول این فرایند، جرم و حجم سیم ثابت است، داریم:

$$V_1=V_2\xrightarrow[V_{استوانه}=AL]{\text{سیم به شکل استوانه است.}}A_1L_1=A_2L_2$$

$$\xrightarrow{L_2=\frac{7}{10}L_1}A_1L_1=A_2\left(\frac{7}{10}L_1\right)\Rightarrow A_2=\frac{10}{7}A_1$$

با توجه به رابطهٔ مقاومت الکتریکی داریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow[A_2=\frac{10}{7}A_1]{\rho_2=\rho_1\ و\ L_2=\frac{7}{10}L_1}$$

$$\frac{R_2}{R_1}=1\times\frac{\frac{7}{10}L_1}{L_1}\times\frac{A_1}{\frac{10}{7}A_1}=\frac{7}{10}\times\frac{1}{\frac{10}{7}}=\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\Rightarrow\frac{R_2}{200}=\frac{49}{100}$$

$$\Rightarrow R_2=\frac{49\times200}{100}=98\Omega$$

۹۹ ۳ می‌دانیم شیب نمودار بار برحسب زمان $(q-t)$ بیانگر جریان الکتریکی متوسط است.

مقدار جریان الکتریکی متوسط گذرنده از مدار را در بازه‌های زمانی $t=0$ تا $t=4s$، $t=4s$ تا $t=12s$ و $t=12s$ تا $t=20s$ به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}t=0\ \text{تا}\ t=4s\Rightarrow I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{16-24}{4-0}=-\frac{8}{4}=-2A\\ t=4s\ \text{تا}\ t=12s\Rightarrow I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{16-16}{12-4}=0\\ t=12s\ \text{تا}\ t=20s\Rightarrow I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{24-16}{20-12}=\frac{8}{8}=1A\end{cases}$$

با توجه به جریان الکتریکی متوسط محاسبه‌شده در بازه‌های زمانی فوق، تنها نمودار گزینهٔ (۳) می‌تواند گزینهٔ درست باشد.

https://konkur.info

۱۰۰ ۲ طبق قانون اهم $(R=\frac{V}{I})$، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانا با جریان عبوری از آن نسبت مستقیم دارد، پس با کاهش ۴۰ درصدی اختلاف پتانسیل الکتریکی، **جریان نیز ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.**

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow I=\frac{V}{R}\Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{R_۱}{R_۲}\xrightarrow[V_۲=V_۱-۰/۴V_۱]{R_۱=R_۲}$$

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{V_۱-۰/۴V_۱}{V_۱})\times۱=\frac{۰/۶V_۱}{V_۱}=۰/۶\Rightarrow I_۲=۰/۶I_۱$$

$$\Rightarrow \text{تغییرات جریان}=\frac{\Delta I}{I_۱}\times۱۰۰=\frac{I_۲-I_۱}{I_۱}\times۱۰۰$$

$$=\frac{۰/۶I_۱-I_۱}{I_۱}\times۱۰۰=٪-۴۰$$

نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی به جریان الکتریکی، مطابق قانون اهم، مقاومت الکتریکی نام دارد، پس داریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{I_۱}{I_۲}\xrightarrow[I_۲=۰/۶I_۱]{V_۲=۰/۶V_۱}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۰/۶V_۱}{V_۱}\times\frac{I_۱}{۰/۶I_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱}=۱$$

بنابراین مقاومت الکتریکی ثابت می‌ماند.

شیمی

۱۰۱ ۱ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

• استیک اسید $(CH_۳COOH)$ در مقایسه با هیدروژن کلرید (HCl) شمار بیشتری اتم H دارد، در حالی که در شرایط یکسان دما و غلظت، HCl غلظت H^+ محلول را بیشتر افزایش می‌دهد.

• پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود و اساساً مدلی برای آن‌ها ارائه شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

۱۰۲ ۲ واکنش‌های برگشت‌پذیر، آن‌هایی هستند که می‌توانند در هر دو جهت انجام شوند. این نوع واکنش‌ها در شرایط مناسب هم‌زمان در هر دو جهت رفت و برگشت انجام می‌شوند تا این‌که سرانجام لحظه‌ای فرا می‌رسد که غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند. این ویژگی تنها هنگامی رخ می‌دهد که سرعت واکنش رفت با برگشت برابر شود. در شیمی به چنین سامانه‌هایی، سامانهٔ تعادلی می‌گویند.

۱۰۳ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• **آب برخلاف هگزان** حلال مناسبی برای اوره است.

