بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info

دفترچه اختصاصی – ۱

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۱ (از ۲)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان ۲ و ریاضی پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	

با آزمون مشابه پارسال آشنا شوید

از روز سه‌شنبه قبل از آزمون اصلی می‌توانید در آزمون مشابه پارسال شرکت کنید. این آزمون فرصتی برای آمادگی بهتـر در آزمون اصلی روز جمعه است. آزمون مشابه پارسال را به‌طور کامل تحلیل کنید.

برای شرکت در آزمون مشابه پارسال به صفحهٔ شخصی خود در سایت کانون بروید و وارد بخش آزمون‌های غیرحضوری شوید.

https://konkur.info

آزمون «۱۹ آبان ۱۴۰۲»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲		۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه		۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳		۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته		۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	هندسه ۱	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
	هندسه ۲		۵۱-۶۰	
جمع کل		۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی- امیرمحمد باقری‌نصرآبادی- مسعود برملا- عادل حسینی- فرشاد صدیقی‌فر- رضا طاری- پویان طهرانیان حمید علیزاده- کامیار علّییون- جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- جواد ترکمن- افشین خاصه‌خان- فرزانه خاکپاش- کیوان دارابی- سوگند روشنی محمد صحت‌کار- هومن عقیلی- مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	جواد ترکمن- افشین خاصه‌خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت‌کار

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلالی	محمد صحت‌کار کیوان دارابی	محمد صحت‌کار کیوان دارابی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده مهدی بحرکاظمی	مهبد خالتی	مهبد خالتی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

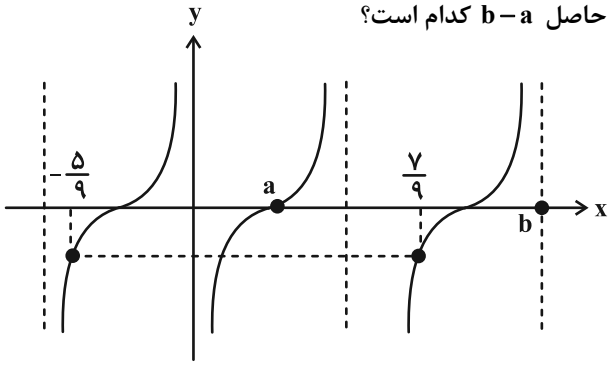
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۴ / **ریاضی ۱:** صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / **حسابان ۱:** صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۹ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱- بخشی از نمودار تابع $f(x)=\tan(mx+n)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $b-a$ کدام است؟



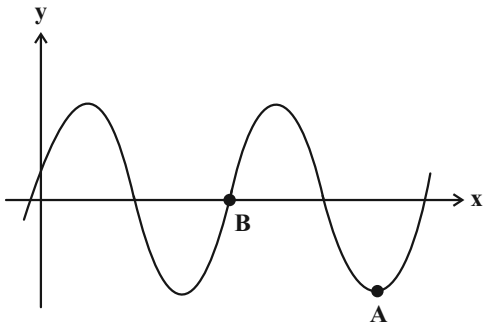
۱) $\frac{9}{4}$

۲) $\frac{3}{2}$

۳) ۱

۴) $\frac{2}{3}$

۲- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $y=2\cos\pi(x-\frac{1}{3})$ را نشان می‌دهد. اندازهٔ پاره‌خط AB کدام است؟



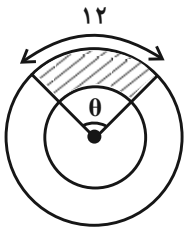
۱) $\frac{5}{2}$

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۵

۳- در شکل زیر، دو دایره هم‌مرکز هستند و شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر ۲ برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر است. اگر مساحت قسمت هاشورخورده ۵۴ باشد، اندازهٔ زاویهٔ θ برحسب درجه کدام است؟



۱) $\frac{360}{\pi}$

۲) $\frac{180}{\pi}$

۳) $\frac{120}{\pi}$

۴) $\frac{90}{\pi}$

۴- اگر $\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\cos(\pi-\alpha)}{2\sin(\pi+\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}=4$، مقدار $\tan(\alpha-\frac{3\pi}{2})$ کدام است؟

۱) ۲

۲) -۲

۳) ۴

۴) -۴

۵- حاصل $\frac{\cos(-\frac{179\pi}{6})+\sin(-\frac{46\pi}{3})}{\tan\frac{5\pi}{8}\cot\frac{11\pi}{8}}$ کدام است؟

۱) -۱

۲) ۱

۳) $\sqrt{3}$

۴) $-\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x+۴$ برابر ۲ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^۳p(۲x)-۴x$ بر $x+۲$ کدام است؟

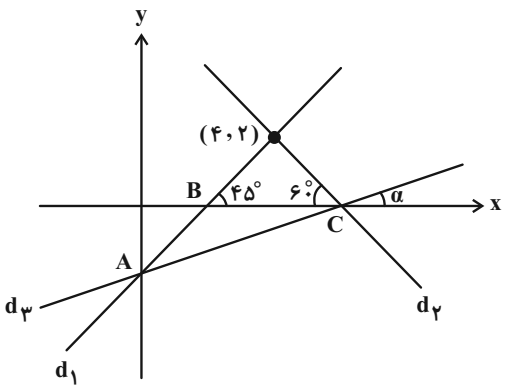
۱) ۲- ۲) ۴- ۳) ۶- ۴) ۸-

۷- چندجمله‌ای $P(x)=x^{۱۰}+ax+۱$ بر $x-۱$ بخش‌پذیر است. اگر خارج قسمت این تقسیم $Q(x)$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $Q(x)$ بر $x-۱$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) صفر

۸- در شکل زیر، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



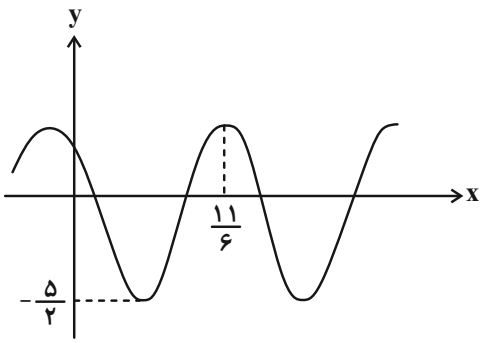
۱) $\frac{۶-\sqrt{۳}}{۱۱}$

۲) $\frac{۶+\sqrt{۳}}{۱۱}$

۳) $\frac{۶-\sqrt{۳}}{۱۳}$

۴) $\frac{۶+\sqrt{۳}}{۱۳}$

۹- نمودار تابع $f(x)=a\sin((x+b)\pi)-۱$ در شکل زیر رسم شده است. کمترین مقدار مثبت ab کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) ۱

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۰- چند عدد طبیعی شش‌رقمی در دامنهٔ تابع $f(x)=\tan(\pi\log_{۱۰۰}x)$ وجود ندارد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، جبر و معادله: ریاضی ۱: صفحه‌های ۱ تا ۲۷، ۴۷ تا ۶۷- حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱۱- اگر $A=[-۳\ ,\ ۲)$ و $B=[-۲\ ,\ ۳)$، مجموعهٔ $(A-B)\cup(B-A)$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) $[-۲\ ,\ ۲]-(-۳\ ,۳)$ ۲) $(-۲\ ,\ ۲)-(-۳\ ,۳)$

۳) $[-۲\ ,\ ۲]-(-۳\ ,۳)$ ۴) $(-۲\ ,\ ۲)-[-۳\ ,۳)$

۱۲- ساده شدهٔ عبارت $A=\sqrt[۵]{۲\sqrt{۲}}\sqrt{۲\sqrt[۵]{۲}}\sqrt[۱۰]{۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۵]{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$

۳) ۲ ۴) ۴

۱۳- بین جملات سوم و هفتم دنبالهٔ $a_n=۶(۳)^{۲-n}$، سه واسطه قرار می‌دهیم، به‌طوری که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنبالهٔ حسابی دهند. مجموع این واسطه‌ها کدام است؟

۱) $\frac{۸۲}{۹}$ ۲) $\frac{۴۱}{۲۷}$

۳) $\frac{۴۱}{۹}$ ۴) $\frac{۸۲}{۲۷}$

۱۴- حاصل عبارت $\frac{(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt[۳]{x}+۱)(x\sqrt[۳]{x}+۱+\sqrt[۳]{x^۲})}{x^۳-۳x^۲+۳x-۱}$ به ازای $x=\sqrt{۲}+۱$ کدام است؟

۱) $۰/۵(۲+\sqrt{۲})$ ۲) $۰/۴(۲+\sqrt{۲})$

۳) $۰/۵(۲-\sqrt{۲})$ ۴) $۰/۴(۲-\sqrt{۲})$

۱۵- اگر $a=\sqrt{۵-۲\sqrt{۶}}-\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}$ باشد، حاصل $[a\ ,\ a^۴]-[a^۳\ ,\ a^۲]$ کدام است؟

۱) $[a^۴\ ,\ a^۲]$ ۲) $[a\ ,\ a^۳)\cup(a^۴\ ,\ a^۲]$

۳) $[a\ ,\ a^۳)$ ۴) $\varnothing$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۶- اگر $A=\frac{۲}{\sqrt{\sqrt{۱۸}-۳}\sqrt[۴]{۳+۲\sqrt{۲}}}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{۱-A^{-۱}}-\sqrt{۱+A^{-۱}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱

۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $-\sqrt{۲}$

۱۷- دنبالهٔ $a_n: ۷ , ۳a+۱ , ۱۵+b , \ldots$ حسابی است و اعداد $۱۵+a$، $۳b+۱$ و ۷ به ترتیب از راست به چپ جملات دوم، هشتم و چهاردهم دنبالهٔ حسابی b_n هستند. مجموع قدرنسبت‌های دو دنباله کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۸

۳) ۶ ۴) ۷

۱۸- جملات دنبالهٔ $a_n=۳n-۱$ را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم، به‌طوری که تعداد اعضای هر دسته برابر مجموع اعداد دسته قبل است. عدد اول دستهٔ پنجم کدام است؟ $\{۲\} , \{۵ , ۸\} , \ldots$

۱) ۱۱۷۸ ۲) ۱۱۸۱

۳) ۱۱۸۴ ۴) ۱۱۸۷

۱۹- مجموع m جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی $\ldots , ۱۲۸ , ۶۴ , ۳۲$ از مجموع m جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی $\ldots , ۳ , \frac{۳}{۴} , \frac{۳}{۱۶}$ بیشتر است. حداکثر مقدار m کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

۲۰- اگر $\sqrt{a+b}+\sqrt{a-۴b}=۵b^{۲}$ و $\sqrt{a^{۳}+a^{۲}b}-\sqrt{a^{۳}-۴a^{۲}b}=۸$ باشد، حاصل $\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{b}$ کدام است؟ $(a , b>۰)$

۱) $\sqrt[۳]{۲}$ ۲) $۲\sqrt[۳]{۲}$

۳) ۳ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۲۱- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}$ و $mA^{-۱}=A+nI$، آن‌گاه $m-n$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۲

۳) -۷ ۴) -۲

۲۲- اگر $A\neq \bar{O}$ و $A^۲=A$ و وارون ماتریس $I+۳A$ به صورت ماتریس $I+KA$ باشد، K کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$ ۲) $-\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۳- اگر A ماتریسی مربعی باشد به‌طوری که $A^۲=I$ و وارون ماتریس $۲A-I$، ماتریس $\alpha A+\beta I$ باشد، آن‌گاه حاصل $\alpha\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۲۴- A و B دو ماتریس وارون‌پذیر و $A^۳=۲A$ و $B^۵=۳B$ هستند. حاصل ماتریس $(A^{-۱})^۲+(B^{-۱})^۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}I$ ۲) $\frac{۵}{۶}I$

۳) $۵I$ ۴) I

۲۵- اگر $A\times\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}-۵A=\begin{bmatrix}۳ & -۵\\ ۵ & -۷\end{bmatrix}$، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵

۳) -۱۰ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۶- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$، آن‌گاه حاصل جمع تمام درایه‌های ماتریس $(BAB^{-۱})^{۸}$ کدام است؟

۱) ۲۶
۲) ۲۳
۳) ۲۹
۴) ۳۲

۲۷- اگر A ماتریسی وارون‌پذیر باشد به‌طوری که $A(A+۲I)^{-۱}=\frac{۱}{۵}I$، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) $A^{-۱}=\frac{۱}{۲}A$
۲) $A^{-۱}=\frac{۱}{۴}A$
۳) $A^{-۱}=۲A$
۴) $A^{-۱}=۴A$

۲۸- وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ dx+ey=۱۱\end{cases}$ برابر $\begin{bmatrix}۴ & -۱۱\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}$ است. اگر $x=۳$ باشد، مقدار y کدام است؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۲۹- اگر ماتریس $A_{۲\times ۲}$، ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases}ax+by=۱۲\\ a'x+b'y=۸\end{cases}$ باشد و $۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۴\\ ۱ & |A|\end{bmatrix}$، حاصل $x+y$ چقدر است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۸

۳۰- اگر دستگاه $\begin{cases}(m-۱)x+(m+۳)y=۵\\ (m+۲)x+(m^{۲}-۲)y=m+۶\end{cases}$ بیشمار جواب داشته باشد و ماتریس ضرایب این دستگاه را A بنامیم، آن‌گاه دترمینان ماتریس $A+I$ کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۱۶
۳) ۱۴
۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریهٔ اعداد (از ابتدای قضیهٔ تقسیم تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهشتی): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۳۱- چند عدد صحیح مانند a وجود دارد که در تقسیم بر ۳۷، باقی‌ماندهٔ تقسیم از مربع خارج قسمت، ۲۳ واحد بیشتر باشد؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۵

۳۲- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد صحیح a بر ۹۱ برابر با ۵۳ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۳۹ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۱۴

۳) ۲۷ ۴) ۲۱

۳۳- اگر p و q دو عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشند به‌طوری که $p-q=2$، آن‌گاه $pq+13$ همواره بر کدام عدد زیر بخش‌پذیر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵

۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۳۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی a بر b برابر با ۱ و باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی b بر a برابر با ۷ است. رقم یکان کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی a کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵

۳) ۷ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۵- از رابطهٔ هم‌نهشتی $۲۰a \equiv ۲۸b$ (پیمانهٔ ۷۰) چند تا از نتیجه‌گیری‌های زیر نادرست است؟

الف) $۵a \equiv ۴۲b$ (پیمانهٔ ۳۵)

ب) $۵a \equiv ۷b$ (پیمانهٔ ۸۰)

پ) $a \equiv ۰$ (پیمانهٔ ۷)

ت) $b \equiv ۰$ (پیمانهٔ ۷)

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۳۶- اگر $a \overset{۲۴}{\equiv} ۳b$ و $b \overset{۴۰}{\equiv} ۳$ ، آن‌گاه a کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $۲۴k + ۳$

۲) $۸k + ۱$

۳) $۸k + ۷$

۴) $۲۴k + ۵$

۳۷- دو عدد ۱۴۸ و ۲۳۱ به یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانهٔ m تعلق دارند. باقی‌ماندهٔ تقسیم $(m-۲)!$ بر عدد ۸۲ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۸۱

۴) ۷۹

۳۸- باقی‌ماندهٔ تقسیم $۳^{۱۴۰۳} + ۱۱^{۱۴۰۳}$ بر ۴۰ برابر با کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳۸

۴) ۳۹

۳۹- اگر $۵^k + ۷$ بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند k بر ۱۱ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۹

۴) ۱۰

۴۰- مجموعه همهٔ اعداد زوج متعلق به مجموعهٔ $[۲]_۵ \cap [۱]_۳$ ، با کدام مجموعه برابر است؟

۱) $[۲۲]_{۳۰}$

۲) $[۷]_{۱۵}$

۳) $[۲]_{۳۰}$

۴) $[۲]_{۱۵}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۱ : چندضلعی‌ها + تجسم فضایی: صفحه‌های ۶۵ تا ۹۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- کدام مورد درست است؟

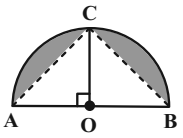
۱) اگر خط d موازی صفحهٔ P و عمود بر صفحهٔ Q باشد آن‌گاه $Q \perp P$.

۲) اگر دو خط موازی از صفحهٔ P با دو خط موازی از صفحهٔ Q با هم موازی باشند، آن‌گاه $Q \parallel P$.

۳) اگر خطی از صفحهٔ P بر فصل مشترک صفحات P و Q عمود باشد، آن‌گاه $Q \perp P$.

۴) خط d عمود بر صفحهٔ P و نقطهٔ A خارج خط d قرار دارد، در این صورت فقط یک صفحهٔ گذرا از A و عمود بر صفحهٔ P و موازی خط d می‌توان رسم کرد.

۴۲- نیم‌دایرهٔ زیر را حول شعاع OC (عمود بر قطر AB) دوران می‌دهیم. نسبت حجم ناحیهٔ رنگی به حجم یک کره به قطر AB چقدر است؟



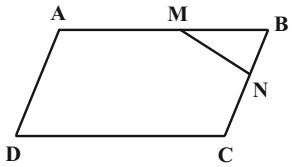
۱) $\frac{\pi}{8}$

۲) $\frac{\pi}{12}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{3}$

۴۳- در متوازی‌الاضلاع زیر $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NB} = 3$، مساحت مثلث MBN چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{16}$

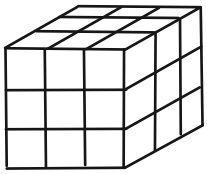
۳) $\frac{1}{24}$

۴) $\frac{1}{32}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۴۴- مکعب زیر را به سه رنگ سبز، سفید و قرمز طوری رنگ‌آمیزی کرده‌ایم که وجه‌های مقابل به هم هم‌رنگ باشند. اگر n تعداد مکعب‌هایی باشد که فقط رنگ قرمز و سبز دارند و m تعداد مکعب‌هایی باشد که هیچ رنگی ندارند، در این صورت $m+n$ برابر کدام است؟



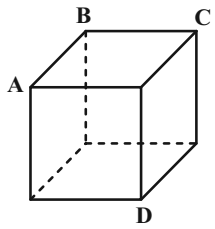
۱) ۵

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۳

۴۵- طول اضلاع مکعب زیر برابر واحد است. صفحه‌ای گذرا از رئوس A و D طوری با مکعب برخورد می‌کند که از رئوس B و C به یک فاصله است. سطح مقطع این صفحه با مکعب چند واحد مربع است؟



۱) $\frac{۵}{۲}$

۲) $\frac{۵}{۴}$

۳) $\frac{۹}{۴}$

۴) $\frac{۹}{۸}$

۴۶- هیچ سه نقطه ای از نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار ندارند. اگر بدانیم فقط یک صفحهٔ گذرنده از نقطهٔ A موجود است که سه نقطهٔ B، C و D به فاصلهٔ یکسان از آن صفحه‌اند، در این صورت چند مورد زیر درست است؟

الف) هر چهار نقطه هم‌صفحه‌اند.

ب) نقاط A، B، C و D از بیشمار صفحه فاصلهٔ یکسانی دارند.

پ) در صفحهٔ مثلث BCD حداکثر یک خط گذرا از A می‌توان رسم کرد که از سه نقطهٔ دیگر فاصلهٔ یکسانی داشته باشد.

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) هیچ

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

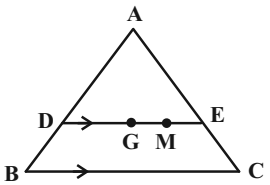
۴۷- مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۱۸ است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مساحت ممکن برای این چندضلعی کدام است؟

۱) ۶/۵
۲) ۷/۵
۳) ۸/۵
۴) ۹/۵

۴۸- نقطهٔ O درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارد. اگر فاصلهٔ این نقطه از اضلاع AB، AC و BC به ترتیب ۲ ، ۱ و $\sqrt{۳}$ باشد، مساحت مثلث OBC کدام است؟

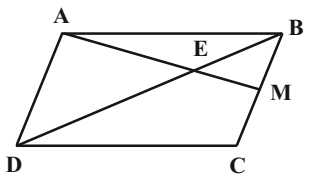
۱) $۳-\sqrt{۳}$
۲) $۲(۱+\sqrt{۳})$
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) $۳+\sqrt{۳}$

۴۹- در شکل زیر G نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۳ است. از نقطهٔ G پاره‌خط DE را موازی ضلع BC رسم می‌کنیم. اگر GM = ME باشد، مجموع فواصل نقطهٔ M از اضلاع AB و AC کدام است؟



۱) ۲
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۰- در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطهٔ M وسط ضلع BC است. نسبت مساحت مثلث ABE به مساحت چهارضلعی EMCD کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۹}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- اگر حاصل‌ضرب اضلاع یک مثلث، ۱۰ برابر عدد مساحت آن باشد، اندازهٔ شعاع دایرهٔ محیطی این مثلث برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵

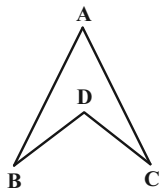
۳) ۴ ۴) ۵

۵۲- در مثلث ABC طول ضلع BC برابر ۶ و طول نیمساز AD برابر $2\sqrt{6}$ است. اگر نسبت طول‌های دو ضلع دیگر برابر ۲ باشد، طول میانهٔ AM کدام است؟

۱) $\sqrt{31}$ ۲) $4\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{7}$ ۴) ۵

۵۳- در شکل مقابل، $AB = AC = 2DC = 2BD$، حاصل $\cos\hat{D}$ برابر با کدام است؟



۱) $3 - 4\cos\hat{A}$

۲) $4\cos\hat{A} - 3$

۳) $2 - 4\cos\hat{A}$

۴) $4\cos\hat{A} - 2$

۵۴- مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 7$ و $BC = 9$ مفروض بوده و نقطهٔ P قرینهٔ رأس C نسبت به رأس B است. اگر نیمسازهای داخلی و خارجی زاویهٔ B در مثلث ABC، ضلع AC و پاره‌خط AP را در نقاط M و N قطع کند، آن‌گاه طول پاره‌خط MN کدام است؟

۱) $\frac{31}{4}$ ۲) $\frac{33}{4}$

۳) $\frac{63}{8}$ ۴) $\frac{65}{8}$

۵۵- شعاع دایرهٔ محیطی مثلث ABC برابر ۳ و محیط این مثلث برابر ۶ واحد است. حاصل $\sin\hat{A} + \sin\hat{B} + \sin\hat{C}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲

۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۶- در مثلث ABC به طول اضلاع ۴، ۶ و ۸، فاصلهٔ محل همرسی میانه‌های مثلث از ضلع بزرگ‌تر مثلث، چند برابر $\sqrt{۱۵}$ است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۵۷- در مثلثی به طول اضلاع ۱۱ ، ۱۳ و ۲۰، سینوس زاویهٔ بین دو ضلع کوچک‌تر مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۲) $\frac{۵}{۱۳}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

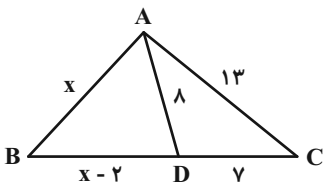
۵۸- در مثلث ABC، $A = ۱۲۰^\circ$ و $AB = ۲AC$ است. اگر طول نیمساز داخلی AD برابر ۲ واحد باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۷}$ ۲) $۳\sqrt{۶}$ ۳) $۳\sqrt{۵}$ ۴) ۶

۵۹- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، $AB = AC = ۴$ و $BC = ۲$، نقطهٔ G محل تلاقی میانه‌های مثلث است. اگر نقطهٔ M وسط ضلع AB باشد، محیط مثلث BMG کدام است؟

۱) $۲(۱+\sqrt{۶})$ ۲) $۲+\sqrt{۶}$ ۳) $۴+\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۴) ۶

۶۰- در مثلث ABC شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

یک روز، یک درس: روزهای شنبه، دوشنبه و چهارشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس ریاضیات اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصهٔ درس‌ها نمونه سؤالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس ریاضیات را از از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحهٔ مقطع خود دریافت کنید.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۲ (از ۲)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	

https://konkur.info

آزمون «۱۹ آبان ۱۴۰۲»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳		۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	فیزیک ۱	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
	فیزیک ۲		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳		۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
	شیمی ۲		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل		۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۰'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	مهران اسماعیلی- عبدالرضا امینی‌نسب- امیرحسین برادران- علی بزرگر- علیرضا جباری- مثیم دشتیان- دانیال راستی سیدمحمدرضا روحانی- مریم شیخ‌ممو- شیلا شیرزادی- پوریا علاقه‌مند- مصطفی کیانی- محمود منصوری- امیراحمد میرسعید سیده‌ملیحه میرصالحی- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	علی افخمی‌نیا- امیرعلی آقاسی‌زاده- محمدرضا پورجاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی‌مجد- حمید ذبحی- روزبه رضوانی علی رفیعی- امیرمحمد سعیدی- رضا سلیمانی- هانی سوری- نازنین صدیقی- امیرحسین طیبی- محمد عظیمیان‌زواره روح‌اله علیزاده- حسن عیسی‌زاده- کارو محمدی- رضا مسکن- نورا نوروزی- سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	کیارش صانعی حسین بصیرترکمبور	ماهان زواری احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	امیرحسین برادران	ایمان حسین‌نژاد
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸ | وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۶۱- معادلهٔ سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = ۲t - ۴$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان متحرک در لحظهٔ t مطابق کدام گزینه است؟

۱) $(۲t^۲ - ۴t)\vec{i}$ ۲) $(۴t - ۲t^۲)\vec{i}$

۳) $(۴t - t^۲)\vec{i}$ ۴) $(t^۲ - ۴t)\vec{i}$

۶۲- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد متحرکی که بر روی خط راست در حال حرکت است، درست می‌باشد؟

۱) اگر تندی متحرک افزایش یابد، الزاماً بزرگی شتاب آن نیز افزایش خواهد یافت.

