

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>



آزمون « ۷ مهر ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید) دفترچه اجباری

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۱۲۵ دقیقه
تعداد سؤالات: ۹۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰'
جمع کل	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲ امیر حسین ابومحبوب-محمد رضا توجه- عادل حسینی- طاهر دادستانی- میلاد سجادی لاریجانی- حبیب شفیعی- علی شهرابی- رضا طاری حمید علیزاده- مرضیه گودرزی- جهانبخش نیکنام- بنیامین یعقوبی
	هندسه امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- علی ایمانی- جواد حاتمی- فرزانه خاکپاش- امیر هوشنگ خسته- کیوان دارابی- سوگند روشنی محمد صحت کار- رضا عباسی اصل- فرشاد فرامرزی- محمد ابراهیم گیتی زاده- سینا محمدپور- محمد هجری
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته امیر حسین ابومحبوب- علی ایمانی- رضا پورحسینی- افشین خاصه خان- فرزانه خاکپاش- کیوان دارابی- سوگند روشنی- علی سعیدی زاد فرشاد فرامرزی- احمد رضا فلاح- نیلوفر مهدوی- محمد هجری
	فیزیک مهران اسماعیلی- زهره آقامحمدی- مهدی براتی- امیر حسین برادران- لاله بهادری- علیرضا جباری- امیرعلی حاتم خانی- معصومه شریعت‌ناصری مریم شیخ‌مومنیلا شیرزادی- سیاوش فارسی- مصطفی کیانی- مهدی میرابزاده- امیراحمد میرسعید- سیده ملیحه میرصالحی- مجتبی نکونیان
	شیمی هدی بهاری پور- امیر حاتمیان- ارژنگ خانلری- حمید ذبئی- امید رضوانی- روزبه رضوانی- امیرحسین طیبی- سود کلایی- رسول عابدینی زواره محمد عظیمیان زواره- روح الهه علیزاده- حسین ناصری نانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی (رتبه برتر)	بنیامین یعقوبی	کیارش صانعی	کیارش صانعی	ماهان زواری	ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

 ۱- به ازای چه مقداری از m ، نقاط $A(-1, 0)$ و $B(2, 3)$ ، $C(m, m+1)$ بر روی یک خط راست قرار دارند؟

$$m = -1 \quad (2)$$

$$m = -1/2 \quad (1)$$

$$m \text{ تمامی مقادیر } m \quad (4)$$

$$m = 2 \quad (3)$$

 ۲- عدد حقیقی a ، با \sqrt{a} و صفر تشکیل دنباله حسابی می‌دهد. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

$$\frac{10}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{17}{4} \quad (3)$$

 ۳- مساحت سطح محدود به خط $x+y=3$ ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x < 1 \\ \frac{x+3}{2} & ; x \geq 1 \end{cases}$ و محور y ها کدام است؟

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{16}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

 ۴- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = -\sqrt{x+3}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$\text{بی‌شمار} \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

۵- اگر نیم‌عمر یک ماده رادیواکتیو ۱۰ ثانیه باشد، بعد از یک دقیقه تقریباً چند درصد این ماده به انرژی تبدیل می‌شود؟

$$92 \quad (2)$$

$$88 \quad (1)$$

$$98 \quad (4)$$

$$95 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۶- جزء صحیح جواب بزرگ تر معادله $\log(2^x - 1) + 3 = \log 8^x + 5 \log 2$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) صفر

(۳) ۱ (۴) ۲

۷- مقدار عبارت $\frac{2 \sin 20^\circ + \cos 29^\circ}{\sin 16^\circ + 2 \cos 7^\circ}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) -۳ (۴) ۱

۸- عبارت های $2 \sin(x + \frac{2\pi}{7})$ و $\sin(2x + \frac{\pi}{14})$ هر دو برابر k هستند. مقدار k کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

(۳) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

۹- اگر f تابعی خطی و گذرا از نقطه $(-1, 2)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 2}{x^2 - 1}$ کدام می تواند باشد؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۰- به ازای عدد صحیح k ، تابع $f(x) = 2x|x| - k^2[-x]$ در $x = k$ حد دارد. مجموع مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴

(۳) -۲ (۴) مقداری برای k نمی توان یافت.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- نقطه H وسط شعاع OA در دایره C(O, R) قرار دارد. نسبت طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از این نقطه به بلندترین وتر گذرنده از آن کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

۱۲- طول مماس مشترک خارجی دو دایره C(O, ۳) و C'(O', ۸) برابر ۱۲ واحد است. بیشترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر چند برابر کمترین فاصله آنها از یکدیگر است؟

$$12 \quad (1)$$

$$10 \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

۱۳- مساحت ذوزنقه متساوی‌الساقینی با قاعده‌های ۴ و ۱۶ که محیط بر یک دایره باشد، کدام است؟

$$32 \quad (1)$$

$$40 \quad (2)$$

$$64 \quad (3)$$

$$80 \quad (4)$$

۱۴- مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۶ واحد را در نظر بگیرید. طول مماس مشترک خارجی دو دایره محاطی داخلی و خارجی این مثلث کدام است؟

$$3 \quad (1)$$

$$4/5 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$7/5 \quad (4)$$

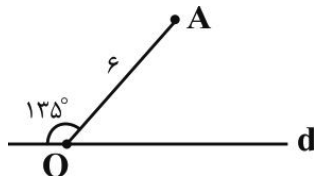
۱۵- اگر A' بازتاب نقطه A نسبت به خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

$$12 \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$

$$36 \quad (3)$$

$$18 \quad (4)$$



محل انجام محاسبات

۱۶- مثلث متساوی الاضلاع ABC به طول ضلع $6\sqrt{3}$ را حول نقطه همرسی میانه‌های آن 60° دوران می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. محیط شش ضلعی $AA'BB'CC'$ کدام است؟

- (۱) ۲۴
(۲) $12\sqrt{3}$
(۳) ۳۰
(۴) ۳۶

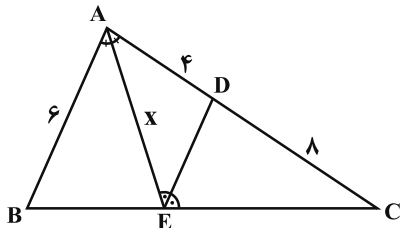
۱۷- دوزنقه $ABCD$ با قاعده‌های $AB=5$ و $CD=8$ و مساحت ۳۹ مفروض است. اگر M نقطه دلخواهی روی قاعده CD باشد، کمترین مقدار $MA+MB$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۳
(۳) ۱۴
(۴) ۱۵

۱۸- در مثلث ABC ، اگر $AB=6$ ، $AC=4$ و $\cos(\hat{B}+\hat{C})=-\frac{1}{7}$ باشد، طول میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$
(۲) $\sqrt{17}$
(۳) $\sqrt{19}$
(۴) $\sqrt{21}$

۱۹- در شکل زیر، AE نیمساز زاویه BAC و DE نیمساز زاویه AEC است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول AE کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$
(۲) $2\sqrt{6}$
(۳) $3\sqrt{3}$
(۴) $4\sqrt{2}$

۲۰- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷، فاصله نقطه وسط ضلع متوسط از ضلع بزرگتر کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{6}}{7}$
(۲) $\frac{6\sqrt{6}}{7}$
(۳) $\frac{3\sqrt{6}}{5}$
(۴) $\frac{6\sqrt{6}}{5}$

آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

 ۲۱- نقیض گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge p$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

$$p \wedge q \quad (۱) \quad p \vee q \quad (۲) \quad \sim p \vee q \quad (۳) \quad \sim p \wedge \sim q \quad (۴)$$

۲۲- کدام یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| 3x + \frac{1}{3x} \right| \geq 2 \quad (۲) \quad \forall x \in \mathbb{R}; -2x^2 + 2x - 7 < 0 \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}; x + y = 0 \quad (۴) \quad \exists x \in \mathbb{R}; -5x^2 - 6x + 7 < 0 \quad (۳)$$

 ۲۳- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، متمم مجموعه $(A \cup B)' - B$ و $(B - A) \cup A'$ همواره برابر کدام است؟

$$A' \cup B' \quad (۴) \quad A \cup B \quad (۳) \quad A' \cap B' \quad (۲) \quad A \cap B \quad (۱)$$

 ۲۴- اگر $A = \{2y, z-1, 5\}$ و $B = \{x-2, 4, -2\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، بیشترین مقدار $x + y + z$ کدام است؟

$$11 \quad (۴) \quad 10 \quad (۳) \quad 9 \quad (۲) \quad 8 \quad (۱)$$

۲۵- در پرتاب دو تاس، اگر حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود، احتمال اینکه عدد تاس دوم بزرگ‌تر از عدد تاس اول باشد، کدام است؟

$$\frac{4}{11} \quad (۴) \quad \frac{3}{11} \quad (۳) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{5}{11} \quad (۱)$$

۲۶- در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، دو سکه و اگر فرد بیاید سه سکه پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال در پرتاب سکه‌ها، تعداد «رو» از تعداد «پشت» بیشتر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (۴) \quad \frac{5}{12} \quad (۳) \quad \frac{3}{8} \quad (۲) \quad \frac{1}{3} \quad (۱)$$

 ۲۷- دو پیشامد A و B مستقل هستند. اگر $P(A - B) = P(B | A) = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $P(A' | B')$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad \frac{5}{12} \quad (۲) \quad \frac{7}{12} \quad (۱)$$

 ۲۸- اگر ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n - 4$ برابر ضریب تغییرات داده‌های $x_1 + 4, x_2 + 4, \dots, x_n + 4$ باشد، آنگاه مجموع داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n کدام است؟

$$80 \quad (۴) \quad 70 \quad (۳) \quad 60 \quad (۲) \quad 50 \quad (۱)$$

 ۲۹- اگر داده‌های $1, 6, 1, 8, 12, 9, 15, 23, 25, 8, 13$ را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

$$4/8 \quad (۴) \quad 4/4 \quad (۳) \quad 4/2 \quad (۲) \quad 3/6 \quad (۱)$$

۳۰- قرار است از میان دانش‌آموزان پایه دوازدهم یک دبیرستان که با شماره‌های ۱ تا ۲۴۰ مشخص گردیده‌اند، تعدادی به روش نمونه‌گیری سامانمند برای انجام یک آزمون تستی انتخاب شوند. اگر شماره‌های اولین و چهارمین دانش‌آموز انتخاب شده به ترتیب ۶ و ۴۲ باشد، آنگاه این دانش‌آموزان به چند طبقه تقسیم شده‌اند؟

$$20 \quad (۴) \quad 12 \quad (۳) \quad 18 \quad (۲) \quad 15 \quad (۱)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- نیروی رانشی بین دو بار الکتریکی هم‌اندازه و هم‌نام که در فاصله 30cm از یکدیگر واقع‌اند برابر 0.9N است. اگر $2\mu\text{C}$ از یکی

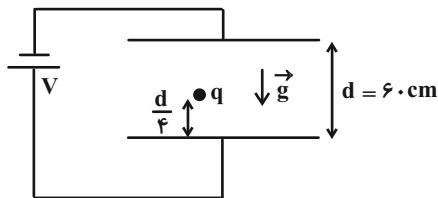
از بارها را برداشته و به دیگری بیفزاییم، نیروی بین آن‌ها در همان فاصله چند نیوتون می‌شود؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

- (۱) ۱ (۲) 0.7 (۳) 0.5 (۴) 0.3

۳۲- مطابق شکل زیر، ذره بارداری با بار q و جرم m ، بین دو صفحه یک خازن تخت افقی در حالت تعادل قرار دارد. اگر اختلاف

پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه را دو برابر کرده و هر کدام از صفحات را به اندازه $\frac{d}{4}$ از هم دور کنیم، ذره با تندی متر

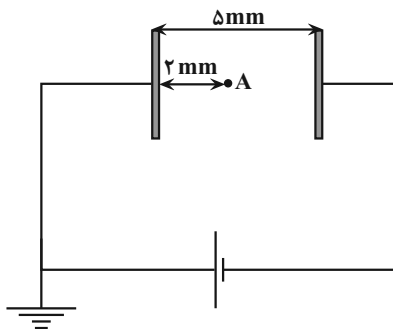
بر ثانیه به صفحه برخورد می‌کند. ($d = 60\text{cm}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ (نیروی اتلافی نداریم).



- (۱) ۲، بالایی
(۲) ۲، پایینی
(۳) $2\sqrt{7}$ ، بالایی
(۴) $2\sqrt{7}$ ، پایینی

۳۳- در شکل زیر، اگر مساحت هر یک از صفحات خازن برابر 25cm^2 و انرژی ذخیره شده در آن 36pJ باشد، پتانسیل الکتریکی

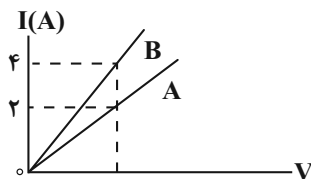
نقطه A چند ولت است؟ (در بین صفحات خازن هوا است و $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ می‌باشد).



- (۱) $2/4$
(۲) $-2/4$
(۳) $1/6$
(۴) $-1/6$

۳۴- نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو سیم مسی A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، مطابق شکل زیر است. اگر طول

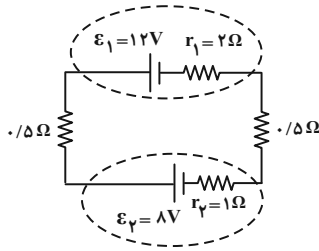
سیم A، چهار برابر طول سیم B باشد، قطر سطح مقطع سیم A چند برابر قطر سطح مقطع مقاومت B است؟



- (۱) ۲
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

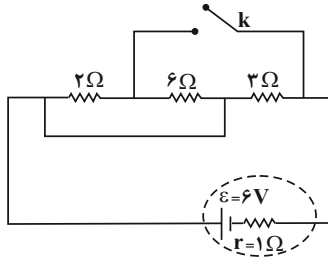
محل انجام محاسبات

۳۵- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل دو سر باتری \mathcal{E}_p چند ولت است؟



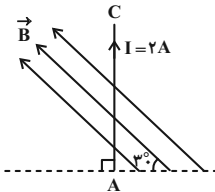
- (۱) ۱۰
(۲) ۱۴
(۳) ۹
(۴) ۷

۳۶- در مدار شکل زیر، اگر کلید k را ببندیم، توان مصرفی مجموعه مقاومت‌های خارجی مدار چند برابر می‌شود؟



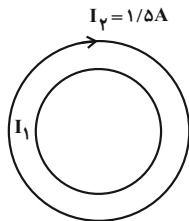
- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{2}$

۳۷- مطابق شکل زیر، سیم AC به طول 10cm که جریان 2A از آن می‌گذرد، در میدان مغناطیسی یکنواخت 400 گوس قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون است و سیم را چند درجه در جهت ساعتگرد بچرخانیم تا نیروی وارد بر آن بیشینه گردد؟



- (۱) $30, 0.004\sqrt{3}$
(۲) $60, 0.004\sqrt{3}$
(۳) $30, 0.004$
(۴) $60, 0.004$

۳۸- در شکل زیر، دو حلقه دایره‌ای هم‌مرکز به شعاع‌های $R_1 = 40\text{cm}$ و $R_2 = 60\text{cm}$ نشان داده شده است. جریان I_1 چند آمپر و در کدام سو باشد تا میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها صفر شود؟



- (۱) 0.5 ، پادساعتگرد
(۲) 1 ، پادساعتگرد
(۳) 0.5 ، ساعتگرد
(۴) 1 ، ساعتگرد

۳۹- پیچهای که 50 حلقه دارد و مساحت هر حلقه آن 100cm^2 است به صورت عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 400G قرار دارد. اگر مقاومت الکتریکی پیچه 5Ω باشد و در مدت 0.2s پیچه را از میدان مغناطیسی خارج کنیم، چند آمپر جریان در آن القا می‌شود؟

- (۱) 0.01 (۲) 0.02 (۳) 0.1 (۴) 0.2

۴۰- معادله جریان عبوری از سیملوله‌ای در SI به صورت $I = I_m \sin 100\pi t$ است. اگر در لحظه $t = \frac{1}{120}\text{s}$ جریان عبوری از سیملوله

2A و بیشینه انرژی ذخیره شده در آن 0.16J باشد، در لحظه $t = \frac{1}{300}\text{s}$ ، چند ژول انرژی در سیملوله ذخیره می‌شود؟

- (۱) 0.08 (۲) 0.12 (۳) 0.06 (۴) 0.24

شیمی ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۴۱- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) ترکیب‌های حاصل از دو فلز سدیم و پتاسیم پایدارتر از خودشان است که این پایداری در مورد ترکیب‌های مشابه، در عنصر سدیم بیشتر از پتاسیم است.

ب) در فولاد مبارکه اصفهان برای استخراج آهن، از واکنش آهن (III) اکسید با کربن یا سدیم استفاده می‌شود.

پ) مقدار عملی، مقدار فراورده‌ای است که در عمل به دست می‌آید و کمیتی است که کارایی یک واکنش را نشان می‌دهد.

ت) در واکنش ترمیت که در صنعت جوشکاری استفاده می‌شود، پایداری فلز واسطه حاضر در واکنش، کمتر از واکنش دهنده فلزی است.

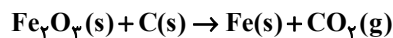
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- اگر جرم گاز تولیدی از واکنش استخراج آهن به وسیله کربن، از ۲ تن سنگ معدن هماتیت ۷۰ درصد خالص، با جرم گاز تولیدی

از واکنش تخمیر بی‌هوازی مقدار گلوکز برابر باشد؛ از تخمیر بی‌هوازی این مقدار گلوکز، چند مترمکعب محلول ۴/۲ مولار

سوخت سبزی، به دست خواهد آمد؟ (بازده درصدی واکنش استخراج آهن و تخمیر بی‌هوازی گلوکز را به ترتیب ۶۴ و ۵۰ درصد

در نظر بگیرید. معادله واکنش‌ها موازنه شود؛ $(H = 1, C = 12, O = 16, Fe = 56, g \cdot mol^{-1})$



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۳- همه مطالب زیر درست‌اند، به جز ... $(H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$

۱) تفاوت جرم مولی آلکان موجود در سوخت فندک با جرم مولی اتانول، برابر ۱۲ گرم بر مول است.

۲) هرگاه به جای اتم‌های هیدروژن در متان، گروه‌های اتیل قرار گیرد، هیدروکربنی با نام آیوپاک «۳، ۳-دی‌اتیل پنتان» به وجود می‌آید.

۳) تفاوت شمار اتم‌های کربن در فرمول‌های تقریبی گریس و وازلین، برابر ۷ است.

۴) نام درست ۳-متیل ۲-اتیل هپتان، به روش آیوپاک، ۲-اتیل ۳-متیل هپتان است.

۴۴- کدام مطلب در مورد ظرفیت گرمایی ویژه، درست است؟

۱) مقایسه ظرفیت گرمایی ویژه سه فلز آلومینیم، نقره و طلا به صورت « $Al > Au > Ag$ » است.

۲) هر چه ظرفیت گرمایی ویژه ماده‌ای بزرگ‌تر باشد، ظرفیت گرمایی یک مول از آن نیز بزرگ‌تر است.

۳) گاز هیدروژن تنها ماده‌ای است که ظرفیت گرمایی یک مول از آن با گرمای ویژه آن برابر است.

۴) گرمای ویژه در دما و فشار ثابت، تنها به نوع ماده بستگی دارد.

۴۵- گرمای آزاد شده از سوختن کامل ۰/۸ مول نسبت به ۰/۸ مول دمای ۸ کیلوگرم آب $20^{\circ}C$ را به میزان کمتری

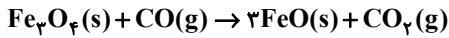
افزایش می‌دهد و اگر ارزش سوختی ساده‌ترین آلکین برابر $50 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ باشد، آنتالپی سوختن آن برابر کیلوژول بر مول

خواهد بود. $(H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1})$

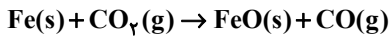
۱) متانول، اتانول، -۱۴۰۰ ۲) اتیلن، اتان، +۱۳۰۰

۳) اتان، پروپان، -۱۳۰۰ ۴) اتانول، اتن، +۱۴۰۰

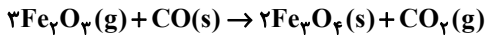
۴۶- با توجه به واکنش‌های زیر، برای تشکیل $\frac{2}{3}$ مول فرآورده جامد طبق واکنش $Fe_3O_4(s) + 3CO(g) \rightarrow 2Fe(s) + 3CO_2(g)$ چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟



$$\Delta H = a \text{ kJ}$$



$$\Delta H = b \text{ kJ}$$



$$\Delta H = c \text{ kJ}$$

$$\frac{a+c}{9} - 3b \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3}a - 2b + \frac{c}{3} \quad (۳)$$

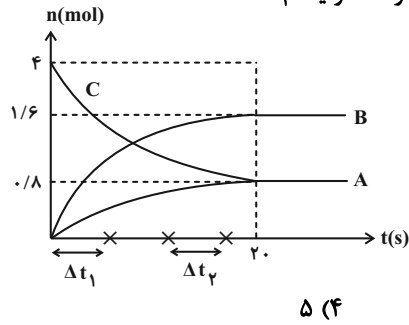
$$\frac{2a}{9} - \frac{2}{3}b + \frac{c}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{4a}{6} - b + 2c \quad (۱)$$

۴۷- در واکنش زیر، پس از موازنه، چند مورد از عبارتهای داده شده درست است؟ (نمودار به صورت تقریبی رسم شده است.)



الف) در این واکنش، در بازه زمانی یکسان، سرعت متوسط مصرف HCl چهار برابر سرعت متوسط تولید Cl_2 است.

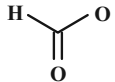


ب) A، B و C به ترتیب می‌تواند مربوط به نمودار مول-زمان $MnO_2(s)$ ، $H_2O(l)$ و $HCl(aq)$ باشند.

پ) سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد مشخص شده در نمودار در بازه زمانی Δt_2 بیشتر از Δt_1 است.

ت) سرعت متوسط واکنش، در زمان انجام واکنش برابر 0.04 مول بر دقیقه است.

