بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info

دفترچه اختصاصی – ۱

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۱ (از ۲)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۲۱ مهر ۱۴۰۲

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان ۲	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	

https://konkur.info

آزمون «۲۱ مهر ماه ۱۴۰۲»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲		۲۰	۱-۲۰	۳۰'
هندسه ۳		۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته		۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	هندسه ۱	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
	هندسه ۲		۵۱-۶۰	
جمع کل		۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-علی سرآبادانی-کامیار علّییون مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف‌زاده-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-محمد حمیدی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-کیوان دارابی-فراز دعاگوی‌تهرانی-سوگند روشنی فرشاد صدیقی‌فر-امیر مالمیر-مهرداد ملوندی-حمید ناصر
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی منصف‌شکری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	علیرضا نداف‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	عادل حسینی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	ماهان زواری پارسا نوروزی‌منش	کیارش صانعی	کیارش صانعی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲ / **ریاضی ۱: تابع:** صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷ / **حسابان ۱: تابع:** صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳ — وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۱- رابطهٔ $\{(۴ , -۱) , (a , ۱) , (۶ , a^۲ - ۲a) , (۳ , ۱)\} = f$ معرف یک تابع است. مقدار a کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۱

۳) -۱ ۴) ۳

۲- کدام یک می‌تواند هم دامنهٔ تابع $y = |x+۱| - ۳$ باشد؟

۱) $[-۲ , +\infty)$ ۲) $(-\infty , -۱]$

۳) $[-۵ , +\infty)$ ۴) $(-\infty , ۳]$

۳- در تابع $f(x) = \begin{cases} a-(x-۱)^۲ & ; \ |x| \le ۱ \\ \dfrac{x^۲+bx-۱}{x+۲} & ; \ |x| \ge ۱ \end{cases}$، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴

۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

۴- توابع $f(x) = \dfrac{x^۲ - ax + b}{x^۲ - ۲cx + ۹}$ و $g(x) = \dfrac{x+۲}{x+۳}$ مساوی هستند. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) -۲

۳) ۲ ۴) ۷

۵- اگر دامنه و برد تابع خطی f به ترتیب $[۲ , -۱]$ و $[۴ , ۷]$ باشد، ضابطهٔ تابع $y = f(۲x) - ۳$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-۲x + ۳$ ۲) $۲x + ۷$

۳) $-۲x + ۴$ ۴) $۲x + ۵$

۶- f تابع خطی است. اگر $g(x) = f(x+۳) + f(۲x+۱)$ تابع همانی باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار تابع f و محورهای مختصات کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

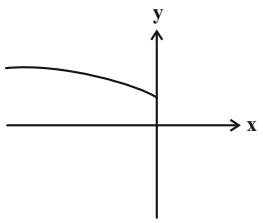
https://konkur.info

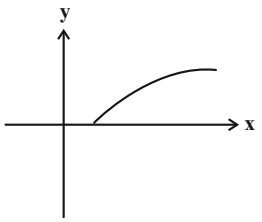
۷- در تابع خطی f داریم، $f(x)+f(\frac{۲}{x})=\frac{۳x^۲-x+۶}{۳x}$، مقدار $f(\frac{۷}{۶})$ کدام است؟

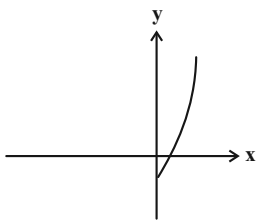
۱) -۱ ۲) ۱

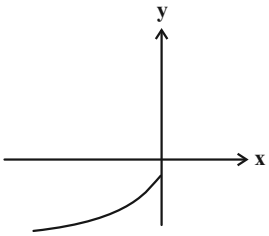
۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۸- بخشی از نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x-۵}{x+۳}$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۹- نمودار تابع $f(x)=x^۲-ax+b$ را ۲ واحد به چپ و ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا به نمودار تابع $g(x)=x^۲-۲x+۳$ برسیم. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۸

۳) -۴ ۴) ۱۰

۱۰- اگر نقطهٔ $A(۲\ ,\ ۵)$ روی نمودار تابع f باشد، حداکثر مقدار m کدام باشد تا نقطهٔ نظیر A روی نمودار تابع $y=۲f(۲x-m)+۱$ پایین‌تر از خط $y=۲x-۱$ نباشد؟