۲) اگر شتاب متحرک مثبت باشد، الزاماً نوع حرکت متحرک تندشونده است.

۳) اگر سرعت متحرک منفی باشد، الزاماً نوع حرکت متحرک کندشونده است.

۴) اگر متحرک از حال سکون حرکت کند، جهت حرکت به علامت شتاب بستگی دارد.

۶۳- معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۴t + ۶$ است. این متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت خود چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

۱) ۱۶ ۲) ۸

۳) ۶ ۴) ۱۲

۶۴- متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی ۴s تا ۱۲s برابر $۱۰\frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در همین بازهٔ زمانی $(+۸\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی ۵s تا ۸s چند متر است؟

۱) ۲ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۵- اتومبیلی با سرعت ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ در حرکت است. راننده مانعی را در مقابل خود می‌بیند. اگر زمان واکنش راننده برای ترمز گرفتن، ۱ ثانیه و بزرگی شتاب ترمز اتومبیل $۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، حداقل فاصلهٔ اتومبیل با مانع در لحظهٔ دیدن آن توسط راننده چند متر باشد تا اتومبیل به مانع برخورد نکند؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰

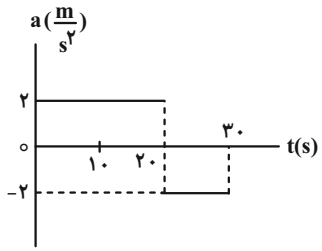
۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۶۶- متحرکی با شتاب ثابت و با سرعت $۵\frac{m}{s}$ در مبدأ زمان از مکان $x=-۲m$ عبور می‌کند و در لحظهٔ $t=۵s$ به مکان $x=۱۸۸m$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۸۱ ۲) ۷۶

۳) ۷۱ ۴) ۶۶

۶۷- نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر در لحظهٔ $t=۲۴s$، سرعت متحرک $\vec{v}=۱۲\frac{m}{s}\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۱۰s$ تا $t_۲=۳۰s$ کدام است؟



۱) $۶۵\frac{m}{s}\vec{i}$

۲) $۱۰\frac{m}{s}\vec{i}$

۳) $-۱۰\frac{m}{s}\vec{i}$

۴) $-۶۵\frac{m}{s}\vec{i}$

۶۸- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-t^۲+۴t+۵$ است. تندی متوسط متحرک، از لحظه‌ای که جهت بردار مکان آن عوض می‌شود تا ۵ ثانیه پس از آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸

۳) ۱۱ ۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

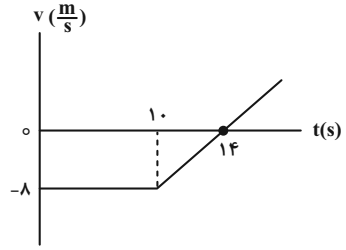
https://konkur.info

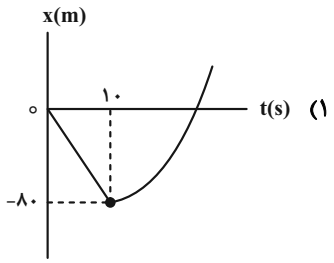
۶۹- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در T ثانیهٔ اول حرکت، $\frac{۱}{۵}$ برابر بزرگی جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = T$ تا $t_۲ = ۳T$ باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t_۳ = ۵T$ چند برابر تندی متحرک در مبدأ زمان است؟ (جهت حرکت متحرک ثابت است.)

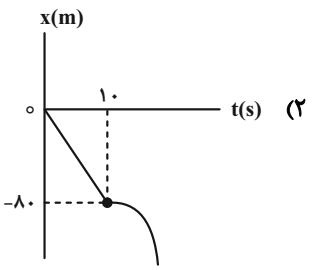
۱) $\frac{۱۳}{۲}$ ۲) ۶

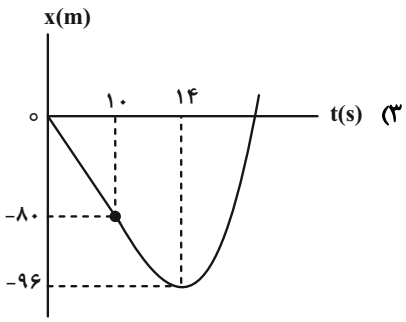
۳) ۱۱ ۴) ۵

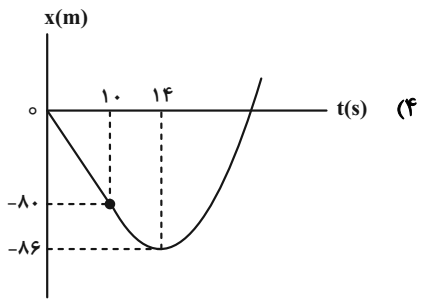
۷۰- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. این متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ مکان می‌گذرد. کدام گزینه نمودار مکان- زمان آن را به درستی نشان می‌دهد؟



۱)


۲)


۳)


۴)


محل انجام محاسبات

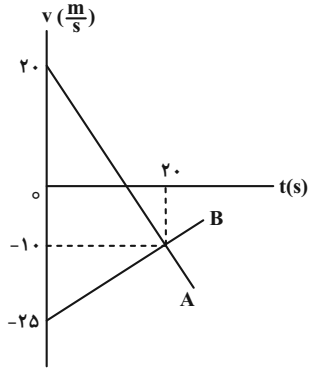
https://konkur.info

۷۱- در یک مسیر مستقیم، کامیونی ۱۷۵ متر جلوتر از یک خودروی پلیس قرار دارد. اگر کامیون ۱۰s زودتر از خودروی پلیس با شتاب $۰/۵\frac{m}{s^۲}$ و از حال سکون شروع به حرکت کند خودروی پلیس با چه شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه در همان جهت و از حال سکون به حرکت درآید تا ۲۰s پس از شروع حرکت خود به کامیون برسد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵

۳) ۲ ۴) ۳

۷۲- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی محور x ها حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت می‌کند، جابه‌جایی متحرک B چند متر است؟



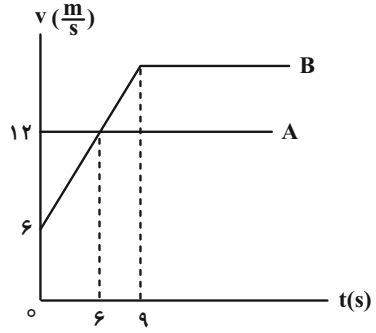
۱) $\frac{۸۰۰}{۳}$

۲) $-\frac{۸۰۰}{۳}$

۳) $\frac{۴۰۰}{۳}$

۴) $-\frac{۴۰۰}{۳}$

۷۳- دو متحرک A و B هم‌زمان و در جهت محور x از مبدأ مکان می‌گذرند. اگر نمودار سرعت- زمان آن‌ها به صورت زیر باشد، چند ثانیه پس از مبدأ زمان، این دو متحرک به هم می‌رسند؟



۱) ۹/۹

۲) ۱۰/۵

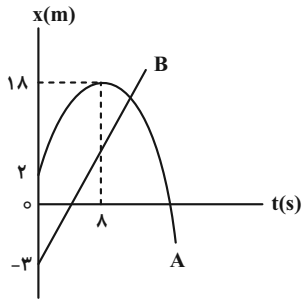
۳) ۱۲/۹

۴) ۱۳/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۴- نمودار مکان- زمان حرکت دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک در مکان $x = ۱۷m$ از کنار هم عبور کنند، تندی متحرک B چند متر بر ثانیه است؟ (متحرک A با شتاب ثابت حرکت می‌کند.)



۱) ۲

۲) ۲/۱

۳) ۲/۲

۴) ۲/۴

۷۵- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۱۰t + ۱۲$ می‌باشد. مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟

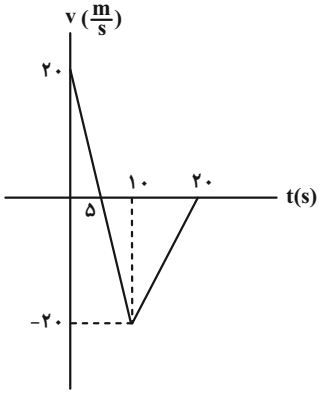
۱) صفر

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۴

۷۶- با توجه به نمودار مقابل چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف) متحرک در طول مسیر یکبار در لحظهٔ $t = ۱۰s$ تغییر جهت داده است.

ب) متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است.

پ) نوع حرکت متحرک در بازهٔ زمانی (۱۰s تا ۱۵s) تندشونده است.

ت) نوع حرکت متحرک در بازهٔ زمانی (۵s تا ۱۰s) کندشونده است.

ث) شتاب متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت خلاف جهت محور x است.

ج) شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ اول با شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ دوم برابر است.

چ) اندازهٔ شتاب در لحظهٔ $t_۱ = ۸s$، ۲ برابر اندازهٔ شتاب در لحظهٔ $t_۲ = ۱۲s$ است.

۱) ۲

۲) ۳

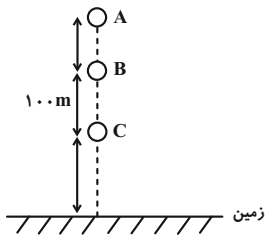
۳) ۴

۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از نقطهٔ A رها می‌شود و ۴ ثانیه طول می‌کشد تا فاصلهٔ بین دو نقطهٔ B و C را طی کند. اگر گلوله ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، از ارتفاع ۱۲۰ متری عبور کند، فاصلهٔ نقطهٔ C تا سطح زمین چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵۰

۲) ۱۵۰

۳) ۱۲۰

۴) ۹۰

۷۸- جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. سرعت این جسم در ارتفاع $\frac{۸}{۹}h$ چند برابر سرعت آن در ارتفاع $\frac{۳}{۴}h$ است؟ (شرایط را خلا درنظر بگیرید.)

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۹}$

۳) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$

۴) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

۷۹- جسمی از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. چند ثانیه بعد جسم دیگری را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها کنیم تا هر دو جسم، همزمان به زمین برسند؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

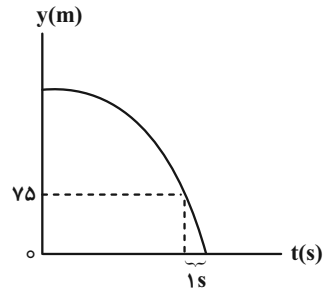
۱) ۸

۲) ۶

۳) ۴

۴) ۲

۸۰- نمودار مکان- زمان گلولهٔ A که در مبدأ زمان از ارتفاع h و در شرایط خلاء رها می‌شود، مطابق شکل زیر است. ۳ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B از نقطه‌ای که ۱۹۵ متر پایین‌تر از مکان رها شدن گلولهٔ A است، رها می‌شود. در مدت زمانی که هر دو گلوله در حال سقوط هستند، فاصلهٔ دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (سطح زمین را مبدأ مکان در نظر بگیرید و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.

۳) پیوسته افزایش می‌یابد.

۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.

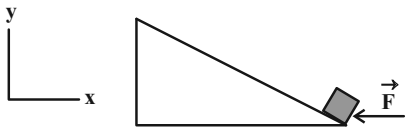
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- جعبه‌ای به جرم $۴kg$ را روی سطح شیبداری توسط نیرویی جابه‌جا می‌کنیم. اگر بردار نیرو برابر $\vec{F}=(-۱۲\vec{i})N$ و بردار جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار برابر با $\vec{d}=(-۴\vec{i}+۳\vec{j})(m)$ باشند، کاری که نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی روی جسم انجام می‌دهد چند ژول است؟



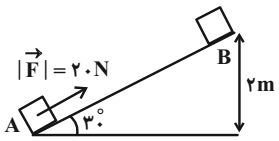
۱) ۶۰

۲) -۶۰

۳) ۴۸

۴) -۴۸

۸۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۱kg$ از نقطهٔ A تا B توسط نیروی $\vec{F}$ جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم $۵N$ باشد، کار کل انجام شده در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۴۰

۲) ۲۰

۳) ۸۰

۴) ۶۰

۸۳- جسمی به جرم $۸kg$ مماس بر یک سطح افقی با تندی اولیهٔ $v_۰$ پرتاب می‌شود. اگر پس از طی یک جابه‌جایی معین، تندی جسم ۲۰ درصد کاهش یابد و کار کل انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی $-۰/۳۶kJ$ باشد، تندی اولیهٔ جسم $(v_۰)$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۱۰\sqrt{۵}$

۲) $۵\sqrt{۱۰}$

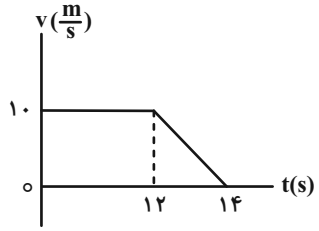
۳) $۱۰\sqrt{۱۰}$

۴) $۵\sqrt{۵}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی به جرم $۴kg$، مطابق شکل مقابل است. کل کار انجام شده روی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۱۴s$ چند ژول است؟



۱) ۱۰۰

۲) -۱۰۰

۳) ۲۰۰

۴) -۲۰۰

۸۵- متحرکی تحت تأثیر دو نیروی ثابت هم‌راستای افقی $F_۱$ و $F_۲$ روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال حرکت است. متحرک در لحظات t_A ، t_B و t_C به ترتیب از مکان‌های $x_A = ۱۰m$، $x_B = -۲۶m$ و $x_C = ۷۰m$ عبور می‌کند. اگر انرژی جنبشی جسم از نقطه A تا نقطهٔ B ، ۴۲ ژول تغییر کند، کار برایند نیروهای وارد بر جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ C چند ژول است؟ $(t_C > t_B > t_A)$

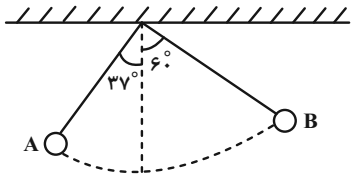
۱) ۱۱۲

۲) ۷۰

۳) -۱۱۲

۴) -۷۰

۸۶- گلولهٔ آونگی به جرم ۹۰۰ گرم داریم که از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. اگر طول نخ آونگ ۸ متر باشد در این مسیر کار نیروی وزن چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲} \ ، \ \sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



۱) ۴۰

۲) ۲۱/۶

۳) -۲۱/۶

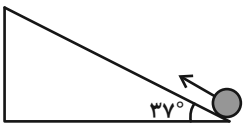
۴) -۴۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۷- مطابق شکل جسمی به جرم $2kg$ را با تندی $30\frac{m}{s}$ به سمت بالای سطح شیبدار پرتاب می‌کنیم. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیبدار $6N$ باشد، هنگام بازگشت به محل پرتاب، تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟

$(g = 10\frac{N}{kg}$ و $\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) $8\sqrt{3}$
۲) $10\sqrt{3}$
۳) ۱۵
۴) ۳۰

۸۸- توان خروجی یک ژنراتور را به یک موتور الکتریکی می‌دهیم. در صورتی که توان اتلافی ژنراتور برابر با توان خروجی موتور باشد، چه کسری از توان ورودی ژنراتور به توان خروجی موتور تبدیل می‌شود؟ (نسبت بازده موتور به بازده ژنراتور، $\frac{4}{9}$ است.)

۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{5}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{4}$

۸۹- توان مصرفی پمپ آبی $9kW$ است. این پمپ در هر ثانیه ۱۲ لیتر آب را از ته چاهی به عمق ۳۰ متر بالا می‌کشد. اگر بازده این پمپ ۸۰ درصد باشد، تندی خروج آب از دهانهٔ لوله چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}$ و $\rho_{آب} = 1000\frac{kg}{m^3})$

۱) ۳۰
۲) $10\sqrt{3}$
۳) $10\sqrt{6}$
۴) ۲۰

۹۰- دو گلوله به جرم‌های m_A و m_B، $(m_B = 2m_A)$ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، انرژی جنبشی گلولهٔ B در لحظهٔ رسیدن به سطح زمین، چند برابر انرژی جنبشی گلولهٔ A در ارتفاع $\frac{h}{3}$ از سطح زمین است؟

۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶

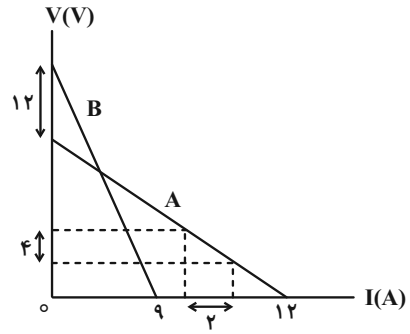
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

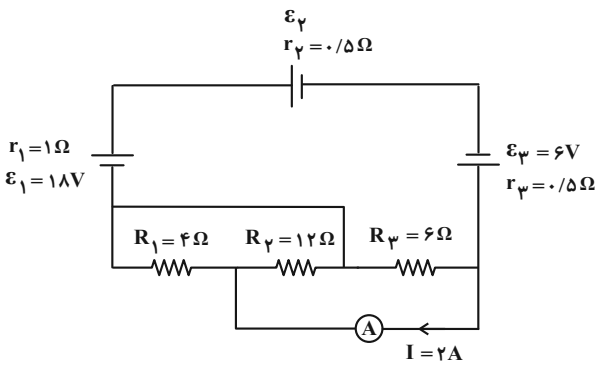
توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های مجزای A و B برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر دو سر مولد A را به مقاومت خارجی $R_A = ۱۰\Omega$ و دو سر مولد B را به مقاومت خارجی $R_B = ۸\Omega$ متصل کنیم، اختلاف توان خروجی دو مولد چند وات می‌شود؟



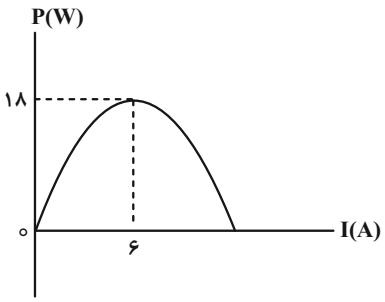
۱) ۴
۲) ۲۸
۳) ۳۲
۴) ۶۰

۹۲- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی جریان ۲A را نشان می‌دهد. نیروی محرکهٔ مولد $\varepsilon_۲$ چند ولت است؟



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

۹۳- نمودار تغییرات توان خروجی یک مولد برحسب جریان گذرنده از آن مطابق شکل زیر است. توان خروجی مولد، هرگاه ولتاژ دو سر آن ۱/۵ ولت باشد، چند وات است؟

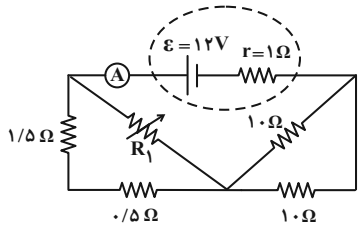


۱) ۱۰/۵
۲) ۱۳/۵
۳) ۲۱
۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۴- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت R_1 را از صفر تا بی‌نهایت افزایش دهیم، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد چند آمپر تغییر می‌کند؟



۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۱/۵

۴) ۲

۹۵- لامپ یک اتاق به‌طور متوسط در هر شبانه‌روز ۶ ساعت روشن است. اگر مشخصات اسمی لامپ ۲۲۰V و ۲۰۰W باشد و آن را به اختلاف پتانسیل ۱۱۰V وصل کنیم، با فرض قیمت برق مصرفی ۷۰۰ ریال برای هر کیلووات ساعت، هزینهٔ برق مصرفی این لامپ برای مدت دو ماه چند ریال خواهد شد؟ (هر ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید.)

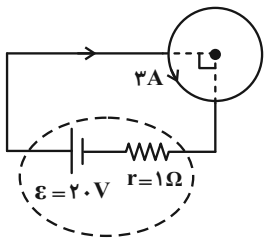
۱) ۲۵۲۰۰

۲) ۵۰۴۰۰

۳) ۲۰۱۶۰۰

۴) ۱۲۶۰۰

۹۶- حلقه‌ای مسی مطابق شکل، قسمتی از یک مدار الکتریکی می‌باشد. توان تولیدی مولد چند وات است؟ (شعاع مقطع سیم ثابت است.)



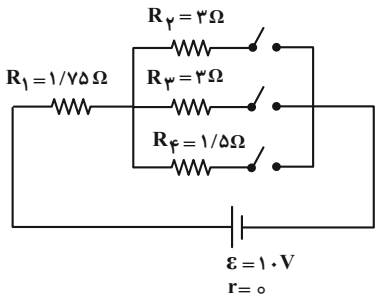
۱) ۸

۲) ۸۰

۳) ۷۲

۴) ۷/۲

۹۷- در مدار شکل زیر با باز و بسته کردن کلیدها، توان مصرفی کل مدار تغییر می‌کند. بیشترین توان مصرفی کل مدار چند وات است؟



۱) ۲۱/۱

۲) ۴

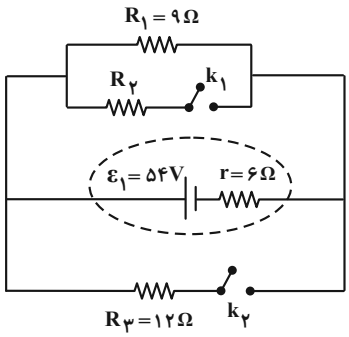
۳) ۲/۱۱

۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۸- در مدار شکل زیر، هر دو کلید در ابتدا باز هستند. اگر هر دو کلید را ببندیم، توان مفید باتری تغییر نمی‌کند. اگر کلید k_1 بسته و کلید k_2 باز باشد، توان مصرفی در مقاومت R_2 چند وات خواهد بود؟



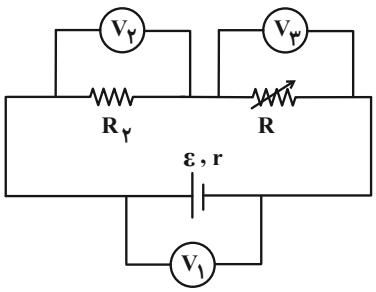
۱) ۲۷

۲) ۱۶۲

۳) ۲۰/۲۵

۴) ۴۰/۵

۹۹- در شکل زیر اگر مقاومت رئوستا افزایش یابد، اعدادی که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1، V_2 و V_3 نشان می‌دهند چه تغییری می‌کند؟



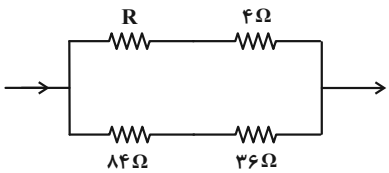
۱) افزایش- کاهش- کاهش

۲) افزایش- افزایش- افزایش

۳) افزایش- کاهش- افزایش

۴) کاهش- افزایش- کاهش

۱۰۰- شکل زیر قسمتی از یک مدار است. اگر توان مصرفی مقاومت ۳۶Ω برابر با توان مصرفی مقاومت ۴Ω باشد، مقاومت R چند اهم است؟



۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۳۶

۴) ۷۲

یک روز، یک درس: روز یکشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس فیزیک اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصهٔ درس‌ها نمونه سؤالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس فیزیک را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحهٔ مقطع خود دریافت کنید.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۰۱- مقداری واکنش‌دهندهٔ A را به ظرف محتوی سه لیتر آب وارد می‌کنیم تا تعادل $A(aq) \rightleftharpoons 2B(aq)$ برقرار شود. چند مورد از عبارت‌های زیر در رابطه با این تعادل درست است؟

* از لحظهٔ آغاز تا زمان برقراری تعادل، سرعت واکنش رفت کاهش می‌یابد.
* در هنگام تعادل، سرعت تولید A با سرعت تولید B برابر است.
* از ابتدا تا هنگام تعادل، شمار گونه‌های محلول در آب افزایش می‌یابد.
* در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۲- محلول ۰/۱۰ مولار اسید HCN را در اختیار داریم. اگر بر روی آن مقداری سدیم هیدروکسید اضافه کنیم، چند مورد از اتفاقات زیر انتظار می‌رود، روی دهد؟ $(\theta = 25^\circ C)$ (دما در طول واکنش ثابت است.)