ث) در این واکنش رابطه
$$\frac{-\Delta n(HCl)}{\Delta t} = \frac{+\Delta n(Cl_2)}{\Delta t} = \frac{+2\Delta n(H_2O)}{\Delta t}$$
 برقرار است.

۴۸- کدام موارد از مطالب بیان شده درباره مولکول  درست‌اند؟ ($C = 12, O = 16, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

الف) این ترکیب محلول در آب و با استیک اسید ایزومر است.

ب) تفاوت جرم مولی اسید و الکل سازنده آن ۱۶ گرم بر مول است.

پ) الکل سازنده آن با الکل سازنده استر موجود در انگور یکسان است.

ت) از آبکافت آن الکی حاصل می‌شود که نمی‌توان از آن محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

الف، ت (۴)

پ، ت (۳)

ب، پ (۲)

الف، ب (۱)

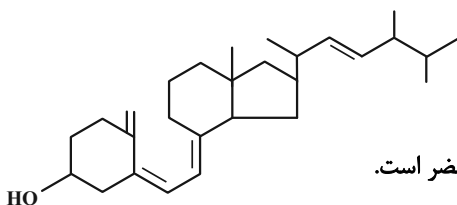
۴۹- با توجه به ساختار زیر که مربوط به ویتامین D می‌باشد، چه تعداد از مطالب زیر، به درستی بیان شده است؟

* در این مولکول، همانند کلسترول، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کرده و برخلاف کلسترول دارای گروه عاملی هیدروکسیل است.

* ساختاری سیرنشده و آروماتیک داشته و با جذب ۴ مولکول هیدروژن به ساختاری سیرشده تبدیل می‌شود.

* فرمول مولکولی این ترکیب $C_{28}H_{44}O$ بوده و مصرف بیش از اندازه آن برای بدن مضر است.

* در ساختار این ترکیب ۳ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.



۴ (۴)

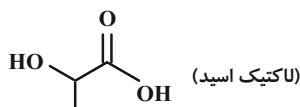
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۰- برای تهیه ۱۹۲ گرم پلی لاکتیک اسید در دمای اتاق، ۲۰۰ میلی لیتر لاکتیک اسید خالص لازم است. چگالی لاکتیک اسید در این

دما برحسب $g \cdot mL^{-1}$ کدام است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)



۱ (۲)

۰/۸ (۱)

۱/۴ (۴)

۱/۲ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

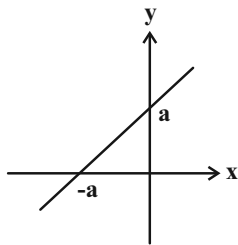
۵۱- بین دو عدد $\frac{1}{3}$ و ۹، پنج واسطه هندسی درج کرده‌ایم. جمله چهارم دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۳

۵۲- اگر $a^2 + b^2 = 6ab$ باشد، حاصل $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ کدام است؟ ($a \neq b$)

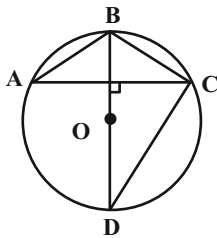
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵۳- نمودار تابع خطی $f(x) = bx + 3$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $f(a+b)$ کدام است؟



- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۷ (۴) -۵

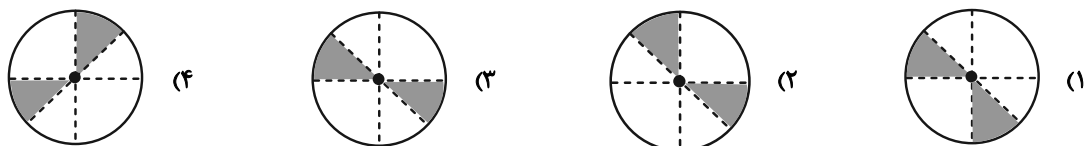
۵۴- در دایره زیر O مرکز دایره است و AC برابر شعاع دایره است. مساحت مثلث BCD چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $4 + 2\sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $2 + 2\sqrt{2}$

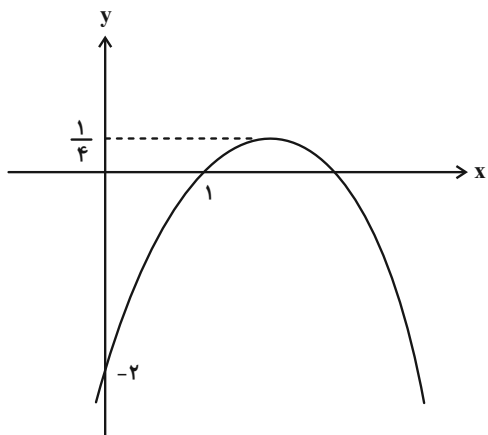
۵۵- برای کمان θ در دایره مثلثاتی، روابط $\sin \theta - \tan \theta > 0$ و $\sin \theta + \cos \theta < 0$ برقرار است. وضعیت انتهای کمان θ مطابق کدام

شکل است؟



محل انجام محاسبات

۵۶- نمودار زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. مقدار b کدام است؟



۶ (۱)

۱ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۵۷- مجموعه جواب‌های نامعادله $1 < \frac{2x-3}{|x-1|-4} < 2$ به صورت (a, b) است. حاصل $b-a$ کدام است؟

۳ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۵۸- قرینه نمودار $y = |x+1|$ نسبت به محور x ها را 2 واحد به سمت x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل نیمساز ناحیه چهارم را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۴)

-۱ (۳)

۵۹- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز و غیرصفر وجود دارد به گونه‌ای که مجموع ارقام هر یک از آنها عددی فرد باشد؟

۲۴۰ (۲)

۴۸۰ (۱)

۴۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۶۰- کیسه‌ای محتوی ۴ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره سفید است. اگر به تصادف ۶ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آنکه تعداد مهره‌های آبی خارج شده، دو برابر تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، کدام است؟

$\frac{2}{15}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

$\frac{7}{30}$ (۴)

$\frac{3}{10}$ (۳)

فیزیک ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- دقت یک خط‌کش مدرج 1mm و یک کولیس رقمی 0.1mm است. به ترتیب کدام یک از طول‌های زیر توسط این خط‌کش و

کولیس اندازه‌گیری شده‌اند؟

- (۱) $0.16\text{m} - 0.24\text{m}$ (۲) $0.0004\text{m} - 0.20\text{cm}$
 (۳) $0.003\text{m} - 1/2\text{cm}$ (۴) $0.0040\text{m} - 2/4\text{cm}$

۶۲- درون یک ظرف استوانه‌ای مدرج به حجم 400cm^3 ، مایعی به چگالی $1/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ریخته‌ایم و ۲۵ درصد از حجم ظرف خالی مانده

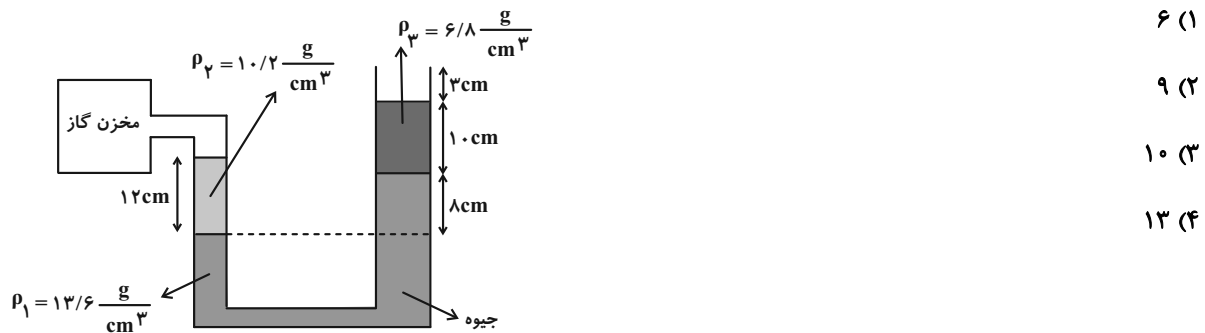
است. اگر یک جسم فلزی هم‌جرم با جرم مایع را درون مایع غوطه‌ور کنیم، ۱۵ درصد از حجم ظرف خالی می‌ماند. چگالی فلز

سازنده جسم چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟

- (۱) ۹۲۰۰ (۲) ۱۷۵۰۰ (۳) ۱۰۵۰۰ (۴) ۱۱۲۵۰

۶۳- در شکل زیر، سطح مقطع شاخه سمت راست، دو برابر سطح مقطع شاخه سمت چپ است. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن

حداکثر چند سانتی‌متر جیوه افزایش یابد تا مایع ρ_3 از شاخه سمت راست سرریز نشود؟

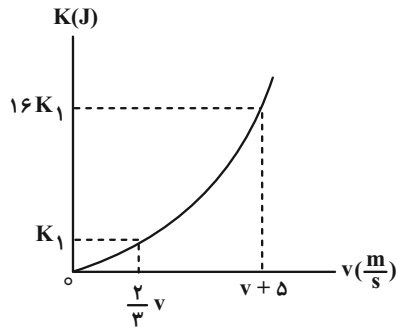


۶۴- درون ظرفی استوانه‌ای به مساحت قاعده 5cm^2 تا ارتفاع 25cm مایعی به چگالی $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ وجود دارد. اگر 55cm^3 از مایعی به

چگالی $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ اضافه کنیم، فشار کل وارد بر کف ظرف چند درصد افزایش می‌یابد؟ ($P_0 = 10^5\text{Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۰/۰۲ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۰/۰۵

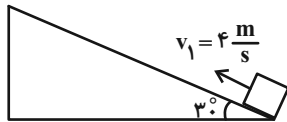
۶۵- نمودار تغییرات انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم m به صورت زیر است. تندی v چند متر بر ثانیه است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۶۶- مطابق شکل، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ را از پایین سطح شیب‌داری با تندی $4 \frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر نیروی اصطکاک

در طول مسیر ثابت و برابر 15 N باشد، جسم حداکثر چند متر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- $\frac{12}{5}$ (۱)
- $\frac{15}{2}$ (۲)
- $\frac{18}{5}$ (۳)
- $\frac{8}{15}$ (۴)

۶۷- دمای جسمی 50° F است. دمای این جسم چند کلوین است؟

- ۳۷۳ (۴)
- ۳۲۳ (۳)
- ۳۸۳ (۲)
- ۲۸۳ (۱)

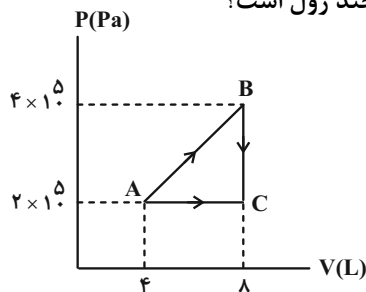
۶۸- یک گرمکن الکتریکی با توان 1011 W در اختیار داریم. چند گرم یخ 10° C داخل آن قرار دهیم تا پس از ۲ دقیقه، آن را به

بخار آب 100° C تبدیل کند؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ ، $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $L_V = 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

۶۹- مطابق شکل مقداری گاز آرمانی از طریق دو مسیر، از حالت A به حالت C رسیده است. اگر انرژی درونی گاز در مسیر AC به

اندازه 3600 J افزایش یافته باشد، گرمایی که گاز در مسیر ABC دریافت کرده است، چند ژول است؟



- ۱۲۰۰ (۱)
- ۲۴۰۰ (۲)
- ۳۶۰۰ (۳)
- ۴۸۰۰ (۴)

۷۰- یک ماشین گرمایی در هر چرخه 1000 J گرما از منبع دما بالا می‌گیرد و 600 J گرما به منبع دما پایین می‌دهد و بقیه آن تبدیل

به کار می‌شود. اگر هر چرخه این ماشین $0/8 \text{ s}$ طول بکشد، توان خروجی آن چند وات است؟

- ۷۵۰ (۱)
- ۵۰۰ (۲)
- ۴۰۰ (۳)
- ۸۰۰ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- در مثلث ABC ، عمود منصف ضلع BC ، ضلع AC را در نقطه D قطع می‌کند. اگر $\hat{C} = 30^\circ$ باشد، اندازه زاویه ADB کدام است؟ ($\hat{B} > \hat{C}$)

- (۱) 45° (۲) 60°
(۳) 75° (۴) 90°

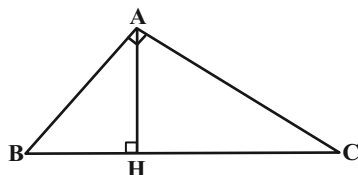
۷۲- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، نقاط B و C ثابت هستند و ضلع BA طول ثابت a دارد. با تغییر اندازه زاویه B ، محل برخورد دو قطر متوازی‌الاضلاع روی کدام یک از اشکال هندسی زیر قرار می‌گیرد؟

- (۱) دو خط به فاصله $\frac{a}{2}$ از ضلع BC (۲) دایره‌ای به مرکز O نقطه وسط ضلع BC و به شعاع $\frac{a}{2}$
(۳) دایره‌ای به مرکز O نقطه وسط ضلع BC و به شعاع a (۴) دو خط به فاصله a از ضلع BC

۷۳- مثلث ABC به طول اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. اگر طول کوچکترین ارتفاع مثلث دوم برابر $\frac{20}{13}$ باشد، محیط مثلث دوم کدام است؟

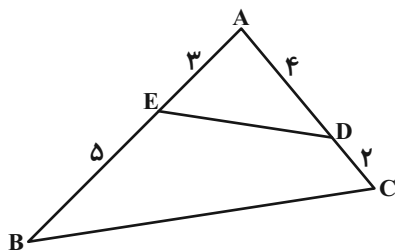
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۷۴- در شکل زیر، در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر $AB = 2\sqrt{3}$ و $BH = 2$ باشد، طول میانه وارد بر ضلع AB کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) $\sqrt{30}$
(۴) $3\sqrt{3}$

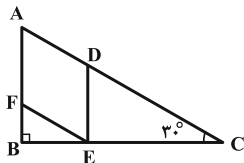
۷۵- در شکل زیر مساحت چهارضلعی $BCDE$ برابر ۱۲ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۱۶
(۳) ۱۸
(۴) ۲۴

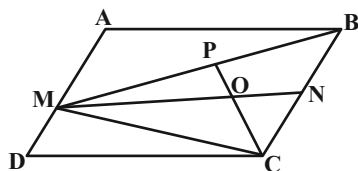
محل انجام محاسبات

۷۶- در شکل زیر، چهارضلعی $ADEF$ لوزی است. اگر $AB = 3$ باشد، طول قطر کوچکتر این لوزی کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{3}$

۷۷- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. اگر نقاط P و N به ترتیب وسط BM و BC بوده و مساحت



مثلث ONC برابر ۳ باشد، مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۶
(۴) ۴۸

۷۸- در مثلث متساوی الساقین $(AB = AC)ABC$ ، $\hat{A} = 45^\circ$ است. اگر مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده این مثلث از

دو ساق آن برابر $2\sqrt{2}$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) $4\sqrt{2}$
(۳) ۸
(۴) $8\sqrt{2}$

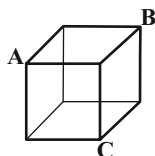
۷۹- خطوط d و d' به ترتیب موازی و متقاطع با صفحه P هستند. چند خط در فضا وجود دارد که با صفحه P موازی بوده و هر دو

خط d و d' را قطع می کند؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی شمار

۸۰- در مکعب شکل زیر، مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه گذرنده از نقاط A ، B و C با مکعب، چند برابر مساحت کل

مکعب است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۸۱- کدام یک از مطالب زیر در مورد رادیوایزوتوپها، درست است؟

الف) یون تکنسیم با یون یدید هم اندازه بوده و کاربرد پزشکی دارد.

ب) نیم عمر ^{99}Tc بسیار کم است؛ بنابراین نمی توان آن را برای مدت طولانی نگهداری کرد.

پ) یکی از ایزوتوپهای شناخته شده ترین فلز پرتوزا اغلب به عنوان سوخت در راکتور اتمی کاربرد دارد.

ت) رادیوایزوتوبی از عنصر گروه ۱۵ جدول تناوبی در ایران تولید می شود.

۱) الف و ب ۲) الف، پ و ت ۳) پ و ت ۴) ب و پ

۸۲- اگر جرم مولکولی ترکیب AX_3 برابر $156/6 \text{ amu}$ باشد، مقدار x در جدول زیر، کدام است؟ (عدد جرمی و جرم اتمی را تقریباً

یکسان در نظر بگیرید. نمادهای عناصر فرضی هستند.)

^{37}X	^{25}X	^{47}A	^{45}A	ایزوتوپ	
۸۰	۲۰	x	y	درصد فراوانی	۱) ۱۰
					۲) ۹۰
					۳) ۶۰
					۴) ۴۰

۸۳- همه گزینه های زیر درست اند، به جز ...

۱) طول موج امواج فرسوخ از امواج رادیویی کوتاه تر و از امواج ایکس بلندتر است.

۲) حداکثر گنجایش الکترونی هر زیرلایه از ۴ برابر عدد کوانتومی فرعی آن، ۲ واحد بیشتر است.

۳) اگر $n+l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با l کوچک تر، انرژی بیشتری دارد.

۴) در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، با حرکت از سمت نوار قرمز به بنفش، اختلاف بین طول موج نوارها، افزایش می یابد.

۸۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

* عنصری که اتم آن دارای شمار الکترون های ظرفیت کمتری است، واکنش پذیری بیشتری دارد.

* در اتم ^{22}X ، نسبت شمار الکترون های دارای $l=0$ به $l=2$ برابر $1/4$ است.

* آرایش الکترونی لایه آخر اتم ^{27}A مشابه آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم ^{20}B است.

* در مولکول COCl_2 ، شمار جفت الکترون های ناپیوندی دو برابر شمار جفت الکترون های پیوندی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۵- کدام موارد از عبارتهای زیر، نادرست است؟

آ) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما و فشار هوا به طور پیوسته کاهش می یابد.

ب) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، با کاهش دما در دمای 195K ، گاز کربن دی اکسید هوا به حالت جامد درمی آید.

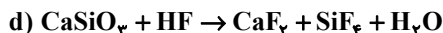
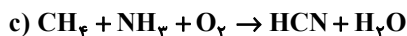
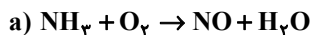
پ) سومین گاز از نظر درصد حجمی در هوای پاک و خشک، به عنوان محیط بی اثر در جوشکاری و برش فلزات به کار می رود.

ت) حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد، در نتیجه هواکره برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی نسبت به

منابع زمینی، مناسب تر است.

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

۸۶- پس از موازنه واکنش‌های زیر، اختلاف مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده و فراورده در کدام واکنش از دیگر واکنش‌ها بیشتر است و در کدام واکنش ضریب استوکیومتری آب با دیگر واکنش‌ها متفاوت است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



c , a (۴)

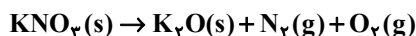
d , a (۳)

c , b (۲)

d , b (۱)

۸۷- مقداری پتاسیم نیترات را در ظرفی درباز حرارت داده‌ایم. اگر کاهش جرم ظرف در پایان واکنش برابر $43/2$ گرم باشد، حجم گاز نیتروژن تولید شده در شرایط STP کدام است و از واکنش اکسیژن تولید شده با مقدار کافی هیدروژن در شرایط مناسب چند

گرم آب تولید می‌شود؟ ($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{K} = 39 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(معادله واکنش موازنه شود.)

۱۸ , ۸/۹۶ (۴)

۳۶ , ۴/۴۸ (۳)

۳۶ , ۸/۹۶ (۲)

۱۸ , ۴/۴۸ (۱)

۸۸- چند مورد از عبارتهای زیر، نادرست است؟

(الف) سرکه خوراکی محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است، که خاصیت اسیدی ملایمی دارد.

(ب) دستگاه گلوکومتر، جرم گلوکز را برحسب میلی‌گرم گلوکز در هر دسی لیتر از خون نشان می‌دهد.

(پ) کلسیم سولفات همانند کلسیم فسفات، در آب نامحلول است.

(ت) اگر ۲۰ گرم باریوم سولفات را با ۱۰۰ گرم آب مخلوط کنیم، محلول ۱۶ درصد جرمی به دست می‌آید.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- با توجه به داده‌های جدول، اگر ۴۰۰ گرم محلول سیرشده سدیم نیترات را از دمای 35°C تا 15°C سرد کنیم، چند گرم رسوب

تشکیل می‌شود؟

$\theta(^{\circ}\text{C})$	۰	۱۰	۲۰	۳۰
$S\left(\frac{\text{g NaNO}_3}{100\text{g H}_2\text{O}}\right)$	۷۲	۸۰	۸۸	۹۶

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۶۴ (۴)

۳۲ (۳)

۹۰- اگر گشتاور دوقطبی مولکول XO_2 بزرگ‌تر از صفر باشد، چند مورد از مطالب زیر، در رابطه با مولکول مورد نظر و عناصر سازنده آن درست است؟

(همه اتم‌های مولکول XO_2 از قاعده هشت تایی پیروی می‌کنند. عنصر X در یکی از دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی جای دارد.)

(الف) اتم X می‌تواند با اکسیژن در یک گروه قرار داشته باشد.

(ب) عدد اتمی X نمی‌تواند برابر ۶ باشد.

(پ) شمار الکترون‌های ناپیوندی در مولکول XO_2 می‌تواند دو برابر شمار الکترون‌های پیوندی باشد.