• برای افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها **مادهٔ شیمیایی کلردار** اضافه می‌کنند.

۱۰۴ ۱ مطابق داده‌های سؤال فرمول صابون A به صورت $C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴$ است:

$$۲C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴ + Mg^{۲+}\rightarrow (C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg + ۲NH_۴^+$$

$$\frac{\frac{۴۰}{۱۰۰}\times mg\ A}{۲\times۲۵۹}=\frac{\text{رسوب}\ ۲۰/۳g}{۱\times۵۰۶}\Rightarrow m\simeq ۵۲g$$

۱۰۵ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب چشمه بیشتر از آب دریا است. زیرا آب دریا، خاصیت سختی دارند.

• قدرت پاک‌کنندگی نمونه‌ای از صابون جامد در آب شامل ۱ گرم یون $Mg^{۲+}$، کم‌تر از آب شامل ۱ گرم یون $Ca^{۲+}$ است. زیرا شمار مول‌های یون $Mg^{۲+}$ بیشتر از شمار مول‌های یون $Ca^{۲+}$ خواهد بود.

۱۰۶ ۴ از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی می‌کنیم:

$$[HA]_{\text{اضافه‌شده}}=\frac{۰/۰۴mol}{۴L}=۰/۰۱mol.L^{-۱}$$

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

غلظت اولیه: ۰/۰۱ ۰/۱ ۰

غلظت تعادلی: ۰/۰۱−x ۰/۱+x x

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}\Rightarrow ۰/۰۱=\frac{(۰/۱+x)(x)}{۰/۰۱-x}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۴}-۰/۰۱x=۰/۱x+x^۲\Rightarrow x^۲+۰/۱۱x-۱۰^{-۴}=۰$$

$$x=\frac{-۰/۱۱\pm\sqrt{(۰/۱۱)^۲+۴(۱)(۱۰^{-۴})}}{۲}=\frac{-۰/۱۱\pm\sqrt{۰/۰۱۲۵}}{۲}$$

$$=\frac{-۰/۱۱\pm ۰/۰۵\sqrt{۵}}{۲}=\begin{cases}x_۱=۰/۰۰۱\checkmark\\ x_۲=-۰/۱۱۱\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

$$[HA]_{\text{تعادلی}}=۰/۰۱-x=۰/۰۱-۰/۰۰۱=۰/۰۰۹$$

۱۰۷ ۳ مطابق شکل شمار هر کدام از یون‌های $H_۳O^+$ و A^- برابر با ۲ و شمار مولکول‌های HA یونیده‌نشده برابر با ۴ است.

به این ترتیب شمار مولکول‌های HA اولیه برابر با ۶ بوده است. با توجه به غلظت اولیهٔ اسید HA که برابر ۰/۲۴ مولار گزارش شده می‌توان نتیجه گرفت که هر ذره معادل ۰/۰۴ مولار بوده است.

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{(۲\times۰/۰۴)(۲\times۰/۰۴)}{۴\times۰/۰۴}=۰/۰۴$$

۱۰۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند. نیتریک اسید برخلاف نیترو اسید یک اسید قوی بوده و سرعت واکنش و غلظت یون هیدرونیوم در ظرف شامل آن (ظرف آ) بیشتر از ظرف دیگر است.

۱۰۹ ۲ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{۱-\alpha}{۲\alpha}=۴/۵\Rightarrow \alpha=۰/۱$$

$$K_a=\frac{\alpha^۲.M}{۱-\alpha}=\frac{(۰/۱)^۲\ ۰/۹}{۰/۹}=۰/۰۱\ \text{یا}\ \alpha^۲$$

۱۱۰ ۲ از انحلال هر مول BaO و هر مول $Li_۲O$ در مقدار مشخصی آب، به ترتیب ۳ و ۴ مول یون تشکیل می‌شود.

$$BaO+H_۲O\rightarrow Ba(OH)_۲\quad [Ba^{۲+}, ۲OH^-]$$

$$Li_۲O+H_۲O\rightarrow ۲LiOH\quad [۲Li^+, ۲OH^-]$$

۱۱۱ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• رسانایی الکتریکی دو محلول یکسان است، زیرا شمار یا غلظت یون‌های آن‌ها برابر است.

• با توجه به این‌که غلظت اولیهٔ اسید HB کم‌تر از اسید HA بوده، اما غلظت H^+ دو محلول با هم برابر است، می‌توان نتیجه گرفت که درجهٔ یونش HB و نیز قدرت اسیدی آن بیشتر از HA است.