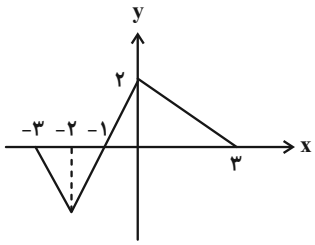
۱) ۸ ۲) ۹

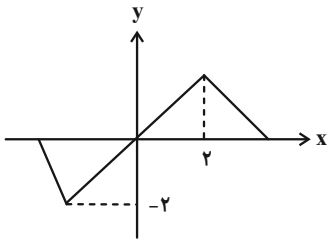
۳) ۱۰ ۴) ۱۱

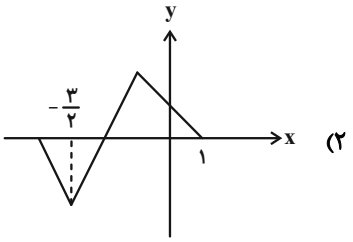
محل انجام محاسبات

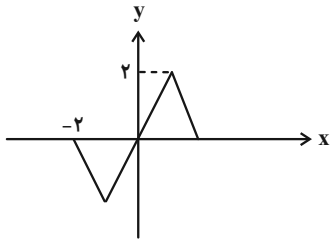
https://konkur.info

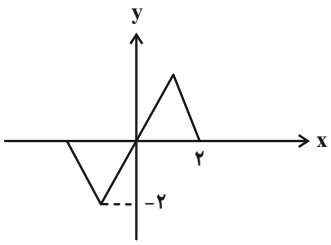
۱۱- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=f(2x-1)$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


۱۲- مساحت سطح محصور بین نمودارهای توابع $f(x)=|x+۲|-۱$ و $g(x)=|۲x-۱|$ و محور xها کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۱۳- می‌خواهیم به کمک نمودار تابع f، نمودار تابع $y=۲f(\frac{۱}{۲}x-۱)+۱$ را رسم کنیم. کدام مسیر انتقال در رسیدن به نمودار خواسته شده درست نیست؟

۱) ابتدا یک واحد به سمت راست می‌رویم و سپس نمودار را در راستای افقی و عمودی دو برابر منبسط کرده و پس از آن یک واحد به بالا می‌رویم.

۲) ابتدا $\frac{۱}{۲}$ واحد بالا و یک واحد راست می‌رویم و سپس نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط می‌کنیم.

۳) ابتدا $\frac{۱}{۲}$ واحد بالا رفته و سپس نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط کرده و سپس از آن یک واحد راست می‌رویم.

۴) ابتدا نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط می‌کنیم و سپس دو واحد به سمت راست و یک واحد بالا می‌رویم.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

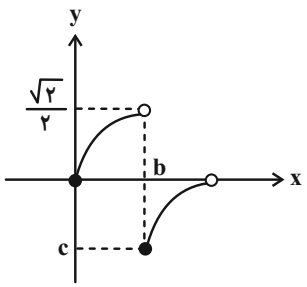
۱۴- اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}+\sqrt{۲x^۲+ax+b}$ دو عضوی باشد، نمودار تابع $g(x)=ax-۱+\sqrt{۴x+b}$ از کدام ناحیه (نواحی) دستگاه مختصات عبور می‌کند؟

۱) اول
۲) اول و چهارم
۳) اول و دوم
۴) دوم و سوم

۱۵- تابع $f(x)=x+[\frac{x}{۲}]$ با دامنهٔ $(۰ , ۴)$ مفروض است. مساحت سطح بین نمودار تابع f و محور xها کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۱
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۹

۱۶- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-[x]-[ax]}$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $a>۰$ باشد، مقدار c کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) $۱-\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱$
۳) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) -۱

۱۷- تعداد جواب‌های معادلهٔ $[۲x]=\frac{x^۲}{۲}+۱$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

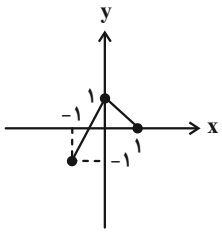
محل انجام محاسبات

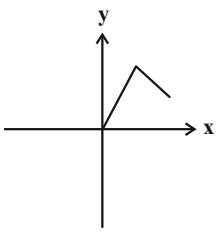
https://konkur.info

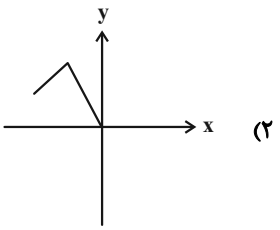
۱۸- نمودار تابع f را ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم. در جهت محور xها با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم و در نهایت ۴ واحد به راست انتقال می‌دهیم. اگر ضابطهٔ تابع نهایی به صورت $y = \sqrt{x^۲ - ۳x} - ۶$ باشد، مجموع صفرهای تابع f کدام است؟