(ت) در میدان الکتریکی اتم‌های اکسیژن به سمت صفحه با بار مثبت، جهت‌گیری می‌کنند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



آزمون « ۷ مهر ۱۴۰۲ »
 اختصاصی دوازدهم ریاضی
 (دفترچه اختیاری)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه
 تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
شیمی ۳	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی (رتبه برتر)	بنیامین یعقوبی	کیارش صناعی	کیارش صناعی	ماهان زواری	ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- با کدام ترتیب انتقال‌ها می‌توان از نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 7$ به نمودار تابع $g(x) = x^2 - 1$ رسید؟

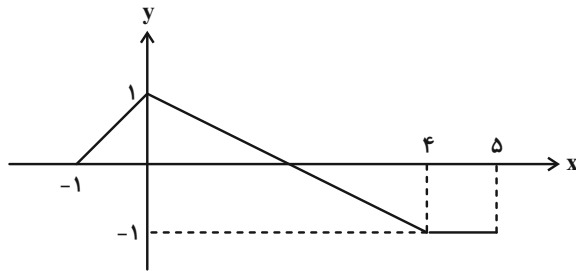
(۲) ۲ واحد به راست و ۸ واحد به پایین

(۱) ۲ واحد به چپ و ۸ واحد به پایین

(۴) ۲ واحد به چپ و ۴ واحد به پایین

(۳) ۲ واحد به راست و ۴ واحد به پایین

۹۲- نمودار تابع $y = f(1 - \frac{x}{4})$ در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y = -f(x+1)$ و محور x ‌ها کدام



است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{7}{4}$

۹۳- نمودار تابع $f(x) = |2x| - |x-1|$ در بازه‌ای که اکیداً نزولی است، چند نقطه مشترک با نمودار تابع $y = x^2 - 2x^2 - 2x + 1$

دارد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۹۴- کدام تابع اکیداً صعودی است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

(۲) $y = x + |x-1|$

(۱) $y = [x] + [-x]$

(۴) $y = (x - \frac{1}{x})|x|$

(۳) $y = x + [x]$

۹۵- خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $1 - 5x^4 - x^9$ بر $x+1$ چندجمله‌ای $q(x)$ است. باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ بر $x+1$ کدام است؟

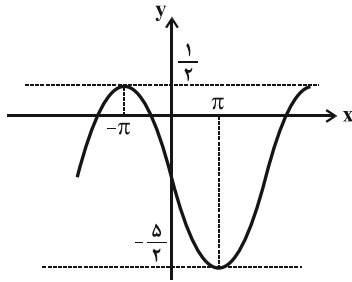
(۲) -۱۱

(۱) -۶

(۴) ۴

(۳) ۲۹

۹۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ را نشان می‌دهد. مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



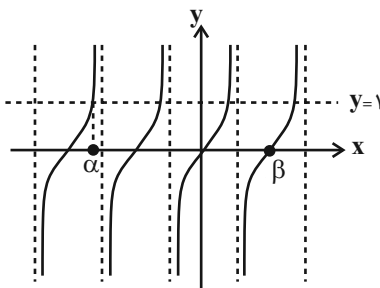
(۱) $-\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{5}{4}$

(۳) $-\frac{7}{4}$

(۴) $-\frac{9}{4}$

۹۷- شکل مقابل مربوط به تابع $y = \tan 2x$ است. حاصل $\beta - \alpha$ کدام است؟



(۱) $\frac{11\pi}{8}$

(۲) $\frac{13\pi}{8}$

(۳) $\frac{9\pi}{8}$

(۴) $\frac{5\pi}{4}$

۹۸- جواب کلی معادله $\sin^2 x + \cos^2 x = \cos \frac{5\pi}{3}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

(۴) $\frac{k\pi}{4}$

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۹۹- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \tan 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۲) ۳

(۴) ۱

(۱) ۴

(۳) ۲

۱۰۰- برای کمان x ، $\tan x$ یک واحد از $\sin x$ بزرگ‌تر است. مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

(۲) $\sqrt{6} - 2$

(۴) $\sqrt{2} - 1$

(۱) $2\sqrt{2} - 2$

(۳) $2\sqrt{6} - 4$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} p+2 & m-2 \\ n+1 & 2p-1 \end{bmatrix}$ ماتریس اسکالر باشد، دترمینان ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ p & -1 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) -۱۱ (۴) ۱۱

۱۰۲- اگر $A = [(-1)^j i]_{3 \times 3}$ ، $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ و $b_{ij} = \begin{cases} ij & ; i > j \\ i + j & ; i = j \\ \frac{j}{i} & ; i < j \end{cases}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس BA کدام است؟

(۱) -۲۰ (۲) -۳۱

(۳) ۲۵ (۴) ۴۱

۱۰۳- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m-1)x + 2y = n \\ (n+2)x + 4y = m \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -2|A| & 0 & 0 \\ 0 & -3|A| & 0 \\ -5|A| & 0 & |A| \end{bmatrix}$ ماتریسی وارون پذیر باشد، حاصل $||A||$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{36}$

(۳) $\frac{1}{216}$ (۴) ۶

۱۰۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $A^{99} + B^{100}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

محل انجام محاسبات

۱۰۶- در تساوی ماتریسی $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۵ (۱) ۷ (۲)

۱۱ (۳) ۱۳ (۴)

۱۰۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A^2 B^2$ کدام است؟

۲۶ (۱) ۳۷ (۲)

-۲۶ (۳) -۳۷ (۴)

۱۰۸- اگر $A = \begin{bmatrix} m \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $B = [-1 \ m \ 1]$ آنگاه حاصل $|AB| + |BA|$ کدام است؟

۱ (۱) -۱ (۲)

۰ (۳) ۲ (۴)

۱۰۹- اگر A یک ماتریس 2×2 و دترمینان ماتریس $2A$ از دترمینان وارون ماتریس A، ۳ واحد بیشتر باشد، حاصل $|4A^{-1}|$ ؟

کدام می‌تواند باشد؟ ($|A| \neq 0$)

۱ (۱) -۴ (۲)

-۱۶ (۳) ۲ (۴)

۱۱۰- اگر $2(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ باشد، آنگاه حاصل $A^{-1}B + B^{-1}A$ کدام است؟

0 (۱) I (۲)

-I (۳) A+B (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

(۱) مجموع مربعات هر دو عدد اول، عددی زوج است.

 (۲) هر عدد اول را به یکی از صورت‌های $6k+1$ یا $6k+5$ می‌توان نوشت (k عدد صحیح است).

(۳) حاصل ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) مجموع مربع و مکعب هر عدد فرد، عددی زوج است.

 ۱۱۲- اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x(y - z - \frac{x}{4})$ به روش بازگشتی، کدام رابطه بدیهی

حاصل می‌شود؟

$$(x+y)^2 + (x-z)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(x-y)^2 + (x+z)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

۱۱۳- اگر دوازدهم اردیبهشت سالی روز شنبه باشد، اولین روز کدام یک از ماه‌های زیر در آن سال نیز روز شنبه است؟

(۲) بهمن

(۱) دی

(۴) هیچ کدام

(۳) اسفند

 ۱۱۴- اگر a عددی طبیعی باشد به طوری که $a+7$ و $a+17$ بر 15 بخش پذیر است، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) ۱۸

(۳) ۸

محل انجام محاسبات

۱۱۵- باقی مانده تقسیم عدد 14021402 بر عدد ۱۵ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱۶- اگر رقم یکان دو عدد $a^2 + 9$ و $4a + 16$ یکسان باشد، عدد a^4 عضو کدام دسته هم‌نهبستی به پیمانه ۱۰ است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۱۷- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی x که در معادله $(1! + 2! + 3! + \dots + 1402!)x + 21y = 15$ صدق می‌کند، کدام است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۲۵

(۳) ۲۶

(۴) ۲۷

۱۱۸- اگر $(a, 1000) = 125$ باشد، آنگاه $(a^2 - 1, 40)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۴۰

۱۱۹- مجموع باقی‌مانده و خارج‌قسمت تقسیم عدد طبیعی a بر ۱۱، برابر ۱۵ است. احتمال اینکه $a - 5$ مضرب ۴۰ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{6}{11}$

(۲) $\frac{5}{11}$

(۳) $\frac{4}{11}$

(۴) $\frac{3}{11}$

۱۲۰- اگر باقی‌مانده تقسیم $\overline{2a3b}$ بر ۹ برابر ۴ باشد، باقی مانده تقسیم عدد $\overline{4a3b1}$ بر ۱۱ کدام است؟

(۱) صفر یا ۲

(۲) صفر یا ۸

(۳) ۱ یا ۳

(۴) ۳ یا ۹

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- متحرکی بر خط راست، ابتدا مسافت ۵۰m را در مدت ۸s و سپس مسافت ۴۰m را در خلاف جهت اولیه در مدت ۱۰s طی

می‌کند. تندی متوسط در کل زمان حرکت، چند برابر بزرگی سرعت متوسط در این مدت بوده است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) $\frac{9}{25}$

۱۲۲- متحرکی بر روی خط راست در حال حرکت است، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(آ) در هر لحظه بزرگی سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای متحرک با هم برابر است.

(ب) در هر بازه زمانی دلخواه بردار جابه‌جایی هم‌جهت با بردار سرعت متوسط است.

(پ) اگر در یک بازه زمانی تندی لحظه‌ای متحرک صفر نشود بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط در این بازه زمانی برابر است.

(ت) بردار مکان و بردار سرعت لحظه‌ای در هر لحظه هم‌جهت هستند.

- (۱) ب، پ، ت (۲) آ، پ (۳) فقط ت (۴) پ، ت

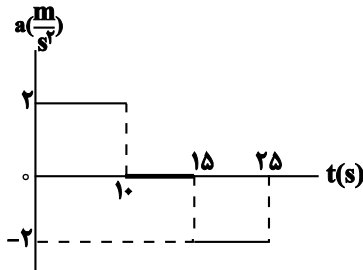
۱۲۳- دو خودروی A و B که روی محور x به فاصله ۱km از هم قرار دارند، به ترتیب با تندی‌های ثابت $۲۰ \frac{m}{s}$ و $۳۰ \frac{m}{s}$ به طرف

یکدیگر حرکت می‌کنند. پس از چند ثانیه فاصله آن‌ها از یکدیگر برای دومین بار به ۳۰۰m می‌رسد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۰ (۳) ۲۶ (۴) ۴۰

۱۲۴- در شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند، نشان داده شده است. تندی

متوسط این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۲۵s، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۶
(۲) ۱۸
(۳) ۱۲
(۴) صفر

۱۲۵- در شرایط خلاء، گلوله‌ای از ارتفاع ۱۸۰ متری از سطح زمین رها می‌شود و به زمین می‌رسد. پس از طی چه مسافتی بر حسب متر

از لحظه رها شدن گلوله، تندی آن نصف تندی در لحظه برخورد به زمین است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۴۵ (۴) ۸۰

۱۲۶- دو نیروی $\vec{F}_1 = (۱/۵N)\vec{i} - (۲N)\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = -۳\vec{F}_1$ به جسمی به جرم ۲kg اثر می‌کنند. بزرگی شتاب حرکت این جسم چند متر بر

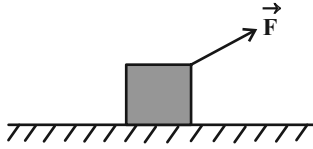
مربع ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲/۵ (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

۱۲۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2kg با شتاب $\frac{5}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تحت تاثیر نیروی $\vec{F} = (13\text{N})\vec{i} + (16\text{N})\vec{j}$ روی سطح افقی در جهت محور

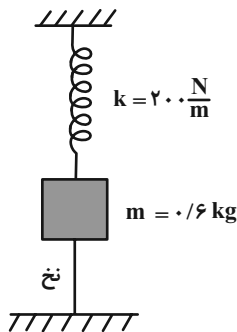
x حرکت می کند. بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۹ (۳)
- ۳ (۴)

۱۲۸- مطابق شکل زیر وزنه در حال تعادل است و نیروی کشش نخ که جرم آن ناچیز است برابر 24N می باشد. اگر نخ پاره شود، پس از

تعادل جسم، طول فنر چند درصد و چگونه تغییر می کند؟ $(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$

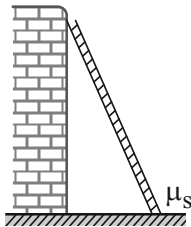


- ۸۰، کاهش (۱)
- ۲۰، کاهش (۲)
- ۸۰، افزایش (۳)
- ۲۰، افزایش (۴)

۱۲۹- مطابق شکل یک نردبان یکنواخت به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و نردبان در آستانه لغزش است. اگر

نیرویی که دیوار بر نردبان وارد می کند، \vec{F}_{N_1} و نیروی عمودی که سطح زمین بر آن وارد می کند، \vec{F}_{N_2} باشد، نسبت $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}}$ کدام

است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی نردبان و سطح زمین μ_s است.)

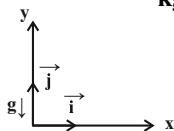


- μ_s (۱)
- $\frac{1}{\mu_s}$ (۲)
- ۱ (۳)

(۴) به جرم نردبان بستگی دارد.

۱۳۰- جسمی روی سطحی افقی با تندی اولیه $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت محور x پرتاب می شود. اگر نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می کند

در SI به صورت $\vec{R} = -3\vec{i} + 12\vec{j}$ باشد، جسم پس از پیمودن چه مسافتی بر حسب متر متوقف می شود؟ $(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- ۵ (۴)
- ۱۰ (۳)
- ۲ (۲)
- ۲۰ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- چند مورد از عبارات‌های زیر، درست است؟

(ا) شربت معده با مخلوط آب و روغن و صابون، از نظر رفتار در برابر نور مشابه است.

(ب) قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها به دلیل ایجاد رسوب با یون‌های منگنز و کلسیم در آب سخت، کاهش می‌یابد.

(پ) افزودن کلر به صابون‌ها، باعث افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی آن‌ها می‌شود.

(ت) پاک‌کننده‌های خورنده، همانند پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، با آلاینده‌ها برهم‌کنش بین ذره‌ای نیز برقرار می‌کنند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۲- مقداری صابون در آبی که حاوی یون کلسیم است، استفاده می‌شود. اگر ۸۰ درصد از صابون با یون کلسیم موجود در آب (مطابق معادله زیر) واکنش داده و ۱۲۱/۲ گرم رسوب تولید کند، چند گرم از صابون خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند؟ (بخش هیدروکربنی صابون سیر شده و دارای ۱۷ اتم کربن است؛ $H = 1, O = 16, C = 12, Na = 23, Ca = 40$)



۱۲۲/۴ (۱) ۲۴/۴۸ (۲) ۳۰/۶ (۳) ۱۵۳ (۴)

۱۳۳- همه عبارات‌های زیر نادرست‌اند، به جز ...

(۱) اگر در محلول هیدروسیانیک اسید در دمای معین، از هر هزار مولکول، ۳۶ یون تولید شود، درجه یونش آن برابر ۰/۰۳۶ است.

(۲) باران اسیدی شامل نیترو اسید و سولفوریک اسید است؛ در حالی که باران معمولی شامل کربنیک اسید است.

(۳) در واکنش فلز آلومینیم با محلول هیدروکلریک اسید، گاز H_2 تولید شده و غلظت یون هیدرونیوم و pH محلول کاهش می‌یابد.

(۴) از واکنش هر مول سدیم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید به‌طور جداگانه با مقدار کافی آب به ترتیب دو مول یون هیدروکسید و دو مول یون هیدرونیوم تولید می‌شود.

۱۳۴- در محلولی از استیک اسید، اگر ثابت یونش و درصد یونش به ترتیب برابر با $1/8 \times 10^{-5}$ و ۳ باشد، برای تهیه ۵۰۰ میلی‌لیتر از این محلول، چند میلی‌لیتر از استیک اسید ($d = 1/25 \text{ g.mL}^{-1}$) با خلوص ۸۰ درصد لازم است و pH محلول آن کدام است؟

($H = 1, O = 16, C = 12; \text{ g.mol}^{-1}$) ($\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5$)

۳/۲ ، ۰/۶ (۱) ۳/۲ ، ۱/۲ (۲) ۲/۸ ، ۰/۶ (۳) ۲/۸ ، ۱/۲ (۴)

۱۳۵- چند مورد از مقایسه‌های زیر را براساس نظریه آرنیوس برای اسیدها و بازها، می‌توان انجام داد؟

* در شرایط یکسان، غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی آمونیاک از محلول آبی نیترواسید بیشتر است.

* رسانایی الکتریکی محلول آبی هیدروکلریک اسید و هیدروبرمیک اسید با غلظت اولیه یکسان، نابرابر است.

* رنگ کاغذ pH در تماس با محلول پتاسیم هیدروکسید و محلول سدیم هیدروکسید، متفاوت است.

* pH محلول یک مولار کربنیک اسید و هیدروفلوئوریک اسید یکسان نیست.

۲ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

محل انجام محاسبات

ویژگی	محلول
$\text{pH} = 8$ (دمای 25°C)	a
K_a بسیار بزرگ	b
رنگ کاغذ pH در محلول: آبی	c
باز ضعیف	d

۱۳۶- با توجه به جدول مقابل، چند مورد از مطالب بیان شده، درست است؟

الف) فرایند یونش b در آب به صورت یک طرفه است.

ب) در محلول a غلظت یون هیدروکسید 10^0 برابر غلظت یون هیدرونیوم است.

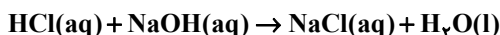
پ) غلظت یون هیدرونیوم در محلول c کمتر از غلظت یون هیدروکسید است.

ت) محلول d در آب از نوع غیرالکترولیت است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۷- به ۷ میلی لیتر محلول ۰/۱ مولار HCl، ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۰۲ مولار NaOH می افزاییم تا پس از انجام واکنش زیر،

محلولی با $\text{pH} = 1/7$ به دست آید. V کدام است؟ ($\log 2 \approx 0/3$)



۵۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴)

۱۳۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر، درست است؟

الف) اندک یون‌های حاصل از یونش اسیدهای ضعیف می‌توانند با مولکول‌های یونیده نشده در تعادل باشند.

ب) ثابت یونش اسیدهای قوی، به عدد یک و ثابت یونش اسیدهای ضعیف به عدد صفر نزدیک است.

پ) با حل شدن ۰/۰۵ مول سدیم اکسید در یک لیتر آب در دمای 25°C ، pH محلول به ۱۳ می‌رسد.

ت) نام علمی جوش شیرین، سدیم هیدروژن کربنات است که به تنهایی نمی‌تواند به عنوان ماده مؤثر در ضد اسیدها مورد استفاده قرار گیرد.

۱) ب و ت ۲) الف و پ ۳) پ و ت ۴) الف و ب

۱۳۹- pH محلول هیدروسیانیک اسید در دمای اتاق با ثابت یونش $4/9 \times 10^{-10}$ و درصد یونش ۰/۰۷ کدام است و در ۲۰۰ میلی لیتر

از این محلول به تقریب چند مول یون هیدروکسید وجود دارد؟ ($\log 7 \approx 0/85$) (از یون هیدرونیوم حاصل از یونش آب در

محلول آبی صرف نظر کنید.)

۲/۸ × ۱۰^{-۸}، ۶/۱۵ (۲) ۲/۸ × ۱۰^{-۸}، ۵/۱۵ (۳) ۲/۸ × ۱۰^{-۹}، ۵/۱۵ (۴) ۲/۸ × ۱۰^{-۸}، ۶/۱۵ (۱)

۱۴۰- چند مورد از داده‌های جدول زیر درباره مقایسه صابون جامد و پاک‌کننده غیرصابونی، با زنجیر آلکیل سیر شده نادرست است؟

نوع پاک‌کننده	فرمول عمومی	تعداد C بدون اتصال به H	قدرت پاک‌کنندگی در آب دریا	منشأ تهیه	بار سطحی قطره مخلوط چربی و پاک‌کننده
صابون جامد	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2\text{Na}$	۱	کم	طبیعی	منفی
پاک‌کننده غیرصابونی	$\text{C}_n\text{H}_{2n-7}\text{SO}_3\text{Na}$	۰	خوب	غیرطبیعی	خنثی

۳ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

محل انجام محاسبات



آزمون ۷ مهر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
امیر حسین ابومحبوب-محمد رضا توجه-عادل حسینی-طاہر دادستانی-میلاد سجادی لاریجانی-حبيب شفیعی-علی شہرابی-رضا طاری حمید علیزاده-مرضیہ گودرزی-جہانبخش نیکنام-بنیامین یعقوبی	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-جواد حاتمی-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-کیوان دارابی-سوگند روشنی محمد صحت کار-رضا عباسی اصل-فرشاد فرامرزی-محمد ابراهیم گیتی زاده-سینا محمدپور-محمد هجری	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا پور حسینی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی سعیدی زاد فرشاد فرامرزی-احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی-محمد هجری	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-امیر حسین برادران-لاله بهادری-علیرضا جباری-امیر علی حاتم خانی-معصومه شریعت ناصری مریم شیخ مو-شیراز شیری-سیاوش فارسی-مصطفی کیانی-مهدی میرابزاده-امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
هدی بهاری پور-امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-حمید ذبیحی-امید رضوانی-روزبه رضوانی-امیر حسین طیبی-سود کلایی-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره روح اله علیزاده-حسین ناصری نائی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
بازبینی نهایی (رتبه برتر)	بنیامین یعقوبی	کیارش صناعی	کیارش صناعی	ماهان زواری	ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱.۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۴» -۱

(بنیامین یعقوبی)

سه نقطه روی یک خط قرار دارند، پس:

$$m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{m-2}{m-2} = \frac{m+1}{m+1}$$

پس به ازای تمامی مقادیر m برقرار است.

(حسابان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

گزینه «۳» -۲

(عارل مسینی)

بدیهی است که a و \sqrt{a} مثبت‌اند، پس این سه عدد می‌توانند به حالت‌های $a, \sqrt{a}, 0$ یا a, \sqrt{a}, a ، $0, \sqrt{a}, a$ تشکیل دنباله حسابی دهند. برای هر کدام داریم:

$$0, \sqrt{a}, a \Rightarrow 0+a = 2\sqrt{a} \Rightarrow a-2\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a}-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = 0 \Rightarrow a = 0 \\ \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $a = 0$ دنباله ثابت تولید می‌شود.

$$0, a, \sqrt{a} \Rightarrow 0+\sqrt{a} = 2a \Rightarrow 2a-\sqrt{a} = \sqrt{a}(2\sqrt{a}-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = 0 \Rightarrow a = 0 \\ \sqrt{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

در نهایت مجموع مقادیر ممکن برای a برابر $\frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$ است.