آ) کاهش مقدار ثابت یونش اسید HCN (K_a)

ب) افزایش غلظت یون سیانید CN^-

پ) کاهش درصد یونش اسید HCN

ت) کاهش غلظت یون CN^- و افزایش غلظت HCN

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۳- محلولی از استیک اسید با ثابت یونش 5×10^{-5} و غلظت ۳۶۰ppm موجود است. اگر چگالی این محلول $1/2 g.mL^{-1}$ باشد در ۲۰۰ میلی‌لیتر از آن چند مول یون هیدرونیوم وجود دارد و pH محلول کدام است؟ $(C=12 , O=16 , H=1 : g.mol^{-1})$ $(\log 3 \simeq 0/5 \ , \ \log 2 \simeq 0/3)$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) 6×10^{-4} ، ۳/۲ ۲) 6×10^{-4} ، ۳/۹

۳) $1/2\times10^{-4}$ ، ۳/۹ ۴) $1/2\times10^{-4}$ ، ۳/۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۴- تیغه‌ای از فلز Zn را در ۵ لیتر محلول HCl با pH = ۰/۷ قرار می‌دهیم. بعد از مدت زمانی pH محلول دو برابر می‌شود. در این لحظه غلظت مولی کاتیون Zn^{2+} حاصل چند برابر غلظت مولی یون کلرید است؟ $(\log 2 \simeq 0/3)$

$$Zn(s) + 2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$$

۱) ۴ ۲) ۰/۴

۳) ۸ ۴) ۰/۸

۱۰۵- در صورتی که سرعت مصرف فلز منیزیم در واکنش زیر، 5×10^{-5} مول بر ثانیه باشد، به تقریب چند دقیقه طول می‌کشد تا اسید موجود در ۵۰۰mL محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۱/۲ مصرف شود؟ $(\log 3 \simeq 0/5 \ , \ \log 2 \simeq 0/3)$ (سرعت واکنش ثابت است.)

$$2HCl(aq) + Mg(s) \rightarrow MgCl_2(aq) + H_2(g)$$

۱) ۱ ۲) ۲/۵

۳) ۵ ۴) ۱۰

۱۰۶- در دمای ۲۵°C، اختلاف pH محلول 4×10^{-3} مولار منیزیم هیدروکسید و محلولی از اسید HA ۰/۰۲ مولار با درصد یونش ۱/۵٪ تقریباً کدام است؟ $(\log 3 \simeq 0/5 \ , \ \log 2 \simeq 0/3)$

۱) ۶/۴ ۲) ۸/۴

۳) ۹ ۴) ۹/۶

۱۰۷- چند مورد به درستی بیان شده است؟ $(\log 3 \simeq 0/5 \ , \ \log 2 \simeq 0/3)$

* همه بازهای شناخته شده، موادی خورنده به شمار می‌آیند.
* اگر pH دو محلول باز تک ظرفیتی برابر ۱۰/۷ و ۱۳/۴ باشد، غلظت OH^- در باز قوی‌تر ۵۰۰ برابر دیگری است.
* KOH و NaOH بازهای بسیار قوی هستند؛ بنابراین pH محلول‌های آن‌ها در دمای $25^\circ C$، ۱۴ است.
* در شرایط یکسان، هر چه غلظت OH^- محلول یک باز معین بیشتر شود، K_b آن باز بزرگ‌تر می‌شود.

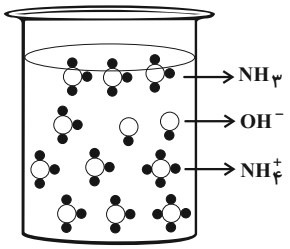
۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۸- با توجه به شکل زیر که لحظهٔ تعادل را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟ (هر ذره را معادل ۲×۱۰^{-۴} مول، حجم محلول را ۸۰۰ میلی‌لیتر و دمای آزمایش را $۲۵^{\circ}C$ در نظر بگیرید.) $(\log ۵ \simeq ۰/۷)$



الف) یک محلول باز ضعیف با $pH = ۱۰/۷$ می‌باشد.

ب) درصد یونش این محلول ۲۵٪ است.

پ) از این محلول می‌توان به عنوان لوله بازکن استفاده کرد.

ت) ثابت یونش بازی (K_b) این باز برابر با $۱/۲۵\times۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$ است.

۱) الف و ت ۲) پ و ت

۳) الف و ب ۴) فقط الف

۱۰۹- محلول دو مولار HA را به محلول اسید HCl که شامل ۰/۱ مول یون هیدرونیوم است اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول نهایی برابر ۰/۳ شود درصد یونش اسید HA در ظرف مخلوط چند است و محلول حاصل با چند گرم NaOH به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ (حجم هر کدام از محلول‌های اولیه یک لیتر است و از تغییر حجم محلول‌ها پس از اضافه کردن چشم‌پوشی کنید.)

$(\log ۵ \simeq ۰/۷$؛ گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) $(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۴۵ – ۴۰ ۲) ۴۵ – ۸۴

۳) ۵۰ – ۴۰ ۴) ۵۰ – ۸۴

۱۱۰- چند مورد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

آ) از واکنش یک مول لیتیم اکسید با مقدار کافی آب دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود.

ب) در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر هیدروکلریک اسید تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود $۰/۰۳\ mol.L^{-۱}$ است.

پ) از جمله کاربردهای بازها در زندگی روزانه می‌توان به شیشه‌پاک‌کن و لوله بازکن اشاره کرد.

ت) اگر در ۱۰۰ میلی‌لیتر از یک محلول، ۰/۰۲ مول نیتریک اسید موجود باشد، pH این محلول برابر ۱/۷ است.

ث) یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش‌های شیمیایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۱: ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

* تغییرات فشار هوا برحسب اتمسفر نسبت به ارتفاع برحسب کیلومتر را می‌توان با معادلهٔ $P = -0/18h + 0/1$ نشان داد.
* در همهٔ لایه‌های هواکره، درصد حجمی گاز نیتروژن به تقریب برابر ۷۸ درصد است.
* در لایه‌های اول و سوم هواکره، روند تغییرات دما مشابه هم است.
* در ارتفاعات بسیار بالای هواکره، فقط گونه‌های مثبت و منفی مشاهده می‌شود.
* حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

* با عبور هوای مایع از ستون تقطیر به ترتیب گازهای N_2، Ar و O_2 خارج می‌شوند.
* ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیم تشکیل می‌دهد.
* برای نوشتن نام N_2O و NO_2 از یک پیشوند استفاده می‌شود.
* برخی از فلزها در طبیعت دارای بیش از یک نوع اکسید هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر می‌تواند جملهٔ زیر را به درستی تکمیل کند؟

«نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون در ..... با نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در ..... برابر است.»

الف) آهن (III) اکسید- لیتیم سولفید
ب) مس (I) اکسید- منیزیم برمید
پ) باریم سولفید- مس (I) کلرید
ت) کروم (III) فلوئورید- سدیم نیترید

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۴- تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول‌های ..... و ..... با یکدیگر برابر بوده و تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول‌های ..... و ..... با هم برابر می‌باشند. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) $HCN - POCl_3 - NO - SO_3$ ۲) $HCN - NO_2 - POCl_3 - SO_2$

۳) $NO_2 - SO_2 - HCN - POCl_3$ ۴) $SO_2 - POCl_3 - HCN - NO_2$

۱۱۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟ $(N = 14 , O = 16 g.mol^{-1})$

* نسبت جرمی اکسیژن به نیتروژن در هر دو اکسید نیتروژن دی‌اکسید و دی‌نیتروژن تترا اکسید برابر است.
* کروم با یکی از کاتیون‌های خود ترکیب $CrCl_3$ را تشکیل می‌دهد که فرمول اکسید دارای این کاتیون، ترکیب CrO_3 است.
* نام دو ترکیب PCl_3 و N_2O_3 به ترتیب فسفر تری‌کلرید و نیتروژن تری‌اکسید است.
* نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به اتم‌های نیتروژن در نیتروژن دی‌اکسید چهار برابر این نسبت در دی‌نیتروژن مونوکسید است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۶- چند مورد از موارد داده شده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«نسبت تعداد الکترون‌های ناپیوندی ..... به جفت الکترون‌های پیوندی ..... برابر با ..... است.»

الف) $1 - C_2N_2 - HNO_3$ ب) $\frac{11}{2} - N_2O - HClO_4$

پ) $\frac{5}{6} - COCl_2 - NO_2Cl$ ت) $6 - POCl_3 - SO_2Cl_2$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که این عنصر در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

۲) گاز کربن مونوکسید باعث مسمومیت، فلج شدن سامانهٔ عصبی و مرگ می‌شود.

۳) کوهنوردان هنگام صعود به قله‌های بلند به دلیل کاهش فشار هوا و کمبود اکسیژن در ارتفاعات از کپسول اکسیژن استفاده می‌کنند.

۴) میل ترکیبی هموگلوبین با کربن مونوکسید بسیار زیاد است و بیش از ۲۰۰۰ برابر اکسیژن است.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۸- نسبت مجموع ضرایب مولی مواد واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها در کدام واکنش بیشتر است؟

۱) $C_5H_8O_2 + NaH + HCl \rightarrow C_5H_{12}O_2 + NaCl$

۲) $K_2Cr_2O_7 + FeCl_2 + HCl \rightarrow CrCl_3 + FeCl_3 + KCl + H_2O$

۳) $KMnO_4 + H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + MnSO_4 + H_2O + O_2$

۴) $Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$

۱۱۹- با توجه به واکنش‌های موازنه نشدهٔ زیر، کدام گزینه صحیح است؟

I) $KNO_2 + KNO_3 + Cr_2O_3 \rightarrow NO + K_2CrO_4$

II) $KMnO_4 + PCl_3 + HCl \rightarrow KCl + MnCl_2 + PCl_5 + H_2O$

III) $As_2S_3 + HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3AsO_4 + H_2SO_4 + NO$

IV) $K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 + KCl \rightarrow CrO_2Cl_2 + K_2SO_4 + H_2O$

۱) نسبت مجموع ضرایب مواد واکنش‌دهنده به مجموع ضرایب مواد فراورده، در واکنش (III) از (IV) بیشتر است.

۲) مجموع ضرایب مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (II)، از واکنش (I) بیشتر است.

۳) مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش (II)، از مجموع ضرایب فراورده‌های واکنش (III)، کمتر است.

۴) مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های واجد پتاسیم، در واکنش (I) و (IV) برابر است.

۱۲۰- کدام گزینه درست است؟

۱) کربن مونوکسید از کربن دی‌اکسید ناپایدارتر است و شمار الکترون‌های اشتراکی و ناپیوندی آن مانند مولکول نیتروژن نیست.

۲) در واکنش $C_3H_5N_3O_9 \rightarrow CO_2 + H_2O + N_2 + O_2$ مجموع ضرایب فراورده‌های ۳ اتمی بیشتر از ۳ برابر فراورده‌های دو اتمی است.

۳) برای کاهش میزان اسیدی بودن، به آب دریاچه‌ها آهک اضافه می‌کنند، اما این کار باعث از بین رفتن مرجان‌ها می‌شود.

۴) نسبت شمار کاتیون به آنیون در آهن (III) اکسید مانند نسبت شمار جفت الکترون‌های اشتراکی به ناپیوندی در SO_2 است.

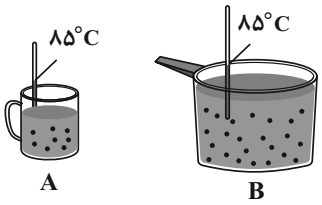
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۴۹ تا ۷۵ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

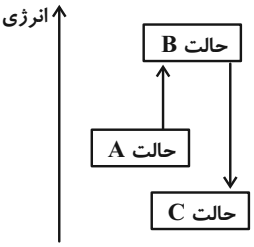
۱۲۱- با توجه به شکل‌های داده شده چند عبارت صحیح است؟ (هر دو ظرف حاوی آب است.)



* میانگین تندی حرکت مولکول‌های آب در دو ظرف A و B یکسان است.
* انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.
* ظرفیت گرمایی آب در ظرف‌های A و B یکسان است.
* در صورت مخلوط کردن آب دو ظرف در یک ظرف بزرگ‌تر، دمای آب همان $85^\circ C$ باقی می‌ماند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۲- با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



* اگر فرایند گذار از B به C با تغییرات همزمان دما و محتوای انرژی شیمیایی همراه باشد، حالت C، پایداری بیشتری نسبت به حالت B دارد.
* شکل می‌تواند مربوط به فرایند خوردن بستنی (از A تا C) باشد.
* در صورتی که هر دو فرایند $A \rightarrow B$ و $B \rightarrow C$ صرفاً با تغییرات دما همراه باشد، علامت $\Delta\theta$ سامانه در فرایند $C \rightarrow A$ مثبت است.
* اگر حالت A آنتالپی نیتروژن و گاز هیدروژن را نشان دهد، B و C می‌تواند به ترتیب آنتالپی هیدرازین و آمونیاک را نشان می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۳- مخلوطی از H_2O_2 و H_2 در ظرفی وجود دارد. اگر تمام O_2 تولید شده در واکنش تجزیهٔ H_2O_2 در واکنش سوختن H_2 مصرف شود و مجموع گرمای آزاد شده از واکنش‌ها برابر ۴۶۰/۸ کیلوژول باشد، در مجموع چند گرم آب تولید شده است؟

$(H = 1 , O = 16 : g.mol^{-1})$

$$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2 \qquad \Delta H = -196\,kJ$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O \qquad \Delta H = -286\,kJ$$

۱) ۴۳/۲ ۲) ۵۳/۷
۳) ۴۵ ۴) ۶۷/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

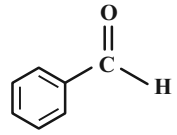
۱۲۴- با گرمای حاصل از تجزیهٔ چند گرم هیدرازین (N_2H_4) طبق واکنش زیر می‌توان دمای ۱۸۸ گرم یک محلول آبی را به اندازهٔ $25^\circ C$ افزایش داد؟ $(H=1\ ,\ N=14\ ,\ O=16 : g.mol^{-1}\ ,\ c_{محلول}=4/0\frac{J}{g.^\circ C})$

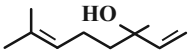
$$H_2N-NH_2(g)\rightarrow N\equiv N(g)+2H_2(g)$$

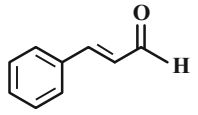
پیوند	N – N	N – H	H – H	N ≡ N
میانگین آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۱۵۹	۳۹۱	۴۳۶	۹۴۵

۱) ۳/۲ ۲) ۴/۳ ۳) ۶/۴ ۴) ۹/۶

۱۲۵- با توجه به ساختارهای روبه‌رو کدام گزینه نادرست است؟

I) 

II) 

III) 

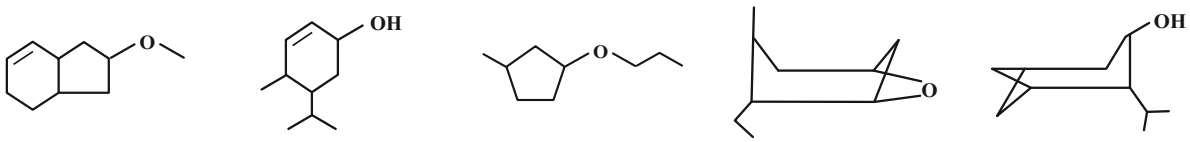
۱) فرمول مولکولی ساختار (II) به صورت $C_{10}H_{18}O$ است.

۲) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار ترکیب (III) با این شمار در ساختار با نفتالن برابر است.

۳) ترکیب‌های (I) و (III) به ترتیب در بادام و دارچین یافت می‌شوند.

۴) ترکیب (II) در رازیانه یافت شده و دارای گروه عاملی الکلی است.

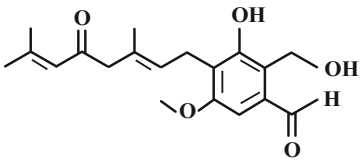
۱۲۶- چه تعداد از ترکیب‌های زیر با یکدیگر همپار محسوب می‌شوند؟



(آ) (ب) (پ) (ت) (ث)

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۷- با توجه به ساختار داده شده، کدام موارد زیر درست هستند؟



آ) در ساختار خود دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.

ب) دارای ۲ گروه عاملی کتونی و دو گروه هیدروکسیل است.

پ) فرمول مولکولی آن $C_{19}H_{24}O_5$ است.

ت) همهٔ گروه‌های عاملی آن با گروه عاملی مولکول آلی موجود در دارچین یکسان است.

۱) آ و ب ۲) پ و ت ۳) آ و پ ۴) ب و ت

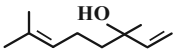
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۸- کدام مطلب نادرست است؟ $(H=1 , C=12 : g.mol^{-1})$

۱) اگر برای افزایش دمای $20g$ از یک فلز به اندازهٔ $25^{\circ}C$ مقدار ۶۴ ژول گرما لازم باشد، گرمای ویژه این فلز از $0/2 J.g^{-1}.{}^{\circ}C^{-1}$ کمتر است.

۲) ترکیب روبه‌رو دارای گروه عاملی الکلی است و می‌تواند رنگ قرمز برم مایع را از بین ببرد.



۳) اندازهٔ آنتالپی سوختن آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن آن‌ها افزایش می‌یابد.

۴) با توجه به واکنش $2C_2H_2(g)+5O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g)+2H_2O(l)+2600kJ$، ارزش سوختی اتین برابر $100 kJ.g^{-1}$ است.

۱۲۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر، مقدار ΔH واکنش $N_2H_4(l)+O_2(g) \rightarrow N_2(g)+2H_2O(l)$ برابر چند کیلوژول است و به ازای تشکیل ۳/۶ گرم H_2O در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید.)

$(O=16 , H=1 : g.mol^{-1})$

$2NH_3(g)+3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g)+3H_2O(l) \quad \Delta H=-1010kJ$

$2NH_3(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow N_2H_4(l)+H_2O(l) \quad \Delta H=-143kJ$

$N_2O(g)+3H_2(g) \rightarrow N_2H_4(l)+H_2O(l) \quad \Delta H=-317kJ$

$H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l) \quad \Delta H=-286kJ$

۱) (-۱۱۷/۵) ، ۱۱/۷۵

۲) (-۱۱۷/۵) ، ۲۳۵

۳) (-۶۲۲/۵) ، ۶۲/۲۵

۴) (-۶۲۲/۵) ، ۱۲۴/۵

۱۳۰- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر، در واکنش $A(g)+4D(g) \rightarrow 3B(g)+4E(g)$ ضمن ..... ۴۳/۶ کیلوژول گرما، ..... مول مادهٔ گازی تولید می‌شود. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

I) $3A(g)+2D(g) \rightarrow 4B(g)+C(g) \quad \Delta H=+542kJ$

II) $2B(g)+C(g) \rightarrow A(g)+3E(g) \quad \Delta H=-98kJ$

III) $3B(g)+C(g) \rightarrow 2D(g)+2E(g) \quad \Delta H=+891kJ$

۱) آزاد سازی، ۰/۵۶

۲) مصرف، ۰/۲۸

۳) مصرف، ۰/۵۶

۴) آزادسازی، ۰/۲۸

یک روز، یک درس: روز سه‌شنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس شیمی اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصهٔ درس‌ها نمونه سؤالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس شیمی را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحهٔ مقطع خود دریافت کنید.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی- امیرمحمد باقری‌نصرآبادی- مسعود برملا- عادل حسینی- فرشاد صدیقی‌فر- رضا طاری- پویان طهرانیان حمید علیزاده- کامیار علّییون- جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- جواد ترکمن- افشین خاصه‌خان- فرزانه خاکپاش- کیوان دارابی- سوگند روشنی محمد صحت‌کار- هومن عقیلی- مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	جواد ترکمن- افشین خاصه‌خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت‌کار
	فیزیک	مهران اسماعیلی- عبدالرضا امینی‌نسب- امیرحسین برادران- علی بزرگر- علیرضا جباری- مثیم دشتیان- دانیال راستی سیدمحمدرضا روحانی- مریم شیخ‌ممو- شیلا شیرزادی- پوریا علاقه‌مند- مصطفی کیانی- محمود منصوری امیراحمد میرسعیدسیده‌ملیحه میرصالحی- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی‌مقدم
	شیمی	علی افخمی‌نیا- امیرعلی آقاسی‌زاده- محمدرضا پورجاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی‌مجد- حمید ذبحی- روزبه رضوانی علی رفیعی- امیرمحمد سعیدی- رضا سلیمانی- هانی سوری- نازنین صدیقی- امیرحسین طیبی- محمد عظیمیان‌زواره روح‌اله علیزاده- حسن عیسی‌زاده- کارو محمدی- رضا مسکن- نورا نوروزی- سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	محمد صحت‌کار کیوان دارابی	محمد صحت‌کار کیوان دارابی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی‌زاده مهدی بحرکاظمی	مهبد خالتی	مهبد خالتی	کیارش صانعی حسین بصیر ترکمبور	ماهان زواری احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	ایمان حسین‌نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** (مسعود برملا)

اختلاف بین $\frac{۷}{۹}$ و $-\frac{۵}{۹}$ دو برابر دورهٔ تناوب تابع است.

$$\Rightarrow ۲T=\frac{۱۲}{۹}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow T=\frac{۲}{۳}$$

a برابر نصف دورهٔ تناوب و b دو برابر دورهٔ تناوب است:

$$\Rightarrow b-a=۲T-\frac{T}{۲}=\frac{۳T}{۲}=۱$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۲- **گزینهٔ «۱»** (خرشاد صدیقی‌فر)

در نقطهٔ B مقدار تابع برای بار دوم در xهای مثبت صفر می‌شود:

$$\cos(\pi x-\frac{\pi}{۳})=۰\Rightarrow \pi x-\frac{\pi}{۳}=\frac{۳\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow x_B=\frac{۱۱}{۶}: B(\frac{۱۱}{۶},۰)$$

و در نقطهٔ A تابع برای بار دوم در xهای مثبت کمترین مقدار می‌شود.

$$\cos(\pi x-\frac{\pi}{۳})=-۱\Rightarrow \pi x-\frac{\pi}{۳}=۳\pi$$

$$\Rightarrow x_A=\frac{۱۰}{۳}: A(\frac{۱۰}{۳},-۲)$$

پس فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B از یکدیگر برابر است با:

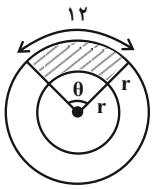
$$|AB|=\sqrt{(\frac{۱۱}{۶}-\frac{۱۰}{۳})^۲+(-۲-۰)^۲}=\sqrt{\frac{۹}{۴}+۴}=\frac{۵}{۲}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۳- **گزینهٔ «۲»** (جوانبخش نیکنام)

می‌دانیم مساحت قطاع یک دایره با زاویهٔ θ برحسب رادیان برابر است با:

$$S_\theta=\frac{۱}{۲}r^۲\theta$$



$$\text{مساحت قسمت هاشورخورده}=\frac{۱}{۲}(۲r)^۲\theta-\frac{۱}{۲}r^۲\theta=\frac{۳}{۲}r^۲\theta$$

از طرفی داریم: $۲r\theta=۱۲\Rightarrow r\theta=۶$

زیرا طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ θ در دایره به شعاع R برابر $R\theta$ است، پس داریم:

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}r\underbrace{(r\theta)}_{۶}=۵۴\Rightarrow r=۶\Rightarrow \theta=۱\text{ rad}=\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴- **گزینهٔ «۱»** (امیرمحمد باقری‌نصرآبادی)

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$۲\sin(\pi+\alpha)=-۲\sin\alpha$$
$$\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$$

پس عبارت صورت سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\cos\alpha+\cos\alpha}{-۲\sin\alpha+\sin\alpha}=۴\Rightarrow \frac{۲\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-۲\cot\alpha=۴$$
$$\Rightarrow \cot\alpha=-۲$$
$$\tan(\alpha-\frac{۳\pi}{۲})=-\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\cot\alpha=-(-۲)=۲$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۵- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

$$\frac{\cos(-\frac{۱۷۹\pi}{۶})+\sin(-\frac{۴۶\pi}{۳})}{\tan\frac{۵\pi}{۸}\cot\frac{۱۱\pi}{۸}}$$
$$=\frac{\cos(\frac{۱۷۹\pi}{۶})-\sin(\frac{۴۶\pi}{۳})}{\tan(\frac{۴\pi+\pi}{۸})\cot(\frac{۱۲\pi-\pi}{۸})}=\frac{\cos(\frac{۱۸۰\pi-\pi}{۶})-\sin(\frac{۴۵\pi+\pi}{۳})}{\tan(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸})\cot(\frac{۳\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸})}$$
$$=\frac{\cos(۳۰\pi-\frac{\pi}{۶})-\sin(۱۵\pi+\frac{\pi}{۳})}{-\cot(\frac{\pi}{۸})\tan(\frac{\pi}{۸})}$$
$$=\frac{\cos(۰-\frac{\pi}{۶})-\sin(\pi+\frac{\pi}{۳})}{-۱}=\frac{\cos(\frac{\pi}{۶})+\sin(\frac{\pi}{۳})}{-۱}$$
$$=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-۱}=-\sqrt{۳}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۶- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x+۴$ برابر $p(-۴)$ است، پس $p(-۴)=۲$. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)=x^۳p(۲x)-۴x$ بر $x+۲$ برابر $f(-۲)$ است. برای این کار $x=-۲$ را در عبارت $f(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$r=f(-۲)=-۸p(-۴)-۴(-۲)=-۸\times ۲+۸=-۸$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

https://konkur.info

۷- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

چون $P(x)$ بر $x-1$ بخش‌پذیر است، پس باقی‌ماندهٔ تقسیم آن صفر است:

$$P(1)=0 \Rightarrow 1^{10}+a+1=0 \Rightarrow a=-2$$

$$\Rightarrow P(x)=x^{10}-2x+1$$

پس رابطهٔ تقسیم به صورت زیر است:

$$x^{10}-2x+1=(x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x^{10}-1)-2(x-1)=(x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^9+x^8+x^7+\ldots+x+1)-2(x-1)=(x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow Q(x)=x^9+x^8+x^7+\ldots+x+1-2$$

$$=x^9+x^8+x^7+\ldots+x-1$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم $Q(x)$ بر $x-1$ برابر $Q(1)$ است که برابر است با:

$$Q(1)=1^9+1^8+\ldots+1-1=9-1=8$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

شیب خط d_1 برابر $\tan 45^\circ=1$ و شیب خط d_2 برابر $\tan 120^\circ=-\sqrt{3}$ است. بنابراین معادلهٔ این خط‌ها به صورت زیر است.

$$d_1: y-2=(x-4) \Rightarrow y=x-2$$

$$d_2: y-2=-\sqrt{3}(x-4) \Rightarrow y=-\sqrt{3}x+4\sqrt{3}+2$$

پس مختصات نقطه‌های A و C به صورت زیر است:

$$x_A=0 \xrightarrow{d_1} y_A=0-2=-2$$

$$y_C=0 \xrightarrow{d_2} 0=-\sqrt{3}x_C+4\sqrt{3}+2 \Rightarrow x_C=\frac{4\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$$

پس شیب خط d_3 که از A و C می‌گذرد، برابر است با:

$$m_{AC}=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\frac{-2-0}{0-\frac{4\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}}=\frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+2}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{3}(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)}=\frac{6-\sqrt{3}}{12-1}=\frac{6-\sqrt{3}}{11}$$

بنابراین $\tan\alpha=\frac{6-\sqrt{3}}{11}$ است.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

کمترین مقدار تابع برابر $-\frac{5}{2}$ است، پس طبق رابطهٔ صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی داریم:

$$-|a|-1=-\frac{5}{2} \Rightarrow |a|=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\pm\frac{3}{2}$$

پس ضابطهٔ تابع می‌تواند $f(x)=\frac{3}{2}\sin((x+b)\pi)-1$ یا $f(x)=-\frac{3}{2}\sin((x+b)\pi)-1$ باشد. در حالت $a=\frac{3}{2}$، به ازای $x=\frac{11}{6}$ ورودی عبارت سینوس به صورت $2k\pi+\frac{\pi}{2}$ می‌شود:

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6}+b\pi=2k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow b=2k-\frac{4}{3}$$

در این حالت مقادیر b به صورت $\ldots,\frac{8}{3},\frac{2}{3},-\frac{4}{3},-\frac{10}{3},\ldots$ مقادیر ab به صورت $\ldots,-5,-2,1,4,7,\ldots$ است. اگر $a=-\frac{3}{2}$ باشد، به ازای $x=\frac{11}{6}$ ورودی عبارت سینوس به صورت $2k\pi-\frac{\pi}{2}$ می‌شود:

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6}+b\pi=2k\pi-\frac{\pi}{2} \Rightarrow b=2k-\frac{7}{3}$$

در این حالت مقادیر b به صورت $\ldots,\frac{11}{3},\frac{5}{3},-\frac{1}{3},-\frac{7}{3},\ldots$ و مقادیر ab به صورت $\ldots,\frac{7}{2},\frac{1}{2},-\frac{5}{2},-\frac{11}{2},\ldots$ است.