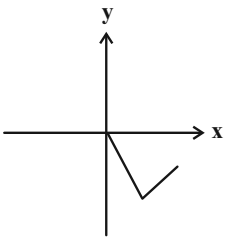
۱) ۲ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۷}{۲}$

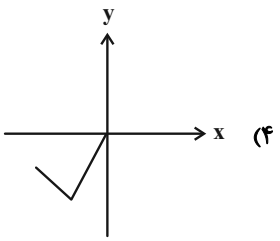
۱۹- اگر نمودار تابع $y = f(۲x+۳) - ۱$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = ۲f(-\frac{۱}{۲}x+۱)$ شبیه کدام نمودار است؟



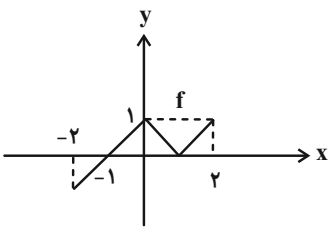
۱)


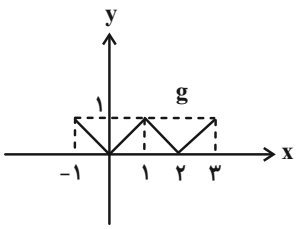
۲)


۳)


۴)


۲۰- نمودارهای دو تابع f و g در شکل‌های زیر رسم شده است. کدام رابطه درست است؟





۱) $g(x) = f(۱+|x|)$

۲) $g(x) = f(|۱-x|)$

۳) $g(x) = f(۱-|x|)$

۴) $g(x) = f(|۱+x|)$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا پایان ضرب ماتریس در ماتریس): صفحه‌های ۹ تا ۱۹ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۲۱- اگر A، B و C سه ماتریس و r عددی حقیقی باشد، چه تعداد از روابط زیر همواره درست است؟

الف) $A+(B+C)=(A+B)+C$ ب) $A+(-A)=0$

پ) $rA=rB \Rightarrow A=B$

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۲۲- دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} a-1 & a-3 \\ b+2 & b-3 \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} m & x \\ n & y \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. اگر A ماتریسی قطری و $B=A$ باشد، حاصل $my+na$ کدام است؟

۱) ۲۵- ۲) ۲۰-

۳) ۱۰- ۴) ۵-

۲۳- اگر $-5\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}=2A-3B$ و $3A+2B=\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱

۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۲۴- اگر $A=[1 \quad 2 \quad 3]$ و $BA=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس AB کدام است؟

۱) $[1 \quad 0 \quad 3]$ ۲) $[6]$

۳) $[1 \quad 2 \quad 3]$ ۴) $[4]$

۲۵- اگر ماتریس‌های $A=[a_{ij}]_{3\times 2}$ و $B=[b_{ij}]_{2\times 3}$ به صورت $a_{ij}=\begin{cases} i^2-1 & ; \ i=j \\ 2i-j & ; \ i>j \\ j-i & ; \ i<j \end{cases}$ و $b_{ij}=\begin{cases} i^2-1 & ; \ i=j \\ i+2j & ; \ i>j \\ i-j+1 & ; \ i<j \end{cases}$ تعریف شده باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس AB کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸

۳) ۱۲ ۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۶- برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبهٔ A و B داریم $A-B=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$ و $A+۳B=C$. اگر C ماتریسی اسکالر و مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۲ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس C کدام است؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) -۱۰
۴) -۴

۲۷- اگر ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times۴}$ به صورت $A=\begin{bmatrix}۳ & -۱\\ ۲ & ۰\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۲ & ۰\\ ۵ & ۳ & ۴ & -۳\end{bmatrix}$ تعریف شده باشد، حاصل $\sum_{j=۱}^{۴}a_{۳j}$ کدام است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۷
۴) ۱۸

۲۸- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & -۱ & ۴\\ ۲ & x & ۱\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۲ & y\\ ۱ & ۰\\ -۷ & ۱\end{bmatrix}$ و AB ماتریسی قطری باشد، بزرگ‌ترین درایهٔ ماتریس BA کدام است؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۲۹- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۰ & ۲ & ۰\\ ۳ & ۰ & ۳\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳\\ ۳ & ۱ & ۲\\ ۲ & ۳ & ۱\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}۱ & x & y & ۱\\ ۱ & ۰ & z & ۱\\ x & ۰ & y & ۰\end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون چهارم ماتریس ABC کدام است؟

۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

۳۰- اگر حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\begin{bmatrix}x & ۲x & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & ۱ & ۱\\ -۴ & ۰ & -۲\\ ۱ & ۲ & a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ ۲x\\ ۱\end{bmatrix}=۰$ برابر ۵- باشد، مجموع جواب‌های آن کدام است؟

۱) ۲
۲) -۲
۳) -۱
۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۳۱- اگر α و β دو عدد گنگ و عدد $\frac{\alpha}{۲}+\frac{\beta}{۳}$ عددی گویا باشد، آن‌گاه عدد $۳\alpha+۲\beta$ عددی ..... و عدد $۲\alpha+۳\beta$ عددی ..... است.

۱) گنگ- گنگ
۲) گویا- گویا
۳) گویا- گنگ
۴) گنگ- گویا

۳۲- در مورد سه مجموعهٔ ناتهی A، B و C کدام رابطه با مثال نقض رد نمی‌شود؟

۱) $A\cup B=A\cup C\Rightarrow B=C$
۲) $A\cap B=A\cap C\Rightarrow B=C$
۳) $A-B=A-C\Rightarrow B=C$
۴) $A\times B=A\times C\Rightarrow B=C$

۳۳- عدد $x=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ مثال نقض مناسبی برای رد کردن حکم زیر است. ضابطهٔ $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

«اگر x گنگ باشد، آن‌گاه $f(x)$ هم گنگ است.»

۱) $f(x)=۲x^۲-x+۱$
۲) $f(x)=x^۲-x+۵$
۳) $f(x)=x^۲-۵x+۱$
۴) $f(x)=۳x^۲-x+۲$

۳۴- فرض کنید $a,b\in\mathbb{Z}$ و گزارهٔ q به صورت زیر تعریف شده باشد. q با کدام گزاره هم‌ارز است؟

«q : $۵a+۳b$ عدد زوج می‌باشد»

۱) ab زوج است.
۲) $a^۲+b^۲$ زوج است.
۳) $۳a+۴b$ زوج است.
۴) $۲a+۵b$ زوج است.

۳۵- فرض کنید x و y دو عدد حقیقی باشند. در اثبات نامساوی زیر به روش بازگشتی به کدام رابطهٔ بدیهی می‌رسیم؟

$$x^۲+y^۲\geq x+y-\frac{۱}{۲}$$

۱) $(x-۱)^۲+(y-۱)^۲\geq ۰$
۲) $(x-۱)^۲+(y-۱)^۲+(x^۲+y^۲)\geq ۰$
۳) $(x+y-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰$
۴) $(x-y+۱)^۲+(x+y)^۲\geq ۰$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی n از مجموعهٔ $A=\{۲۰ , ۲۱ , ۲۲ , ... , ۱۰۰\}$ عدد $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۹}$ زوج است؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۳

۳) ۵۴ ۴) ۵۵

۳۷- کدام یک از احکام زیر فاقد مثال نقض است؟

۱) حاصل‌ضرب هر عدد گویا در عددی گنگ، عددی گنگ است.

۲) به ازاء هر عدد طبیعی مانند n، حداقل یکی از اعداد $۲^n-۱$ یا $۲^n+۱$ اول است.

۳) عدد $۲^{۲n}+۱$ به ازاء همهٔ اعداد طبیعی n، عددی اول است.

۴) هیچ دو عدد طبیعی مانند a و b در رابطهٔ $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ صدق نمی‌کنند.

۳۸- اگر $a_۱$، $a_۲$ و $a_۳$ عددهایی صحیح و $b_۱$، $b_۲$ و $b_۳$ همان اعداد ولی با ترتیب دیگری باشند، چه تعداد از عبارت‌های زیر قطعاً زوج هستند؟

- $(a_۱-b_۱)(a_۲-b_۲)(a_۳-b_۳)$
- $۳a_۱a_۲a_۳+b_۱b_۲b_۳$
- $(a_۲-b_۲)(a_۳-b_۲)^۳(a_۱-b_۲)$
- $a_۱b_۱+۲a_۲b_۲+۳a_۳b_۳$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۹- اگر $ab=(۳n+۱)^n+(۳n+۲)^n$ باشد، آن‌گاه عبارت $a^۲+b^۲$ چگونه است؟ $(n\in\mathbb{N})$