(حسابان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۲ تا ۳ و ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۲» -۳

(عارل مسینی)

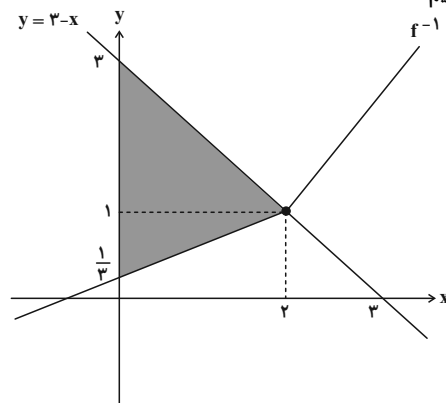
ابتدا ضابطه تابع وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x < 1, y < 2 \\ \frac{x+3}{2} & ; x \geq 1, y \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{3} & ; x < 2 \\ 2x-3 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

نمودار تابع f^{-1} را به همراه خط $y = -x + 3$ در یک دستگاه مختصات

رسم می‌کنیم:



مساحت قسمت سایه خورده در شکل ستون قبل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{3} \right) (2) = \frac{8}{3}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

گزینه «۱» -۴

(عارل مسینی)

دامنه‌های دو تابع f و g به ترتیب $D_f = [-2, 2]$ و $D_g = [-3, +\infty)$ است و دامنه تابع $f \circ g$ را از رابطه زیر حساب می‌کنیم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \geq -3 \mid -2 \leq -\sqrt{x+3} \leq 2\} \\ &= \{x \geq -3 \mid \sqrt{x+3} \leq 2\} = \{x \geq -3 \mid x \leq 1\} \\ \Rightarrow D_{f \circ g} &= [-3, 1] \end{aligned}$$

این بازه شامل ۵ عدد صحیح است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

گزینه «۴» -۵

(مهمربضا توجه)

می‌دانیم اگر جرم یک ماده رادیواکتیو m_0 و نیم عمر آن T باشد، جرم ماده

باقی مانده (m) پس از طی شدن زمان t از رابطه $m(t) = \frac{m_0}{2^{t/T}}$ به دست

می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} \Rightarrow m(60) = \frac{m_0}{64} = \frac{m_0}{2^{10}}$$

جرم ماده باقی مانده $\frac{1}{64}$ جرم ماده اولیه است، یعنی جرم ماده‌ای که به

انرژی تبدیل شده است، $\frac{63}{64}$ جرم ماده اولیه است.

$$\Rightarrow m_{\text{انرژی}} = m_0 - \frac{m_0}{64} = \frac{63}{64} m_0 = 0.984 m_0$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه ۷۶)

گزینه «۴» -۶

(عارل مسینی)

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \log(3^x - 1) + \log 1000 &= \log 8^x + \log 32 \\ \Rightarrow \log 1000(3^x - 1) &= \log(32 \times 8^x) \\ \Rightarrow 1000(3^x - 1) &= 32 \times 8^x \xrightarrow{+8} 125(2^x - 1) = 4 \times 8^x = 4(2^x)^3 \end{aligned}$$

حال با تغییر متغیر $t = 2^x$ داریم:

$$125(t-1) = 4t^3 \Rightarrow 4t^3 - 125t + 125 = 0$$

اگر معادله را به صورت $\frac{t-1}{t^3} = \frac{4}{125}$ بنویسیم، می‌بینیم که $t = 5$ جواب

معادله بالا است. پس آن را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:



(میلار سیاری لاریبانی)

۹- گزینه «۴»

با توجه به مقادیر حاصل حد در گزینه‌ها و هم چنین اینکه مقدار عبارت
مخرج کسر موردنظر به ازای $x=1$ صفر است، نتیجه می‌گیریم که حد مورد
نظر، مبهم $\frac{0}{0}$ است. یعنی مقدار عبارت صورت نیز به ازای $x=1$ باید صفر
باشد.

$$\Rightarrow \sqrt{f(1)} - 2 = 0 \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f$$

پس تابع خطی f از نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 2)$ می‌گذرد.

$$\text{شیب خط: } m = \frac{4-2}{1-(-1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y - 2 = 1(x + 1) \Rightarrow f(x) = x + 3$$

حال حاصل حد را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$$

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت داریم:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} \right) \left(\frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(عادل مسینی)

۱۰- گزینه «۳»

تابع f در عدد صحیح $x=n$ حد دارد (که n برابر k است). پس باید
حدود چپ و راست تابع در $x=n$ برابر باشند:

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = 2(n)(n-1) - k^2(-n)$$

$$= 2n^2 + (k^2 - 2)n$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = 2n(n) - k^2(-n-1)$$

$$= 2n^2 + k^2n + k^2$$

با مساوی قرار دادن دو مقدار بالا داریم:

$$2n^2 + (k^2 - 2)n = 2n^2 + k^2n + k^2 \Rightarrow k^2 = -2n$$

حال $n=k$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$k^2 = -2k \Rightarrow k^2 + 2k = k(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow k=0, k=-2$$

مجموع مقادیر برابر -2 است.

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۹)

$$4t^3 - 125t + 125 = (t-5)(4t^2 + 20t - 25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 = 2^{x_1} \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ t_2 = \frac{-20 + 20\sqrt{2}}{8} = 2^{x_2} \Rightarrow x_2 = \log_2 \frac{5}{\sqrt{2}-1} \end{cases}$$

با توجه به صعودی بودن تابع $y = \log_2 x$ ، جواب بزرگ‌تر معادله
 $x_1 = \log_2 5$ است.

$$\Rightarrow 2 < \log_2 5 < 3 \Rightarrow [\log_2 5] = 2$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(مرضیه کوروزی)

۷- گزینه «۱»

$$\begin{cases} \sin 20^\circ = \sin(18^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ \\ \cos 29^\circ = \cos(36^\circ - 7^\circ) = \cos 7^\circ = \sin 2^\circ \\ \sin 16^\circ = \sin(18^\circ - 2^\circ) = \sin 2^\circ \\ \cos 7^\circ = \sin 2^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2\sin 20^\circ + \sin 2^\circ}{\sin 20^\circ + 2\sin 2^\circ} = -\frac{1}{3}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(عادل مسینی)

۸- گزینه «۱»

$$2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{y}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{14}\right) = k$$

با توجه به این که $2x + \frac{2\pi}{y}$ یا همان $2x + \frac{8\pi}{14}$ یا $2x + \frac{\pi}{14}$ یا $\frac{7\pi}{14}$

همان $\frac{\pi}{2}$ اختلاف دارند، می‌توانیم $\sin\left(2x + \frac{\pi}{14}\right)$ را به شکل زیر

بازنویسی کنیم:

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{14}\right) = -\sin\left(-2x - \frac{\pi}{14}\right)$$

$$= -\sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(2x + \frac{4\pi}{y}\right)\right] = -\cos 2\left(x + \frac{2\pi}{y}\right)$$

$$= -(1 - 2\sin^2\left(x + \frac{2\pi}{y}\right))$$

$\frac{k}{2} \sin\left(x + \frac{2\pi}{y}\right) - 1 = k$ گرفته‌ایم، پس باید معادله $\frac{k}{2} \sin\left(x + \frac{2\pi}{y}\right) - 1 = k$ را

حل کنیم:

$$\Rightarrow \frac{k^2}{2} - 1 = k \Rightarrow k^2 - 2k - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{-1 < k < 1} k = 1 - \sqrt{3}$$

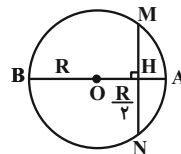
(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)



هندسه ۲

گزینه ۳» ۱۱-

(فرزانه فالکپاش)



بلندترین وتر گذرنده از هر نقطه در دایره، قطر دایره و کوتاه‌ترین وتر گذرنده از هر نقطه، وتری است که در آن نقطه بر قطر دایره عمود است.

از طرفی می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین با فرض $MH = NH = x$ و طبق روابط طولی وترهای متقاطع در دایره داریم:

$$MH \times NH = AH \times BH \Rightarrow x \times x = \frac{R}{2} \times \frac{2R}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2R^2}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$\frac{MN}{AB} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} R}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

گزینه ۱» ۱۲-

(فرشاد فرامرزی)

اگر R و R' شعاع‌های دو دایره و d طول خط‌المرکزین آنها باشد، آنگاه داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{d^2 - (3 - 8)^2} \Rightarrow d^2 = 169 \Rightarrow d = 13$$

چون $d > R + R'$ پس دو دایره متخارج هستند و در نتیجه داریم:

$$\text{فاصله دو دایره بیشترین} = d + R + R' = 13 + 3 + 8 = 24$$

$$\text{فاصله دو دایره کمترین} = d - (R + R') = 13 - (3 + 8) = 2$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر $12 = \frac{24}{2}$ است.

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

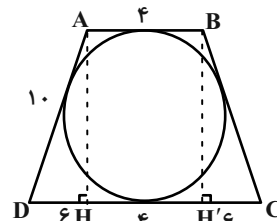
گزینه ۴» ۱۳-

(فرزانه فالکپاش)

در یک چهارضلعی محیطی، مجموع طول‌های هر دو ضلع مقابل برابر مجموع طول‌های دو ضلع مقابل دیگر است، بنابراین داریم:

$$AB + CD = AD + BC$$

$$\xrightarrow{AD=BC} 4 + 16 = 2AD \Rightarrow AD = 10$$



مطابق شکل اگر از نقاط A و B، عمودهای AH و BH' را بر ضلع CD

$$DH = CH' = \frac{CD - AB}{2} = \frac{16 - 4}{2} = 6$$

رسم کنیم، آنگاه:

$$\Delta AHD: AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow 10^2 = AH^2 + 6^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) = \frac{1}{2} \times 8(4 + 16) = 80$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

گزینه ۳» ۱۴-

(فرشاد فرامرزی)

روش اول:

اگر S مساحت و P نصف محیط مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۶ باشند، آنگاه داریم:

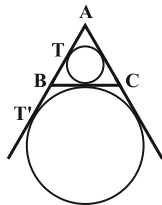
$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$$

$$P = \frac{1}{2} (3 \times 6) = 9$$

شعاع دایره‌های محاطی داخلی و خارجی این مثلث از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{9\sqrt{3}}{9 - 6} = 3\sqrt{3}$$



مطابق شکل دایره‌های محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مماس خارج هستند، بنابراین طول مماس مشترک خارجی آنها برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{r \times r_a} = 2\sqrt{\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}} = 2 \times 3 = 6$$

روش دوم:

$$AT' = P = 9, AT = P - a = 9 - 6 = 3$$

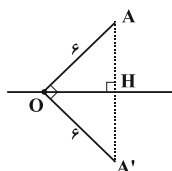
$$TT' = AT' - AT = 9 - 3 = 6$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

گزینه ۴» ۱۵-

(امیر هوشنگ فسمه)

واضح است که زاویه AOH برابر 45° است، در نتیجه زاویه AOA' برابر 90° خواهد بود. همچنین بازتاب تبدیلی طولی است، بنابراین $OA' = OA = 6$ است و در نتیجه داریم:



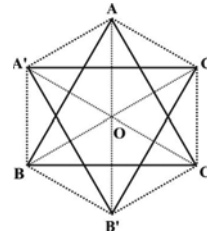
$$S_{\Delta OAA'} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربرد: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



۱۶- گزینه «۴»

(رضا عباسی اصل)



فرض کنیم O نقطه هم‌رسمی میانه‌های مثلث ABC باشد. در مثلث متساوی‌الاضلاع، میانه‌ها برابر یکدیگرند، پس $\frac{2}{3}$ طول آنها نیز با هم برابر است. از طرفی دوران تبدیلی طولی است، بنابراین داریم:

$OA = OB = OC = OA' = OB' = OC'$
 $\widehat{AOA'} = \widehat{A'OB} = \widehat{BOB'} = \widehat{B'OC} = \widehat{COC'} = \widehat{C'OA} = 60^\circ$
 پس شش ضلعی $AA'BB'CC'$ منتظم است و مثلث AOA' متساوی‌الاضلاع است، چون زاویه $\angle AOA' = 60^\circ$ درجه بوده و دو ضلع OA و OA' برابرند، پس $AA' = AO$ می‌باشد. از طرفی طول AO، $\frac{2}{3}$ ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است. پس داریم:

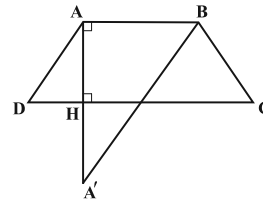
$$AO = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} \right) = 6$$

$$AA' = AO = 6 \Rightarrow \text{محیط شش ضلعی} = 6 \times 6 = 36$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)



برای پیدا کردن کمترین مقدار $MA + MB$ به گونه‌ای که M روی قاعده CD باشد، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به ضلع CD یافته و آن را A' بنامیم و سپس مقدار $A'B'$ را به دست آوریم (این مقدار دقیقاً برابر با کمترین مقدار $MA + MB$ است).
 با توجه به مفروضات سؤال داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH (AB + CD) \Rightarrow 39 = \frac{1}{2} AH (5 + 8) \Rightarrow AH = 6$$

$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$\triangle A'AB: A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow A'B = 13$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)

۱۸- گزینه «۳»

(پویر هاتمی)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos(\hat{B} + \hat{C}) = \cos(180^\circ - \hat{A}) = -\cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2}$$

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28$$

طبق قضیه میانه‌ها در این مثلث داریم:

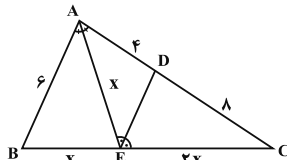
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 36 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

$$\Rightarrow 2m_a^2 = 38 \Rightarrow m_a^2 = 19 \Rightarrow m_a = \sqrt{19}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۹- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)



مطابق شکل اگر $AE = x$ فرض شود، آنگاه بنا به قضیه نیمساز زاویه‌های داخلی داریم:

$$\triangle AEC: \text{نیمساز } DE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{x}{EC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = 2x$$

$$\triangle ABC: \text{نیمساز } AE \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{BE}{2x} \Rightarrow BE = x$$

حال با توجه به رابطه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AE^2 = AB \cdot AC - BE \cdot EC \Rightarrow x^2 = 6 \times 12 - x \times 2x \Rightarrow 3x^2 = 72$$

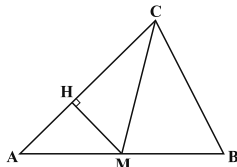
$$\Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۲۰- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم $AB = 6$ ، $AC = 7$ و $BC = 5$ باشد، با استفاده از قضیه هرون برای مثلث ABC داریم:



$$P = \frac{5+6+7}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{9 \times (9-5)(9-7)(9-6)} = 6\sqrt{6}$$

میانه CM مساحت مثلث ABC را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند:

$$S_{\triangle AMC} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} MH \cdot AC \Rightarrow 3\sqrt{6} = \frac{1}{2} MH \times 7 \Rightarrow MH = \frac{6\sqrt{6}}{7}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \vee p \equiv [(\sim p \vee q) \wedge q] \vee p \equiv q \vee p \equiv p \vee q$$

قانون جذب

نقیض $\rightarrow \sim p \wedge \sim q$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- گزینه «۴»

(امیررضا فلاح)

گزینه «۱»: در معادله درجه دوم $-2x^2 + 2x - 7 = 0$ ، $\Delta = -52 < 0$ و

ضریب x^2 منفی است، پس عبارت موردنظر همواره منفی است.

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{array}{l} u > 0 \Rightarrow u + \frac{1}{u} \geq 2 \\ u < 0 \Rightarrow u + \frac{1}{u} \leq -2 \end{array} \right\} \xrightarrow{u \neq 0} \left| u + \frac{1}{u} \right| \geq 2$$

$$\xrightarrow{u=3x} \left| 3x + \frac{1}{3x} \right| \geq 2$$

گزینه «۳»: در معادله درجه دوم $-5x^2 - 6x + 7 = 0$ ، $\Delta = 176 > 0$ ،

پس معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز می‌باشد. چون ضریب x^2

منفی است، پس عبارت موردنظر به ازای مقادیر بزرگتر از هر دو ریشه و

مقادیر کوچکتر از هر دو ریشه منفی است.

گزینه «۴»: هیچ عدد حقیقی‌ای وجود ندارد که مجموع آن با تمام اعداد

صحیح برابر صفر شود، پس این گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۳- گزینه «۱»

(فرزانه شاکپاش)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(A \cup B)' - B] \cup [(B - A) \cup A'] = [(A \cup B)' \cap B'] \cup [(B \cap A') \cup A'] = B' \cup A'$$

حال طبق قانون دمورگان داریم:

$$(B' \cup A')' = B \cap A = A \cap B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۴- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومیبوب)

اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، آنگاه رابطه $A \times B = B \times A$ تنها

در صورتی برقرار است که $A = B$ باشد. همچنین دو مجموعه A و B در

صورتی برابر یکدیگرند که اعضای آنها نظیر به نظیر برابر باشند. با توجه به

مجموعه‌های A و B ، دو حالت زیر امکان‌پذیر است.

$$\begin{cases} x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7 \\ 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \\ z - 1 = -2 \Rightarrow z = -1 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 8$$

حالت اول:

$$\begin{cases} x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7 \\ 2y = -2 \Rightarrow y = -1 \\ z - 1 = 4 \Rightarrow z = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 11$$

حالت دوم:

بنابراین بیشترین مقدار $x + y + z$ ، برابر ۱۱ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۵- گزینه «۱»

(رضا پورسینبی)

فرض کنید پیشامدهای A و B به ترتیب به صورت «عدد تاس دوم

بزرگ‌تر باشد» و «حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود» تعریف شوند. در

این صورت داریم:

$$B = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (6,5)\}$$

$$A \cap B = \{(5,6), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{11}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۶- گزینه «۱»

(فرشاد فرامرزی)

$$\left. \begin{array}{l} P(1) = P(3) = P(5) = x \\ P(2) = P(4) = P(6) = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow P(\{2, 4, 6\}) = 2P(\{1, 3, 5\})$$



$$CV_1 = \Delta CV_2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x} - 4} = \frac{\Delta \sigma}{\bar{x} + 4} \Rightarrow \bar{x} + 4 = \Delta \bar{x} - 20$$

$$\Rightarrow 4\bar{x} = 24 \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 60$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۵ و ۹۳ تا ۹۷)

۲۹- گزینه «۳» (نیلوفر مهری)

ابتدا داده‌ها را مرتب کرده و میانه، چارک اول و چارک سوم داده‌ها را به

$$1, 1, 6, 8, 8, 9, 12, 13, 15, 23, 25$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 Q_1 Q_2 Q_3

دست می‌آوریم.

بنابراین داده‌های ۸، ۸، ۹، ۱۲، ۱۳ داخل جعبه قرار دارند و در نتیجه داریم:

$$\bar{x} = \frac{8 + 8 + 9 + 12 + 13}{5} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{(8-10)^2 + (8-10)^2 + (9-10)^2 + (12-10)^2 + (13-10)^2}{5}$$

$$= \frac{4 + 4 + 1 + 4 + 9}{5} = 4/4$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۳۰- گزینه «۴» (امیرسین ابومیسوب)

اختلاف بین شماره‌های اولین و چهارمین دانش‌آموز انتخاب شده، سه برابر

تعداد اعضای هر طبقه است. بنابراین داریم:

$$12 = \frac{42 - 6}{3} = \text{تعداد اعضای هر طبقه}$$

$$20 = \frac{240}{12} = \text{تعداد طبقات}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

بنابراین احتمال آمدن اعداد زوج و فرد در پرتاب این تاس به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ است.

اگر تاس زوج بیاید، سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. در این صورت فضای نمونه دارای ۴ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر باشد، به صورت $\{(r,r)\}$ و

احتمال آن برابر $\frac{1}{4}$ است. اگر تاس فرد بیاید، سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم.