در نتیجه کمترین مقدار مثبت ab برابر $\frac{1}{2}$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

توجه کنید که برای تعریف شدن $\log_{10}x$ لازم است که $x>0$ باشد و برای تعریف نشدن $\tan(\pi\log_{10}^{x})$ لازم است که $\pi\log_{10}x$ مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ شود.

$$\Rightarrow \pi\log_{10}x\neq k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow \log_{10}x\neq k+\frac{1}{2} \Rightarrow x\neq 10^{k+\frac{1}{2}}$$

$$x\neq 10^{2k+1} \Rightarrow D_f=(0,+\infty)-\{x\mid x=10^{2k+1},\ k\in\mathbb{Z}\}$$

برای پیدا کردن اعداد شش‌رقمی که در دامنهٔ f نیستند، باید نامعادلهٔ $10^5\leq 10^{2k+1}<10^6$ را حل کنیم.

$$5\leq 2k+1<6 \Rightarrow 4\leq 2k<5$$

$$2\leq k<\frac{5}{2} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=2$$

پس فقط یک عدد شش‌رقمی در دامنهٔ تابع f قرار ندارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

https://konkur.info

ریاضی پایه

۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(رضا طاری)*

$$A-B=(-۳\ ,\ ۲]-[-۲\ ,\ ۳)=(-۳\ ,\ -۲)$$

$$B-A=[-۲\ ,\ ۳)-(-۳\ ,\ ۲]=(۲\ ,\ ۳)$$

پس داریم:

$$(A-B)\cup(B-A)=(-۳\ ,\ -۲)\cup(۲\ ,\ ۳)$$

$$=(-۳\ ,\ ۳)-[-۲\ ,\ ۲]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا همهٔ اعداد را برحسب توان‌های ۲ می‌نویسیم:

$$\sqrt[۵]{۲\sqrt{۲}}=۲^{\frac{۱}{۵}}\times۲^{\frac{۱}{۱۰}}=۲^{\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۱۰}}=۲^{\frac{۳}{۱۰}}$$

$$\sqrt{۲\sqrt[۵]{۲}}=۲^{\frac{۱}{۲}}\times۲^{\frac{۱}{۱۰}}=۲^{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۱۰}}=۲^{\frac{۶}{۱۰}}$$

$$\sqrt[۱۰]{۲}=۲^{\frac{۱}{۱۰}}$$

پس در نهایت داریم:

$$A=۲^{\frac{۳}{۱۰}}\times۲^{\frac{۶}{۱۰}}\times۲^{\frac{۱}{۱۰}}=۲^{\frac{۳}{۱۰}+\frac{۶}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}}=۲^{۱}=۲$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(پویان طهرانیان)*

ابتدا دو عدد اولیه را به دست می‌آوریم:

$$a_۳=۶\times۳^{-۱}=۲\ \ ,\ \ a_۷=۶\times۳^{-۵}=\frac{۲}{۸۱}$$

پس دنبالهٔ حسابی مورد نظر به صورت زیر است:

$$a_۳\ ,\ b_۱\ ,\ b_۲\ ,\ b_۳\ ,\ a_۷$$

از آنجا که $a_۳+a_۷=b_۱+b_۳=۲b_۲$ داریم:

$$b_۱+b_۲+b_۳=\frac{۳}{۲}(a_۳+a_۷)$$

$$=\frac{۳}{۲}(۲+\frac{۲}{۸۱})=۳(۱+\frac{۱}{۸۱})=\frac{۸۲}{۲۷}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(حمید علیزاده)*

ابتدا از اتحادها کمک می‌گیریم و عبارت را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$A=\frac{(\sqrt[۳]{x^۲}-۱)(x\sqrt[۳]{x}+۱+\sqrt[۳]{x^۲})}{(x-۱)^۳}=\frac{(\sqrt[۳]{x^۲})^۳-۱}{(x-۱)^۳}$$

$$=\frac{x^۲-۱}{(x-۱)^۳}=\frac{(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)^۳}=\frac{(x+۱)}{(x-۱)^۲}\xrightarrow{x=\sqrt{۲}+۱}$$

$$A=(\frac{\sqrt{۲}+۱+۱)}{(\sqrt{۲}+۱-۱)^۲}=\frac{(\sqrt{۲}+۲)}{۲}=۰/۵(۲+\sqrt{۲})$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(جهانبخش نیکنام)*

ابتدا مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$a=\sqrt{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^۲}-\sqrt{(\sqrt{۳}-۱)^۲}=(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})-(\sqrt{۳}-۱)$$

$$=۱-\sqrt{۲}$$

پس a در بازهٔ $(۰\ ,\ -۱)$ قرار دارد و برای چنین اعداد رابطهٔ زیر برقرار است:

$$-۱<a<a^۳<a^۵<\ldots<۰<\ldots<a^۶<a^۴<a^۲<۱$$

پس داریم:

$$[a\ ,\ a^۴]-[a^۳\ ,\ a^۲]=[a\ ,\ a^۳)$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۴۸ تا ۵۳)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(کامیار علّیون)*

ابتدا A را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A=\frac{۲}{\sqrt{\sqrt{۱۸}-۳}.\sqrt[۴]{۳+۲\sqrt{۲}}}=\frac{۲}{\sqrt{۳(\sqrt{۲}-۱)}.\sqrt[۴]{(\sqrt{۲}+۱)^۲}}$$

$$\Rightarrow A=\frac{۲}{\sqrt{۳(\sqrt{(\sqrt{۲}-۱)(\sqrt{۲}+۱)})}}=\frac{۲}{\sqrt{۳}(\sqrt{۲}-۱)}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

در نهایت داریم:

$$B=\sqrt{۱-A^{-۱}}-\sqrt{۱+A^{-۱}}=\sqrt{۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}-\sqrt{۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\Rightarrow B^۲=(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})+(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲})-۲\sqrt{۱-\frac{۳}{۴}}=۲-۲(\frac{۱}{۲})=۱$$

که با توجه به منفی بودن مقدار B، $B=-۱$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

https://konkur.info

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(بهانبخش نیکنام)*

در دنبالهٔ a_n، سه جملهٔ متوالی داریم:

$$۲(۳a+۱)=۷+۱۵+b \Rightarrow ۶a+۲=۲۲+b$$

$$\Rightarrow ۶a-b=۲۰ \qquad (۱)$$

در دنبالهٔ b_n هم داریم:

$$b_۲+b_{۱۴}=۲b_۸ \Rightarrow ۱۵+a+۷=۲(۳b+۱)$$

$$\Rightarrow ۶b-a=۲۰ \qquad (۲)$$

از معادله‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که $a=b=۴$ است. پس دنبالهٔ a_n به صورت $a_n: ۷ , ۱۳ , ۱۹ , \dots$ است که قدرنسبت آن $d_a=۶$ است. جملات دوم، هشتم و چهاردهم دنبالهٔ b_n نیز به ترتیب ۱۹، ۱۳ و ۷ هستند که در آن قدرنسبت برابر است با:

$$d_b=\frac{۱۳-۱۹}{۸-۲}=-۱ \Rightarrow d_a+d_b=۵$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

مجموع اعداد دستهٔ دوم برابر ۱۳ است، پس دستهٔ سوم ۱۳ عدد دارد که از ۱۱ شروع می‌شود. با توجه به این‌که قدرنسبت دنبالهٔ a_n برابر ۳ است، عدد آخر دستهٔ سوم برابر $۳(۱۳-۱)+۱۱=۴۷$ است، پس دستهٔ سوم به صورت $\{۴۷ , \dots , ۱۱\}$ است. مجموع اعداد دستهٔ سوم برابر است با:

$$\frac{۱۳}{۲}(۱۱+۴۷)=۱۳\times ۲۹=۳۷۷$$

پس دستهٔ چهارم ۳۷۷ عدد دارد که از ۵۰ شروع می‌شود و عدد آخر این دسته برابر $۳(۳۷۷-۱)+۵۰=۱۱۷۸$ است. در نتیجه عدد اول دستهٔ پنجم برابر ۱۱۸۱ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

مجموع m جملهٔ اول دو دنباله را حساب می‌کنیم.

$$۳۲ , ۶۴ , ۱۲۸ , \dots$$

$$a_۱=۳۲ \ , \ q=۲ \Rightarrow S_m=\frac{a_۱(q^m-۱)}{q-۱}=\frac{۳۲(۲^m-۱)}{۲-۱}$$

$$\frac{۳}{۱۶} , \frac{۳}{۴} , ۳ , \dots$$

$$a_۱=\frac{۳}{۱۶} \ , \ q=۴ \Rightarrow S'_m=\frac{a_۱(q^m-۱)}{q-۱}=\frac{\frac{۳}{۱۶}(۴^m-۱)}{۴-۱}$$

باید $S_m > S'_m$ باشد:

$$۳۲(۲^m-۱) \geq \frac{۴^m-۱}{۱۶} \Rightarrow ۲^۹(۲^m-۱) > ۴^m-۱$$

$$۴^m-۵۱۲\times ۲^m+۵۱۱<۰ \Rightarrow (۲^m-۱)(۲^m-۵۱۱)<۰$$

$$۱<۲^m<۵۱۱ \Rightarrow ۱\leq m\leq ۸$$

پس حداکثر مقدار m برابر ۸ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا عبارت دوم را شبیه عبارت اول می‌نویسیم:

$$\sqrt{a^۳+a^۲b}-\sqrt{a^۳-۴a^۲b}=۸$$

$$\sqrt{a^۲(a+b)}-\sqrt{a^۲(a-۴b)}=۸ \Rightarrow a\sqrt{a+b}-a\sqrt{a-۴b}=۸$$

$$\sqrt{a+b}-\sqrt{a-۴b}=\frac{۸}{a}$$

حال طرفین تساوی بالا و تساوی $\sqrt{a+b}+\sqrt{a-۴b}=۵b^۲$ را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-۴b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-۴b})=۵b^۲\times\frac{۸}{a}$$

$$a+b-(a-۴b)=۴۰\frac{b^۲}{a} \Rightarrow ۵b=۴۰\frac{b^۲}{a} \Rightarrow a=۸b$$

و در تساوی $\sqrt{a+b}+\sqrt{a-۴b}=۵b^۲$ قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{۸b+b}+\sqrt{۸b-۴b}=۵b^۲ \Rightarrow ۳\sqrt{b}+۲\sqrt{b}=۵b^۲$$

$$b^۲=\sqrt{b} \Rightarrow b^۴=b \xrightarrow{b>۰} b=۱ \xrightarrow{a=۸b} a=۸$$

درنهایت خواسته سوال برابر است با:

$$\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{b}=\sqrt[۳]{۸}+\sqrt[۳]{۱}=۲+۱=۳$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

https://konkur.info

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

روش اول:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{4-6}\begin{bmatrix}4 & -2\\ -3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

از طرفی $mA^{-1}=A+nI$ ، بنابراین:

$$\Rightarrow m\begin{bmatrix}-2 & 1\\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}+n\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}n & 0\\ 0 & n\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}-2m & m\\ \frac{3}{2}m & -\frac{m}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+n & 2\\ 3 & 4+n\end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$m-n=2-(-5)=7$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-2m=1+n\Rightarrow -4=n+1\Rightarrow n=-5\\ m=2\end{cases}$$

روش دوم: از قاعدهٔ کیلی همیلتون استفاده می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=(a+d)A-|A|I$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=(1+4)A-(1\times 4-2\times 3)I$$

$$\Rightarrow A^2=5A+2I\xrightarrow{\times A^{-1}}\Rightarrow A=5I+2A^{-1}$$

$$\Rightarrow 2A^{-1}=A-5I\Rightarrow\begin{cases}m=2\\ n=-5\end{cases}\Rightarrow m-n=7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$I+3A$ و $I+KA$ وارون یکدیگرند، بنابراین:

$$(I+3A)(I+KA)=I\Rightarrow I^2+KIA+3AI+3KA^2=I$$

$$\xrightarrow{A^2=A} I+KA+3A+3KA=I$$

$$\Rightarrow KA+3A+3KA=\bar{O}$$

$$\Rightarrow (KI+3I+3KI)A=\bar{O}\xrightarrow{A\neq\bar{O}}4K+3=0\Rightarrow K=-\frac{3}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صحت‌کار)*

برای یافتن وارون ماتریس $2A-I$ لازم است که ابتدا آن را در مـزدوجش ضرب کنیم:

$$(2A-I)(2A+I)=4A^2-I=4I-I=3I$$

$$(2A-I)(\frac{2}{3}A+\frac{1}{3}I)=I\Rightarrow (2A-I)^{-1}=\frac{2}{3}A+\frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{2}{3}\ ,\ \beta=\frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$\alpha\beta=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

$$\xrightarrow{\times A^{-1}}A^3=2A\Rightarrow A^2=2I$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}}B^5=3B\Rightarrow B^4=3I$$

$$(A^{-1})^2+(B^{-1})^4=(A^2)^{-1}+(B^4)^{-1}$$

$$=(2I)^{-1}+(3I)^{-1}=\frac{1}{2}I+\frac{1}{3}I=\frac{5}{6}I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

$$A\times\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}-5A=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A\times(\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}-5I)=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A\times(\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix})=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 2 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 2 & -4\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}\times(-\frac{1}{2})\times\begin{bmatrix}-4 & -3\\ -2 & -1\end{bmatrix}$$

https://konkur.info

$$\Rightarrow A=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}3 & -5\\ 5 & -7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow A=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & 4\\ 6 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $=1+2+3+4=10$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(بهزاد ترکمن)*

$$(BAB^{-1})^8=BA^8B^{-1}$$

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر و هم‌مرتبه باشند داریم:

$$(BAB^{-1})^n=BA^nB^{-1}$$

$$B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow B^{-1}=\frac{1}{4-3}\begin{bmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow A^8=\begin{bmatrix}1 & 8\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$(BAB^{-1})^8=BA^8B^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 8\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & 19\\ 1 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-15 & 32\\ -8 & 17\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر است با:

$$-15+32-8+17=26$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

$$A(A+2I)^{-1}=\frac{1}{5}I\Rightarrow(A(A+2I)^{-1})^{-1}=(\frac{1}{5}I)^{-1}$$

$$\Rightarrow(A+2I)A^{-1}=5I\Rightarrow I+2A^{-1}=5I$$

$$\Rightarrow 2A^{-1}=4I\Rightarrow A^{-1}=2I\Rightarrow A=\frac{1}{2}I\Rightarrow A^{-1}=4A$$

توجه: برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبهٔ A و B که وارون‌پذیر نیز هستند، داریم:

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

اگر ماتریس ضرایب دستگاه را A بنامیم، آن‌گاه:

$$A\times\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c\\ 11\end{bmatrix}\xrightarrow{x=3}\begin{bmatrix}3\\ y\end{bmatrix}=A^{-1}\times\begin{bmatrix}c\\ 11\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}3\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & -11\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c\\ 11\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}4c-121=3\\ -c+33=y\end{cases}\Rightarrow 4c=124\Rightarrow c=31\Rightarrow y=-31+33=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

طبق گفتهٔ مسأله $A=\begin{bmatrix}a & b\\ a' & b'\end{bmatrix}$، $X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}12\\ 8\end{bmatrix}$ و دستگاه فوق یعنی معادلهٔ ماتریسی $AX=B$.

$$2A_{2\times2}=\begin{bmatrix}|A| & -4\\ 1 & |A|\end{bmatrix}\Rightarrow|2A_{2\times2}|=\begin{vmatrix}|A| & -4\\ 1 & |A|\end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A|=|A|^2+4\Rightarrow|A|^2-4|A|+4=0\Rightarrow|A|=2$$

$$\Rightarrow 2A=\begin{bmatrix}2 & -4\\ 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ \frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}$$

$$AX=B\Rightarrow X=A^{-1}B=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 2\\ -\frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12\\ 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\\ 1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=14\\ y=1\end{cases}\Rightarrow x+y=15$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

$$\frac{m-1}{m+2}=\frac{m+3}{m^2-2}=\frac{5}{m+6}\Rightarrow(m-1)(m+6)=5(m+2)$$

$$\Rightarrow m^2+5m-6=5m+10\Rightarrow m^2=16\Rightarrow m=\pm4$$

اگر $m=4$ آن‌گاه: $\frac{3}{6}=\frac{7}{14}=\frac{5}{10}$

اگر $m=-4$ آن‌گاه: $\frac{5}{2}=\frac{-5}{-2}\neq\frac{-1}{14}$

بنابراین فقط $m=4$ قابل قبول است و خواهیم داشت:

$$\begin{cases}3x+7y=5\\ 6x+14y=10\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}3 & 7\\ 6 & 14\end{bmatrix}\Rightarrow A+I=\begin{bmatrix}4 & 7\\ 6 & 15\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow|A+I|=60-42=18$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۶)

https://konkur.info

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۲»** (محمد صحت‌کار)

$$a = ۳۷q + (q^۲ + ۲۳) \Rightarrow ۰ \le q^۲ + ۲۳ < ۳۷$$

$$\Rightarrow -۲۳ \le q^۲ < ۱۴ \Rightarrow ۰ \le q^۲ < ۱۴ \Rightarrow -۳ \le q \le ۳$$

q می‌تواند اعداد ۳-، ۲-، ۱-، ۰، ۱، ۲ و ۳ باشد بنابراین ۷ عدد صحیح مانند a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** (محمد صحت‌کار)

$$a = ۹۱q + ۵۳ \Rightarrow a = ۱۳(۷q) + ۵۳ \Rightarrow a = ۱۳k + ۵۳ = ۱۳k' + ۱$$

برای k' در تقسیم بر ۳، سه حالت مختلف امکان‌پذیر است:

$$k' = ۳q \quad \text{یا} \quad k' = ۳q + ۱ \quad \text{یا} \quad k' = ۳q + ۲$$

بنابراین:

$$a = ۱۳(۳q) + ۱ = ۳۹q + ۱$$

$$a = ۱۳(۳q + ۱) + ۱ = ۳۹q + ۱۴$$

$$a = ۱۳(۳q + ۲) + ۱ = ۳۹q + ۲۷$$

روش دوم: چون باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۱۳ برابر با ۱ است، کافی است گزینه‌ای را انتخاب کنیم که باقی‌مانده‌اش بر ۱۳ برابر با ۱ نباشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** (محمد صحت‌کار)

باقی‌ماندهٔ تقسیم هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ بر ۶ برابر با ۱ یا ۵ است. با در نظر گرفتن این‌که $p - q = ۲$ می‌توان نتیجه گرفت که p از q بزرگ‌تر است. بنابراین دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

الف) $p = ۶k + ۱ \Rightarrow q = ۶k + ۱ - ۲ = ۶k - ۱$

$$\Rightarrow pq + ۱۳ = (۶k + ۱)(۶k - ۱) + ۱۳$$

$$= ۳۶k^۲ - ۱ + ۱۳ = ۳۶k^۲ + ۱۲ = ۱۲(۳k^۲ + ۳) = ۱۲k'$$

ب) $p = ۶k + ۵ \Rightarrow q = ۶k + ۵ - ۲ = ۶k + ۳$

$$\Rightarrow q = ۳(۲k + ۱) = ۳k'$$ غیرقابل قبول

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** (کیوان دارابی)

توجه داشته باشید اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و a از b کوچک‌تر باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر b همان a خواهد بود. زیرا:

$$a = b \times ۰ + a \quad , \quad ۰ \le a < b$$

حال بین دو عدد طبیعی a و b که واضح است یکی نیستند، یکی از دیگری کوچک‌تر است و در تقسیم بر دیگری با باقی‌مانده‌اش مساوی خودش می‌شود. پس یا a برابر با ۱ است و یا b برابر با ۷. البته اگر $a = ۱$ آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم b بر a برابر با صفر می‌شود که این‌طور نشده است. بنابراین: $b = ۷$ و $a = ۷k + ۱$. حال کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی a زمانی ساخته می‌شود که $k = ۱۵$.

$$a = ۷ \times ۱۵ + ۱ = ۱۰۶ \Rightarrow$$ ۶ = رقم یکان

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

$$(۴ , ۷۰) = ۲ \Rightarrow ۵a \equiv ۷b \ (\text{پیمانهٔ } ۳۵) \text{ و } ۲۰a \equiv ۲۸b \ (\text{پیمانهٔ } ۷۰)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۵a \equiv ۷b \ (\text{پیمانهٔ } ۵) \Rightarrow ۷b \equiv ۰ \ (\text{پیمانهٔ } ۵) \Rightarrow b \equiv ۰ \ (\text{پیمانهٔ } ۵) \\ ۵a \equiv ۷b \ (\text{پیمانهٔ } ۷) \Rightarrow ۵a \equiv ۰ \ (\text{پیمانهٔ } ۷) \Rightarrow a \equiv ۰ \ (\text{پیمانهٔ } ۷) \end{cases}$$

بنابراین نتیجه‌گیری‌های (الف) و (پ) درست و نتیجه‌گیری‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

https://konkur.info

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$$\begin{cases} a \overset{24}{\equiv} 3b \Rightarrow a \overset{8}{\equiv} 3b \\ b \overset{40}{\equiv} 3 \Rightarrow b \overset{8}{\equiv} 3 \Rightarrow 3b \overset{8}{\equiv} 9 \end{cases} \Rightarrow a \overset{8}{\equiv} 9 \overset{8}{\equiv} 1 \Rightarrow a = 8k+1$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(بهراد ترکمن)*

$$231 \overset{m}{\equiv} 148 \xrightarrow{\text{تعریف}} m \mid \underbrace{231-148}_{83}$$

$$\xrightarrow[m\neq 1]{m\in\mathbb{N}} m = 83 \Rightarrow m-2 = 81$$

$$\Rightarrow (83-2)! = 81! = 1\times \underbrace{2\times \ldots \times 41}_{82} \times \ldots \times 81 = 82k \overset{82}{\equiv} 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$11^2 \overset{40}{\equiv} 1 \Rightarrow (11^2)^{701} \overset{40}{\equiv} 1^{701} \Rightarrow 11^{1402} \overset{40}{\equiv} 1 \Rightarrow 11^{1403} \overset{40}{\equiv} 11$$

$$3^4 \overset{40}{\equiv} 1 \Rightarrow (3^4)^{350} \overset{40}{\equiv} 1^{350} \Rightarrow 3^{1400} \overset{40}{\equiv} 1 \Rightarrow 3^{1403} \overset{40}{\equiv} 27$$

$$\Rightarrow 11^{1403} + 3^{1403} \overset{40}{\equiv} \underbrace{11+27}_{38}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(بهراد ترکمن)*

$$5^k + 7 \equiv 0 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)} \Rightarrow 5^k \equiv -7 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

$$\Rightarrow 5^k \equiv -7+11 \equiv 4 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

از طرفی دیگر:

$$5^2 \equiv 3 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)} \Rightarrow 5^3 \equiv 15 \equiv 4 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

$$\Rightarrow 5^4 \equiv 20 \equiv -2 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)} \Rightarrow 5^5 \equiv -10 \equiv 1 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

$$\Rightarrow 5^{5n} \equiv 1 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 5^{5n} \equiv 1 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)} \\ 5^3 \equiv 4 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)} \end{cases} \Rightarrow 5^{5n+3} \equiv 4 \text{ (پیمانهٔ ۱۱)}$$

پس $k = 5n+3$ است و به ازای $k = 19$ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی یعنی ۹۸ به دست می‌آید که باقی‌ماندهٔ تقسیمش بر ۱۱ برابر با ۱۰ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

$$x \in [1]_3 \cap [2]_5 \Rightarrow \begin{cases} x \in [1]_3 \Rightarrow x \overset{3}{\equiv} 1 \overset{3}{\equiv} 7 \\ x \in [2]_5 \Rightarrow x \overset{5}{\equiv} 2 \overset{5}{\equiv} 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \overset{[3,5]}{\equiv} 7 \Rightarrow x \overset{15}{\equiv} 7 \Rightarrow x \in [7]_{15}$$

از طرفی می‌توان به سادگی نشان داد که اگر $x \in [7]_{15}$ آن‌گاه $x \in [1]_3$ و $x \in [2]_5$. بنابراین:

$$[1]_3 \cap [2]_5 = [7]_{15}$$

از طرفی x زوج است، یعنی:

$$x \overset{2}{\equiv} 0$$

$$\begin{cases} x \overset{2}{\equiv} 0 \overset{2}{\equiv} 22 \\ x \overset{15}{\equiv} 7 \overset{15}{\equiv} 22 \end{cases} \Rightarrow x \overset{[15,2]}{\equiv} 22 \Rightarrow x \overset{30}{\equiv} 22 \Rightarrow x \in [22]_{30}$$

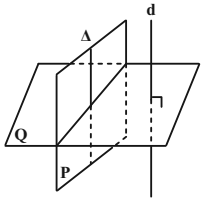
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

https://konkur.info

هندسه ۱

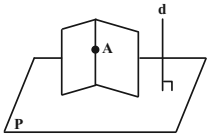
۴۱- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

مطابق شکل، $d \parallel P$ بوده و خط Δ را از صفحهٔ P موازی d در نظر می‌گیریم. چون $d \perp Q$ پس $\Delta \perp Q$ و در نتیجه صفحهٔ P (که شامل Δ است) بر صفحهٔ Q عمود است.