۱) همواره زوج ۲) همواره فرد

۳) همواره اول ۴) گاهی زوج و گاهی فرد

۴۰- در اثبات نامساوی $a^۲+b^۲+k^۳\geq a+ab+b$ به روش اثبات بازگشتی، حداقل مقدار k برای این‌که به یک رابطهٔ بدیهی برسیم و تمامی مراحل برگشت پذیر باشند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) $\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۱: ترسیم های هندسی و استدلال- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۹ تا ۳۷ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- در مثلث ABC، زاویهٔ A برابر 75° است. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره درست است؟

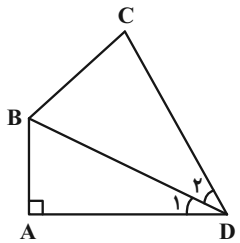
۱) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC است.
۲) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC است.
۳) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.
۴) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.

۴۲- خط L و نقطهٔ M به فاصلهٔ ۳ واحد از آن مفروض است. به ازای کدام مقادیر x و y، سه نقطه در صفحه وجود دارد به گونه‌ای که فاصلهٔ هر کدام از این نقاط از خط L، برابر x و از نقطهٔ M، برابر y باشد؟

۱) $y=3$ و $x=1$
۲) $y=1$ و $x=1$
۳) $y=4$ و $x=1$
۴) $y=2$ و $x=1$

۴۳- در چهارضلعی $ABCD$، $BD=17$، $AD=15$ ، $CD=19$ و $\hat{D}_1=\hat{D}_2$ است. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

۱) ۱۳۶
۲) ۱۴۴
۳) ۱۸۰
۴) ۱۹۶



۴۴- در مثلث ABC، رابطهٔ $\hat{A}=\frac{\hat{B}}{2}+\hat{C}$ بین اندازهٔ زوایا برقرار است. محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث کجا قرار دارد؟

۱) درون مثلث
۲) بیرون مثلث
۳) روی یکی از رأس‌های مثلث
۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

۴۵- در مثلث ABC، اندازهٔ زاویهٔ B برابر α است. اگر عمودمنصف ضلع BC، ضلع AC را در نقطهٔ M قطع کند به‌طوری که $AB=CM$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ C کدام است؟

۱) $60^\circ-\frac{\alpha}{2}$
۲) $60^\circ+\frac{\alpha}{2}$
۳) $60^\circ-\frac{\alpha}{3}$
۴) $60^\circ+\frac{\alpha}{3}$

۴۶- در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۲ و ۱۵ است. اگر مجموع طول ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، ۳ برابر طول ارتفاع وارد بر ضلع سوم این مثلث باشد، اندازهٔ ضلع سوم کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۲۰
۳) ۲۲/۵
۴) ۲۴

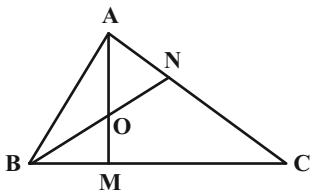
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۴۷- در ذوزنقه‌ای با طول قاعدهٔ بزرگ ۱۰ واحد، از نقطهٔ برخورد قطرها، خط d را موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم. اگر نقطهٔ برخورد خط d با ساق کوچک‌تر، آن ساق را به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کند، طول پاره‌خطی که ساق‌های ذوزنقه از d جدا می‌کنند، کدام است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) $\frac{۲۰}{۳}$ ۴) ۶

۴۸- در شکل زیر، اگر $OB = ON$ و $\frac{AN}{AC} = \frac{۱}{۳}$ باشد، حاصل $\frac{BM}{CM}$ کدام است؟



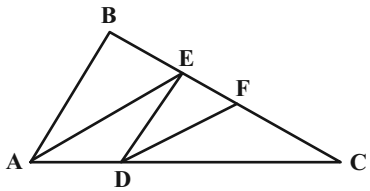
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۲}{۵}$

۴۹- در شکل زیر، اگر $AE \parallel DF$ ، $AB \parallel DE$ و $FC = ۲EF$ باشد، حاصل $\frac{S_{DEF}}{S_{BDC}}$ کدام است؟



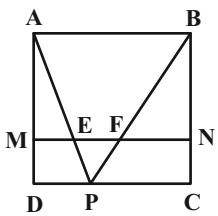
۱) $\frac{۱}{۹}$

۲) $\frac{۲}{۹}$

۳) $\frac{۴}{۹}$

۴) $\frac{۵}{۹}$

۵۰- در شکل زیر، $ABCD$ یک مربع و P نقطهٔ دلخواهی روی ضلع CD است. پاره‌خط MN را موازی با DC رسم می‌کنیم تا پاره‌خط‌های AP و BP را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند. $ME + FN$ برابر کدام است؟