در این صورت فضای نمونه دارای ۸ حالت بوده و پیشامد آنکه تعداد رو بیشتر باشد، به صورت $\{(r,r,p), (r,p,r), (p,r,r), (r,r,r)\}$ و احتمال آن

برابر $\frac{4}{8}$ است. اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۵۸ تا ۶۰)

۲۷- گزینه «۳» (مهمر هیری)

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند. در نتیجه پیشامدهای A و B و پیشامدهای A' و B' نیز مستقل از هم هستند. در نتیجه داریم:

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = P(A \cap B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A)P(B') = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A') = \frac{1}{2}$$

$$P(A'|B') = P(A') = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۲۸- گزینه «۲» (امیررضا فلاح)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب برابر \bar{x} و σ باشد، میانگین و انحراف معیار داده‌های

$ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ با فرض $a > 0$ به ترتیب برابر $a\bar{x} + b$ و

$a\sigma$ است. بنابراین داریم:



فیزیک ۲

گزینه «۳» - ۳۱

(شیراز شیزادی)

ابتدا با استفاده از قانون کولن اندازه هر یک از بارهای الکتریکی را می‌یابیم. دقت کنید، اگر یکای بار الکتریکی بر حسب μC و یکای فاصله بر حسب cm باشد، رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F = \frac{90 |q_1||q_2|}{r^2} \quad F=0.9N, r=30cm \rightarrow \frac{90}{|q_1||q_2|=9}$$

$$0.9 = \frac{90 \times q^2}{900} \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow q = 3\mu C$$

اکنون، اندازه بار الکتریکی را پس از تغییر آن‌ها پیدا می‌کنیم. در اینجا فرض می‌کنیم بارها مثبت باشند.

$$q_1' = q - 2 = 3 - 2 = 1\mu C$$

$$q_2' = q + 2 = 3 + 2 = 5\mu C$$

در آخر، نیروی بین دو بار q_1' و q_2' را می‌یابیم:

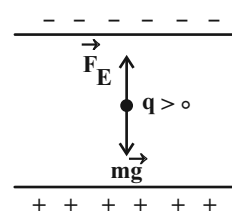
$$F' = \frac{90 |q_1'||q_2'|}{r^2} = \frac{90 \times 1 \times 5}{900} = 0.5N$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۶ و ۷)

گزینه «۱» - ۳۲

(مجتبی نگوئیان)

مطابق شکل زیر، برای ذره باردار در حالت تعادل می‌توان نوشت:



$$F_E = mg \quad (1) \quad ; \quad F_E = |q|E \quad (2)$$

$$\rightarrow (1), (2) \rightarrow |q|E = mg \quad (I)$$

با اعمال تغییرات در اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات خازن و فاصله

صفحات خازن و با استفاده از رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ داریم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{|\Delta V'|}{|\Delta V|} \times \frac{d}{d'} \rightarrow \frac{|\Delta V'| = 2|\Delta V|}{d' = \frac{2d}{3}}$$

$$\frac{E'}{E} = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \quad (II)$$

با توجه به افزایش اندازه میدان الکتریکی و در نتیجه افزایش اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار، می‌توان گفت که ذره باردار به سمت صفحه بالایی حرکت می‌کند و طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W_{E'} + W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{v_i=0} E' |q| d - mgd = \frac{1}{2} mv_f^2 \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(III) \text{ در } (II) \text{ و } (I)} \frac{4}{3} mgd - mgd = \frac{1}{2} mv_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = \frac{2}{3} g d \xrightarrow{\frac{g=10 \frac{N}{kg}}{d=0.6m}} v_f^2 = 4 \Rightarrow v_f = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۲۵ و ۲۶)

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

گزینه «۴» - ۳۳

(امیرعلی حاتم‌فانی)

ابتدا ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

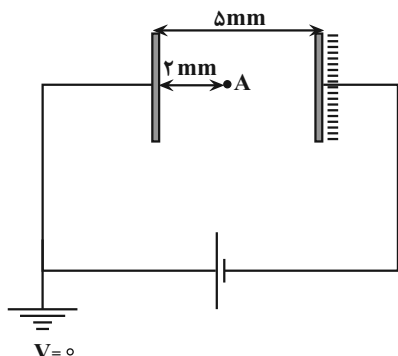
$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \kappa=1, A=25 \times 10^{-4} m^2 \rightarrow C = \frac{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 25 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow C = 45 \times 10^{-13} F$$

اکنون با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در خازن، اختلاف پتانسیل بین صفحات آن را می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \frac{U=36pJ=36 \times 10^{-12} J}{C=45 \times 10^{-13} F} \rightarrow$$

$$36 \times 10^{-12} = \frac{1}{2} \times 45 \times 10^{-13} \times V^2 \Rightarrow V = 4V$$



در آخر با استفاده از رابطه $E = \frac{\Delta V}{d}$ و با توجه به ثابت بودن E ، به صورت

زیر V_A را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون صفحه مثبت خازن به زمین متصل است، پتانسیل آن صفر می‌باشد.



$$V_{\gamma} = \varepsilon_{\gamma} + r_{\gamma} I \xrightarrow{\varepsilon_{\gamma}=8V, r_{\gamma}=1\Omega} V_{\gamma} = 8 + (1 \times 1) = 9V$$

(فیزیک ۲- پیران الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۳۶- گزینه «۱» (معبری میراب‌زاده)

وقتی کلید k باز باشد، مقاومت معادل دو مقاومت 2Ω و 6Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت مقاومت معادل مدار برابر $R_{eq} = 3\Omega$ می‌شود. بنابراین، با محاسبه جریان مدار، توان مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq}=3\Omega, r=1\Omega, \varepsilon=6V} I = \frac{6}{3+1} = \frac{3}{2} A$$

$$P = R_{eq} I^2 = 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} W$$

وقتی کلید k بسته شود، هر سه مقاومت در مدار باقی می‌مانند و با هم موازی‌اند. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3+1+2}{6} \Rightarrow R'_{eq} = 1\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{6}{1+1} = 3A$$

$$P' = R'_{eq} I'^2 = 1 \times 9 = 9W$$

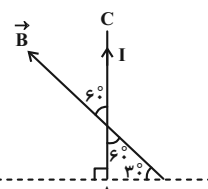
در آخر، نسبت توان در حالت دوم به توان در حالت اول برابر است با:

$$\frac{P'}{P} = \frac{9}{\frac{27}{4}} = \frac{4 \times 9}{27} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۲- پیران الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم: صفحه‌های ۵۳ تا ۷۹)

۳۷- گزینه «۱» (معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به شکل زیر، زاویه بین جهت جریان سیم و میدان مغناطیسی برابر 60° درجه است. بنابراین با استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی می‌توان نوشت:



$$F = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{\theta=60^\circ, \ell=0.1m, B=400G=400 \times 10^{-4} T, I=2A}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{\Delta V'}{d'} \xrightarrow{\Delta V=4V, d'=2mm, d=5mm} \frac{4}{5} = \frac{\Delta V'}{2} \Rightarrow \Delta V' = 1/6 V$$

$$\Delta V' = V_{\text{مثبت}} - V_A \Rightarrow 1/6 = 0 - V_A \Rightarrow V_A = -1/6 V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

۳۴- گزینه «۳» (معبری براتی)

ابتدا نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را می‌یابیم. با توجه به نمودار به ازای اختلاف پتانسیل یکسان V، جریان الکتریکی مقاومت A برابر $I_A = 2A$ و جریان الکتریکی مقاومت B برابر $I_B = 4A$ است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B = V \Rightarrow R_A I_A = R_B I_B \Rightarrow R_A \times 2 = R_B \times 4$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و با توجه به این که $A = \pi \frac{D^2}{4}$ می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \xrightarrow{\rho_B=\rho_A, L_A=4L_B} \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2$$

$$\frac{1}{2} = 1 \times \frac{L_B}{4L_B} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۲- پیران الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۵- گزینه «۳» (لاله بواری)

ابتدا جریان الکتریکی مدار را می‌یابیم. در اینجا چون $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، جریان مدار در جهت جریان باتری ε_1 و پادساعتگرد می‌باشد. بنابراین داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \xrightarrow{\varepsilon_1=12V, \varepsilon_2=8V, R_{eq}=0/5+0/5=1\Omega, r_1+r_2=2+1=3\Omega}$$

$$I = \frac{12-8}{1+3} = 1A$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2 را می‌یابیم. دقت کنید، چون جریان به پایانه مثبت باتری ε_2 وارد می‌شود، این باتری از مدار انرژی می‌گیرد. یعنی ضدمحرکه است.



$$\Phi_1 = AB_1 \cos \theta \xrightarrow{A=100 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \theta=0}$$

$$\Phi_1 = 100 \times 10^{-4} \times 400 \times 10^{-4} \times \cos(0^\circ)$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

در حالت دوم که پیچه از میدان مغناطیسی خارج می‌شود، $B_2 = 0$ است، لذا، $\Phi_2 = AB_2 \cos \theta = 0$ خواهد شد. بنابراین، در این حالت، نیروی محرکه القایی را پیدا می‌کنیم:

$$\epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=50} \epsilon_{av} = -50 \times \frac{0 - 4 \times 10^{-4}}{0.2} = 0.1 \text{ V}$$

در آخر جریان القایی در پیچه را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\epsilon_{av}}{R} \xrightarrow{R=5 \Omega} I = \frac{0.1}{5} = 0.02 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

و جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۴۰- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا با قرار دادن $t = \frac{1}{120} \text{ s}$ و $I = 2 \text{ A}$ در معادله جریان متناوب، جریان بیشینه در سیمولر را محاسبه می‌کنیم:

$$I = I_m \sin 100 \pi t \Rightarrow 2 = I_m \sin 100 \pi \times \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow 2 = I_m \sin \frac{\Delta \pi}{6} \xrightarrow{\sin \frac{\Delta \pi}{6} = \frac{1}{2}} 2 = I_m \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I_m = 4 \text{ A}$$

اکنون جریان عبوری از سیمولر را در لحظه $t = \frac{1}{300} \text{ s}$ می‌یابیم:

$$I = 4 \sin 100 \pi t \xrightarrow{t = \frac{1}{300}} I = 4 \sin 100 \pi \times \frac{1}{300} = 4 \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}} I = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ A}$$

در آخر انرژی ذخیره شده در سیمولر را در لحظه $t = \frac{1}{300} \text{ s}$ می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L = \text{ثابت}} \frac{U}{U_m} = \left(\frac{I}{I_m}\right)^2$$

$$\xrightarrow{U_m = 0.16 \text{ J}, I_m = 4 \text{ A}, I = 2\sqrt{3} \text{ A}} \frac{U}{0.16} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

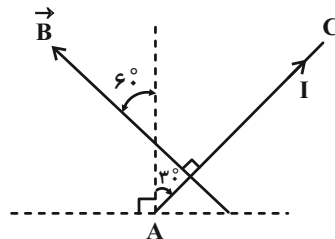
$$\Rightarrow \frac{U}{0.16} = \frac{3}{4} \Rightarrow U = 0.12 \text{ J}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

$$F = 2 \times 0.1 \times 400 \times 10^{-4} \times \sin 60^\circ \xrightarrow{\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$F = 2 \times 0.04 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.04\sqrt{3} \text{ N}$$

برای آن که نیروی وارد بر سیم AC بیشینه گردد، باید راستای سیم بر خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد. بنابراین، مطابق شکل زیر، باید سیم را به اندازه 30° در جهت ساعتگرد بچرخانیم.

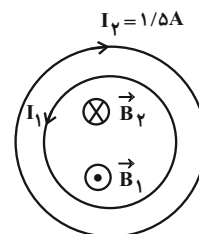


(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۳۸- گزینه «۲»

(معصومه شریعت ناصری)

با توجه به قاعده دست راست میدان مغناطیسی ناشی از حلقه با جریان I_1 در مرکز حلقه‌ها درونسو است. بنابراین، میدان مغناطیسی حلقه با جریان I_1 باید برونسو و هم‌اندازه میدان مغناطیسی B_2 باشد تا میدان خالص صفر شود. بنابراین باید جریان I_1 پادساعتگرد باشد و اندازه آن برابر است با:



$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 N_1 I_1}{R_1} = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{R_2}$$

$$\xrightarrow{N_1 = N_2 = 1} \frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2} \xrightarrow{R_1 = 4 \text{ cm}, R_2 = 6 \text{ cm}}$$

$$\frac{I_1}{40} = \frac{1/5}{60} \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۳۹- گزینه «۲»

(سیاوش فارسی)

ابتدا شار مغناطیسی عبوری از حلقه را قبل از خروج از میدان مغناطیسی می‌یابیم، دقت کنید چون پیچه بر میدان مغناطیسی عمود است، $\theta = 0$ می‌باشد.



شیمی ۲

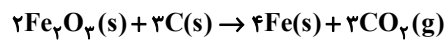
گزینه «۴»

(روح‌اله علیزاده)

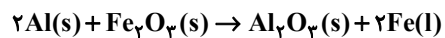
همة عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است. هر دو فلز سدیم و پتاسیم فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری قابل توجهی دارند؛ بنابراین ترکیب این فلزها پایدارتر از خود فلز است؛ از طرفی چون پتاسیم فعالیت شیمیایی بیشتری نسبت به سدیم دارد، پایداری ترکیب‌هایش بیشتر از ترکیب‌های سدیم است. (ب) در فولاد مبارکه اصفهان برای استخراج آهن از واکنش آهن (III) اکسید با کربن استفاده می‌شود:



(پ) مقدار عملی، مقدار فراورده‌ای است که در عمل به دست می‌آید؛ در حالی که کمیتی که کارایی یک واکنش را نشان می‌دهد، بازده درصدی واکنش است. (ت) در واکنش ترمیت که در صنعت جوشکاری استفاده می‌شود، فعالیت شیمیایی و واکنش‌پذیری فلز واسطه حاضر در واکنش (Fe) کمتر از فعالیت شیمیایی واکنش دهنده فلزی (Al) است:



توجه: پایداری با واکنش‌پذیری رابطه عکس دارد؛ بنابراین پایداری Fe بیشتر از Al است.

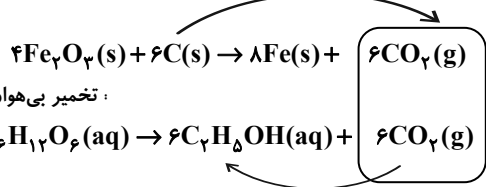
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی سورکلایی)

واکنش‌ها را نوشته و پس از موازنه، ضریب ماده مشترک را در دو واکنش برابر می‌کنیم. در این مسئله، دو واکنش انجام شده که مقدار یک فراورده مشترک در دو واکنش برابر است. در نتیجه از این ماده (کربن دی‌اکسید) به عنوان پل ارتباطی دو واکنش استفاده می‌کنیم.

واکنش استخراج آهن از هماتیت به وسیله کربن:



تخمیر بی‌هوازی گلوکز:

محلول ۲ ton Fe₂O₃: m^۳?

$$\times \frac{10^6 g}{1 ton} \times \frac{70}{100} \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160 g Fe_2O_3}$$

$$\times \frac{6 mol CO_2}{4 mol Fe_2O_3} \times \frac{64}{100} \times \frac{6 mol C_2H_5OH}{6 mol CO_2}$$

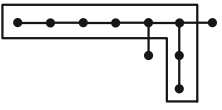
$$\times \frac{1 L \text{ محلول}}{4/2 mol C_2H_5OH} \times \frac{1 m^3}{1000 L} = 2 m^3 \text{ محلول}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه «۴»

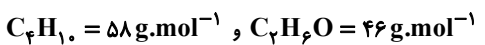
(ممد عظیمیان زواره)

نام درست آن ۳، ۴- دی‌متیل اوکتان است.



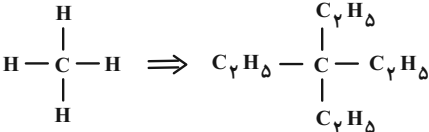
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) گاز موجود در فندک بوتان (C₄H₁₀) است.



بنابراین اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر با ۱۲ گرم بر مول است.

(۲) ۳، ۳- دی اتیل پنتان



(۳) فرمول‌های تقریبی گریس و وازلین به ترتیب C₁₈H₃₈ و C₂₅H₅₂ می‌باشد؛ بنابراین تفاوت شمار اتم‌های کربن در فرمول تقریبی آن‌ها برابر با ۷ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) با توجه به جدول صفحه ۵۸ کتاب درسی شیمی یازدهم، مقایسه درست ظرفیت گرمایی ویژه این سه فلز به صورت «Al > Ag > Au» است.

نکته: ظرفیت گرمایی مولی فلزات تقریباً ثابت است؛ بنابراین هر چه جرم مولی فلزی بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آن کمتر خواهد بود.

(۲) ظرفیت گرمایی مولی از حاصل ضرب ظرفیت گرمایی ویژه در جرم مولی به دست می‌آید. پس ممکن است ظرفیت گرمایی ویژه ماده‌ای کمتر باشد ولی به دلیل برخورداری از جرم مولی بیشتر، ظرفیت گرمایی مولی بزرگ‌تری داشته باشد.

(۳) جرم مولی گاز هیدروژن (H₂) دو برابر جرم مولی اتم هیدروژن است؛ به همین دلیل ظرفیت گرمایی یک مول هیدروژن دو برابر گرمای ویژه آن است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، آلکن‌ها، آلکین‌ها و ... اندازه گرمای سوختن افزایش می‌یابد:

آلکین > الکل > آلکن > آلکان ؛ | سوختن ΔH |
 اتین > اتانول > اتن > اتان ؛ | سوختن ΔH |

ساده‌ترین آلکین، اتین می‌باشد:

$$C_2H_2 = 26 g \cdot mol^{-1}$$

$$50 kJ = 1 g C_2H_2 \times \frac{1 mol C_2H_2}{26 g C_2H_2} \times \frac{? kJ}{1 mol C_2H_2}$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}} = -1300 kJ \text{ (آنتالپی سوختن عددی منفی است.)}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)



$$\frac{-\Delta n(\text{HCl})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{Cl}_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{H}_2\text{O})}{\Delta t} \times 4 \rightarrow$$

$$\frac{-\Delta n(\text{HCl})}{\Delta t} = \frac{\Delta n(\text{Cl}_2)}{\Delta t} = \frac{2\Delta n(\text{H}_2\text{O})}{\Delta t}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴۸- گزینه «۴» (رسول عابدینی زواره)

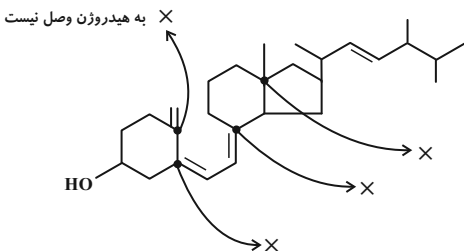
بررسی عبارت‌ها:
الف) درست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_7$ است که با فرمول مولکولی استیک اسید (CH_3COOH) یکسان است، پس با هم ایزومرند.
ب) نادرست؛

$$\left. \begin{aligned} \text{CH}_3\text{OH} &= 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \text{HCOOH} &= 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

ب) نادرست؛ الکل سازنده استر موجود در انگور، اتانول ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$) است. ت) درست؛ از آبکافت آن متانول تولید می‌شود و متانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود. پس نمی‌توان از آن محلول سیر شده در آب تولید کرد.
(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۶ و ۱۱۷)

۴۹- گزینه «۱» (ارژنگ خانلری)

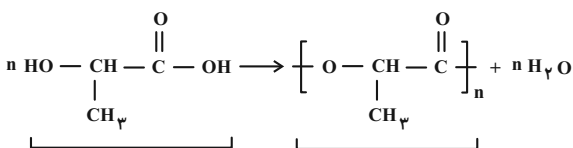
فقط عبارت سوم درست است.
بررسی عبارت‌ها:
عبارت اول: هر دو ترکیب ناقطبی و دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-\text{OH}$) هستند.
عبارت دوم: در ساختار این مولکول، حلقهٔ بنزنی یافت نمی‌شود؛ بنابراین این ترکیب آروماتیک نیست.
عبارت سوم: فرمول مولکولی این ترکیب به صورت « $\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$ » است. همچنین از آنجایی که ویتامین D محلول در چربی است، پس مصرف زیاد آن باعث افزایش غلظت آن در بدن شده و برای بدن مضر است.
عبارت چهارم:



(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰، ۹۴، ۱۱۱ و ۱۱۲)

۵۰- گزینه «۳» (عمید زهی)

جرم مولی لاکتیک اسید ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$) برابر ۹۰ گرم بر مول و جرم مولی پلی لاکتیک اسید ($(-\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_2)_n$) برابر $72n$ گرم بر مول است.



$$? \text{ g A} = 192 \text{ g B} \times \frac{1 \text{ mol B}}{72 \text{ ng B}} \times \frac{n \text{ mol A}}{1 \text{ mol B}} \times \frac{90 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}}$$

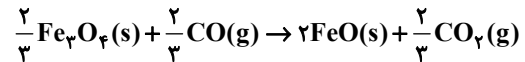
$$= 240 \text{ g A}$$

$$d_A = \frac{m}{V} = \frac{240}{200} = 1.2 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

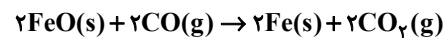
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۱۳ تا ۱۱۴ و ۱۱۹)

۴۶- گزینه «۲»

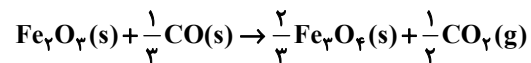
(ارژنگ خانلری)



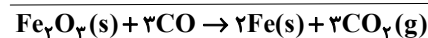
$$\Delta H = \frac{2}{3} a \text{ kJ}$$



$$\Delta H = -2b \text{ kJ}$$



$$\Delta H = \frac{1}{3} c \text{ kJ}$$



$$\Delta H = \frac{2}{3} a - 2b + \frac{1}{3} c$$

چون در این واکنش ۲ مول آهن تولید شده است، پس برای تولید $\frac{2}{3}$ مول آهن داریم:

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3} a - 2b + \frac{1}{3} c \right) = \frac{2a}{9} - \frac{2}{3} b + \frac{c}{9}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۴۷- گزینه «۱»

(روح‌اله عزیزاره)

معادله موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:



بنابراین عبارت‌های (الف) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در معادله موازنه شده، ضریب HCl چهار برابر ضریب Cl_2 است؛ بنابراین شیب نمودار مول-زمان و سرعت مصرف HCl ، چهار برابر سرعت تولید Cl_2 است.

ب) نمودارهای A و B مربوط به فراورده‌ها و نمودار C مربوط به یک واکنش‌دهنده است.

ضرایب استوکیومتری A، B و C به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \text{A: } 0/8 - 0 = 0/8 \xrightarrow{+0/8} 1 \\ \text{B: } 1/6 - 0 = 1/6 \xrightarrow{+0/8} 2 \\ \text{C: } 4 - 0/8 = 3/2 \xrightarrow{+0/8} 4 \end{cases}$$

اندازهٔ تغییر مول مواد

بنابراین با توجه به معادله موازنه شدهٔ واکنش و ضرایب استوکیومتری متناظر با مواد A، B و C، می‌توانند به ترتیب MnCl_2 (یا Cl_2)، H_2O و HCl باشند.

ب) با گذشت زمان سرعت تولید، سرعت مصرف و سرعت واکنش کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت تولید یا مصرف مواد در بازهٔ زمانی Δt_1 بیشتر از Δt_2 است.

ت) سرعت متوسط واکنش را با استفاده از سرعت یکی از مواد موجود در نمودار به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}_A}{1} = \frac{(0/8 - 0) \text{ mol}}{20 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

ث) می‌دانیم سرعت متوسط هر ماده تقسیم بر ضریب استوکیومتری آن برابر سرعت متوسط واکنش است:



ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۳»

(بنیامین یعقوبی)

دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$۹, a_۶, a_۵, a_۴, a_۳, a_۲, \frac{۱}{۳}$$

حال با توجه به جمله عمومی داریم:

$$a_n = a_۱ \times q^{n-1} \Rightarrow a_۶ = \frac{۱}{۳} \times q^۶ = ۹ \Rightarrow q = \sqrt{۳}$$

$$a_۴ = \frac{۱}{۳} q^۳ = \frac{۱}{۳} \times ۳\sqrt{۳} = \sqrt{۳}$$

دقت کنید که تعداد جملات برابر ۷ است و چهارمین جمله، جمله وسط است.

پس تفاوتی نمی‌کند $\frac{۱}{۳}$ را جمله اول بگیریم یا ۹.