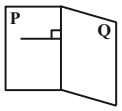


شکل‌های زیر نادرستی سایر گزینه‌ها را نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۴»:



گزینهٔ «۳»:

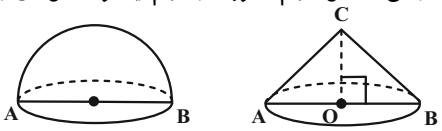


گزینهٔ «۲»:

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

حجم ناحیهٔ رنگی، تفاضل حجم مخروط از حجم نیمکرهٔ شکل‌های زیر است.



$$\begin{cases} \text{حجم نیمکره}: V_1 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi R^3) = \frac{2\pi}{3}R^3 \\ \text{حجم مخروط}: V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 \times R = \frac{\pi}{3}R^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم ناحیهٔ رنگی}: V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{3}R^3$$

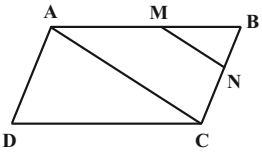
حجم ناحیهٔ رنگی، $\frac{1}{4}$ حجم کره به شعاع R است.

توجه: حجم کره‌ای به شعاع R، برابر $\frac{4}{3}\pi R^3$ است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

طبق فرض داریم:



$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} MN \parallel AC$$

$$\xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{BMN} \sim \overset{\Delta}{BAC} \quad , \quad \frac{BM}{BA} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{BMN}} = \frac{1}{16} S_{\overset{\Delta}{BAC}} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{BMN}} = \frac{1}{32} S_{ABCD}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

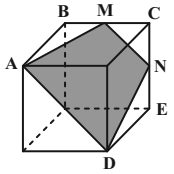
اگر فرض کنیم وجه‌های بالایی و پائینی سبز و وجه‌های مقابل و پشت سر قرمز باشند، آن‌گاه تعداد مکعب‌هایی که فقط دو رنگ قرمز و سبز دارند $n = 4$ است. (دو مکعب در وجه بالایی و دو مکعب در وجه پائینی) همچنین می‌دانیم تعداد مکعب‌هایی که رنگ نشده‌اند برابر است با: $m = 1$

$$m + n = 5$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحهٔ ۹۰)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

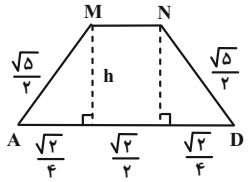
مطابق شکل، برای این‌که صفحهٔ مورد نظر، مکعب را قطع کند و از دو رأس B و C به یک فاصله باشد می‌بایست از نقطهٔ وسط BC (نقطهٔ M) بگذرد. این صفحه از نقطهٔ N (وسط CE) نیز می‌گذرد.



نوع چهارضلعی $AMND$ ذوزنقه متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\overset{\Delta}{ABM} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AM = \sqrt{1^2 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$AD = \sqrt{2} \quad , \quad MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



ارتفاع ذوزنقه: $h = \sqrt{(\frac{\sqrt{5}}{2})^2 - (\frac{\sqrt{2}}{4})^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{1}{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$

مساحت ذوزنقه: $S = \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}) \times \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{2\sqrt{2}}$

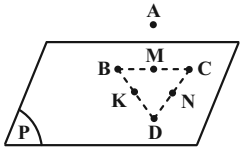
$$\Rightarrow S = \frac{9}{8}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

چون هیچ سه نقطه‌ای روی یک خط قرار ندارند، پس سه نقطهٔ B، C و D تشکیل مثلث می‌دهند. از طرفی A باید در صفحهٔ مثلث BCD باشد، چون در غیر این صورت، اگر A خارج صفحهٔ $\overset{\Delta}{BCD}$ باشد، چهار صفحهٔ گذرا از A می‌توان یافت که سه نقطهٔ B، C و D به فاصلهٔ یکسان از هر یک از آن صفحه‌ها قرار دارند. (یکی صفحهٔ موازی P و گذرا از A و سه تای دیگر، صفحات گذرا از A و دو نقطه از نقاط M، N و P)

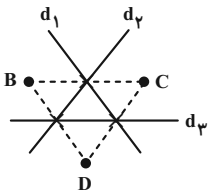
https://konkur.info



در نتیجه گزارهٔ «الف» درست است.

چون هر چهار نقطه هم‌صفحه‌اند، این ۴ نقطه از هر صفحهٔ موازی با صفحهٔ آن‌ها به فاصلهٔ یکسانی قرار دارند. (گزارهٔ «ب» درست است.)

از طرفی مطابق شکل، سه خط d_1، d_2 و d_3 تنها خطوطی در صفحهٔ مثلث BCD هستند که سه نقطهٔ B، C و D از آن‌ها فاصلهٔ یکسانی دارند. از آنجا که نقطهٔ A نمی‌تواند وسط اضلاع BCD باشد (شرط غیر هم‌خط بودن هر سه نقطه در فرض)، پس نقطهٔ A حداکثر روی یکی از این سه خط می‌تواند قرار گیرد. (گزارهٔ «پ» درست است.)



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه فاکپاش)*

حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر صفر و حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۳ است. با توجه به این موضوع داریم:

حالت اول:

$$b=۳\Rightarrow i=۱۸-۳=۱۵$$

$$S_{max}=\frac{b}{۲}+i-۱=\frac{۳}{۲}+۱۵-۱=۱۵/۵$$

حالت دوم:

$$i=۰\Rightarrow b=۱۸-۰=۱۸$$

$$S_{min}=\frac{b}{۲}+i-۱=\frac{۱۸}{۲}+۰-۱=۸$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مساحت برابر است با:

$$S_{max}-S_{min}=۱۵/۵-۸=۷/۵$$

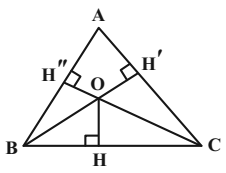
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطهٔ واقع در درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$h_a=۲+۱+\sqrt{۳}=۳+\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}a=۳+\sqrt{۳}$$

مطابق فرض فاصلهٔ نقطهٔ O از ضلع BC، برابر $OH=\sqrt{۳}$ است، بنابراین داریم:



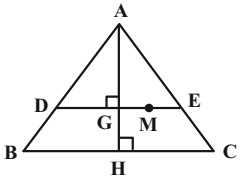
$$S_{OBC}=\frac{۱}{۲}OH\times BC=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۳}\times a$$

$$=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a=۳+\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۸)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

پاره‌خط DE موازی ضلع BC رسم شده است، پس طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث ADE و ABC متشابه‌اند. در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است. از طرفی می‌دانیم میانه‌های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:



$$\overset{\Delta}{ADE}\sim\overset{\Delta}{ABC}\Rightarrow\frac{DE}{BC}=\frac{AG}{AH}\Rightarrow\frac{DE}{۳}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow DE=۲$$

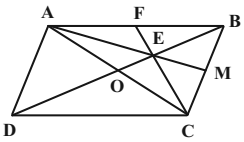
مثلث ADE متساوی‌الاضلاع است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطهٔ واقع بر ضلع DE از اضلاع AD و AE، برابر اندازهٔ ارتفاع رسم شده از رأس D در این مثلث است. با توجه به این‌که ارتفاع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع برابر یکدیگرند، پس این مقدار برابر طول ارتفاع AG، یعنی برابر است با:

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲}DE=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲=\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل قطر AC را رسم می‌کنیم. همچنین از C به E وصل کرده و ادامه می‌دهیم تا AB را در نقطهٔ F قطع کند. پاره‌خط‌های AM، BO و CF میانه‌های مثلث ABC هستند. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین با فرض $S_{ABC}=S$ داریم:



$$S_{ABE}=S_{EMCO}=\frac{۲}{۶}S_{ABC}=\frac{۱}{۳}S\qquad(۱)$$

از طرفی در مثلث ADC، DO میانهٔ وارد بر ضلع AC است، پس داریم:

$$S_{OCD}=\frac{۱}{۲}S_{ADC}\xrightarrow{S_{ADC}=S_{ABC}}S_{OCD}=\frac{۱}{۲}S\qquad(۲)$$

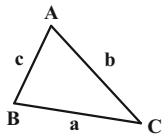
$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{S_{ABE}}{S_{EMCD}}=\frac{\frac{۱}{۳}S}{\frac{۱}{۳}S+\frac{۱}{۲}S}=\frac{\frac{۱}{۳}S}{\frac{۵}{۶}S}=\frac{۲}{۵}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

https://konkur.info

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*



طبق فرض داریم:

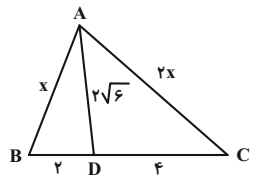
$$۱۰(\frac{۱}{۲})bc\sin\hat{A}=abc$$

$$\Rightarrow ۵\sin\hat{A}=a\Rightarrow\frac{a}{\sin\hat{A}}=۵=۲R=۵\Rightarrow R=۲/۵$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ و ۷۴)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

با توجه به فرض، ضلع AC را دو برابر ضلع AB در نظر می‌گیریم. برای نیمساز داخلی AD داریم:



$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}\xrightarrow[BD+DC=۶]{AC=۲AB}\begin{cases}BD=۲\\CD=۴\end{cases}$$

طول نیمساز داخلی AD در رابطهٔ زیر صدق می‌کند:

$$AD^۲=AB.AC-BD.DC\Rightarrow(۲\sqrt{۶})^۲=x(۲x)-۲(۴)$$

$$\Rightarrow ۲x^۲=۲۴+۸=۳۲\Rightarrow x=۴\Rightarrow\begin{cases}AB=۴\\AC=۸\end{cases}$$

اگر AM میانهٔ وارد بر ضلع متوسط (BC) باشد، طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:

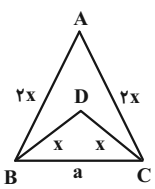
$$AB^۲+AC^۲=۲AM^۲+\frac{BC^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶+۶۴=۲AM^۲+۱۸\Rightarrow AM=\sqrt{۳۱}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

B را به C وصل می‌کنیم. طبق قضیهٔ کسینوس‌ها:



$$a^۲=x^۲+x^۲-۲x(x).\cos\hat{D}=۴x^۲+۴x^۲-۲(۲x)(۲x)\cos\hat{A}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۲x^۲\cos\hat{D}=۸x^۲-۸x^۲\cos\hat{A}$$

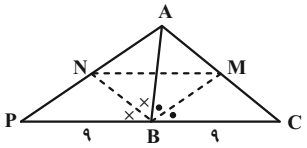
$$۲x^۲(۱-\cos\hat{D})=۸x^۲(۱-\cos\hat{A})\Rightarrow ۱-\cos\hat{D}=۴-۴\cos\hat{A}$$

$$\Rightarrow\cos\hat{D}=۴\cos\hat{A}-۳$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل BM و BN نیمسازهای زوایای B در دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{ABP}$ هستند و داریم:



$$\begin{cases}\frac{AM}{MC}=\frac{AB}{BC}=\frac{۷}{۹}\\\frac{AN}{NP}=\frac{AB}{PB}=\frac{۷}{۹}\end{cases}\Rightarrow\frac{AM}{MC}=\frac{AN}{NP}=\frac{۷}{۹}\qquad(*)$$

طبق رابطهٔ (*) و عکس قضیهٔ تالس نتیجه می‌شود که $MN\parallel BC$. حال طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$MN\parallel BC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{MN}{PC}=\frac{AM}{AC}=\frac{۷}{۱۶}$$

$$\xrightarrow{PC=۱۸}MN=\frac{۷\times۱۸}{۱۶}=\frac{۶۳}{۸}$$

توجه:

$$\frac{AM}{MC}=\frac{۷}{۹}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{AM}{AC}=\frac{۷}{۱۶}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=۲R$$

$$\Rightarrow\frac{a+b+c}{\sin\hat{A}+\sin\hat{B}+\sin\hat{C}}=۲R$$

$$\frac{۶}{\sin\hat{A}+\sin\hat{B}+\sin\hat{C}}=۲\times۳\Rightarrow\sin\hat{A}+\sin\hat{B}+\sin\hat{C}=۱$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

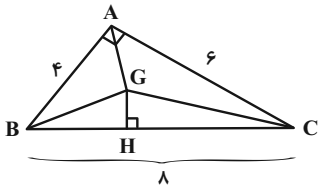
۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا به کمک قضیهٔ هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$P=\frac{۴+۶+۸}{۲}=۹$$

$$S=\sqrt{۹(۹-۸)(۹-۶)(۹-۴)}=\sqrt{۹\times۱\times۳\times۵}=۳\sqrt{۱۵}$$

https://konkur.info



می‌دانیم اگر از محل همرسی میانه‌های مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید، پس داریم:

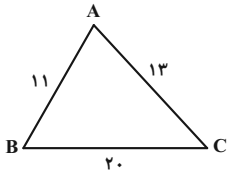
$$S_{GBC} = \frac{۱}{۳} S_{ABC} = \sqrt{۱۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} GH \times ۸ = \sqrt{۱۵} \Rightarrow GH = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید $a = ۲۰$ ، $b = ۱۳$ و $c = ۱۱$ باشد. در این صورت طبق قضیهٔ هرون داریم:



$$P = \frac{a+b+c}{۲} = \frac{۲۰+۱۳+۱۱}{۲} = ۲۲$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{۲۲ \times ۲ \times ۹ \times ۱۱} = ۶۶$$

حال طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{۱}{۲} bc \sin \hat{A} \Rightarrow ۶۶ = \frac{۱}{۲} \times ۱۳ \times ۱۱ \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{۱۲}{۱۳}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق رابطهٔ طول نیمساز داخلی داریم:

$$AD = \frac{۲bc \cos \frac{\hat{A}}{۲}}{b+c} \Rightarrow ۲ = \frac{۲b \times ۲b \times \cos ۶۰^\circ}{b+۲b}$$

$$\Rightarrow ۲ = \frac{۴b^۲ \times \frac{۱}{۲}}{۳b} \Rightarrow ۲b^۲ = ۶b \Rightarrow b^۲ - ۳b = ۰$$

$$\Rightarrow b(b-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} b = ۰ & \text{غ ق ق} \\ b = ۳ \Rightarrow c = ۶ \end{cases}$$

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

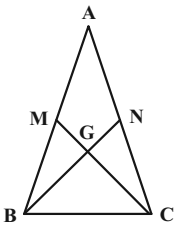
$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc \cos \hat{A} = ۳^۲ + ۶^۲ - ۲ \times ۳ \times ۶ (-\frac{۱}{۲})$$

$$= ۹ + ۳۶ + ۱۸ = ۶۳ \Rightarrow a = \sqrt{۶۳} = ۳\sqrt{۷}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶، ۷۵ و ۷۶)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید BN و CM میانه‌های وارد بر دو ساق این مثلث باشند. می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین، میانه‌های وارد بر دو ساق مثلث برابر یکدیگرند، پس $BN = CM$. از طرفی طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AC^۲ + BC^۲ = \frac{AB^۲}{۲} + ۲CM^۲ \Rightarrow ۴^۲ + ۲^۲ = \frac{۴^۲}{۲} + ۲CM^۲$$

$$\Rightarrow ۲CM^۲ = ۱۲ \Rightarrow CM = \sqrt{۶}$$

$$\overset{\Delta}{BMG} \text{ محیط} = BM + GM + BG$$

$$= BM + \frac{۱}{۳} CM + \frac{۲}{۳} BN = BM + \frac{۱}{۳} CM + \frac{۲}{۳} CM$$

$$= \frac{AB}{۲} + CM = ۲ + \sqrt{۶}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۶۹)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^۲ \times CD + AC^۲ \times BD = AD^۲ \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow x^۲ \times ۷ + ۱۳^۲ (x-۲) = ۸^۲ (x+۵) + ۷(x-۲)(x+۵)$$

$$\Rightarrow ۷x^۲ + ۱۶۹x - ۳۳۸ = ۶۴x + ۳۲۰ + ۷x^۲ + ۲۱x - ۷۰$$

$$\Rightarrow ۸۴x = ۵۸۸ \Rightarrow x = ۷$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۶۹)

https://konkur.info

فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(دانیال راستی)*

از روی معادلهٔ سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیهٔ آن را به دست می‌آوریم:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=at+v_0} \begin{cases} a = 2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4\frac{m}{s} \end{cases}$$

معادلهٔ مکان- زمان را برای حرکت با شتاب ثابت می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[v_0=-4\frac{m}{s},\ x_0=0]{a=2\frac{m}{s^2}} x = t^2 - 4t$$

$$\xrightarrow{\text{حرکت در محور } x} \vec{x} = (t^2 - 4t)\vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ اگر تندی متحرک افزایش یابد، شتاب متحرک می‌تواند افزایش یا کاهش پیدا کند و یا این که ثابت باشد.

۲) نادرست؛ در هر دو نوع حرکت تندشونده و کندشونده، علامت شتاب می‌تواند مثبت باشد. علامت شتاب به تنهایی نوع حرکت را تعیین نمی‌کند.

۳) نادرست؛ اگر سرعت منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، اما نوع حرکت آن به علامت شتاب بستگی دارد. در صورتی نوع حرکت کندشونده است که $v<0$ و $a>0$ باشد.

۴) درست؛ اگر متحرک از حال سکون حرکت کند، الزاماً نوع حرکت آن تندشونده است. چون در حرکت تندشونده سرعت و شتاب هم‌علامت‌اند، لذا در هر لحظه جهت سرعت و شتاب یکسان خواهد بود. بنابراین، جهت حرکت که همان جهت سرعت می‌باشد، به علامت شتاب بستگی دارد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(مریم شیخ‌ممو)*

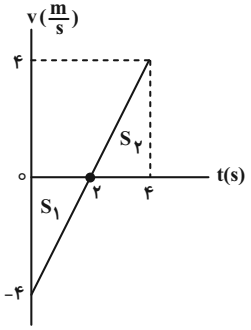
بنابه رابطهٔ $x = t^2 - 4t + 6$ ، $v_0 = -4\frac{m}{s}$ و $\frac{1}{2}a = 1\frac{m}{s^2}$ است.

بنابراین، چون $a>0$ و $v_0<0$ است، در ابتدا نوع حرکت کندشونده است. لذا با نوشتن معادلهٔ سرعت- زمان متحرک، لحظهٔ تغییرجهت متحرک و سرعت آن را در لحظهٔ $t=4s$ می‌یابیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=-4\frac{m}{s}]{\frac{1}{2}a=1\Rightarrow a=2\frac{m}{s^2}} v = 2t - 4$$

$$\begin{cases} v=0 \Rightarrow 0 = 2t-4 \Rightarrow t = 2s \\ t = 4s \Rightarrow v = 2\times 4 - 4 = 4\frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.



$$\ell = |S_1| + S_2 = \left|\frac{-4\times 2}{2}\right| + \frac{4\times(4-2)}{2} \Rightarrow \ell = 4+4 = 8m$$

روش دوم: بدون رسم نمودار به صورت زیر مساحت را می‌یابیم. البته لحظهٔ تغییر جهت را باید مانند قسمت اول به دست آوریم:

$$x = t^2 - 4t + 6 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow x_0 = 0-0+6 = 6m \\ t = 2s \Rightarrow x_1 = 4-8+6 = 2m \\ t = 4s \Rightarrow x_2 = 16-16+6 = 6m \end{cases}$$

$$\ell = |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1| \Rightarrow \ell = |2-6| + |6-2| = 8m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

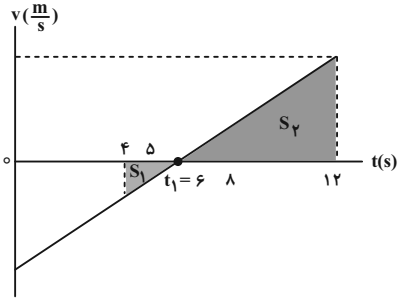
۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمد نهاوندی‌مقدم)*

ابتدا با استفاده از رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط، مسافت و جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 12-4 = 8s]{S_{av}=10\frac{m}{s}} 10 = \frac{\ell}{8} \Rightarrow \ell = 80m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 8s]{v_{av}=8\frac{m}{s}} 8 = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x = 64m$$

می‌بینیم اختلاف مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی برابر $80-64 = 16m$ است که نشان می‌دهد متحرک ابتدا $\frac{16}{2} = 8m$ در خلاف جهت محور حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد و $8+64 = 72m$ در جهت محور جابه‌جا می‌شود. بنابراین، با رسم نمودار سرعت- زمان در بازه‌های زمانی مورد نظر و استفاده از تشابه مثلث‌های رنگ شده، به صورت زیر t_1 را پیدا می‌کنیم.



https://konkur.info

$$\frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{۱۲-t_۱}{t_۱-۴})^۲ \xrightarrow[S_۱=۸]{S_۲=۷۲} \frac{۷۲}{۸}=(\frac{۱۲-t_۱}{t_۱-۴})^۲$$

$$\Rightarrow ۳=\frac{۱۲-t_۱}{t_۱-۴} \Rightarrow t_۱=۶s$$

اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌ها، مساحت مثلث‌هایی را که قاعدهٔ آن‌ها ($۶s$ تا $۸s$) و ($۵s$ تا $۶s$) است، می‌یابیم:

$$\frac{S_۱}{S'_۱}=(\frac{۶-۴}{۶-۵})^۲ \Rightarrow \frac{۸}{S'_۱}=۴ \Rightarrow S'_۱=۲m$$

$$\frac{S_۱}{S'_۲}=(\frac{۶-۴}{۸-۶})^۲ \xrightarrow{S_۱=۸m} \frac{۸}{S'_۲}=۱ \Rightarrow S'_۲=۸m$$

در آخر، مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell=|S'_۱|+|S'_۲|=۲+۸=۱۰m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(سیرمحمدرضا روحانی)*

خودرو در ابتدا در مکان $x_۱$ قرار دارد و راننده مانع را می‌بیند. بعد از یک ثانیه در مکان $x_۲$، راننده ترمز می‌کند. خودرو در $x=۰$ که مانع قرار دارد به توقف کامل می‌رسد. حرکت از $x_۱$ تا $x_۲$ با سرعت ثابت است.