• قدرت اسیدی فورمیک اسید بیشتر از محلول استیک اسید است (با فرض شرایط یکسان).

https://konkur.info

۱۱۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

اسیدهای HA و HB همان سولفوریک اسید (H_2SO_4) و نیتریک اسید (HNO_3) و اسید HC همان کربنیک اسید (H_2CO_3) است.

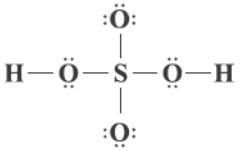
بررسی عبارت‌ها:

• H_2SO_4 و HNO_3 را می‌توان به ترتیب از واکنش یک اکسید گازی‌شکل یعنی SO_3 و یک اکسید جامد یعنی N_2O_5 با آب به دست آورد.

• فقط HNO_3 جزو اسیدهای تک‌پروتون‌دار است.

• یونش H_2CO_3 در آب برخلاف دو اسید دیگر با نماد « $\rightleftharpoons$ » نشان داده می‌شود. زیرا H_2CO_3 برخلاف دو اسید دیگر که قوی هستند، یک اسید ضعیف به شمار می‌آید.

• تنها در ساختار H_2SO_4 تمامی پیوندها به صورت یگانه است.



۱۱۳ ۱ **بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) رسانایی گرافیت که یک نافلز است نیز به وسیلهٔ الکترون‌ها انجام می‌شود.

ب) محلول آبی سدیم کلرید، حاوی یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ بوده که با جنبش‌های آزادانه اما **نامنظم** در سرتاسر آن پراکنده‌اند.

۱۱۴ ۴ **بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) محلول شمار زیادی از ترکیب‌های قطبی مانند اتانول، استون و ... در آب، جزو محلول‌های غیرالکترولیت هستند.

۲) سفیدکننده‌ها همانند جوهرنمک با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

۳) به کمک مدل آرنیوس می‌توان اسیدهای قوی را از اسیدهای ضعیف تفکیک کرد.

۱۱۵ ۱ برای هر کدام از اسیدها می‌توان نوشت:

$$K_a(HX)=\frac{[X^-]^2}{[HX]},\ K_a(HY)=\frac{[Y^-]^2}{[HY]}$$

مطابق داده‌های سؤال غلظت‌های تعادلی دو اسید با هم برابر است:

$$[HX]=[HY]\Rightarrow\frac{K_a(HX)}{K_a(HY)}=\frac{[X^-]^2}{[Y^-]^2}\Rightarrow\frac{1/568\times10^{-7}}{8\times10^{-8}}=\frac{[X^-]^2}{[Y^-]^2}$$

$$\Rightarrow 1/96=\frac{[X^-]^2}{[Y^-]^2}\xrightarrow{\sqrt{\ }}\frac{[X^-]}{[Y^-]}=1/4$$

۱۱۶ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• سومین عنصر گروه ۱۷ همان $_{35}Br$ بوده که شمار الکترون‌های با $l=1$ یعنی زیرلایهٔ p آن برابر با ۱۷ است:

$$_{35}Br: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^5$$

• مطابق قاعدهٔ آفبا، زیرلایهٔ 6s قبل از 4f الکترون می‌پذیرد و درستی این عبارت تأیید می‌شود.

• در جدول تناوبی در مجموع ۱۵ عنصر وجود دارد که شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه s اتم آن‌ها برابر با ۸ است. در واقع این ۱۵ عنصر، تمام عنصرهای دوره چهارم به‌جز $_{19}K$ ، $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ را شامل می‌شوند.

• اتم‌های $_{80}A$ و $_{40}B$ به ترتیب دارای ۱۲ و ۴ الکترون ظرفیتی هستند.

۱۱۷ ۲ در میان ۱۱۸ عنصر جدول تناوبی، آرایش الکترونی اتم تمامی عناصر به‌جز ۳۶ عنصر دستهٔ p به زیرلایهٔ s ختم می‌شود:

$$\frac{(118-36)}{118}\times100=\%69/5$$

۱۱۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

$$n+l=5\begin{cases}5s\rightarrow\text{نمی‌تواند شامل ۳ الکترون باشد}\\4p\rightarrow\checkmark\\3d\rightarrow\text{نمی‌تواند آخرین زیرلایه باشد}\end{cases}$$

آرایش الکترونی اتم X به زیرلایه‌های $4s^2 4p^3$ ختم می‌شود و در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آن همانند اتم $_5A$ سه الکترون جفت نشده وجود دارد.