(ریاضی ۱- میمعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۲- گزینه «۱»

(ظاهر درستانی)

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2-2ab} = \frac{۶ab+2ab}{۶ab-2ab} = \frac{۸ab}{۴ab} = ۲$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۵۳- گزینه «۳»

(رضا طاری)

معادله خطی که در نمودار رسم شده است، برابر $y = x + a$ است. این خطهمان خط $y = bx + ۳$ است. در نتیجه داریم:

$$b = ۱, a = ۳ \Rightarrow f(x) = x + ۳ \Rightarrow f(a+b) = f(۴) = ۷$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۴۳)

۵۴- گزینه «۲»

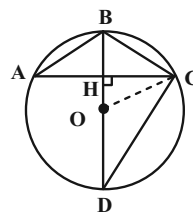
(عارل مسینی)

مثلث AOC متساوی‌الاضلاع است. $\hat{AOC} = ۶۰^\circ$ و در نتیجه

$$\hat{BOC} = ۳۰^\circ \text{ است. در مثلث } \triangle COH, OC = R, HC = \frac{R}{۲} \text{ و}$$

$$OH = R \cos ۳۰^\circ = \frac{R\sqrt{۳}}{۲} \text{ است. پس } HB \text{ برابر}$$

$$HB = R - R \frac{\sqrt{۳}}{۲} = R(1 - \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \text{ است.}$$



حال نسبت مساحت دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot CH}{\frac{1}{2}BH \cdot AC} = \frac{\frac{1}{2}(2R)(\frac{1}{2}R)}{\frac{1}{2}(R(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}))(R)}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} = 2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

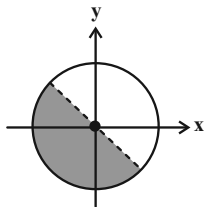
۵۵- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

$$\sin \theta - \tan \theta = \tan \theta (\cos \theta - 1) > 0$$

عبارت $\cos \theta - 1$ همواره نامثبت است. پس برای برقراری نامساوی بالا،لازم است که $\tan \theta$ منفی باشد. به عبارت دیگر انتهای کمان θ باید در

ربع‌های دوم یا چهارم قرار بگیرد. از طرفی در محدوده مشخص شده شکل

زیر، $\sin \theta + \cos \theta$ منفی است.

در شکل بالا، اگر بخش‌های مربوط به ربع‌های دوم و چهارم را در نظر

بگیریم، شکل گزینه «۱» حاصل می‌شود.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۵۶- گزینه «۴»

(عارل مسینی)

عرض از مبدأ سهمی برابر $c = -۲$ است، پس معادله آن را

$$y = ax^2 + bx - ۲ \text{ در نظر می‌گیریم. در این سهمی } x = ۱ \text{ ریشه است،}$$

پس داریم:

$$0 = a(1)^2 + b(1) - ۲ \Rightarrow a + b = ۲ \quad (۱)$$

از طرفی $\frac{1}{۴}$ عرض رأس سهمی است. حال از رابطه $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$ استفاده

می‌کنیم:



(میلار سیاری لاریبائی)

۵۸- گزینه «۲»

$$y = |x+1| \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } x$$

$$y = -|x-1| \rightarrow \text{واحد به سمت راست}$$

$$-|x-1| = -x \rightarrow \text{تقاطع بانیمساز ناحیه چهارم}$$

$$\Rightarrow |x-1| = x \Rightarrow x-1 = -x \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y=-x}{y} \rightarrow y = -\frac{1}{y}$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(امیرمسین ابومیبوب)

۵۹- گزینه «۲»

مجموع ارقام یک عدد سه رقمی زمانی فرد است که یا هر سه رقم فرد و یا یک رقم فرد و دو رقم دیگر زوج باشند. همچنین با انتخاب هر سه رقم، به تعداد ۳! عدد سه رقمی متمایز می‌توان نوشت. تعداد کل اعداد سه رقمی با شرایط مورد نظر برابر است با:

$$\left[\binom{5}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{4}{2} \right] \times 3! = (10 + 5 \times 6) \times 6 = 240$$

(ریاضی ۱- شمارش برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

(امیرمسین ابومیبوب)

۶۰- گزینه «۴»

پیشامد تصادفی مورد نظر شامل ۲ حالت است، یکی خروج ۲ مهره آبی و یک مهره سفید و در نتیجه خروج ۳ مهره قرمز و دیگری خروج ۴ مهره آبی و دو مهره سفید. اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، آنگاه احتمال آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \binom{2}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{48+1}{210} = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

$$y_S = -\frac{b^2 + 8a}{4a} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 + 8a = -a \Rightarrow b^2 + 9a = 0 \quad (2)$$

با جای گذاری $a = 2 - b$ در معادله (۲) داریم:

$$b^2 + 9(2-b) = b^2 - 9b + 18 = (b-3)(b-6) = 0$$

$$\Rightarrow b = 3 \text{ یا } b = 6$$

به ازای $b = 3$ ، $a = -1$ و به ازای $b = 6$ ، $a = -4$ به دست می‌آید.

اما در حالت $(a, b) = (-4, 6)$ سهمی $y = -4x^2 + 6x - 2$ را

داریم که ریشه‌های آن $x = 1$ و $x = \frac{1}{4}$ است و این با نمودار صورت سؤال

همخوانی ندارد. در نتیجه $b = 3$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۵۷- گزینه «۱»

(عادل مسینی)

با توجه به عبارت $x-1$ داخل قدرمطلق، نامعادله را در دو حالت $x < 1$ و $x \geq 1$ بررسی می‌کنیم.

$x < 1$:

$$1 < \frac{2x-3}{-x-3} < 2 \Rightarrow -2 < \frac{2x-3}{x+3} < -1 \Rightarrow -2 < 2 - \frac{9}{x+3} < -1$$

$$\Rightarrow -4 < -\frac{9}{x+3} < -3 \Rightarrow 3 < \frac{9}{x+3} < 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{x+3}{9} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} < x+3 < 3 \Rightarrow -\frac{3}{4} < x < 0$$

$x \geq 1$:

$$1 < \frac{2x-3}{x-5} < 2 \Rightarrow 1 < 2 + \frac{7}{x-5} < 2 \Rightarrow -1 < \frac{7}{x-5} < 0$$

$$\frac{x-5}{7} < -1 \Rightarrow x-5 < -7 \Rightarrow x < -2$$

با توجه به شرط $x \geq 1$ ، این جواب قابل قبول نیست.

در نتیجه مجموعه جواب‌های نامعادله $(-\frac{3}{4}, 0)$ خواهد بود. این یعنی

$$a = -\frac{3}{4} \text{ و } b = 0 \text{ در نتیجه } b - a = \frac{3}{4} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۳)



فیزیک ۱

گزینه «۴» ۶۱-

(زهره آقاممدری)

دقت خط کش مدرج و کولیس رقمی را به m و cm تبدیل می کنیم.

$$d_{\text{خط کش}} = 1mm = 0/1cm = 0/001m$$

$$d_{\text{کولیس}} = 0/1mm = 0/01cm = 0/0001m$$

با توجه به نتیجه های به دست آمده خط کش اندازه های $0/1cm$ و $0/001m$ و کولیس $0/01cm$ و $0/0001m$ را می تواند اندازه گیری کند.

بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۴ و ۱۵)

گزینه «۳» ۶۲-

(معمومه شریعت ناصری)

با توجه به این که حجم مایع ۲۵ درصد از حجم ظرف کمتر است، می توان نوشت:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{مایع}} + V_{\text{ظرف}} - 0/25V_{\text{ظرف}} = 0/75V_{\text{ظرف}}$$

$$\frac{V_{\text{ظرف}} = 400cm^3}{\rightarrow} V_{\text{مایع}} = 0/75 \times 400 = 300cm^3$$

با توجه به معلوم بودن چگالی مایع، در این قسمت جرم مایع را به دست می آوریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} = 1/4 \frac{g}{cm^3}}{V_{\text{مایع}} = 300cm^3} \rightarrow$$

$$m_{\text{مایع}} = 1/4 \times 300 = 120g$$

از طرف دیگر، با غوطه ور کردن جسم درون مایع، ۱۵ درصد از حجم ظرف خالی می ماند. در این حالت داریم: $V_{\text{ظرف}} - 0/15V_{\text{ظرف}} = V_{\text{جسم}} + V_{\text{مایع}}$

$$\Rightarrow V_{\text{جسم}} = 0/15V_{\text{ظرف}} = 0/15 \times 400 = 60cm^3$$

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} = \frac{420}{60} = 7 \frac{g}{cm^3}$$

$$\xrightarrow{\times 1000} \rho_{\text{جسم}} = 7000 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۲» ۶۳-

(مبشئ نگوئیان)

چون فشار پیمانه ای بر حسب سانتی متر جیوه خواسته شده است، باید فشار ستون مایعات ρ_2 و ρ_3 را بر حسب سانتی متر جیوه به دست آوریم. بنابراین:

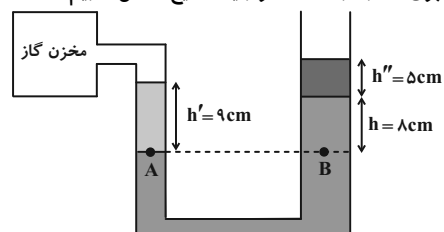
$$\rho_2 h_2 = \rho_{\text{جیوه}} h'_2 \Rightarrow (10/2) \times (12) = (13/6) h'_2$$

$$\Rightarrow h'_2 = 9cm$$

$$\rho_3 h_3 = \rho_{\text{جیوه}} h''_3 \Rightarrow (6/8) \times (10) = (13/6) h''_3$$

$$\Rightarrow h''_3 = 5cm$$

فشار پیمانه ای، برابر با اختلاف فشار گاز مخزن و فشار هوای محیط است. با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:



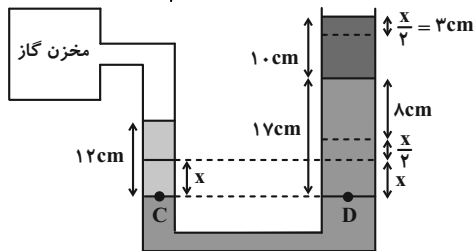
$$P_A = P_B \Rightarrow P'_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} + P.$$

$$\Rightarrow P_{g_1} = P_{g_2} - P_0 = 8 + 5 - 9 = 4cmHg$$

با افزایش فشار گاز درون مخزن، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ کاهش یافته و ارتفاع مایع در شاخه سمت راست افزایش می یابد. برای سرریز نشدن مایع ρ_3 از شاخه سمت راست، مایع در این شاخه باید حداکثر $3cm$ بالا رود.

با توجه به این که حجم جیوه جابه جا شده در دو طرف لوله با هم برابر است، می توان گفت که ارتفاع جیوه پایین آمده در شاخه سمت چپ (x) ، دو برابر

ارتفاع جیوه بالا آمده در شاخه سمت راست $(\frac{x}{2})$ است. پس:



$$\frac{x}{2} = 3cm \Rightarrow x = 6cm$$

فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{جیوه}} + P'_{\text{گاز}} = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} + P_0.$$

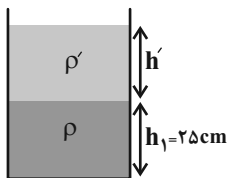
$$\Rightarrow P_{g_2} = P_{g_1} - P_0 = P_{\text{جیوه}} + P''_{\text{جیوه}} - P'_{\text{جیوه}}$$

$$P_{g_2} = 17 + 5 - 9 = 13cmHg \Rightarrow P_{g_2} - P_{g_1} = 9cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

گزینه «۲» ۶۴-

(مصطفی کیانی)



ابتدا فشار کل وارد بر کف ظرف در حالت اول را می یابیم:

$$P_1 = P_0 + \rho_1 g h_1 = 10^5 Pa + 4 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \times 0/25m = 110000 Pa$$

$$P_1 = 10^5 + 4 \times 10^3 \times 0/25 = 110000 Pa$$

اکنون، ارتفاع مایع اضافه شده را حساب می کنیم و فشار ناشی از آن، که در واقع همان افزایش فشار وارد بر کف ظرف می باشد را می یابیم:

$$V = Ah' = \frac{V = 55cm^3}{A = 5cm^2} \Rightarrow h' = 11cm$$

$$\Delta P = \rho' g h' = 2 \frac{kg}{cm^3} \times 11m = 2200 Pa$$

$$\Delta P = 2200 \times 10 \times 0/11 = 2200 Pa$$

در آخر درصد افزایش فشار کل را حساب می کنیم.

$$\text{درصد افزایش فشار کل} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{2200}{110000} \times 100 = 2\%$$

\Rightarrow درصد افزایش فشار کل = ۲٪.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۴ و ۳۵)



۶۵- گزینه «۱»

(علیرضا بیاری)

انرژی جنبشی یک جسم از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید. بنابراین با استفاده از رابطه انرژی جنبشی برای دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2=16K_1, m_2=m_1}{v_2=v+\Delta, v_1=\frac{2}{3}v} \rightarrow \frac{16K_1}{K_1} = \frac{m_1}{m_1} \times \left(\frac{v+\Delta}{\frac{2}{3}v}\right)^2$$

$$\Rightarrow 16 = \left(\frac{v+\Delta}{\frac{2}{3}v}\right)^2 \Rightarrow \pm 4 = \frac{v+\Delta}{\frac{2}{3}v}$$

$$\xrightarrow{v>0} 4 = \frac{v+\Delta}{\frac{2}{3}v} \Rightarrow v+\Delta = \frac{8}{3}v \Rightarrow \frac{5}{3}v = \Delta \Rightarrow v = \frac{3}{5} \frac{m}{s}$$

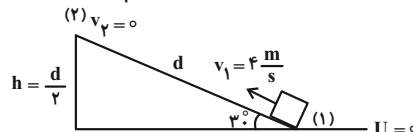
دقت کنید، چون تندی همواره مثبت است، بنابراین هنگام جذر گرفتن از عدد ۱۶ جواب ۴- قابل قبول نیست.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۶۶- گزینه «۴»

(سیده ملیحه میرصالحی)

اگر حداکثر مسافتی را که جسم بر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود، d فرض کنیم، ارتفاع جسم در بالاترین قسمت سطح شیب‌دار به اندازه $\frac{d}{2}$ است (ضلع روبه‌رو به زاویه 30°). با توجه به این که تغییرات انرژی مکانیکی در طول مسیر حرکت جسم برابر کار نیروی اصطکاک است، با در نظر گرفتن پایین سطح شیب‌دار به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_2 - E_1 = W_f$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = f_k d \cos 180^\circ$$

$$\frac{\cos 180^\circ = -1, f_k = 15N}{m = 1/5 kg, v_1 = 4 \frac{m}{s}} \rightarrow mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_k d$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 10 \times \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \times 1/5 \times 16 = -15d$$

$$\Rightarrow 7/5d - 12 = -15d \Rightarrow 22/5d = 12$$

$$\Rightarrow d = \frac{12}{22/5} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15} m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۶۷- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دمای جسم را از درجه فارنهایت به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow 18 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

اکنون مقیاس دمای سلسیوس را به کلونین تبدیل می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta=10^\circ C} T = 10 + 273 = 283K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۶۸- گزینه «۳»

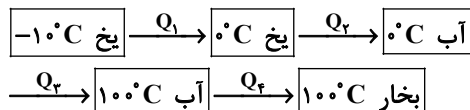
(امیرامیر میرسعید)

ابتدا مقدار انرژی گرمایی را که گرمکن به یخ $10^\circ C$ می‌دهد تا به بخار آب $100^\circ C$ تبدیل شود، می‌یابیم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=1011W, t=2 \text{ min} = 2 \times 60 = 120s} 1011 = \frac{Q}{120}$$

$$\Rightarrow Q = 121320J$$

اکنون با توجه به طرح‌واره زیر، جرم یخ را پیدا می‌کنیم:



$$Q_{کل} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$\Rightarrow Q_{کل} = mc_{یخ}\Delta\theta + mL_F + mc_{آب}\Delta\theta + mL_V$$

$$\Rightarrow 121320 = m \times 2100 \times 10 + m \times 336000$$

$$+ m \times 4200 \times 100 + m \times 2256000$$

$$\Rightarrow 121320 = 3033000m \Rightarrow m = 0.04kg = 40g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۸)

۶۹- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

چون در هر دو مسیر AC و ABC ، گاز منبسط شده است، کار محیط روی گاز منفی است. با توجه به این که تغییر انرژی درونی به مسیر فرایند وابسته نیست، تغییر انرژی درونی گاز در هر دو مسیر ABC و AC برابر است. از طرف دیگر، چون مساحت بین نمودار $P-V$ و محور V برابر اندازه کار انجام شده بر روی گاز می‌باشد، داریم:

$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC} \xrightarrow{\Delta U=Q+W} \Delta U_{AC} = Q_{ABC} + W_{ABC}$$

$$\xrightarrow{W_{ABC} = -S_{\text{دورنقه}}} \Delta U_{AC} = Q_{ABC} + S_{\text{دورنقه}}$$

$$\xrightarrow{\Delta U_{AC} = 3600J}$$

$$3600 = Q_{ABC} + \left(-\frac{2 \times 10^5 + 4 \times 10^5}{2}\right) \times (8-4) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 3600 = Q_{ABC} - 1200 \Rightarrow Q_{ABC} = 4800J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۴۹)

۷۰- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا کار انجام شده را می‌یابیم:

$$Q_H = |Q_C| + |W| \xrightarrow{\frac{Q_H=1000J}{|Q_C|=600J}} 1000 = 600 + |W|$$

$$\Rightarrow |W| = 400J$$

اکنون توان خروجی ماشین را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{\Delta t=0.8s}{|W|=400J}} P = \frac{400}{0.8} = 500W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۷ و کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



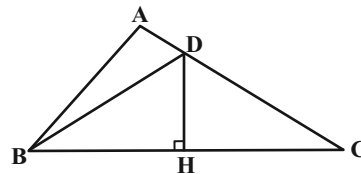
هندسه ۱

۷۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل نقطه D روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد. در نتیجه دو

مثلث BHD و CHD هم‌نهشت هستند و در نتیجه داریم:



$$\widehat{DBC} = \widehat{C} = 30^\circ$$

ΔBDC : زاویه خارجی است: $\widehat{ADB} = \widehat{DBC} + \widehat{C}$

$$\Rightarrow \widehat{ADB} = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۷۲- گزینه «۲»

(مهمربراهیم کیتی زاده)

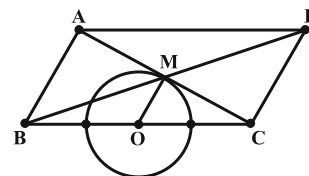
مطابق شکل فرض کنید O نقطه وسط ضلع BC و M محل تلاقی قطرهای

متوازی‌الاضلاع ABCD باشد. در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند،

بنابراین در مثلث CAB، پاره خط OM وسط‌های دو ضلع CA و CB را به

هم وصل کرده است، پس با ضلع BA موازی و طول آن نصف طول این ضلع

است.



$$OM = \frac{BA}{2} = \frac{a}{2}$$

چون طول OM ثابت و O نیز نقطه ثابتی است، نقطه M، روی دایره‌ای به

مرکز O و به شعاع $\frac{a}{2}$ است. نقاط برخورد این دایره با ضلع BC قابل قبول

نیست.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

و قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۷۳- گزینه «۲»

(اساقی اسفندیار)

مثلث ABC، قائم‌الزاویه است. مساحت آن برابر $\frac{5 \times 12}{2} = 30$ است و

کوچکترین ارتفاع آن، ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع است.

$$S = \frac{1}{2} \times h \times 13 \xrightarrow{S=30} h = \frac{2 \times 30}{13} = \frac{60}{13}$$

نسبت تشابه دو مثلث برابر است با:

$$k = \frac{h}{h'} = \frac{13}{20} = 3$$

$$\frac{\Delta \text{ محیط } ABC}{\Delta \text{ محیط } A'B'C'} = k \Rightarrow \frac{5+12+13}{\Delta \text{ محیط } A'B'C'} = 3 \Rightarrow \Delta \text{ محیط } A'B'C' = 10$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۴- گزینه «۴»

(سینا ممبرپور)

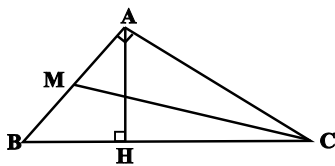
طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 12 = 2 \times BC \Rightarrow BC = 6$$

$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 36 = 12 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 24$$

CM میانه وارد بر ضلع AB است، پس $AM = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3}$ است و در

نتیجه طبق قضیه فیثاغورس در مثلث AMC داریم:



$$\begin{aligned} CM^2 &= AM^2 + AC^2 \\ &= 3 + 24 = 27 \\ \Rightarrow CM &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۷۵- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

فرض کنید $S_{\Delta ADE} = S$ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} &= \widehat{A} \\ \frac{AE}{AC} &= \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\xrightarrow{\text{تساوی یک زاویه و}} \Delta ADE \sim \Delta ABC \\ &\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر آن زاویه}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S+12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4S = S+12 \Rightarrow 3S = 12 \Rightarrow S = 4$$

$$S_{\Delta ABC} = S+12 = 4+12 = 16$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۶- گزینه «۱»

(مهمربراهیم)

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف طول وتر

است، پس $AC = 6$ می‌باشد. اگر طول هر ضلع لوزی ADEF را برابر x

در نظر بگیریم، آنگاه داریم: $DC = AC - AD = 6 - x$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

۷۹- گزینه «۴» (ممبر ابراهیم کیتی زاده)

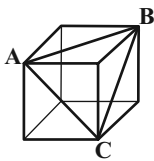
فرض کنید صفحه Q موازی با صفحه P و شامل خط d باشد. می‌دانیم اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، پس خط d' صفحه Q را در نقطه‌ای مانند A قطع می‌کند.

اگر نقطه A روی خط d باشد (d و d' متقاطع باشند)، آنگاه هر خط گذرنده از نقطه A که در صفحه Q واقع باشد، لزوماً موازی با صفحه P بوده و در نتیجه جواب مسئله است.

اگر نقطه A روی خط d نباشد، آنگاه کلیه خطوط واقع در صفحه Q که نقطه A را به یکی از نقاط واقع بر خط d وصل می‌کنند، جواب مسئله هستند. بنابراین در هر صورت بی شمار خط وجود دارند که d و d' را قطع کرده و با صفحه P موازی باشند.