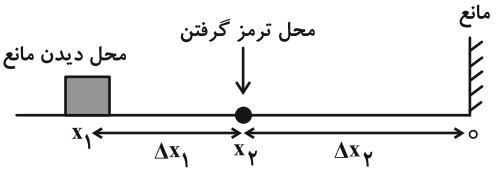
$$v_۰=\frac{\Delta x_۱}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۱s]{v_۰=۷۲\frac{km}{h}=۲۰\frac{m}{s}} ۲۰=\frac{\Delta x_۱}{۱} \Rightarrow \Delta x_۱=۲۰m$$

حرکت از $x_۲$ تا مبدأ مکان (محل قرارگیری مانع) با شتاب ثابت $a=-۱۰\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد. طبق معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x_۲ \xrightarrow[a=-۱۰\frac{m}{s^۲}]{v_۰=۲۰\frac{m}{s},\ v_۱=۰}$$

$$-(۲۰)^۲=۲\times(-۱۰)\times(\Delta x_۲) \Rightarrow \Delta x_۲=۲۰m$$

$$\Delta x_۱+\Delta x_۲=۲۰+۲۰=۴۰m$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

با توجه به رابطهٔ $\Delta x=(\frac{v_۰+v}{۲})\Delta t$ خواهیم داشت:

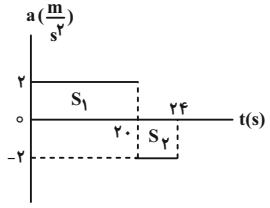
$$\Delta x=(\frac{v_۰+v}{۲})\Delta t \xrightarrow[\Delta x=۱۸۸-(-۲)=۱۹۰m]{v_۰=۵\frac{m}{s},\ \Delta t=۵-۰=۵s}$$

$$۱۹۰=(\frac{۵+v}{۲})\times۵ \Rightarrow ۵+v=۷۶ \Rightarrow v=۷۱\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(میراحمد میرسعید)*

ابتدا سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم، سپس نمودار سرعت- زمان را رسم می‌نماییم. با توجه به این‌که مساحت زیر نمودار شتاب- زمان، برابر تغییرات سرعت است، داریم:



$$\Delta v=v_{(t=۲۴s)}-v_۰=S_۱-S_۲ \xrightarrow[v_{(t=۲۴s)}=۱۲\frac{m}{s},\ S_۲=۴\times۲]{S_۱=۲۰\times۲}$$

$$۱۲-v_۰=۴۰-۸ \Rightarrow v_۰=-۲۰\frac{m}{s}$$

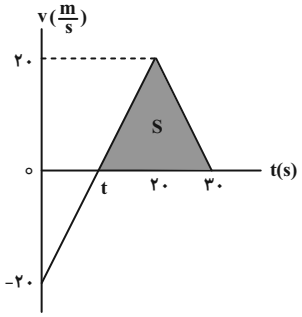
برای رسم نمودار سرعت- زمان، سرعت در لحظات $t=۲۰s$ و $t=۳۰s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{(t=۲۰s)}=v_۰+a_۱(۲۰-۰) \xrightarrow[v_۰=-۲۰\frac{m}{s}]{a_۱=۲\frac{m}{s^۲}} v_{(t=۲۰s)}=۲۰\frac{m}{s}$$

$$v_{(t=۳۰s)}=v_{(t=۲۰s)}+a_۲(۳۰-۲۰)$$

$$\xrightarrow{a_۲=-۲\frac{m}{s^۲},\ v_{(t=۲۰s)}=۲۰\frac{m}{s}} v_{(t=۳۰s)}=۰$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها، $t=۱۰s$ است. جابه‌جایی از $t=۱۰s$ تا $t=۳۰s$ برابر با مساحت S می‌باشد. داریم:



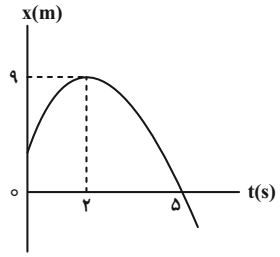
$$v_{av}=\frac{S}{۳۰-۱۰}=\frac{\frac{۲۰\times۲۰}{۲}}{۲۰}=۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av}=۱۰\frac{m}{s}\vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(میثم رشتیان)*

می‌دانیم هنگام عبور متحرک از نقطهٔ $x=۰$ جهت بردار مکان عوض می‌شود. پس برای یافتن این لحظه و نیز درک بهتر از حرکت متحرک، نمودار مکان- زمان آن را رسم می‌کنیم:

https://konkur.info



$t=0 \Rightarrow x_0=5m$

$x=0 \Rightarrow -t^2+4t+5=0 \Rightarrow \begin{cases} t_1=-1s \\ t_2=5s \end{cases}$

$t_{\text{رأس}}=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2s$

$t=2s \xrightarrow{\text{در معادله}} x=9m$

طبق نمودار رسم شده، در لحظهٔ $t=5s$ متحرک از مبدأ مکان گذر کرده و در این لحظه جهت بردار مکان عوض خواهد شد. (دقت داشته باشید که در لحظهٔ $t=2s$ جهت بردار سرعت تغییر می‌کند نه جهت بردار مکان) پس بازهٔ مدنظر سؤال بازهٔ $t_1=5s$ تا $t_2=10s$ بوده است.

$$\begin{cases} t_1=5s \Rightarrow x_1=0 \\ t_2=10s \xrightarrow{\text{در معادله}} x_2=-55m \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر جهت نداریم}} \ell=|\Delta x|=|x_2-x_1|=55m$$

$$S_{av[5,10]}=\frac{\ell_{[5,10]}}{\Delta t}=\frac{55}{5}=11\frac{m}{s}$$

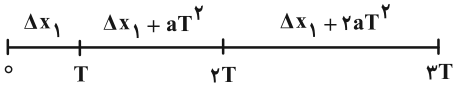
راه دوم: با توجه به این‌که پس از لحظهٔ $t=2s$ تغییر جهت نداریم بنابراین تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t=5s$ تا $t=10s$ با بزرگی سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است:

$$S_{av}=|v_{av}|=\left|\frac{v_{5s}+v_{10s}}{2}\right| \xrightarrow[a=-2\frac{m}{s^2}]{v_{5s}=3a\ ,\ v_{10s}=8a} S_{av}=\frac{22}{2}=11\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

در حرکت شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متوالی در بازه‌های زمانی یکسان تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت تصاعد aT^2 است.



$\Delta x_{T-3T}=(\Delta x_1+aT^2)+(\Delta x_1+2aT^2)=2\Delta x_1+3aT^2$

$\Delta x_{0-T}=\Delta x_1$

$\frac{(\Delta x_{T-3T})}{(\Delta x_{0-T})}=5 \Rightarrow \frac{2\Delta x_1+3aT^2}{\Delta x_1}=5$

$\Delta x_1=aT^2$

با استفاده از رابطهٔ مکان- زمان در حرکت شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}aT^2+v_0t \xrightarrow[\Delta x_1=aT^2]{\Delta x=\Delta x_1\ ,\ t=T}$$

$$aT^2=\frac{1}{2}aT^2+v_0T \Rightarrow v_0=\frac{aT}{2}$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظهٔ $5T$ به دست می‌آوریم:

$$v=v_0+at \xrightarrow[v_0=\frac{aT}{2}]{t=5T} v=\frac{11aT}{2} \Rightarrow \frac{v}{v_0}=11$$

راه‌حل دوم: در حرکت شتابدار، سرعت متوسط در یک بازه، برابر با سرعت در لحظهٔ وسط بازه است.

$$\Delta x_{(T\text{ تا }0)}=\Delta t\times v_{av\ (T\text{ تا }0)}=T\times v_{(\frac{T}{2})}$$

$$\Delta x_{(3T\text{ تا }T)}=\Delta t\times v_{av(3T\text{ تا }T)}=(3T-T)\times v_{(2T)}$$

$$\frac{\Delta x_{(T\text{ تا }0)}}{\Delta x_{(3T\text{ تا }T)}}=\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{T\times v(\frac{T}{2})}{2T\times v_{(2T)}}=\frac{1}{5} \xrightarrow[v_{(2T)}=v_0+2aT]{v_{(\frac{T}{2})}=v_0+a\frac{T}{2}}$$

$$\frac{v_0+\frac{aT}{2}}{v_0+2aT}=\frac{2}{5} \Rightarrow v_0=\frac{aT}{2}$$

اکنون سرعت در لحظهٔ $t=5T$ را به دست می‌آوریم:

$$v=v_0+at \xrightarrow[v_0=\frac{aT}{2}]{t=5T} v_{(5T)}=\frac{11}{2}aT \Rightarrow \frac{v_{(5T)}}{v_0}=11$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

در بازهٔ زمانی $(0-10s)$، حرکت متحرک با سرعت ثابت می‌باشد. یعنی نمودار مکان- زمان آن خط راست باشیب منفی است.

$$(0-10s): x=vt+x_0 \xrightarrow[v=-8\frac{m}{s}]{x_0=0} x=-8t$$

$$\xrightarrow{t=10} x=-80m$$

در بازهٔ زمانی $(10s-14s)$ نوع حرکت متحرک شتابدار با شتاب ثابت است، داریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-(-8)}{14-10}=2\frac{m}{s^2}$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x=t^2-8t-80 \xrightarrow{t=4s} x=16-32-80=-96m$$

چون پس از لحظهٔ $t=10s$ شتاب مثبت است بنابراین تقعر منحنی به سمت بالاست و مکان آن در لحظهٔ $14s$ برابر $-96m$ است.

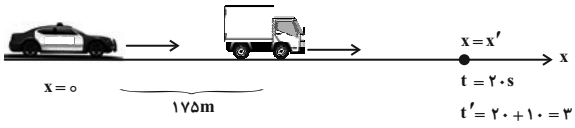
نکته: دقت کنید سرعت و مکان در پایان هر بازهٔ زمانی؛ سرعت اولیه و مکان اولیه بازهٔ بعدی است. در این سؤال بازهٔ زمانی $(10s-14s)$ طول بازهٔ زمانی $4s$ می‌باشد و باید این عدد در رابطهٔ مکان- زمان جایگذاری شود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

https://konkur.info

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

گام اول: فرض می‌کنیم حرکت روی محور x است و مبدأ محور را محل شروع حرکت خودروی پلیس در نظر می‌گیریم. اگر زمان حرکت خودروی پلیس را با t نشان دهیم، زمان حرکت کامیون که $10s$ زودتر حرکت خود را شروع کرده، $t' = t + 10s$ خواهد بود.



گام دوم: وقتی دو متحرک به هم می‌رسند می‌توانیم معادلهٔ مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار دهیم و شتاب حرکت خودروی پلیس را به دست آوریم:

خودروی پلیس: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$$\xrightarrow[t=20s]{v_0=0\ ,\ x_0=0} x = \frac{1}{2}a(20)^2 \Rightarrow x = 200a$$

کامیون: $x' = \frac{1}{2}a't'^2 + v'_0 t' + x'_0$

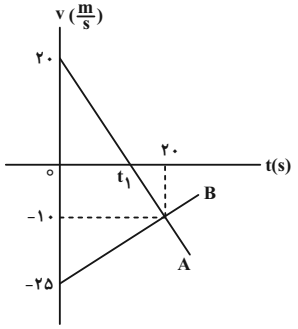
$$\xrightarrow[t'=30s\ ,\ x'_0=175m]{a'=0/5\frac{m}{s^2}\ ,\ v'_0=0} x' = \frac{1}{2}\times 0/5\times 30^2 + 175 = 400m$$

$$x = x' \Rightarrow 200a = 400 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(شیلا شیرزادی)*

متحرک A تا لحظهٔ t_1 در جهت محور x حرکت می‌کند (چون در این مدت نمودار سرعت- زمان بالای محور زمان است و سرعت مثبت است). از طرفی چون نمودار سرعت- زمان آن یک خط راست مورب است پس حرکت A با شتاب ثابت صورت می‌گیرد.



شیب نمودار $A = a_A = \frac{v_{20} - v_{0A}}{20-0} = \frac{-10-20}{20} = -\frac{30}{20} = -1/5\frac{m}{s^2}$

حال زمان t_1 را از روی معادلهٔ سرعت- زمان حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_a t_1 + v_{0A} \Rightarrow 0 = -1/5t_1 + 20$$

$$\Rightarrow 1/5t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{20}{1/5} = \frac{40}{3}s$$

از طرفی حرکت B نیز با شتاب ثابت است، پس:

$$a_B = \frac{v_{20} - v_{0B}}{20-0} = \frac{-10-(-25)}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t_1^2 + v_{0B}t_1 = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times(\frac{40}{3})^2 + (-25)(\frac{40}{3})$$

$$= \frac{200}{3} - \frac{1000}{3} = -\frac{800}{3}m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

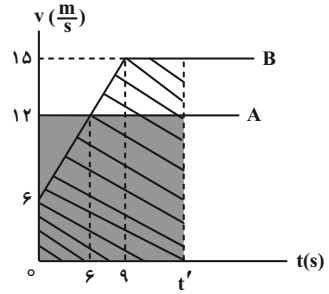
ابتدا شتاب متحرک B در ۶ ثانیهٔ اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12-6}{6-0} = 1\frac{m}{s^2}$$

این شتاب تا لحظهٔ $t = 9s$ برقرار است، پس سرعت متحرک B در لحظهٔ $t = 9s$ به دست می‌آید:

$$v_B = at + v_0 \xrightarrow[v_0=6\frac{m}{s}]{a=1\frac{m}{s^2}\ ,\ t=9s} v_B = 1\times 9 + 6 = 15\frac{m}{s}$$

دقت کنید، با استفاده از رابطهٔ تالس در تشابه مثلث‌ها نیز می‌توان سرعت v_B را به دست آورد. چون حرکت دو متحرک، هم‌زمان و از یک نقطه شروع شده است، بنابراین وقتی به هم می‌رسند جابه‌جایی یکسانی دارند. با فرض این‌که دو متحرک در لحظهٔ t' به هم رسیده باشند، داریم:



در آخر، مساحت سطح بین نمودار $v-t$ را که برابر جابه‌جایی دو متحرک است، تا لحظهٔ t' با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow{S_A = S_B} 12t' = \frac{(6+15)\times 9}{2} + (t'-9)15$$

$$\Rightarrow 12t' = 94/5 + 15t' - 135 \Rightarrow 40/5 = 3t' \Rightarrow t' = 13/5s$$

نکته: تا لحظهٔ $t = 9s$، جابه‌جایی متحرک A بیشتر از B است، بنابراین، دو متحرک الزاماً پس از $t = 9s$ به هم می‌رسند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا با استفاده از معادلات سرعت و مستقل از شتاب، سرعت اولیه و شتاب متحرک A را محاسبه کرده و معادلهٔ مکان متحرک A را می‌نویسیم.

$$x = \frac{v+v_0}{2}t + x_0 \xrightarrow[v=0\ ,\ t=8]{x_0=2m\ ,\ x=18m} 18 = \frac{0+v_0}{2}\times 8 + 2$$

https://konkur.info

$$\Rightarrow v_0 = 4\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=4\frac{m}{s}]{v=0\ ,\ t=8s} 0 = a\times 8 + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[x_0=2m]{a=-\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}\ ,\ v_0=4\frac{m}{s}}$$

$$x = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})t^2 + 4t + 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2$$

حال با قرار دادن مکان به هم رسیدن دو متحرک $(x = 17m)$ در معادلهٔ مکان، زمان به هم رسیدن را محاسبه می‌کنیم.

$$17 = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (t-6)(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \\ t = 10s \end{cases} \text{ ق ق}$$

با توجه به این‌که زمان به هم رسیدن دو متحرک بعد از لحظهٔ $t = 8s$ است، لحظهٔ $t = 10s$ قابل قبول است. حال با توجه به نمودار متحرک B که دارای حرکت یکنواخت است، معادلهٔ مکان متحرک B را نوشته و تندی متحرک B را محاسبه می‌کنیم.

$$x = v_B t + x_0 \xrightarrow[t=10s]{x=17m\ ,\ x_0=-3m} 17 = v_B \times 10 - 3$$

$$\Rightarrow v_B = 2\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

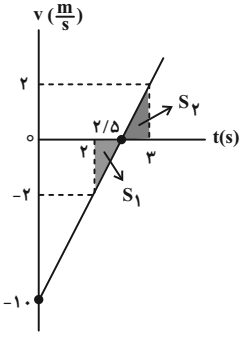
با مقایسهٔ معادلهٔ مکان- زمان با معادلهٔ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a = 2 \\ v_0 = -10\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -10\frac{m}{s} \end{cases}$$

آن‌گاه معادلهٔ سرعت- زمان به صورت زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 10 = 0 \Rightarrow t = 2/5s$$

با رسم نمودار $v - t$ داریم:



$$\begin{cases} t = 2s : v = 4\times 2 - 10 = -2\frac{m}{s} \\ t = 3s : v = 4\times 3 - 10 = 2\frac{m}{s} \end{cases}$$

در نمودار $v - t$، سطح محصور بین نمودار و محور افقی (زمان) برابر با مسافت طی شده متحرک است.

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ لحظهٔ تغییر جهت متحرک $t = 5s$ است. (علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه تغییر کرده است.)

ب) نادرست؛ متحرک ابتدا در بازهٔ زمانی صفر تا $5s$، در جهت محور x و در بازهٔ زمانی ($5s$ تا $20s$) در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

پ) نادرست؛ نوع حرکت در این بازهٔ زمانی کندشونده است.

ت) نادرست؛ نوع حرکت در این بازهٔ زمانی تندشونده است.

ث) درست؛ شیب خط در نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. چون شیب نمودار در ۱۰ ثانیهٔ اول منفی است، بنابراین شتاب در این بازهٔ زمانی خلاف جهت محور x است.

ج) درست؛ شتاب متحرک در نمودار $v - t$ برابر شیب نمودار است. چون در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه یک خط راست است، پس شیب آن ثابت بوده و شتاب حرکت در کل این بازهٔ زمانی یکسان و ثابت است.

چ) درست؛ شتاب لحظه‌ای متحرک در نمودار $v - t$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است پس کافی است شیب دو خط نمودار را به دست آوریم.

$$|a_{t=8s}| = \text{شیب خط اول نمودار} = |\frac{-20-20}{10}| = 4\frac{m}{s^2}$$

$$|a_{t=12s}| = \text{شیب خط دوم نمودار} = \left|\frac{0-(-20)}{10}\right| = 2\frac{m}{s^2}$$

$$|\frac{a_{t=8s}}{a_{t=12s}}| = 2$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** (سیره‌ملیحه میرصالحی)

جهت مثبت محور y را بالا انتخاب می‌کنیم. ابتدا سرعت متحرک را در نقطهٔ B محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t \xrightarrow[t=4s]{\Delta y=-100m} -100 = -5\times 16 + v_B \times 4$$

$$\Rightarrow v_B = -5\frac{m}{s}$$

https://konkur.info

اکنون سرعت گلوله را ۳ ثانیه قبل از برخورد با زمین به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + vt \xrightarrow[t=3s]{\Delta y=-120m} -120 = -5\times 9 + v\times 3$$

$$v = -25\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت برخورد گلوله با زمین برابر است با:

$$v = -gt + v_0 \xrightarrow[v_0=-25\frac{m}{s}]{t=3s\ ,\ g=10\frac{m}{s^2}} v_{\text{برخورد با زمین}} = -55\frac{m}{s}$$

به کمک معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی می‌توان فاصلهٔ نقطهٔ B تا سطح زمین را به دست آورد:

$$v^2 - v_B^2 = -2g\Delta y \xrightarrow[v_B=-5\frac{m}{s}]{v=-55\frac{m}{s}} 3025 - 25 = -20\times \Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y = -150m \Rightarrow 150 - 100 = 50m$$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ C تا سطح زمین $50m$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(ممود منصوری)*

با توجه به این‌که جسم رها می‌شود $(v_0 = 0)$ خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

در h، مسیر طی شده $\frac{8}{9}h$ و در $\frac{3}{4}h$، مسیر طی شده $\frac{h}{9}$ و $\frac{h}{4}$ می‌باشد:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{4}h}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** *(شیلا شیرزادی)*

فرض می‌کنیم مدت سقوط جسم اول t باشد، پس مدت سقوط را از معادلهٔ $h = \frac{1}{2}gt^2$ به دست می‌آوریم:

$$180 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow t = 6s$$

حال همین رابطه را برای جسم دوم می‌نویسیم و فرض می‌کنیم مدت زمان سقوطش t' باشد:

$$h' = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow 80 = 5t'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{80}{5} = 16 \Rightarrow t' = 4s$$

با کم کردن t و t' از یکدیگر می‌توانیم حساب کنیم که جسم دوم چند ثانیه بعد از جسم اول باید رها شود:

$$t'' = t - t' = 6 - 4 = 2s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به نمودار مکان- زمان حرکت گلولهٔ A، در ثانیهٔ پایانی ۷۵ متر را طی کرده است، بنابراین با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta y=-75m]{\Delta t=1s\ ,\ v_2=v_1-10} \frac{v_1 + v_1 - 10}{2} = -\frac{75}{1}$$

$$\Rightarrow v_1 = -70\frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = -80\frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اولیه گلولهٔ A و لحظهٔ رسیدن آن به سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \xrightarrow[v_2=-80\frac{m}{s}]{v_0=0} \Delta y = -\frac{80^2}{20} = -320m$$

$$\Rightarrow h_A = 320m \xrightarrow{h_B=h_A-195} h_B = 320 - 195 = 125m$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}} = 8s$$

فاصلهٔ گلولهٔ A از گلولهٔ B در نقطهٔ رها شدن گلولهٔ B

$$= 195 - \frac{1}{2}\times 10\times 3^2 = 195 - 45 = 150m$$

تندی گلولهٔ A در لحظهٔ رها شدن گلولهٔ B

$$= -gt = -10\times 3 = -30\frac{m}{s}$$

اکنون مشخص می‌کنیم گلولهٔ B چند ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین می‌رسد.

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow[\Delta y_B=-125m]{g=10\frac{m}{s^2}}$$

$$125 = \frac{1}{2}\times 10\times t_B^2 \Rightarrow t_B = 5s$$

با توجه به این‌که گلولهٔ B سه ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ A شروع به حرکت کرده است و از طرفی گلولهٔ A، ۸ ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین رسیده است بنابراین گلولهٔ A و B هم‌زمان به سطح زمین می‌رسند و فاصلهٔ آن‌ها پیوسته کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

https://konkur.info

فیزیک ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(علی برزگر)*

فقط مؤلفه‌های هم‌راستای نیرو و جابه‌جایی، کار انجام می‌دهند. بنابراین، با توجه به این‌که نیرو در راستای افقی است، صرفاً جابه‌جایی افقی باعث انجام کار می‌شود.

$$W = F\,d_x\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=1]{F \text{ و } d_x \text{ هم‌جهت}} W = F\,d_x \xrightarrow[d_x=4m]{F=12N} W = 48J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(شیلا شیرزادی)*

باید مجموع کار سه نیروی F، اصطکاک و وزن را حساب کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_f + W_F$$

$$W_{mg} = -(U_2 - U_1) \xrightarrow[U_2=mgh]{U_1=0} W_{mg} = -mgh \xrightarrow[h=2m]{m=1kg,\ g=10\frac{m}{s^2}} W_{mg} = -20J$$

$$W_f = fd\cos\theta_f \xrightarrow[f=5N,\ d=\frac{2}{\sin30^\circ}=4m]{\theta_f=180^\circ,\ \cos\theta_f=-1} W_f = -20J$$

$$W_F = Fd\cos\theta_F \xrightarrow[F=20N,\ d=4m]{\theta_F=0,\ \cos\theta_F=1} W_F = 80J$$

$$W_t = -20 - 20 + 80 = 40J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰ و ۶۵)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(میثم رشتیان)*

اگر از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای این جابه‌جایی استفاده کنیم، داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_1=v_0,\ v_2=\frac{80}{100}v_1=\frac{4}{5}v_1]{W_t=-360J,\ m=8kg} -360 = \frac{1}{2}\times8[(\frac{4}{5}v_0)^2 - v_0^2]$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{25}v_0^2\times4 = -360 \Rightarrow v_0^2 = 250 \Rightarrow v_0 = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow[v_2=0,\ v_1=10\frac{m}{s}]{m=4kg}$$

$$W_t = 0 - \frac{1}{2}\times4\times(10)^2 = -200J$$

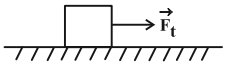
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به این‌که نیروهای وارد بر جسم ثابت هستند، بنابراین جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. با توجه به مکان متحرک در لحظات t_A، t_B و t_C نتیجه می‌گیریم متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x در حال حرکت است و سپس در لحظهٔ t_C در جهت محور x حرکت می‌کند.