۱۱۹ ۴ مطابق داده‌های سؤال آرایش الکترونی یون X^{2-} به $4p^6$ ختم شده و عدد اتمی آن برابر با ۳۴ و شمار الکترون‌های آن برابر با ۳۶ است.

$$n-e=9\Rightarrow n=9+e=9+36=45$$

$$A=p+n=34+45=79$$

عنصرهای $_{34}X$ و $_{16}Z$ هر دو در گروه ۱۶ جدول تناوبی جای دارند.

۱۲۰ ۴ ۳ ردیف ۱۰ تایی از عناصر بلوک d در مجموعهٔ مورد نظر وجود دارد؛ از عدد اتمی ۲۱ تا ۳۰، عدد اتمی ۳۹ تا ۴۸ و عدد اتمی ۷۱ تا ۸۰.

۱۲۱ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عنصرهای A و X به ترتیب $_{16}S$ و $_{28}Ni$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• اتم‌های $_{16}S$ و $_{28}Ni$ به ترتیب دارای ۶ و ۱۰ الکترون ظرفیتی هستند. آخرین زیرلایهٔ اتم $_{84}D$ دارای ۴ الکترون است ($6p^4$).

• عدد اتمی نخستین و دومین عنصر گروه هشتم جدول به ترتیب برابر با ۲۶ و ۴۴ است. $16+28=44$

• ترکیب حاصل از اتم‌های S و O، مولکولی است، نه یونی!!

• کاتیون نیکل هرگز به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

۱۲۲ ۳ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. $SiCl_4$ یک ترکیب مولکولی است.

۱۲۳ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

گازهای A ، X و D به ترتیب نیتروژن (N_2)، اکسیژن (O_2) و آرگون (Ar) هستند.

۱۲۴ ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• اغلب گازهای هواکره، نامرئی (بی‌رنگ) هستند.

• فشار هر گاز، ناشی از برخورد مولکول‌های گازی با دیوارهٔ ظرف است.

• فشار هوا در همهٔ جهت‌ها و به میزان یکسان بر بدن ما وارد می‌شود.

• میان گازهای هوا، واکنش‌های شیمیایی گوناگونی رخ می‌دهد.

۱۲۵ ۳ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در لایهٔ دوم هواکره (استراتوسفر) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما افزایش می‌یابد.

۱۲۶ ۱ هر مول آلکین بر اثر واکنش با دو مول برم به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود: $C_nH_{2n-2}+2Br_2\rightarrow C_nH_{2n-2}Br_4$

مطابق داده‌های سؤال جرم ۲ مول Br_2 باید ۳/۳۳ برابر جرم یک مول C_nH_{2n-2} باشد:

$$\frac{2\times2\times80}{12n+(2n-2)}=3/33\Rightarrow n=7$$

https://konkur.info

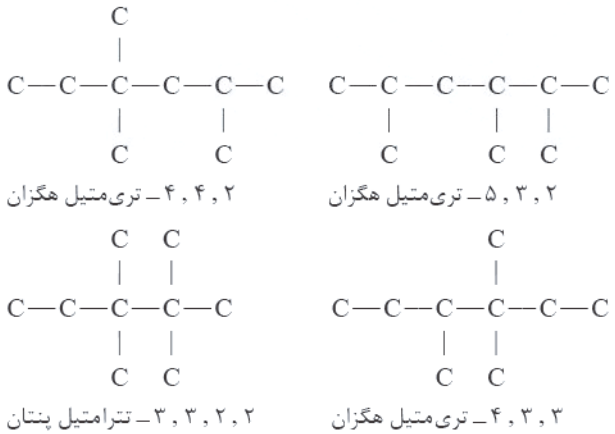
بنابراین فرمول مولکولی آلکن مورد نظر به صورت C_7H_{14} است.

$$C_7H_{14}+H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} C_7H_{15}OH$$

$$\text{درصد افزایش جرم } C_7H_{14} = \frac{\text{جرم مولی } H_2O}{\text{جرم مولی } C_7H_{14}} \times 100 = \frac{18}{98} \times 100$$

$$\simeq ٪18/36$$

۱۲۷ **۳** آلکان مورد نظر C_9H_{20} است. در هر کدام از ساختارهای زیر مجموع شماره‌های شاخه‌های فرعی برابر با ۱۰ است.



۲، ۳، ۵ – تری‌متیل هگزان

۲، ۴، ۴ – تری‌متیل هگزان

۲، ۲، ۳، ۳ – تترامتیل پنتان

۳، ۳، ۴ – تری‌متیل هگزان

۱۲۸ **۳** به تقریب ۵۰ درصد نفت خام استخراج شده در دنیا صرف سوخت وسایل نقلیه می‌شود. حدود ۴۰ درصد آن صرف تأمین گرما و انرژی الکتریکی شده و بقیهٔ آن برای تولید مواد مختلف استفاده می‌شود.