(هنر سه ۱- تبسم فضاپی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۸۰- گزینه «۱» (فرزانه قاکپاش)



مطابق شکل پاره‌خط‌های AB، AC و BC، هر سه قطر وجه‌های مکعب هستند، پس طول آنها برابر یکدیگر است و در نتیجه مثلث ABC (سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه گذرنده از A، B و C با مکعب)، یک مثلث متساوی‌الاضلاع است که طول هر ضلع آن برابر طول قطر وجه مکعب است. اگر طول هر یال این مکعب را با a، مساحت کل مکعب را با S و مساحت مثلث ABC را با S' نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2}{6a^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a^2}{6a^2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

(هنر سه ۱- تبسم فضاپی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

از طرفی $DE \parallel AB$ است، پس $\widehat{DEC} = 90^\circ$ و در نتیجه مثلث DEC قائم‌الزاویه است. در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰°، نصف

$$\frac{DE}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{6-x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$$

طول وتر است، بنابراین داریم:

در مثلث ADF، $AD = AF = 2$ و $\hat{A} = 60^\circ$ است، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع بوده و $DF = 2$ است، بنابراین طول قطر کوچکتر لوزی برابر ۲ می‌باشد.

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۴)

۷۷- گزینه «۳» (علی ایمانی)

MN و CP میانه‌های نظیر اضلاع BC و BM در مثلث MBC هستند و در نتیجه O نقطه برخورد میانه‌ها در این مثلث است، پس داریم:

$$S_{\Delta ONC} = \frac{1}{6} S_{\Delta MBC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{6} S_{\Delta MBC} \Rightarrow S_{\Delta MBC} = 18$$

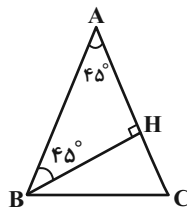
مثلث MBC و متوازی‌الاضلاع ABCD در قاعده BC مشترک هستند و طول ارتفاع وارد بر این قاعده در آنها یکسان است، بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = 2S_{MBC} = 2 \times 18 = 36$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

۷۸- گزینه «۲» (فرزانه قاکپاش)

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق مثلث برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است.



اگر ارتفاع وارد بر ساق AC را مطابق شکل رسم کنیم، آنگاه مثلث ABH، مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم:

$$\Delta ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16$$

$$\Rightarrow AB = AC = 4$$



شیمی ۱

۸۱- گزینه «۳»

(امیر رضوانی)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است اندازه مشابهی دارد.

ب) نماد شیمیایی درست ایزوتوپ تکنسیم به صورت « ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ » است.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

۸۲- گزینه «۲»

(امیر رضوانی)

با توجه به رابطه زیر، جرم اتمی میانگین یک اتم با بیش از یک ایزوتوپ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{f_2}{100} + (M_3 - M_1) \times \frac{f_3}{100} + \dots$$

$$\bar{M}(X) = 35 + 0/8 \times 2 = 36/6 \text{ amu}$$

$$A X_p = A + 3 \times 36/6 = 156/6 \Rightarrow A = 46/8 \text{ amu}$$

$$\bar{M}(A) = 45 + 2 \times \frac{x}{100} = 46/8 \Rightarrow x = 90\%$$

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۳- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)

با توجه به شکل طیف نشری خطی اتم هیدروژن در صفحه ۲۷ کتاب درسی شیمی دهم، با حرکت از نوار قرمز ($\lambda = 656 \text{ nm}$) به سمت نوار بنفش ($\lambda = 410 \text{ nm}$)، اختلاف بین طول موج‌ها کاهش می‌یابد:

$$\text{نوار قرمز} : 3 \rightarrow 2 : \lambda = 656 \text{ nm}$$

$$\text{نوار آبی} : 4 \rightarrow 2 : \lambda = 486 \text{ nm}$$

$$\text{نوار نیلی} : 5 \rightarrow 2 : \lambda = 434 \text{ nm}$$

$$\text{نوار بنفش} : 6 \rightarrow 2 : \lambda = 410 \text{ nm}$$

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۳۱)

۸۴- گزینه «۳»

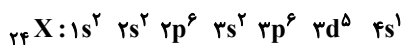
(مسین ناصری ثانی)

به جز عبارت اول، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

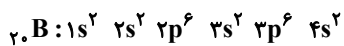
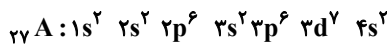
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: بین پایداری و آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم‌ها رابطه وجود دارد. هر چه اتم عنصری آسان‌تر به آرایش الکترونی گاز نجیب برسد واکنش‌پذیری بیشتری خواهد داشت و رابطه بین واکنش‌پذیری اتم‌ها و تعداد الکترون‌های ظرفیت به تمایل اتم برای از دست دادن یا گرفتن الکترون بستگی دارد. یعنی ممکن است اتمی دارای الکترون ظرفیت بیشتری باشد اما آسان‌تر به آرایش پایدار گاز نجیب برسد؛ بنابراین الزاما با کاهش شمار الکترون‌های ظرفیت، واکنش‌پذیری افزایش نمی‌یابد.

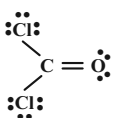
عبارت دوم: با توجه به آرایش الکترونی اتم

این اتم دارای ۷ الکترون با $I = 0$ (s) و ۵ الکترون با $I = 2$ (d)می‌باشد، پس نسبت شمار الکترون‌های s به d برابر $(\frac{7}{5} = 1/4)$ است.

عبارت سوم: آرایش الکترونی اتم‌های A و B به صورت زیر است:

در نتیجه آرایش الکترونی لایه آخر اتم A ${}_{27}\text{A}$ و آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم B ${}_{20}\text{B}$ ، هر دو به صورت $4s^2$ است.

عبارت چهارم: با توجه به ساختار لوویس زیر، این مولکول دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی و ۴ جفت الکترون پیوندی است.



(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱)

۸۵- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دمای هوا به‌طور پیوسته کاهش نمی‌یابد و همین امر دلیلی بر اثبات لایه‌ای بودن هواکره است.

(ب) در دمای -78°C کربن دی‌اکسید به حالت جامد درمی‌آید که این دما برحسب کلوین به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = -78 + 273 = 195 \text{ K}$$

(پ) سومین گاز از نظر درصد حجمی در هواکره همان گاز آرگون (Ar) است که به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری و برش فلزات به کار می‌رود.

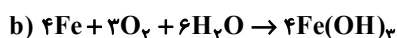
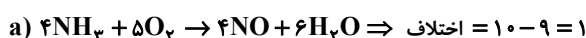
(ت) منابع زمینی هلیوم برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی، نسبت به هواکره مناسب‌تر است.

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

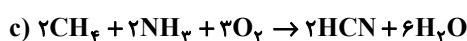
۸۶- گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 13 - 4 = 9$$





$$S = a\theta + b, \quad a = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{80 - 72}{100 - 0} = 0.08, \quad b = 72$$

$$S = 0.08\theta + 72 \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 35^\circ\text{C} \Rightarrow S_1 = 0.08 \times 35 + 72 = 100 \\ \theta_2 = 15^\circ\text{C} \Rightarrow S_2 = 0.08 \times 15 + 72 = 84 \end{cases}$$

$$\text{رسوب } 200\text{g } (35^\circ\text{C}) \times \frac{(100 - 84)\text{g}}{200\text{g}} = 400\text{g } (35^\circ\text{C}) \text{ رسوب } ? \text{g}$$

$$= 32\text{g رسوب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(رسول عابدینی زواره)

۹۰- گزینه «۴»

با توجه به این که گشتاور دو قطبی XO_2 بزرگ‌تر از صفر است، پس

مولکول XO_2 از نوع قطبی است؛ همچنین X باید از گروه ۱۶ جدول

باشد که می‌توانند S یا Se در نظر گرفته شوند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) مولکول‌های SO_2 و SeO_2 ، مولکول‌های قطبی هستند (S، Se و

O هم‌گروه‌اند).

ب) عدد اتمی C برابر ۶ است و CO_2 مولکول ناقطبی است.

پ) ساختار SO_2 و SeO_2 به صورت زیر است:



$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد } e^- \text{ پیوندی} = 6e^- \\ \text{تعداد } e^- \text{ ناپیوندی} = 12e^- \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{6} = 2$$

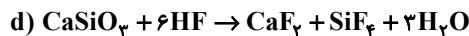
ت) خصلت نافلز اکسیژن از گوگرد (S) و سلنیم (Se)، بیشتر است؛

بنابراین سر منفی مولکول را تشکیل داده و سمت صفحه با بار مثبت

جهت گیری می‌کند.

(شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۵۰، ۵۱، ۵۲ تا ۵۶ و ۱۰۳ تا ۱۰۷)

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 8 - 7 = 1$$

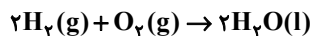
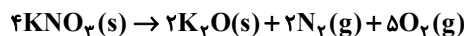


$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 7 - 5 = 2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(مهمر عظیمیان زواره)

۸۷- گزینه «۲»



کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گازهای N_2 و O_2 حاصل از این

مخلوط می‌باشد. به ازای 216g (مجموع جرم‌های مولی 2N_2 و 5O_2)

کاهش جرم، مقدار 2 مول N_2 و 5 مول O_2 تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان

نوشت:

$$? \text{L } \text{N}_2 = 43/2 \text{g کاهش جرم} \times \frac{2 \text{ mol } \text{N}_2}{216 \text{g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22/4 \text{L } \text{N}_2}{1 \text{ mol } \text{N}_2} = 8/96 \text{L } \text{N}_2$$

$$? \text{mol } \text{O}_2 = 43/2 \text{g کاهش جرم} \times \frac{5 \text{ mol } \text{O}_2}{216 \text{g کاهش جرم}}$$

$$= 1 \text{ mol } \text{O}_2$$

$$? \text{g } \text{H}_2\text{O} = 1 \text{ mol } \text{O}_2 \times \frac{2 \text{ mol } \text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } \text{O}_2} \times \frac{18 \text{g } \text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{O}}$$

$$= 36 \text{g } \text{H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(هدی بهاری پور)

۸۸- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (ب): کلسیم سولفات کم محلول است.

عبارت (ت): باریم سولفات اصلاً در آب نامحلول است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

(عمید زبئی)

۸۹- گزینه «۳»

ابتدا معادله انحلال پذیری - دما را برای NaNO_3 به دست می‌آوریم:



حسابان ۲

۹۱- گزینه «۴»

(رضا طاری)

ابتدا ضابطه تابع f را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$f(x) = (x-2)^2 + 3$$

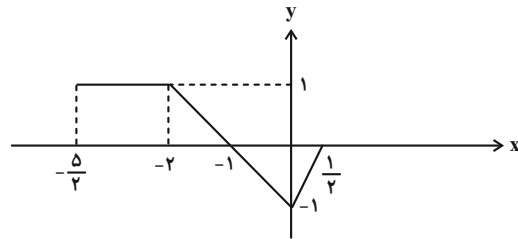
پس برای این‌که از نمودار تابع f به نمودار تابع g برسیم، لازم است که آن را ۲ واحد به چپ و ۴ واحد به پایین منتقل کنیم.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲- گزینه «۴»

(عمیر علیزاده)

برای رسم نمودار $y = -f(1+x)$ از روی نمودار $y = f(1-\frac{x}{2})$ کافی است عرض نقاط را در -1 ضرب و طول نقاط را بر (-2) تقسیم کنیم. در نتیجه نمودار تابع $y = -f(x+1)$ به صورت زیر است:



سطح بین نمودار حاصل و محور x ها از یک ذوزنقه و یک مثلث تشکیل شده است که مساحت آن‌ها به ترتیب برابر است با:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \quad \text{و} \quad S_{\text{ذوزنقه}} = \left(\frac{3}{2} + 1\right) \times 1 = 1$$

در نتیجه مساحت سطح محصور برابر $\frac{5}{2}$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳- گزینه «۲»

(میلاد سجادی لاریجانی)

$$f(x) = |2x| - |x-1| = \begin{cases} -x-1 & ; x < 0 \\ 3x-1 & ; 0 \leq x < 1 \\ x+1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع f در $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - 2x + 1 &= -x - 1 \\ \Rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 &= (x^2 - 1)(x - 2) = 0 \xrightarrow{x \leq 0} x = -1 \end{aligned}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

۹۴- گزینه «۳»

(میلاد سجادی لاریجانی)

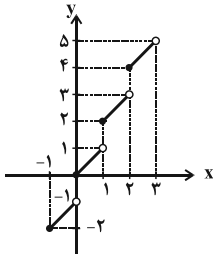
گزینه «۱» واضح است که این تابع غیریکنواست.

$$y = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

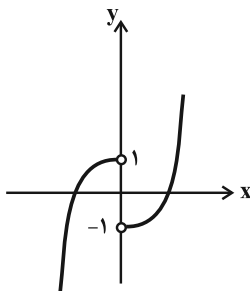
گزینه «۲»: این تابع صعودی است اما اکیداً صعودی نیست.

$$y = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

گزینه «۳»: این تابع اکیداً صعودی است.



گزینه «۴»: این تابع غیریکنواست.



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- گزینه «۳»

(عارف حسینی)

رابطه تقسیم را برای تقسیم چندجمله‌ای $x^9 - 5x^4 - 1$ بر $x+1$ می‌نویسیم:

$$x^9 - 5x^4 - 1 = (x+1)q(x) + r$$

با جای گذاری $x = -1$ ، مقدار r به دست می‌آید:

$$r = (-1)^9 - 5(-1)^4 - 1 = -7$$

پس داریم:

$$x^9 - 5x^4 - 1 = (x+1)q(x) - 7 \Rightarrow q(x) = \frac{x^9 - 5x^4 + 6}{x+1}$$

باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ بر $x+1$ برابر $q(-1)$ است. راه ساده‌تر این است که مقدار $q(-1)$ را حد صفر صفر حساب کنیم.

$$q(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^9 - 5x^4 + 6}{x+1} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^8 - 20x^3}{1} = 29$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۹۶- گزینه «۳»

(جهانبخش نیکانام)

در توابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ ، فاصله افقی دو نقطهٔ ماکزیمم و مینیمم متوالی‌اش برابر نصف دوره تناوب تابع است. بنابراین

$$\text{در این سؤال } \frac{T}{2} = 2\pi \text{ است. } \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$



بنابراین معادله به صورت زیر در می آید:

$$\tan 2x = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

با توجه به شرط $x \neq k\pi$ ، جواب‌های قابل قبول بازه $[0, 2\pi]$ ، $\frac{2\pi}{3}$ و $\frac{4\pi}{3}$ هستند.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰۰- گزینه «ا» (عادل حسینی)

باید معادله $\tan x = \sin x + 1$ را حل کنیم.

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \sin x + 1 \Rightarrow \sin x = \sin x \cos x + \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = \sin x \cos x$$

از اتحادهای $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4})$ و

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow 2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin 2x$$

حال $\sin 2x$ را بر اساس زاویه $x - \frac{\pi}{4}$ بازنویسی می‌کنیم:

$$2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin[\frac{\pi}{2} + 2(x - \frac{\pi}{4})] = \cos 2(x - \frac{\pi}{4})$$

در اینجا از اتحاد $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ استفاده می‌کنیم:

$$2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1 - 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{4})$$

با تغییر متغیر $P = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ معادله درجه دوم زیر را خواهیم داشت:

$$2\sqrt{2}P = 1 - 2P^2 \Rightarrow 2P^2 + 2\sqrt{2}P - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{-1 < P < 1} P = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\sin 2x$ برابر $2\sqrt{2}P$ است، در نتیجه داریم:

$$\sin 2x = 2\sqrt{2} - 2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \Rightarrow c = \frac{1 + (-\frac{5}{2})}{2} = -1$$

همچنین داریم: از طرفی برای به دست آوردن a نیز می‌توانیم بنویسیم:

$$y_{\max} = |a| + c = |a| - 1 \xrightarrow{y_{\max} = \frac{1}{2}} |a| = \frac{3}{2}$$

حال با توجه به اینکه در همسایگی $x = 0$ ، تابع f نزولی است، باید ab مقداری منفی داشته باشد. بنابراین ضابطه تابع f را می‌توان به صورت زیر

$$f(x) = -\frac{3}{2} \sin \frac{x}{2} - 1$$

نوشت:

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \sin \frac{\pi}{6} - 1 = -\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{7}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۷- گزینه «ا» (علی شهبازی)

β ، اولین جواب مثبت معادله $\tan 2x = 0$ است: $(k \in \mathbb{Z})$

$$2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{k=1} \beta = \frac{\pi}{2}$$

α ، دومین جواب منفی معادله $\tan 2x = 1$ است:

$$2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{\text{جواب‌های منفی}} \alpha = \frac{-7\pi}{8}, \frac{-\pi}{8}, \dots$$

$$\Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{-7\pi}{8}\right) = \frac{11\pi}{8}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲، ۴۱ و ۴۲)

۹۸- گزینه «ب» (سید شفیعی)

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \cos \frac{\Delta\pi}{3} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 1 - 2\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 2x = \cos^2 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۹۹- گزینه «ب» (میلاد سعادی لاریجانی)

ابتدا عبارت سمت چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}; x \neq k\pi$$



هندسه ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m-2=0 \Rightarrow m=2 \\ n+1=0 \Rightarrow n=-1 \\ p+2=2p-1 \Rightarrow p=3 \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در ماتریس **B** و با استفاده از دستور ساروس داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = (0-3-2) - (0+2+4) = -11$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۹)

۱۰۲- گزینه «۲»

(سوگند روشنی)

با توجه به تعریف درایه‌های دو ماتریس **A** و **B** داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 & -6 \\ -10 & 10 & -10 \\ -15 & 15 & -15 \end{bmatrix}$$

با توجه به این که درایه‌های دو ستون اول و دوم قرینه یکدیگرند، مجموع درایه‌های ماتریس **BA** برابر مجموع درایه‌های ستون سوم آن، یعنی برابر (-۳۱) است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۳- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)

دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ در صورتی بی‌شمار جواب دارد

که شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ برقرار باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{m-1}{n+2} = \frac{2}{4} = \frac{n}{m}$$

$$\begin{cases} \frac{m-1}{n+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m-2 = n+2 \Rightarrow n = 2m-4 \\ \frac{n}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 2n \Rightarrow m = 2(2m-4) \Rightarrow m = \frac{4}{3}, n = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$m+n = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سوگند روشنی)

از طرفین رابطه داده شده، دترمینان می‌گیریم:

$$|A| = (-2|A|)(-3|A|)(|A|) \Rightarrow 6|A|^3 - |A| = 0$$

$$\Rightarrow |A|(6|A|^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A|^2 = \frac{1}{6} \end{cases}$$

چون ماتریس **A** وارون‌پذیر است، پس $|A| \neq 0$ و تنها جواب

$$|A|^2 = \frac{1}{6}$$

$$\|A\| |A| = |A|^2 \times |A| = |A|^3 = (|A|^2)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۵- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

سعی می‌کنیم توانی از ماتریس‌های **A** و **B** را پیدا کنیم که برابر ماتریس

I یا مضربی از آن باشند.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$



(معمّر صحت کار)

۱۰۸- گزینه «۲»

در ماتریس AB سطرها مضرب یکدیگرند (مثلاً سطر اول m برابر سطر

دوم است). پس دترمینان آن صفر است. از طرفی:

$$BA = [-m + m - 1] \Rightarrow |BA| = |-1| = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(علی ایمانی)

۱۰۹- گزینه «۳»

$$|2A| = |A^{-1}| + 2 \Rightarrow 4|A| = \frac{1}{|A|} + 2$$

$$\xrightarrow{\times|A|} 4|A|^2 - 2|A| - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A^{-1}| = 1 \\ |A^{-1}| = -4 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}|4A^{-1}| = \frac{1}{4} \times 4^2 |A^{-1}| = 4|A^{-1}|$$

$$\Rightarrow 4|A^{-1}| = \begin{cases} 4 \\ -16 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(کیوان داریی)

۱۱۰- گزینه «۱»

$$2(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$$

$$\Rightarrow 2(A+B)^{-1}(A+B) = (A^{-1} + B^{-1})(A+B)$$

$$\Rightarrow 2I = \underbrace{A^{-1}A}_I + A^{-1}B + B^{-1}A + \underbrace{B^{-1}B}_I$$

$$\Rightarrow A^{-1}B + B^{-1}A = \bar{O}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$B^2 = B^2 \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{19} + B^{100} = (A^2)^{49} \times A + (B^2)^{50} \times B = I^{49} \times A + (-I)^{50} \times B$$

$$= A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرحسین ابومحبوب)

۱۰۶- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر $BA = C$ و B ماتریسی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه

$A = B^{-1}C$ است. بنابراین داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{5 \times 3 - 2 \times 7} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}C \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ مجموع درایه‌های } = -7 + 4 + 17 - 9 = 5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(کیوان داریی)

۱۰۷- گزینه «۳»

ستون سوم $\times B^2$ سطر دوم $A^2 =$ درایه سطر دوم ستون سوم $A^2 B^2$

از طرفی:

$$A^2 \text{ سطر دوم} = A \text{ سطر دوم} \times A = [3 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [9 \ -2 \ 9]$$

$$B^2 \text{ ستون سوم} = B \times B \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$درایه مطلوب = [9 \ -2 \ 9] \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix} = -63 + 10 + 27 = -26$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۴»

(افشین فاصه‌فان)

می‌دانیم مربع و مکعب هر عدد فرد، عدد فرد است.

همچنین مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. لذا مجموع مربع و مکعب

یک عدد فرد، عددی زوج خواهد بود.

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:

$$\text{گزینه «۱»}: 2k \neq 13 = 3^2 + 2^2$$

گزینه «۲»: عدد ۲ را نمی‌توان به صورت $6k+1$ یا $6k+5$ نوشت.