چون برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای افق است و سطح بدون اصطکاک است بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



بنابراین داریم:

$$W_t = W_{F_t} \xrightarrow{\Delta K = W_t} \Delta K = W_{F_t}$$

$$\xrightarrow[W_{F_t}=F_t(x_B-x_A)]{\Delta K=-42J} -42 = F_t(x_B - x_A)$$

$$\xrightarrow[x_A=10m]{x_B=-26m} -42 = F_t\times(-36) \Rightarrow F_t = \frac{7}{6}N$$

بنابراین کار برایند نیروهای وارد بر جسم از A تا C برابر است با:

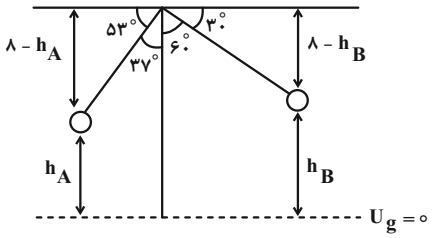
$$W'_{F_t} = F_t\Delta x_{AC} = \frac{7}{6}\times(70-10) = 70J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(پوریا علاقه‌منر)*

کار نیروی وزن برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است. با در نظر گرفتن پایین‌ترین نقطهٔ مسیر حرکت آونگ به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_{mg} = -(U_B - U_A) \xrightarrow[U_B=mgh_B]{U_A=mgh_A} W_{mg} = mg(h_A - h_B)$$



$$8\times\sin53^\circ = 8 - h_A \xrightarrow[\sin53^\circ=0/8]{\sin37^\circ=0/6} h_A = 1/6m$$

$$8\times\sin30^\circ = 8 - h_B \xrightarrow{\sin30^\circ=\frac{1}{2}} h_B = 4m$$

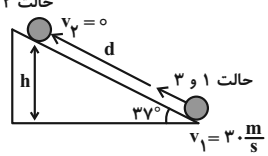
$$W_{mg} = mg(h_A - h_B) \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2},\ h_A=1/6m,\ h_B=4m]{m=900g=0/9kg}$$

$$W_{mg} = 0/9\times10\times(1/6-4) = -21/6J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمود منصوری)*

اگر فاصلهٔ نقطهٔ پرتاب تا توقف در امتداد سطح شیبدار را d بنامیم، خواهیم داشت:



$$h = d\sin37^\circ = d\times0/6$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = f\,d\cos180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\times10\times(d\times0/6) - \frac{1}{2}\times2\times30^2 = 6\times d\times(-1) \Rightarrow d = 50m$$

$$W_f = f\,d\cos180^\circ = 6\times50\times(-1) = -300J$$

نکته: چون نیروی اصطکاک در طول مسیر ثابت است، کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت با هم برابر است. در رفت و برگشت داریم:

$$E_3 - E_1 = 2W_f \Rightarrow K_3 - K_1 = 2W_f$$

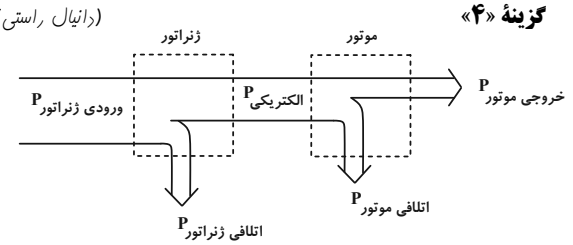
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_1^2) = 2\times(-300) \Rightarrow \frac{1}{2}\times2\times(v_3^2 - 900) = -600$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 300 \Rightarrow v_3 = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

https://konkur.info

۸۸- **گزینهٔ «۴»** (دانیال راستی)



طرح‌واره ژنراتور و موتور رسم شده است. الکتریکی P، توان خروجی ژنراتور و توان ورودی موتور است. طبق صورت سؤال، توان اتلافی ژنراتور برابر با توان خروجی موتور است. بنابراین:

$$\text{خروجی موتور } P = \text{اتلافی ژنراتور } P$$

$$\text{اتلافی ژنراتور } P + \text{الکتریکی } P = \text{ورودی ژنراتور } P$$

$$\xrightarrow{\text{اتلافی ژنراتور } P = \text{خروجی موتور } P}$$

$$\text{الکتریکی } P = \text{خروجی موتور } P - \text{ورودی ژنراتور } P \qquad (1)$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{\text{الکتریکی } P}{\text{ورودی ژنراتور } P} \xrightarrow{(1)}$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{\text{خروجی موتور } P - \text{ورودی ژنراتور } P}{\text{ورودی ژنراتور } P}$$

$$\eta_{\text{موتور}} = \frac{\text{خروجی موتور } P}{\text{الکتریکی } P} \xrightarrow{(1)}$$

$$\eta_{\text{موتور}} = \frac{\text{خروجی موتور } P}{\text{خروجی موتور } P - \text{ورودی ژنراتور } P}$$

$$\frac{\eta_{\text{موتور}}}{\eta_{\text{ژنراتور}}} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow \frac{۴}{۹}\eta_{\text{ژنراتور}} = \eta_{\text{موتور}}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۹}\frac{\text{خروجی موتور } P - \text{ورودی ژنراتور } P}{\text{ورودی ژنراتور } P} = \frac{\text{خروجی موتور } P}{\text{خروجی موتور } P - \text{ورودی ژنراتور } P}$$

صورت و مخرج را به ورودی ژنراتور P تقسیم می‌کنیم و $\frac{\text{خروجی موتور } P}{\text{ورودی ژنراتور } P}$ را با x نشان می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{۴}{۹}\frac{۱-x}{۱} = \frac{x}{۱-x} \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = \frac{۹}{۴}x \Rightarrow \text{غ ق ق} \begin{cases} x = ۴ \\ x = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحهٔ ۷۵)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** (مهران اسماعیلی)

ابتدا با داشتن حجم و چگالی آب، جرم آب خروجی در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$V = ۱۲\,L = ۱۲\times۱۰^{-۳}\,m^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow[V=۱۲\times۱۰^{-۳}\,m^۳]{\rho=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}}$$

$$m = ۱۰۰۰\times۱۲\times۱۰^{-۳} = ۱۲\,kg$$

سپس توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{پمپ}} = \eta \times P_{\text{مصرفی}} \xrightarrow[P_{\text{مصرفی}}=۹kW=۹۰۰۰W]{\eta=۰/۸}$$

$$P_{\text{پمپ}} = ۰/۸\times۹۰۰۰ = ۷۲۰۰W$$

کار پمپ را در مدت یک ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} \xrightarrow[t=۱s]{P_{\text{پمپ}}=۷۲۰۰W} ۷۲۰۰ = \frac{W_{\text{پمپ}}}{۱} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = ۷۲۰۰J$$

حال با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی تندی خروج آب از لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}}$$

تندی اولیه آب در ته چاه برابر صفر است $(v_۰ = ۰)$ و کار وزن آب در جابه‌جایی از ته چاه تا لولهٔ خروجی برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgh \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = -mgh + W_{\text{پمپ}}$$

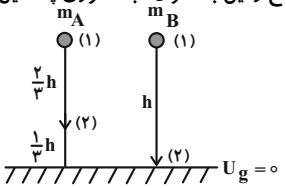
$$\xrightarrow[W_{\text{پمپ}}=۷۲۰۰J\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg}]{m=۱۲kg\ ,\ h=۳۰m} \frac{۱}{۲}\times۱۲v^۲ = -۱۲\times۱۰\times۳۰ + ۷۲۰۰$$

$$\Rightarrow ۶v^۲ = ۳۶۰۰ \Rightarrow v^۲ = ۶۰۰ \Rightarrow v = ۱۰\sqrt{۶}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا جباری)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



گام اول: چون مقاومت هوا ناچیز است، پایستگی انرژی مکانیکی برای هر دو گلوله برقرار است:

$$E_{۱A} = E_{۲A} \quad \text{و} \quad E_{۱B} = E_{۲B}$$

گام دوم: انرژی جنبشی گلولهٔ A را در ارتفاع $\frac{h}{۳}$ از سطح زمین و انرژی جنبشی گلولهٔ B را در لحظهٔ رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$E_{۱A} = E_{۲A} \Rightarrow K_{۱A} + U_{۱A} = K_{۲A} + U_{۲A}$$

$$\xrightarrow{K_{۱A}=۰} m_A gh = K_{۲A} + m_A g\frac{h}{۳} \Rightarrow K_{۲A} = \frac{۲}{۳}m_A gh$$

$$E_{۱B} = E_{۲B} \Rightarrow K_{۱B} + U_{۱B} = K_{۲B} + U_{۲B}$$

$$\xrightarrow[U_{۲B}=۰]{K_{۱B}=۰} m_B gh = K_{۲B}$$

$$\frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{m_B gh}{\frac{۲}{۳}m_A gh} \xrightarrow{m_B=۲m_A} \frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{۲m_A}{\frac{۲}{۳}m_A} = ۳$$

راه‌حل دوم: طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K_A = W_{tA} \xrightarrow[K_{۱A}=۰\ ,\ W_{tA}=W_{mgA}]{\Delta K_A = K_{۲A} - K_{۱A}} K_{۲A} = W_{mgA}$$

$$W_{mgA} = m_A g d_A \cos\theta_A \xrightarrow[d_A=\frac{۲}{۳}h]{\theta_A=۰\ ,\ \cos\theta_A=۱}$$

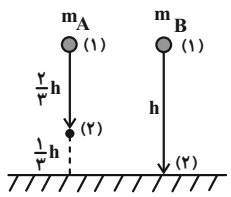
$$K_{۲A} = \frac{۲}{۳}hm_A g$$

$$\Delta K_B = W_{tB} \xrightarrow[K_{۱B}=۰\ ,\ W_{tB}=W_{mgB}]{\Delta K_B = K_{۲B} - K_{۱B}} K_{۲B} = W_{mgB}$$

$$W_{mgB} = m_B g d_B \cos\theta_B \xrightarrow[d_B=h\ ,\ m_B=۲m_A]{\theta_B=۰\ ,\ \cos\theta_B=۱}$$

$$K_{۲B} = ۲m_A hg$$

$$\Rightarrow \frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{۲m_A hg}{\frac{۲}{۳}m_A hg} = ۳$$



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

https://konkur.info

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

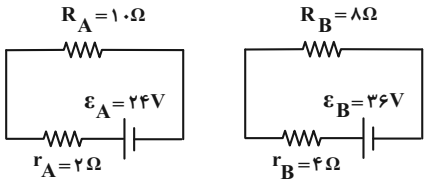
با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد غیرآرمانی (واقعی) برحسب جریان $(V=\varepsilon-rI)$ می‌توان گفت که در نمودار $V-I$، عرض از مبدأ خط، برابر با ε و قدرمطلق شیب خط برابر با r است. پس:

$$r_A=\frac{|\Delta V_A|}{\Delta I_A}=\frac{۴}{۲}=۲\Omega \Rightarrow r_A=\frac{\varepsilon_A}{۱۲}\Rightarrow \varepsilon_A=۲۴V$$

$$\varepsilon_A+۱۲=\varepsilon_B \xrightarrow{\varepsilon_A=۲۴V} \varepsilon_B=۳۶V$$

$$r_B=\frac{۳۶}{۹}=۴\Omega$$

از طرفی داریم:



$$I_A=\frac{\varepsilon_A}{R_A+r_A}=\frac{۲۴}{۱۲}=۲A$$

$$I_B=\frac{\varepsilon_B}{R_B+r_B}=\frac{۳۶}{۱۲}=۳A$$

و در نهایت با استفاده از رابطهٔ توان خروجی مولد

$(P_{\text{خروجی مولد}}=V_{\text{مولد}}\times I_{\text{مولد}}=(\varepsilon-rI)I)$ می‌توان نوشت:

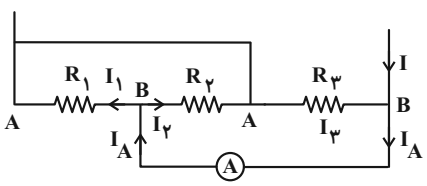
$$\begin{cases}P_{A\ \text{خروجی}}=(۲۴-۲\times(۲))\times(۲)=۴۰W\\ P_{B\ \text{خروجی}}=(۳۶-۴\times(۳))\times(۳)=۷۲W\end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{B\ \text{خروجی}}-P_{A\ \text{خروجی}}=۳۲W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

برای محاسبهٔ نیروی محرکهٔ مولد $\varepsilon_۲$ لازم است جریان حلقه (جریان در شاخهٔ اصلی) را محاسبه کنیم. با توجه به نقاط هم‌پتانسیل، مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ موازیند. بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ تقسیم می‌شود.



پس می‌توان نوشت:

$$I_A=I_۱+I_۲=۲A$$

با داشتن مجموع جریان‌های مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ می‌توان اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را محاسبه کرد.

$$V_{AB}=R_{۱,۲}I_{۱,۲}\xrightarrow[R_{۱,۲}=\frac{۴\times۱۲}{۴+۱۲}=۳\Omega]{I_{۱,۲}=۲A} V_{AB}=۳\times۲=۶V$$

با داشتن V_{AB} می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ را نیز محاسبه کنیم.

$$V_{AB}=R_۳I_۳\xrightarrow[V_{AB}=۶V]{R_۳=۶\Omega}۶=۶I_۳\Rightarrow I_۳=۱A$$

حال می‌توان جریان حلقه را محاسبه کرد. $I=I_A+I_۳$

$$I=I_۱+I_۲+I_۳=۲+۱=۳A$$

با فرض این‌که مولدهای $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۳$ محرکه و $\varepsilon_۲$ ضد محرکه است، نیروی محرکهٔ مولد $\varepsilon_۲$ را محاسبه می‌کنیم که برای این منظور لازم است مقاومت معادل مقاومت‌های موازی $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ را محاسبه کنیم.

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}\xrightarrow[R_۳=۶\Omega]{R_۱=۴\Omega\ ,\ R_۲=۱۲\Omega}$$

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_{eq}=۲\Omega$$

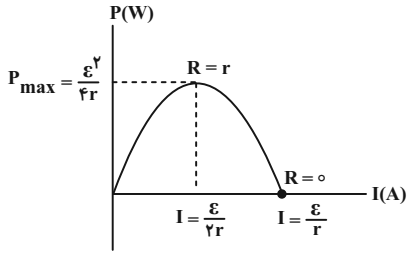
$$I=\frac{\varepsilon_۱+\varepsilon_۳-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r_۱+r_۲+r_۳}\Rightarrow ۳=\frac{۱۸+۶-\varepsilon_۲}{۲+۱+۰/۵+۰/۵}$$

$$\Rightarrow ۳=\frac{۲۴-\varepsilon_۲}{۴}\Rightarrow ۲۴-\varepsilon_۲=۱۲\Rightarrow \varepsilon_۲=۱۲V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمود منصوری)*

توان خروجی باتری برحسب جریان، یک سهمی با معادلهٔ $P=\varepsilon I-rI^۲$ می‌باشد. بیشینهٔ توان از رابطهٔ $P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$ محاسبه می‌گردد و جریانی که به ازای آن، توان بیشینه می‌شود، از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{۲r}$ به دست می‌آید.



$$\left.\begin{aligned}P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}\Rightarrow ۱۸=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}\\ I=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow ۶=\frac{\varepsilon}{۲r}\Rightarrow \frac{\varepsilon}{r}=۱۲\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{\varepsilon}{۴}\times\frac{\varepsilon}{r}=۱۸W$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{۴}\times۱۲=۱۸W\Rightarrow \varepsilon=۶V\ ,\ r=۰/۵\Omega$$

https://konkur.info

اگر ولتاژ دو سر باتری ۱/۵ ولت باشد:

$$V=\varepsilon-Ir \Rightarrow ۱/۵=۶-۰/۵I \Rightarrow ۰/۵I=۴/۵ \Rightarrow I=۹A$$

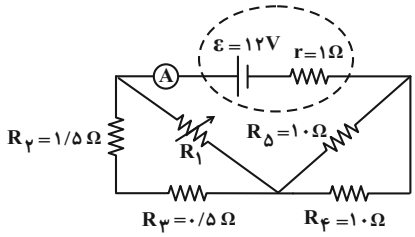
توان خروجی:

$$P_{\text{خروجی}}=VI=۱/۵\times۹=۱۳/۵W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

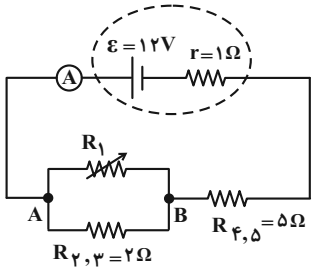
گام اول: ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



$R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند. $R_{۲,۳}=R_۲+R_۳=۱/۵+۰/۵=۲\Omega$

$R_۴$ و $R_۵$ موازی هستند. $R_{۴,۵}=\frac{R_۴\times R_۵}{R_۴+R_۵}=\frac{۱۰\times۱۰}{۱۰+۱۰}=۵\Omega$

گام دوم: اگر مقاومت $R_۱$ برابر صفر باشد، مقاومت $R_{۲,۳}$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد. مانند آن‌که از A تا B فقط یک قطعه سیم رابط با مقاومت ناچیز قرار گیرد. در این حالت می‌توان نوشت:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=R_{۴,۵}=۵\Omega]{\varepsilon=۱۲V\ ,\ r=۱\Omega} I_۱=\frac{۱۲}{۵+۱}=۲A$$

گام سوم: اگر مقاومت $R_۱$ برابر بی‌نهایت باشد از آن هیچ جریانی نمی‌گذرد و بین نقاط A و B جریان فقط از $R_{۲,۳}$ عبور می‌کند، در این صورت داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=R_{۲,۳}+R_{۴,۵}=۲+۵=۷\Omega]{\varepsilon=۱۲V\ ,\ r=۱\Omega}$$

$$I_۲=\frac{۱۲}{۷+۱}=۱/۵A$$

گام چهارم: آمپرسنج در حالت اول جریان $I_۱$ و در حالت دوم جریان $I_۲$ را نشان می‌دهد. پس جریان آمپرسنج $۰/۵A$ کاهش می‌یابد.

$$I_۲-I_۱=۱/۵-۲=-۰/۵A$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(علی برزگر)*

از رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ و با توجه به ثابت بودن مشخصات فیزیکی لامپ می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow[\text{ثابت } R]{P=\frac{V^۲}{R}} \frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲ \xrightarrow[V_۱=۲۲۰V\ ,\ V_۲=۱۱۰V]{P_۱=۲۰۰W}$$

$$\frac{P_۲}{۲۰۰}=(\frac{۱۱۰}{۲۲۰})^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow P_۲=۵۰W$$

توان مصرفی $=\frac{۵}{۱۰۰}kW$

(توان مصرفی برحسب کیلوات) = بهای برق مصرفی

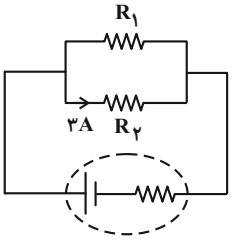
(نرخ واحد) × (مدت مصرف برحسب ساعت) ×

$$=\frac{۵}{۱۰۰}\times(۲\times۳۰\times۶)\times۷۰۰=۱۲۶۰۰ \text{ ریال}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا مدار زیر را ساده می‌کنیم. همان‌طور که می‌دانیم طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت مدار با طول سیم نسبت مستقیم دارد.



می‌دانیم طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی برابر با حاصل‌ضرب زاویهٔ مرکزی در شعاع دایره است.

$$L_۱=\frac{۳\pi}{۲}\times \text{شعاع}$$

$$L_۲=\frac{\pi}{۲}\times \text{شعاع}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱} \xrightarrow{L_۱=۳L_۲} \frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{I_۱}{۳}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow I_۱=۱A$$

جریان کل مدار برابر است با: $I_t=I_۱+I_۲=۱+۳=۴A$

توان تولیدی مولد برابر است با: $P=\varepsilon I_t=۲۰\times۴=۸۰W$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(ملیحه میرصالحی)*

چون $r=۰$ و ولتاژ دو سر منبع ثابت است. بنابراین طبق رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$، $V^۲$ ثابت است و برای این‌که P بیشینه شود، باید R_{eq} به حداقل برسد. بنابراین باید هر سه مقاومت $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ در مدار قرار بگیرند. در این حالت داریم:

$$\frac{۱}{R_{۲,۳,۴}}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۱/۵} \Rightarrow R_{۲,۳,۴}=۰/۷۵\Omega$$

$$R_{eq\,min}=R_۱+R_{۲,۳,۴}=۱/۷۵+۰/۷۵=۲/۵\Omega$$

https://konkur.info

اکنون، برای توان مصرفی بیشینه با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ می‌توان نوشت:

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{R_{eq\,min}} \xrightarrow[R_{eq\,min}=2/5\Omega]{\varepsilon=10V}$$

$$P_{max}=\frac{100}{2/5}=40W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** (میثم رشتیان)

وقتی هر دو کلید باز هستند مقاومت معادل مدار، همان مقاومت R_1 است:

$$R_{eq(1)}=R_1=9\Omega$$

در حالتی که دو کلید بسته باشند، هر سه مقاومت با هم موازی‌اند. اگر مقاومت معادل در این حالت را $R_{eq(2)}$ بنامیم، چون در دو حالت توان خروجی باتری یکسان است، می‌توان نوشت:

$$r^2=R_{eq(1)}\times R_{eq(2)} \xrightarrow[R_{eq(1)}=9\Omega]{r=6\Omega}$$

$$6^2=9\times R_{eq(2)}\Rightarrow R_{eq(2)}=4\Omega$$

اگر مقاومت معادل R_1 و R_2 را $R_{1,2}$ بنامیم، چون با R_3 موازی است می‌توان نوشت:

$$R_{eq(2)}=\frac{R_{1,2}\times R_3}{R_{1,2}+R_3} \xrightarrow[R_3=12\Omega]{R_{eq(2)}=4\Omega}$$

$$4=\frac{R_{1,2}\times 12}{R_{1,2}+12}\Rightarrow R_{1,2}=6\Omega$$

$$R_{1,2}=\frac{R_1\times R_2}{R_1+R_2} \xrightarrow{R_1=9\Omega} 6=\frac{9R_2}{9+R_2}\Rightarrow R_2=18\Omega$$

اگر فقط کلید k_1 بسته باشد، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq}=R_{1,2}=6\Omega$$

$$I_t=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{54}{6+6}=4/5A$$

اکنون اگر جریان عبوری از R_2 را I_2 بنامیم:

$$V_{R_2}=V_{R_{1,2}}\Rightarrow R_2I_2=R_{1,2}I_{1,2}$$

$$\xrightarrow{I_{1,2}=I_t=4/5A} 18\times I_2=6\times 4/5\Rightarrow I_2=1/5A$$

در نهایت توان مصرفی در R_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$P=R_2I_2^2=18\times(1/5)^2=40/5W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** (امیراحمد میرسعید)

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت کل مدار نیز افزایش می‌یابد و با توجه به رابطهٔ جریان در مدار تک حلقه، جریان کاهش می‌یابد.

$$R\uparrow\Rightarrow I\downarrow=\frac{\varepsilon}{R\uparrow+R_2+r}$$

$$V_1=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I\downarrow} V_1\uparrow=\varepsilon-(I\downarrow)r$$

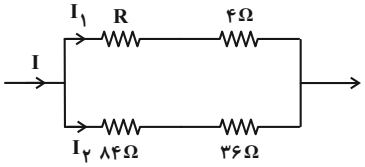
$$V_2=R_2I \xrightarrow{I\downarrow} V_2\downarrow=R_2I\downarrow$$

$$V_3=\varepsilon-I(r+R_2) \xrightarrow{I\downarrow} V_3\uparrow=\varepsilon-(I\downarrow)(r+R_2)$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** (شیلا شیرزادی)

با توجه به این‌که توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی و ۳۶ اهمی با هم برابر است پس با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$، نسبت جریان این دو مقاومت را که همان جریان شاخهٔ (۱) و (۲) می‌باشد به‌دست می‌آوریم:



$$P_4=P_{36}\Rightarrow 4I_1^2=36I_2^2\Rightarrow\frac{I_1^2}{I_2^2}=\frac{36}{4}=9\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=3$$

مقاومت معادل شاخهٔ بالا را با R_1 و مقاومت معادل شاخهٔ پایین را با R_2 نشان می‌دهیم. چون شاخه‌های (۱) و (۲) با هم موازیند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر است، پس:

$$V_1=V_2\Rightarrow R_1I_1=R_2I_2 \xrightarrow[R_2=84+36(\Omega)]{R_1=R+4(\Omega)}$$

$$(R+4)I_1=(84+36)I_2 \xrightarrow{I_1=3I_2}(R+4)(3I_2)=120I_2$$

$$R+4=40\Rightarrow R=36\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

https://konkur.info

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

سرعت تولید B دو برابر سرعت تولید A است.

* ابتدا سرعت واکنش رفت زیاد و سرعت واکنش برگشت صفر است، به تدریج سرعت واکنش رفت کاهش و برگشت افزایش می‌یابد تا با هم برابر شوند.