۱۲۹ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) فرمول مولکولی هر دو ترکیب I و IV به صورت $C_9H_{10}O_3$ است.

۲) با توجه به یکسان بودن فرمول مولکولی دو ترکیب II و III که به صورت $C_8H_8O_3$ است، درستی این عبارت تأیید می‌شود.

۳) تفاوت جرم مولی ترکیب‌های III و IV در یک گروه $-CH_2$ و برابر ۱۴ گرم بر مول است. از طرفی جرم مولی پنتن (C_5H_{10}) نیز برابر ۷۰ گرم بر مول است.

$$14 = ٪2(70)$$

۴) جرم مولی ترکیب II برابر با ۱۵۲ گرم بر مول است. از طرفی جرم مولی سیکلوبوتان (C_4H_8) و هپتن (C_7H_{14}) به ترتیب برابر با ۵۶ و ۹۸ گرم بر مول است.

$$152-56=96$$

۱۳۰ **۲** **بررسی سایر گزینه‌ها:**

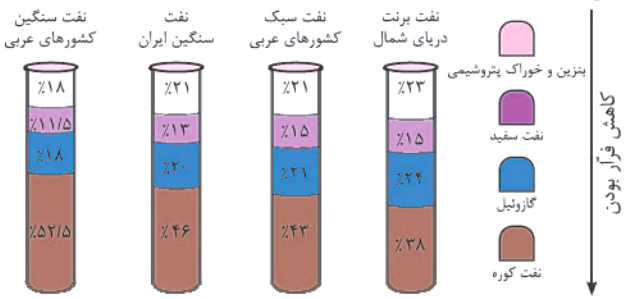
۱) در هیچ‌کدام از مولکول‌های هیدروکربنی، جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

۳) دلیل زیاد بودن ترکیب‌های شناخته‌شده از کربن، توانایی اتم آن در تشکیل پیوندهای اشتراکی با خود است.

۴) در ساختار سیکلوبوتان و ۱- بوتن، شمار اتم‌های کربن و نیز شمار اتم‌های هیدروژن با هم برابر است.

$CH_2=CH-CH_2-CH_3$

۱۳۱ **۴** در شکل زیر چهار نوع نفت خام براساس درصد اجزای سازنده مقایسه شده‌اند.



۱۳۲ **۳** به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده به صورت $C_{20}H_{24}$ است.

بررسی عبارت‌ها:

• در مولکول مورد نظر همانند اتان (C_2H_6)، تفاوت شمار اتم‌های H و C برابر با ۴ است.

• در مولکول $C_{20}H_{24}$ شمار جفت الکترون‌های پیوندی برابر است با:

$$\frac{20(4)+24(1)}{2}=52$$

واضح است که عدد ۵۲ به ۳ بخش‌پذیر نیست.

• شمار پیوندهای C—H همانند شمار اتم‌های H برابر با ۲۴ است. مولکول ۳- اتیل -۲ و ۲- دی‌متیل هپتان یک آلکان ۱۱ کربنه با ۲۴ اتم هیدروژن $(C_{11}H_{24})$ است.

• در مولکول داده‌شده، ۸ گروه $-CH_2$ وجود دارد. مولکول متیل پروپن (C_4H_8) نیز دارای ۸ اتم هیدروژن است.

۱۳۳ **۳** **بررسی عبارت‌های نادرست:**

آ) در شرکت‌های پتروشیمی سالانه میلیون‌ها تن آمونیاک (NH_3)، سولفوریک اسید (H_2SO_4) و ... تولید می‌شود.

ت) **بدبینانه‌ترین** برآوردها نشان می‌دهد که سال ۲۰۷۵ ذخایر نفتی در جهان پایان می‌یابد.

۱۳۴ **۲** عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• ظرفیت گرمایی نمونهٔ ۵ گرمی اتانول برابر است با:

$$C=\frac{Q}{\Delta\theta}=\frac{300J}{(50-25)^\circ C}=12J.^\circ C^{-1}$$

• ظرفیت گرمایی یک مول گاز فلوئور (F_2)، ۳۸ برابر گرمای ویژهٔ فلوئور است.

۱۳۵ **۲** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

داد و ستد گرما **می‌تواند** باعث تغییر دما شود.

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur.info
https://konkur.info