گزینه «۳»: حاصل ضرب عدد گویای صفر در هر عدد گنگ، برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرسین ابومبوب)

طبق اثبات به روش بازگشتی داریم:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x(y - z - \frac{x}{2})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy - 2xz - x^2$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 + 2xz + z^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x + z)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی (همواره درست) است و تمام روابط برگشت پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۳- گزینه «۳»

(امیرسین ابومبوب)

ابتدا فاصله ۱۲ اردیبهشت تا اول دی را محاسبه می‌کنیم:

$$19 + 4 \times 31 + 3 \times 30 + 1$$

↓ ↓ ↓ ↓

دی مهر تا آذر خرداد تا شهریور اردیبهشت

$$234 = 33 \times 7 + 3 \Rightarrow 234 \equiv 3 \pmod{7}$$

بنابراین اول دی سه روز در هفته جلوتر از شنبه یعنی روز سه‌شنبه است. با

توجه به ۳۰ روزه بودن ماه‌های دی و بهمن، اول بهمن روز پنج‌شنبه و اول

اسفند روز شنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

۱۱۴- گزینه «۲»

(امیرسین ابومبوب)

طبق ویژگی‌های رابطه عاد کردن داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \mid 15k + 17 \\ a \mid 15k + 7 \end{array} \right\} \Rightarrow a \mid (15k + 17) - (15k + 7)$$

$$\Rightarrow a \mid 10 \xrightarrow{\text{عدد طبیعی } a} a = 1, 2, 5, 10$$

از طرفی هیچ کدام از دو عدد $15k + 7$ و $15k + 17$ نمی‌توانند مضرب ۵باشند، پس a نمی‌تواند ۵ یا ۱۰ باشد و در نتیجه تنها مقادیر $a = 1$ و $a = 2$ قابل قبول هستند که مجموع آن‌ها برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۵- گزینه «۴»

(فرزانه قاکپاش)

ابتدا باقی‌مانده تقسیم 1402 بر 15 را تعیین می‌کنیم:

$$1402 = 93 \times 15 + 7 \Rightarrow 1402 \equiv 7 \pmod{15}$$

پس کافی است باقی‌مانده تقسیم عدد 7^{1402} را بر 15 تعیین کنیم:

$$7^2 = 49 = 3 \times 15 + 4 \Rightarrow 7^2 \equiv 4 \pmod{15} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 7^4 \equiv 16 \equiv 1 \pmod{15}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳۵}} 7^{1400} \equiv 1 \pmod{15} \xrightarrow{\times 7^2} 7^{1402} \equiv 49 \equiv 4 \pmod{15}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۶- گزینه «۱»

(سولکدر روشنی)

چون دو عدد داده شده رقم‌های یکسان برابر دارند، پس به پیمانه ۱۰

هم‌نهشت هستند.



از طرفی: $\delta | a \Rightarrow \delta | a^2 \Rightarrow \delta | a^2 - 1$

بنابراین: $(a^2 - 1, 8 \times \delta) = (a^2 - 1, 8) = (8k, 8) = 8$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(علی سعیدی زار)

۱۱۹ - گزینه «۴»

طبق قضیه تقسیم و با توجه به فرض مسئله داریم:

$$r + q = 15 \Rightarrow q = 15 - r$$

$$a = 11q + r = 11(15 - r) + r, 0 \leq r < 11 \quad (r \text{ مقدار برای } 11)$$

$$\Rightarrow a = 165 - 10r \Rightarrow a - 5 = 160 - 10r \equiv 0 \Rightarrow 10r \equiv 160$$

$$\xrightarrow{+10} \frac{r}{(10, 160)=10} \equiv 16 \Rightarrow r \equiv 6$$

$$\Rightarrow r \in \{0, 4, 8\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{11}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(امیرحسین ابومصوب)

۱۲۰ - گزینه «۱»

$$2a^2b \equiv 2 + a + 3 + b \equiv 4 \Rightarrow a + b + 5 \equiv 4$$

$$\Rightarrow a + b \equiv -1 \equiv 8 \Rightarrow a + b = 8 + 17$$

$$fa^2b \equiv 1 - b + 3 - a + 4 \equiv 8 - (a + b)$$

$$fa^2b \equiv 8 - 8 \equiv 0 \Rightarrow a + b = 8 \text{ : حالت اول}$$

$$fa^2b \equiv 8 - 17 \equiv -9 \equiv 2 \text{ : حالت دوم}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$a^2 + 9 \equiv 4a + 16 \Rightarrow a^2 - 4a - 7 \equiv 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 10a - 7 \equiv 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 \equiv 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a+7) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a^4 \equiv 1 \\ a+7 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -7 \equiv 3 \Rightarrow a^4 \equiv 3^4 \equiv 1 \end{cases}$$

پس همواره $a^4 \in [1]_1$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(سوکندر روشنی)

۱۱۷ - گزینه «۲»

ابتدا معادله سیاله را به یک معادله هم‌نهمستی تبدیل می‌کنیم:

$$(1! + 2! + 3! + \dots + 14 \cdot 2!)x \equiv 15$$

به ازای $n \geq 7$, $n! \equiv 0$, پس داریم:

$$(1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + 5040 + \dots + 14 \cdot 2!)x \equiv 15$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 ۹ ۳ ۱۵ ۶ صفر

$$\Rightarrow 12x \equiv 15 \xrightarrow{+3} \frac{4x}{(3, 21)=3} \equiv 5 \equiv 12 \xrightarrow{+4} \frac{x}{(4, 7)=1} \equiv 3$$

$$\Rightarrow x = 7k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بیشترین مقدار سه رقمی x به ازای $k = 142$ حاصل می‌شود:

$$x = 7 \times 142 + 3 = 997 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 25$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(کیوان دارابی)

۱۱۸ - گزینه «۳»

$$(a, 1000) = 125 \Rightarrow (a, 2^3 \times 5^3) = 5^3 \Rightarrow a \text{ فرد است}$$

$$\Rightarrow a^2 = 8k + 1 \Rightarrow 8 | a^2 - 1$$

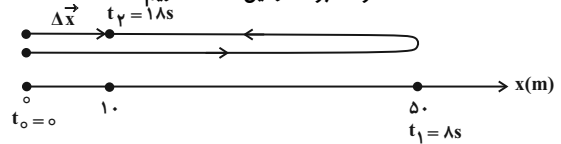


فیزیک ۳

گزینه ۳ - ۱۲۱

(شیلا شیرزادی)

مطابق شکل زیر، فرض می‌کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان و پس از ۸s مسافت ۵۰m را طی می‌کند و در مکان $x_1 = 50\text{m}$ قرار می‌گیرد و پس از ۱۰s بعد از آن که مسافت ۴۰m را در خلاف جهت اولیه طی می‌کند در مکان $x_2 = 10\text{m}$ قرار دارد. بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر $\ell = 50 + 40 = 90\text{m}$ و جابه‌جایی آن برابر $\Delta x = 10 - 0 = 10\text{m}$ خواهد بود. در این حالت داریم:



$$\left\{ \begin{aligned} s_{av} &= \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \text{ یکسان است.}} \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{90}{10} = 9 \\ |v_{av}| &= \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \end{aligned} \right.$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۳ و ۴)

گزینه ۳ - ۱۲۲

(امیرحسین برادران)

بررسی گزاره‌ها:
آ) درست

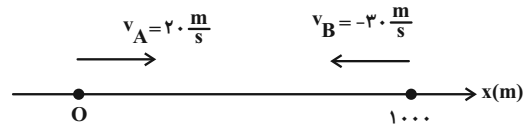
ب) درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار جابه‌جایی با یکدیگر هم‌جهت‌اند. (Δt همواره مثبت است)
 $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$
 ب) درست، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.
 ت) نادرست - بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۳ - ۱۲۳

(علیرضا بیاری)

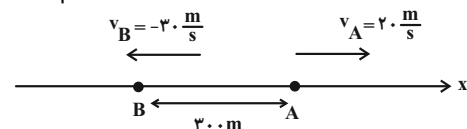
مطابق شکل زیر فرض می‌کنیم که خودروی A در لحظه $t = 0$ در مبدأ محور (نقطه O) و به طرف راست در حرکت باشد. یعنی سرعت آن مثبت است. بنابراین خودروی B به طرف چپ در حرکت بوده و سرعت آن منفی است. با توجه به این که، معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است، معادله مکان-زمان هر یک از دو خودرو را می‌نویسیم:



$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{\frac{v_A = 20\text{m}}{x_{0A} = 0}} x_A = 20t + 0 = 20t$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{\frac{x_{0B} = 1000\text{m}}{v_B = -30\text{m/s}}} x_B = -30t + 1000$$

برای اولین بار خودروی B به خودروی A نرسیده است، اما، برای دومین بار خودروی B از خودروی A عبور می‌کند. بنابراین، داریم:



$$x_A - x_B = 300 \Rightarrow 20t - (-30t + 1000) = 300$$

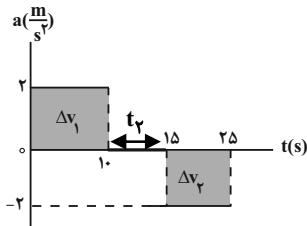
$$\Rightarrow 50t = 1300 \Rightarrow t = 26\text{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه ۳ - ۱۲۴

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است. بنابراین، با محاسبه Δv در بازه‌های زمانی مختلف، سرعت در لحظه‌های ۱۰s، ۱۵s و ۲۵s را می‌یابیم و سپس با رسم نمودار $v-t$ و محاسبه سطح زیر نمودار آن، مسافت طی شده را می‌یابیم:



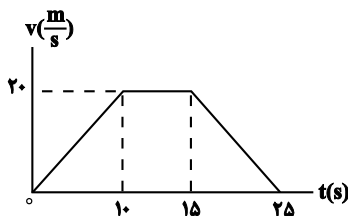
$$\Delta v_1 = 2 \times 10 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta v_2 = -2 \times 10 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(t=10\text{s}) = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v(t=10\text{s}) = 0 + 20 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چون در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۵s شتاب صفر است، داریم:

$$v(t=15\text{s}) = v(t=10\text{s}) \Rightarrow v(t=15\text{s}) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(t=25\text{s}) = v(t=15\text{s}) + \Delta v_2 = 20 + (-20) = 0$$



اکنون مساحت زیر نمودار $v-t$ را که برابر مسافت طی شده است، به دست می‌آوریم:

$$\ell = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{(\Delta + 2\Delta)}{2} \times 20 = 300\text{m}$$

در آخر تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 25 - 0 = 25\text{s}} s_{av} = \frac{300}{25} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۳، ۴ و ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۳ - ۱۲۵

(امیرامیر میرسعید)

ابتدا لحظه برخورد گلوله به زمین را به دست می‌آوریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=-180\text{m}} -180 = -5t^2 \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6\text{s}$$

اکنون لحظه‌ای را که تندی گلوله نصف تندی برخورد آن به زمین می‌شود را می‌یابیم:

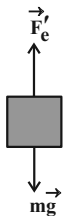
$$v_T = \frac{1}{2}v_1 \xrightarrow{v=-gt} -gt = -\frac{1}{2}gt \xrightarrow{t=6\text{s}} t' = \frac{1}{2} \times 6 = 3\text{s}$$

در آخر مسافتی را که گلوله پس از ۳s طی می‌کند، پیدا می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt'^2 \xrightarrow{t'=3\text{s}} y' = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -45\text{m}$$

$$\Rightarrow |y'| = |-45| = 45\text{m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)



$$F'_{net,y} = 0 \Rightarrow F'_e - mg = 0$$

$$\frac{F'_e = kx'}{kx' = mg}$$

$$\Rightarrow 200x' = 0 / 6 \times 10 \Rightarrow x' = 0 / 0.3m = 3cm$$

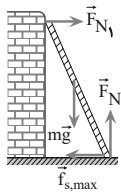
می بینیم طول فنر از $x = 15cm$ به $x' = 3cm$ کاهش یافته است. بنابراین، درصد تغییر طول فنر برابر است با:

$$\text{درصد تغییر طول فنر} = \frac{\Delta x}{x} \times 100 = \frac{3-15}{15} \times 100 = -80\%$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۵ و ۴۳)

(کتاب آبی کنکور ریاضی)

گزینه ۲»



مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده‌ایم. چون دستگاه در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر نردبان در راستای X و Y صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{N1} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N1} = \mu_s F_{N2}$$

$$\frac{F_{N2}}{F_{N1}} = \frac{F_{N2}}{\mu_s F_{N2}} = \frac{1}{\mu_s}$$

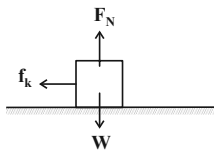
بنابراین:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

(امسان ایرانی)

گزینه ۱»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



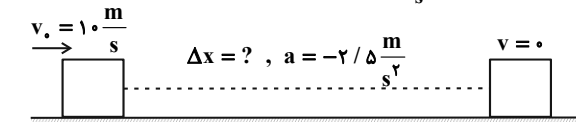
با توجه به شکل مشخص می‌شود که نیروهای \vec{F}_N و \vec{f}_k ، مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سطح به جسم هستند. یعنی:

$$\vec{R} = -f_k \vec{i} + F_N \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} f_k = 30N \\ F_N = 120N \end{cases}$$

$$F_N = mg \Rightarrow 120 = m \times 10 \Rightarrow m = 12kg$$

در پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی مؤثر بر جسم نیروی اصطکاک است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-30}{12} = -2.5 \frac{m}{s^2}$$



برای به دست آوردن مسافت طی شده تا لحظه توقف، از معادله سرعت-جابجایی (مستقل از زمان) داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=10, v=0} \Delta x = \frac{-v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{-10^2}{2 \times (-2.5)} = \frac{-100}{-5} = 20m$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

گزینه ۳»

(سیاوش فارسی)

ابتدا برآیند نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را می‌یابیم و سپس بزرگی برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_2 = -3\vec{F}_1} \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + (-3\vec{F}_1) = -2\vec{F}_1$$

$$\vec{F}_1 = (1/\Delta N)\vec{i} - (2N)\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{net} = -2((1/\Delta N)\vec{i} - (2N)\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = (-3N)\vec{i} + (4N)\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_{net} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{9 + 16} = 5N$$

اکنون بزرگی شتاب حرکت جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌یابیم:

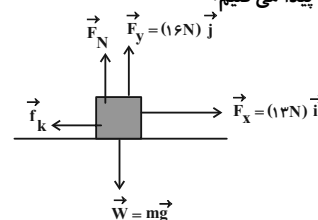
$$F_{net} = ma \xrightarrow{m=2kg, F_{net}=5N} 5 = 2a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

گزینه ۱»

(سیرده‌ملیه میرضالی)

مطابق شکل زیر، مؤلفه افقی نیروی \vec{F} به جسم شتاب می‌دهد و مؤلفه عمودی آن در نیروی عمودی تکیه‌گاه تاثیر دارد. بنابراین، ابتدا نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) را پیدا می‌کنیم:



$$\vec{F} = (12N)\vec{i} + (16N)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 12N \\ F_y = 16N \end{cases}$$

$$F_{net,y} = ma_y \xrightarrow{a_y=0} F_N + F_y - mg = 0$$

$$\xrightarrow{m=2kg, F_y=16N} F_N + 16 - 2 \times 10 = 0 \Rightarrow F_N = 4N$$

$$F_{net,x} = ma_x \Rightarrow F_x - f_k = ma$$

$$\xrightarrow{F_x=12N, a=\Delta \frac{m}{s^2}} 12 - f_k = 2 \times 5 \Rightarrow f_k = 2N$$

اکنون با داشتن f_k و F_N به صورت زیر، بزرگی نیروی سطح افقی را پیدا می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} \Rightarrow R = 2\sqrt{5}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶)

گزینه ۱»

(معصومه شریعت‌نابری)

مطابق شکل، نیروهای وزن جسم و کشش نخ رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. چون جسم در حال تعادل است، داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_e - mg - T = 0$$

$$\frac{F_e = kx}{kx = mg + T}$$

$$\xrightarrow{k=200 \frac{N}{m}, T=24N} 200x = 0 / 6 \times 10 + 24$$

$$\Rightarrow 200x = 30 \Rightarrow x = 0 / 15m = 15cm$$

پس از پاره شدن نخ، نیروی وزن جسم رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. پس از تعادل جسم در این حالت داریم:

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) هر دو مخلوط، نور را پخش می‌کنند.

(ب) آب سخت دارای مقادیر قابل توجهی از یون‌های کلسیم و منیزیم است.

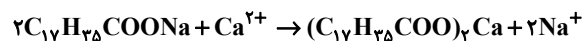
(پ) افزودن ماده شیمیایی کلردار نه کلر!

(ت) پاک‌کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها هم واکنش شیمیایی می‌دهند و هم برهم کنش بین ذره‌ای برقرار می‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۱۳۲- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



روش اول (ضرب تبدیل):

$$? \text{ g صابون} = 121/2 \text{ g رسوب} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{606 \text{ g رسوب}}$$

$$\text{صابون} = 122/4 \text{ g} = \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{306 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}}$$

$$m : \text{جرم صابون اولیه} \quad \frac{80}{100} \times m = 122/4 \text{ g} \Rightarrow m = 153 \text{ g}$$

روش دوم (کسر تناسب):

$$\frac{m \times \frac{80}{100}}{2 \times 306} = \frac{121/2}{1 \times 606} \Rightarrow m = 153$$

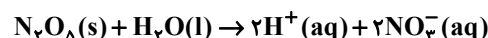
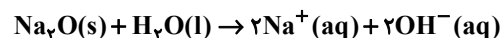
$$\frac{20}{100} \times 153 = 30/6 \text{ g صابون واکنش نداده}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۶ و ۸ تا ۱۰)

۱۳۳- گزینه «۴»

(مهمر عظیمیان زواره)

سدیم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید در واکنش با آب، به ترتیب باز قوی و اسید قوی تولید می‌کنند:



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) ۱۸ مولکول آن یونش یافته؛ بنابراین α برابر ۰/۰۱۸ است. (از ۳۶ یونتولید شده، ۱۸ یون H^+ و ۱۸ یون CN^- است.)

(۲) باران اسیدی شامل نیتریک اسید و سولفوریک اسید است.

(۳) فلز آلومینیم با محلول هیدروکلریک اسید واکنش داده و با مصرف یون H^+ ، pH محلول را افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹ و ۲۳ تا ۲۵)

۱۳۴- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a = M\alpha^2$$

از α مخرج صرف نظر می‌کنیم.

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow 18 \times 10^{-6} = M \times (3 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow M = 0.02 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] = M\alpha = 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = 4 - \log 6 = 4 - (\log 2 + \log 3)$$

$$pH = 4 - (0.3 + 0.5) = 3.2$$

$$? \text{ mL } CH_3COOH = 500 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}$$

$$\times \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mL } CH_3COOH}{1/25 \text{ g } CH_3COOH} \times \frac{100}{80}$$

$$= 0.6 \text{ mL } CH_3COOH$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۳۵- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

به کمک نظریه آرنیوس فقط می‌توان تشخیص داد که یک ماده اسید است یا باز. براساس این نظریه نمی‌توان در مورد میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول (غلظت یون‌های هیدرونیوم یا هیدروکسید تولید شده و pH محلول) اظهار نظر کرد، پس فقط عبارت اول درست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸)

۱۳۶- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ با توجه به بزرگ بودن مقدار عددی ثابت یونش اسیدی برای b می‌توان نتیجه گرفت که b یک اسید قوی است و به‌طور کامل یونیده می‌شود (فرایند یونش یک‌طرفه است).

(ب) درست؛ در محلول a مقدار $[H^+]$ برابر با 10^{-8} مول بر لیتر است:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-8} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-8}} = 10^{-6} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



ت) نادرست؛ نام علمی جوش شیرین، سدیم هیدروژن کربنات است که به تنهایی می‌تواند به عنوان مادهٔ موثر در ضد اسیدها مورد استفاده قرار گیرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۳۲)

۱۳۹- گزینهٔ «۱»

(رسول عابدینی زواره)



$$\alpha = \frac{\text{درصد یونش}}{100} = \frac{0.07}{100} = 7 \times 10^{-4}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 4/9 \times 10^{-10} = \frac{M \times (7 \times 10^{-4})^2}{1 - 7 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot n \cdot \alpha = 10^{-3} \times 1 \times 7 \times 10^{-4} = 7 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{7 \times 10^{-7}} \approx 1/7 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{OH}^- \text{ شمار یون‌های } = 0/2 \text{L} \times 1/7 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$= 2/8 \times 10^{-9} \text{ mol OH}^-$$

$$\text{pH} = \log[\text{H}^+] = -\log(7 \times 10^{-7}) = 7 - \log 7$$

$$= 7 - 0/85 = 6/15$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۴۰- گزینهٔ «۱»

(عمید زینی)

فرمول عمومی پاک‌کنندهٔ صابونی: $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{Na}$

تعداد C بدون اتصال به H در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: ۲

بار سطحی قطرهٔ چربی در هر دو پاک‌کننده: منفی

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

$$\Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-6}}{10^{-8}} = 100$$

پ) درست؛ محلول c یک باز است و در بازها همواره رابطهٔ « $[\text{H}^+] < [\text{OH}^-]$ » برقرار است.

ت) نادرست؛ محلول d یک باز ضعیف است، یعنی نوعی الکترولیت ضعیف می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۳۷- گزینهٔ «۴»

(امیرمسین طبیی سورکلایی)

طبق صورت سؤال، مقداری باز به یک محلول اسیدی اضافه شده، بخشی از آن را خنثی کرده و مقداری محلول اسیدی باقی مانده است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{محلول نهایی}} = \frac{M_a \cdot V_a \cdot n_a - M_b \cdot V_b \cdot n_b}{V_a + V_b}$$

$$2 \times 10^{-2} = \frac{0/1 \times V \times 1 - 0/02 \times 40 \times 1}{(400 + V)}$$

$$8 + 0/02V = 0/1V - 8 \Rightarrow 0/08V = 16$$

$$\Rightarrow V = 200 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۳۱)

۱۳۸- گزینهٔ «۲»

(امیر ماتیمان)

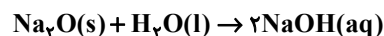
عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ چون در اسیدهای ضعیف تعداد کمی از مولکول‌ها یونیده می‌شوند؛ بنابراین مقدار اندک یون‌های حاصل از یونش اسیدهای ضعیف با تعداد زیادی از مولکول‌های یونیده نشده در تعادل هستند.

ب) نادرست؛ ثابت یونش اسیدهای قوی بسیار بزرگ و ثابت یونش اسیدهای ضعیف بسیار کوچک است.

پ) درست؛



$$? \text{ mol NaOH} = 0/05 \text{ mol Na}_2\text{O} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}$$

$$= 0/1 \text{ mol NaOH}$$

$$M = \frac{0/1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M n \alpha = 0/1 \times 1 \times 1 = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log 10^{-13} = 13$$

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
info

<https://konkur.info>