* ویژگی سامانهٔ تعادلی، برابر بودن سرعت واکنش رفت و برگشت است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسن عیسی‌زاده)*

هیدروسیانیک اسید (HCN) یک اسید ضعیف بوده و به شکل تعادلی یونیده می‌شود.

$$HCN(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + CN^-(aq)$$

از طرفی با اضافه شدن $NaOH$ بر روی محلول HCN، غلظت یون H^+ به دلیل خنثی شدن، کمتر شده و HCN بیشتر یونیده می‌شود. در نتیجه غلظت CN^- افزایش و غلظت HCN یونیده نشده کمتر می‌شود. یعنی درصد یونش HCN افزایش می‌یابد؛ بنابراین فقط مورد (ب) درست است. درضمن مقدار K_a تنها با تغییر دما تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳ و ۲۸ تا ۳۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سلیمانی)*

در ابتدا غلظت ppm را به مولاریته تبدیل می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{اسید } 360\,g}{\text{محلول } 10^6\,g}$$

$$\text{مولاریته} = \frac{360 \times \frac{1}{60}}{\frac{10^6}{1200} L^{-1}} = 72 \times 10^{-4}\, mol.L^{-1}$$

$$CH_3COOH \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$$

	72×10^{-4}	0	0
	$-x$	$+x$	$+x$
	$72\times10^{-4}-x$	$+x$	$+x$

$$K_a = \frac{x^2}{72\times10^{-4}-x} = 5\times10^{-5}$$

با توجه به K_a بسیار کوچک از تغییرات x صرف‌نظر می‌کنیم.

$$K_a = \frac{x^2}{72\times10^{-4}} = 5\times10^{-5}$$

$$x^2 = 36\times10^{-8} \Rightarrow x = 6\times10^{-4}\, mol.L^{-1} = [H^+]$$

$$\text{مول} = 6\times10^{-4}\, mol.L^{-1} \times 0/2 = 1/2\times10^{-4}\, mol\ H^+$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log 6\times10^{-4} = 4 - \log 6 = 3/2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(رضا مسکن)*

$$pH = 0/7 \qquad [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-0/7} = 0/2\, mol.L^{-1}$$

$$pH = 1/4 \qquad [H^+] = 10^{-1/4} = 0/04\, mol.L^{-1}$$

$$[H^+]_{\text{مصرفی}} = 0/2 - 0/04 = 0/16$$

طبق واکنش چون ضریب $ZnCl_2$ نصف HCl است پس غلظت Zn^{2+} $0/08\, mol.L^{-1}$ است.

$$[Zn^{2+}] = 0/08\, mol.L^{-1}$$

یون Cl^- در این واکنش دست‌نخورده باقی مانده است.

$$HCl : [H^+]_{\text{اولیه}} = [Cl^-] = 0/2\, mol.L^{-1}$$

$$\frac{[Zn^{2+}]}{[Cl^-]} = \frac{0/08}{0/2} = 0/4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی آقاسی‌زاده)*

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/2} \Rightarrow [H^+] \simeq 6\times10^{-2}\, \frac{mol}{L}$$

$$6\times10^{-2}\, \frac{mol}{L} \times 0/5L \times \frac{1\, mol\ Mg}{2\, mol\ HCl} \times \frac{1s}{5\times10^{-5}\, mol\ Mg}$$

$$\times \frac{1\, min}{60\, s} = 5\, min$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد سعیدی)*

pH هر دو محلول را محاسبه می‌کنیم. (توجه شود $298K$ همان $25^\circ C$ است.)

$$T = \theta + 273 \Rightarrow 298 = \theta + 273 \Rightarrow \theta = 25^\circ C$$

$$Mg(OH)_2 \begin{cases} [OH^-] = Mn\alpha = 4\times10^{-3}\times2\times1 = 8\times10^{-3}\, mol.L^{-1} \\ pOH = -\log[OH^-] = -\log(8\times10^{-3}) = 3 - \log 8 \\ = 3 - \log 2^3 = 3 - 3(\log 2) = 3 - (3\times0/3) = 2/1 \\ pH + pOH = 14 \Rightarrow pH + 2/1 = 14 \Rightarrow pH = 11/9 \end{cases}$$

$$HA \begin{cases} \alpha = 1/5\times10^{-2} = \frac{3}{2}\times10^{-2} \\ [H^+] = Mn\alpha = 2\times10^{-2}\times1\times\frac{3}{2}\times10^{-2} \\ = 3\times10^{-4}\, mol.L^{-1} \\ pH = -\log[H^+] = -\log(3\times10^{-4}) = 4 - \log 3 = 4 - 0/5 = 3/5 \end{cases}$$

https://konkur.info

اختلاف pH دو محلول $= ۱۱/۹ - ۳/۵ = ۸/۴$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(هانی سوری)*

فقط مورد دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: همهٔ بازها خورنده نیستند. بازهای قوی خورنده هستند.

مورد دوم: هر چه در شرایط یکسان pH محلول یک باز بیشتر باشد آن باز قوی‌تر است.

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH}$$

$$\frac{[H^+]_۱}{[H^+]_۲} = \frac{۱۰^{-pH_۱}}{۱۰^{-pH_۲}} = \frac{۱۰^{-۱۳/۴}}{۱۰^{-۱۰/۷}} = ۱۰^{-۲/۷}$$

$$[H^+]_۱ = ۱۰^{-۲/۷}[H^+]_۲ = ۱۰^{-۳} \times ۲[H^+]_۲$$

نسبت غلظت هیدرونیوم‌های ۲ محلول عکس نسبت غلظت هیدروکسیدهای آن‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{[H^+]_۱}{[H^+]_۲} = \frac{[OH^-]_۲}{[OH^-]_۱} \Rightarrow \frac{[OH^{-۱}]_۱}{[OH^-]_۲} = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰$$

مورد سوم و چهارم: pH محلول‌ها به قدرت آن‌ها بستگی ندارد بلکه به غلظت $[H^+]$ آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۱۰۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی همهٔ موارد:

الف) درست

$$[OH^-] = \frac{\text{۲ ذره} \times \frac{۲\times۱۰^{-۴}\,mol}{\text{۱ ذره}}}{\text{محلول } ۰/۸\,L} = ۵\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow pOH = ۴ - \log ۵ = ۴ - ۰/۷ = ۳/۳$$

$$\Rightarrow pH = ۱۴ - ۳/۳ = ۱۰/۷$$

ب) نادرست؛ با توجه به شکل درمی‌یابیم که در ابتدا ۱۰ ذرهٔ $NH_۳$ وجود داشته که ۲ ذرهٔ آن یونیده شده است.

$$٪\alpha = \frac{۲}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۲۰٪$$

پ) نادرست؛ لوله بازکن محلول NaOH در آب است.

ت) درست

$$K_b = \frac{[OH^-]^۲}{[NH_۳]} = \frac{۵\times۱۰^{-۴} \times ۵\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۱/۲۵\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(هانی سوری)*

محلول HA طبق $[HA] = M.V$ شامل ۲ مول HA است.

حجم محلول نهایی ۲ لیتر خواهد بود.

طبق $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$ مقدار $[H^+]$ در محلول HA برابر است با:

$$[H^+] = M.\alpha$$

مقدار مول H^+ محلول نهایی برابر است با: $(M.\alpha) + ۰/۱$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow ۰/۳ = -\log[H^+]$$

$$[H^+] = ۱۰^{-۰/۳} = ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{۰/۷} = ۰/۵$$

$$[H^+].V = H^+ \text{ تعداد مول} \Rightarrow ۰/۵\times۲ = H^+ \text{ یک مول}$$

$$\Rightarrow ۱ = M.\alpha + ۰/۱ \Rightarrow ۲\times\alpha = ۰/۹ \Rightarrow \alpha = ۰/۴۵$$

$$\Rightarrow \text{درصد یونش} = ۴۵٪$$

$$NaOH + HA \rightarrow NaA + H_۲O$$

$$۲mol\ HA \times \frac{۱mol\ NaOH}{۱mol\ HA} \times \frac{۴۰g\ NaOH}{۱mol\ NaOH} = ۸۰g\ NaOH$$

$$NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_۲O$$

$$۰/۱mol\ HCl \times \frac{۱mol\ NaOH}{۱mol\ HCl} \times \frac{۴۰g\ NaOH}{۱mol\ NaOH} = ۴g\ NaOH$$

پس $۸۰ + ۴ = ۸۴$ گرم NaOH نیاز است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۳۲)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

آ) درست

$$Li_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲(\underbrace{Li^+(aq) + OH^-(aq)}_{\text{باز قوی}})$$

ب) نادرست؛ در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرهٔ معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود $۰/۰۳\,mol.L^{-۱}$ می‌باشد.

پ) درست؛ در شیشه‌پاک‌کن آمونیاک و در لوله بازکن سدیم هیدروکسید وجود دارد.

ت) نادرست

$$M = \frac{۰/۰۲mol}{۰/۱L} = ۰/۲$$

$$[H_۳O^+] = M = ۲\times۱۰^{-۱} \Rightarrow pH = ۰/۷$$

ث) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

https://konkur.info

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(حمید ذبحی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ با این‌که با افزایش ارتفاع، فشار کاهش می‌یابد اما شیب تغییرات آن ثابت نیست.

عبارت دوم: درست؛ با افزایش ارتفاع، غلظت گازها در هواکره کاهش می‌یابد اما درصد حجمی آن‌ها ثابت است.

عبارت سوم: درست؛ در لایه‌های اول و سوم هواکره، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم: نادرست؛ در ارتفاعات بسیار بالا، گونه‌های خنثی و مثبت یافت می‌شود.

عبارت پنجم: نادرست؛ حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را تروپوسفر تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

تنها مورد نادرست، مورد سوم است. نام N_2O دی‌نیتروژن مونواکسید است که در نوشتن آن از دو پیشوند استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» می‌توانند جمله را به درستی تکمیل کنند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) $Li_2S \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{2}{1}$, $Fe_2O_3 \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{3}{2}$

ب) $MgBr_2 \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{1}{2}$, $Cu_2O \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{2}$

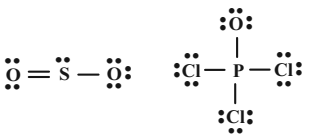
پ) $CuCl \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{1}{1}$, $BaS \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{1}$

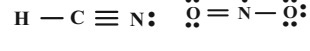
ت) $Na_3N \Rightarrow \frac{\text{کاتیون}}{\text{آنیون}} = \frac{3}{1}$, $CrF_3 \Rightarrow \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{3}{1}$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ساختار لوویس گونه‌های داده شده در گزینهٔ «۳» به شکل زیر است:





بنابراین تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در $POCl_3$ و HCN با هم برابر بوده و SO_2 و NO_2 نیز تعداد پیوندهای اشتراکی یکسانی دارند. توجه داشته باشید که NO_2 دارای یک الکترون ناپیوندی تنها است و روی اتم‌های اکسیژن دارای جفت الکترون ناپیوندی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

بررسی موارد نادرست:

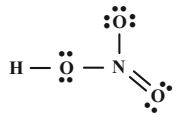
مورد دوم: کاتیون Cr^{3+} در ترکیب $CrCl_3$ با اکسیژن، اکسیدی با فرمول Cr_2O_3 تشکیل می‌دهد.

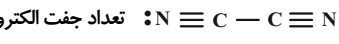
مورد سوم: PCl_3 را فسفر تری‌کلرید و N_2O_3 را دی‌نیتروژن تری‌اکسید می‌نامند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

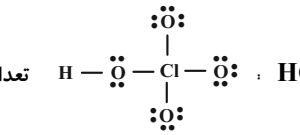
۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(نورا نوروزی)*

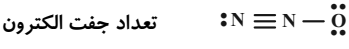
بررسی موارد:

الف) HNO_3 :  **تعداد الکترون ناپیوندی = ۱۴**

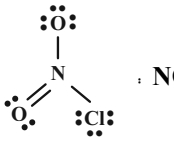
ب) C_2N_2 :  **تعداد جفت الکترون پیوندی = ۷ جفت**

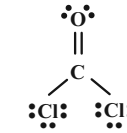
نسبت مدنظر $= \frac{14}{7} = 2$ **(نادرست)**

ب) $HClO_4$:  **تعداد الکترون ناپیوندی = ۲۲**

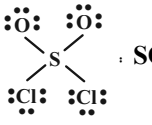
پ) N_2O :  **تعداد جفت الکترون پیوندی = ۴ جفت**

نسبت مدنظر $= \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$ **(درست)**

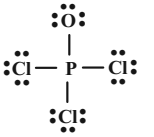
پ) NO_2Cl :  **تعداد الکترون ناپیوندی = ۱۶**

ت) $COCl_2$:  **تعداد جفت الکترون پیوندی: ۴**

نسبت مد نظر $= \frac{16}{4} = 4$ **(نادرست)**

ت) SO_2Cl_2 :  **تعداد الکترون ناپیوندی = ۲۴**

https://konkur.info

$POCl_3$:  تعداد جفت الکترون پیوندی = ۴

نسبت مد نظر $= \frac{24}{4} = 6$ (درست)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

شکل درست گزینهٔ «۴»:

میل ترکیبی هموگلوبین با کربن مونوکسید بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲، ۵۷ و ۵۸)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:

۱) $C_5H_8O_2 + 2NaH + 2HCl \rightarrow C_5H_{12}O_2 + 2NaCl$

۲) $K_2Cr_2O_7 + 6FeCl_2 + 14HCl$

$\rightarrow 2CrCl_3 + 6FeCl_3 + 2KCl + 7H_2O$

۳) $4KMnO_4 + 6H_2SO_4$

$\rightarrow 2K_2SO_4 + 4MnSO_4 + 6H_2O + 5O_2$

۴) $3Cu + 8HNO_3 \rightarrow 3Cu(NO_3)_2 + 2NO + 4H_2O$

با توجه به این‌که نسبت مجموع ضرایب مولی واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها در آن‌ها به ترتیب برابر با $\frac{5}{3}$ ، $\frac{21}{17}$ ، $\frac{10}{17}$ و $\frac{11}{9}$ است، این نسبت در واکنش اول بیشتر از بقیه خواهد بود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(نازنین صدیقی)*

واکنش‌های مورد نظر به شکل زیر، موازنه می‌شوند:

I) $3KNO_2 + KNO_3 + Cr_2O_3 \rightarrow 4NO + 2K_2CrO_4$

II) $2KMnO_4 + 5PCl_3 + 16HCl$

$\rightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 5PCl_5 + 8H_2O$

III) $3As_2S_3 + 28HNO_3 + 4H_2O$

$\rightarrow 6H_3AsO_4 + 9H_2SO_4 + 28NO$

IV) $K_2Cr_2O_7 + 3H_2SO_4 + 4KCl$

$\rightarrow 2CrO_2Cl_2 + 3K_2SO_4 + 3H_2O$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (III) : ۳۵

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (IV) : ۸

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III) : ۴۳

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (IV) : ۸

نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها:

در واکنش III : $\frac{35}{43}$ **در واکنش IV :** $\frac{8}{8} = 1$

این نسبت در واکنش (III)، کمتر از ۱ می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (II) :

$2KMnO_4$, $2KCl$, $2MnCl_2$

⇐ مجموع ضرایب = ۶

مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (I) :

$3KNO_2$, KNO_3 , Cr_2O_3 , $2K_2CrO_4$

⇐ مجموع ضرایب = ۷

این عدد در واکنش (I) از (II)، بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: درست؛ مجموع ضرایب کل مواد در واکنش (II)، ۴۰ بوده و مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III) ، ۴۳ می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ واکنش‌دهنده‌های واجد پتاسیم در واکنش (I) :

$3KNO_2$, KNO_3

و در واکنش (IV) : $K_2Cr_2O_7$, $4KCl$

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های موردنظر در واکنش (I) ، ۴ و در واکنش (IV) برابر ۵ می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی گزینه‌ها:

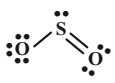
گزینهٔ «۱»: $:N \equiv N:$ و $:C \equiv O:$

گزینهٔ «۲»:

$4C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 12CO_2 + 10H_2O + 6N_2 + O_2$

گزینهٔ «۳»: با افزایش کربن دی‌اکسید در آب و اسیدی شدن محیط، مرجان‌ها و گروهی از کیسه‌تنان که دارای اسکلت آهکی هستند از بین می‌روند.

گزینهٔ «۴»: نسبت شمار کاتیون به آنیون در Fe_2O_3 برابر با $\frac{2}{3}$ و نسبت شمار جفت الکترون اشتراکی به ناپیوندی در SO_2 برابر $\frac{3}{6}$ است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶، ۵۹ و ۶۲ تا ۶۴)

https://konkur.info

شیمی ۲

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

عبارت‌های اول، دوم و چهارم صحیح است.

* ظرفیت گرمایی به جرم بستگی دارد، پس ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر از ظرف A است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(کارو محمدی)*

فقط عبارت دوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر طی فرایند $B \rightarrow C$ هر دو تغییرات دما و محتوای انرژی شیمیایی رخ دهد، با توجه به نمودار حالت C پایین‌تر و پایداری آن بالاتر خواهد بود.

عبارت دوم: پس از خوردن بستنی، فرایند هم‌دما شدن آن با بدن رخ می‌دهد $(A \rightarrow B)$ سپس فرایند آزاد شدن انرژی پتانسیل شیمیایی آن صورت می‌گیرد $(B \rightarrow C)$. دقت کنید تغییرات انرژی هم‌دما شدن بستنی با بدن، بسیار کمتر از فرایند تبدیل آن به فراورده‌های دیگر و آزاد شدن انرژی شیمیایی آن است. بنابراین تفاوت سطح انرژی A با C، بسیار بیشتر از A با B خواهد بود.

عبارت سوم: با توجه به بالاتر بودن A از C، علامت $\Delta\theta$ در فرایند $C \rightarrow A$ مثبت خواهد بود.

عبارت چهارم: محتوای انرژی هیدرازین، از عناصر سازندهٔ خود (نیتروژن و هیدروژن) بیشتر است و محتوای انرژی آمونیاک از N_2 و H_2 کمتر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۶۳ تا ۶۵ و ۷۲ تا ۷۵)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی اخفمی‌نیا)*

در ابتدای آغاز فرایند، واکنش دوم آغاز نمی‌شود، بعد از گذشت مدتی با تولید اکسیژن توسط واکنش اول، واکنش دوم شروع می‌شود. به خاطر اتمام اکسیژن در سامانه متوجه می‌شویم که مقدار O_2 تولیدی از واکنش اول تماماً در واکنش دوم مصرف شده است. فرض کنیم x مول O_2 از واکنش اول تولید شده باشد، در این صورت x مول O_2 در واکنش ۲ مصرف شده است. مجموع گرمای آزاد شده برابر است با جمع گرمای آزاد شده تک‌تک واکنش‌ها.

واکنش اول: $x\,mol\ O_2 \times \frac{196\,kJ}{1\,mol\ O_2} = 196x\,kJ$

واکنش دوم: $x\,mol\ O_2 \times \frac{286\,kJ}{\frac{1}{2}\,mol\ O_2} = 572x\,kJ$

مجموع گرمای آزاد شده:

$196x + 572x = 460/8 \Rightarrow 768x\,kJ = 460/8\,kJ \Rightarrow x = 0/6$

مجموع آب تولید شده = آب تولیدی واکنش اول + آب تولید شده واکنش دوم:

واکنش اول:

$$x\,mol\ O_2 \times \frac{2\,mol\ H_2O}{1\,mol\ O_2} \times \frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}$$

$$= 36x\,g\ H_2O \xrightarrow{x=0/6} 21/6\,g\ H_2O$$

واکنش دوم:

$$x\,mol\ O_2 \times \frac{1\,mol\ H_2O}{\frac{1}{2}\,mol\ O_2} \times \frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}$$

$$= 36x\,g\ H_2O \xrightarrow{x=0/6} 21/6\,g\ H_2O$$

آب کل $\Rightarrow 21/6 + 21/6 = 43/2\,g\ H_2O$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای محلول آبی داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 188\,g \times 4/0\,\frac{J}{g.^\circ C} \times 25^\circ C = 18800\,J$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیهٔ هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{واکنش‌دهنده‌ها}\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{فراورده‌ها}\end{matrix}\right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N\equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)}$$

$$= 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94\,kJ = -94000\,J$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۱۸۸۰۰ ژول گرمای مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18800\,J \times \frac{1\,mol\ N_2H_4}{94000\,J} \times \frac{32\,g\ N_2H_4}{1\,mol\ N_2H_4} = 6/4\,g\ N_2H_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۶۵ تا ۶۸)

۱۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

ترکیب‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب در بادام، گشنیز و دارچین یافت می‌شوند.

بررسی گزینهٔ «۲»: در نفتالن نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(علی رفیعی)*

به ترکیب‌هایی که دارای فرمول مولکولی یکسان اما دارای ساختار متفاوت هستند، ایزومر (همپار) گفته می‌شود.

فرمول مولکولی ترکیب‌ها:

آ) $C_{10}H_{18}O$ ب) $C_9H_{16}O$

پ) $C_9H_{18}O$ ت) $C_{10}H_{18}O$

ث) $C_{10}H_{16}O$

ترکیبات (آ) و (ت) با یکدیگر ایزومر هستند.

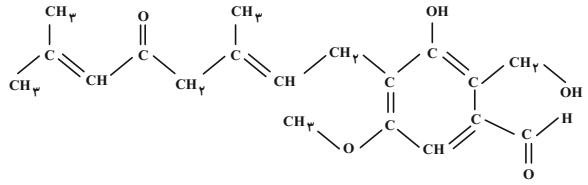
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۷۰)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ترکیب داده شده با ساختار زیر دارای یک گروه عاملی کتونی، یک گروه عاملی اتری، دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی آلدهیدی است.

https://konkur.info

از طرفی دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است که در این ترکیب وجود دارد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** (محمد عظیمیان‌زواره)

$$۲C_۲H_۲(g)+۵O_۲(g)\rightarrow ۴CO_۲(g)+۲H_۲O(g)+۲۶۰۰kJ$$

بنابراین آنتالپی سوختن اتین برابر $-۱۳۰۰kJ.mol^{-۱}$ می‌باشد.

$$\text{ارزش سوختی}=\frac{|\Delta H|}{\text{جرم مولی}}=\frac{۱۳۰۰}{۲۶}=۵۰kJ.g^{-۱}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست

$$c=\frac{Q}{m\Delta\theta}=\frac{۶۴}{۲۰\times ۲۵}\Rightarrow c=۰/۱۲۸J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}<۰/۲$$

۲) درست؛ گروه عاملی الکلی، گروه $-OH$ می‌باشد. این ترکیب به دلیل داشتن پیوند دوگانه کربن- کربن با برم مایع واکنش داده و رنگ قرمز آن را از بین می‌برد.

۳) درست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸، ۶۸ تا ۷۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** (روح‌اله علیزاده)

در واکنش مورد نظر $N_۲(g)$ با ضریب یک در سمت فراورده‌ها قرار دارد بنابراین واکنش اول را باید در $\frac{۱}{۴}$ ضرب کنیم:

$$\frac{۱}{۲}NH_۳(g)+\frac{۳}{۴}N_۲O(g)\rightarrow N_۲(g)+\frac{۳}{۴}H_۲O(l)$$

$$\Delta H=\frac{۱}{۴}\times(-۱۰۱۰)=\frac{-۱۰۱۰}{۴}KJ$$

در واکنش بالا $\frac{۱}{۲}NH_۳$ در بین واکنش‌دهنده‌ها داریم در حالی‌که در واکنش اصلی $NH_۳$ نداریم. بنابراین واکنش دوم را عکس نموده و در $\frac{۱}{۴}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۴}N_۲H_۴(l)+\frac{۱}{۴}H_۲O(l)\rightarrow\frac{۱}{۲}NH_۳(g)+\frac{۱}{۸}O_۲(g)$$

$$\Delta H=-\times(-۱۴۳)\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱۴۳}{۴}KJ$$

تا اینجا اگر این دو واکنش را جمع کنیم $\frac{۳}{۴}N_۲O$ در سمت واکنش‌دهنده خواهیم داشت در حالی‌که در واکنش اصلی $N_۲O$ نداریم بنابراین واکنش سوم را وارون کرده و در $\frac{۳}{۴}$ ضرب می‌نماییم:

$$\frac{۳}{۴}N_۲H_۴(l)+\frac{۳}{۴}H_۲O(l)\rightarrow\frac{۳}{۴}N_۲O(g)+\frac{۹}{۴}H_۲(g)$$

$$\Delta H=-\frac{۳}{۴}\times(-۳۱۷)KJ$$

در واکنش سوم $\frac{۹}{۴}H_۲$ داریم در حالی‌که واکنش اصلی $H_۲$ ندارد بنابراین کافی است واکنش چهارم را در $\frac{۹}{۴}$ ضرب کنیم:

$$\frac{۹}{۴}H_۲(g)+\frac{۹}{۸}O_۲(g)\rightarrow\frac{۹}{۴}H_۲O(l)$$

$$\Delta H=\frac{۹}{۴}\times(-۲۸۶)KJ$$

بنابراین:

$$\Delta H=(-\frac{۱۰۱۰}{۴})+(+\frac{۱۴۳}{۴})+(\frac{۳\times ۳۱۷}{۴})+(\frac{۹\times -۲۸۶}{۴})=-۶۲۲/۵KJ$$

حال گرمای آزاد شده به ازای تولید ۳/۶ گرم آب را به دست می‌آوریم:

$$?kJ=۳/۶g\ H_۲O\times\frac{۱mol\ H_۲O}{۱۸g\ H_۲O}\times\frac{-۶۲۲/۵kJ}{۲mol\ H_۲O}$$

$$=-۶۲/۲۵kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۱۳۰- **گزینهٔ «۱»** (کارو محمدی)

اجزای واکنش (II) را در ۲ ضرب کرده، (III) را معکوس می‌کنیم واکنش (I) را بدون تغییر باقی می‌گذاریم. با جمع کردن این واکنش‌ها می‌توان به واکنش مورد نظر سؤال رسید.

$$A(g)+۴D(g)\rightarrow ۳B(g)+۴E(g)$$

$$\Delta H=\Delta H_۱+۲\Delta H_۲-\Delta H_۳=۵۴۲+۲(-۹۸)-۸۹۱$$

$$=-۵۴۵kJ$$

با توجه به علامت ΔH به دست آمده، می‌توان گفت که واکنش گرماده بوده و لذا در آن انرژی آزاد می‌شود (رد گزینه‌های «۲» و «۳»)

در این واکنش، به ازای تولید $۳mol\ B(g)+۴mol\ E(g)=۷mol\ (g)$، به اندازهٔ ۵۴۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

$$?mol\ \text{گاز}=۴۳/۶kJ\times\frac{۷mol\ \text{گاز}}{۵۴۵kJ}=۰/۵۶mol\ \text{گاز}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info