۱) PC

۲) AE

۳) BF

۴) BN

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۲ : دایره: صفحه‌های ۹ تا ۳۱ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

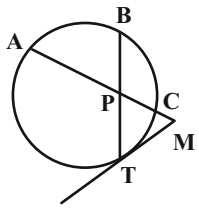
توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در یک دایره، وتر AB برابر شعاع دایره است. اگر خط d مماس رسم‌شده در نقطهٔ A بر دایره باشد، زاویهٔ بین d و AB چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵

۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۵۲- در شکل زیر، اگر مثلث MPT متساوی‌الاضلاع باشد، کدام رابطه همواره درست است؟



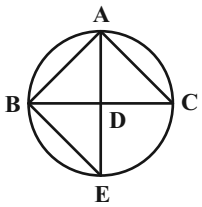
۱) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

۲) $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CT}$

۳) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CT}$

۴) $\overset{\frown}{AT} = ۲\overset{\frown}{AB}$

۵۳- در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A است. حاصل AB.AC کدام است؟



۱) CD.CB

۲) BD.BC

۳) AB.BE

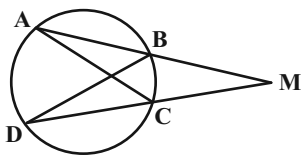
۴) AD.AE

۵۴- اگر $\cos ۱۰^\circ = a$ باشد، اندازهٔ هر ضلع نه‌ضلعی منتظم محاط در یک دایره چند برابر اندازهٔ هر ضلع هجده‌ضلعی منتظم محیط بر آن دایره است؟

۱) ۲a ۲) $\frac{۱}{۲}a$

۳) $۲a^۲$ ۴) $\frac{۱}{۲}a^۲$

۵۵- در شکل زیر $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD} = ۲\overset{\frown}{BC}$ و BD قطر دایره است. اندازهٔ زاویه $\hat{BDM}$ چند درجه است؟



۱) ۲۷/۵

۲) ۲۵

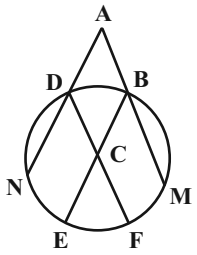
۳) ۳۰

۴) ۲۲/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۶- در شکل زیر چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. اگر $\hat{A} = ۵۰^\circ$ و مجموع طول‌های دو کمان BM و DN برابر یک سوم محیط دایره باشد، اندازهٔ کمان EF چند درجه است؟



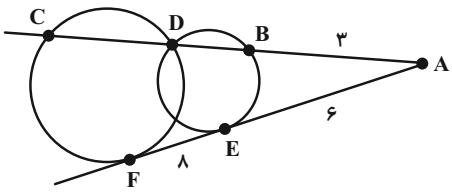
۱) ۲۵

۲) ۳۰

۳) ۳۵

۴) ۴۰

۵۷- در شکل زیر، پاره‌خط AF بر دو دایره مماس است. طول DC کدام است؟



۱) $\frac{۱۱}{۳}$

۲) ۴

۳) $\frac{۱۳}{۳}$

۴) $\frac{۱۴}{۳}$

۵۸- یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های ۳ و $\frac{۱۶}{۳}$ بر دایره‌ای محیط است. کمترین فاصلهٔ رئوس ذوزنقه تا نقاط واقع بر محیط دایره کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۹- اگر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر وتر یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین به ترتیب برابر $۲\sqrt{۲}-۴$ و $۲\sqrt{۲}+۴$ باشد، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۶۰- طول مماس مشترک خارجی دو دایره سه برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها است. اگر طول خط‌المرکزین دو دایره $\sqrt{۱۰}$ برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر باشد، شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر چند برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۲ (از ۲)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۲۱ مهر ۱۴۰۲

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۲۵ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	

https://konkur.info

آزمون «۲۱ مهر ماه ۱۴۰۲»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳		۲۰	۶۱-۸۰	۲۵'
فیزیک ۳-آشنا				
زوج کتاب	فیزیک ۱	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
	فیزیک ۲		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳		۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
	شیمی ۲		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل		۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۰'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	عبدالرضا امینی‌نسب-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محمدعلی راست‌پیمان-سیدمحمدرضا روحانی‌راد-مریم شیخ‌ممو شیلا شیرزادی-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی محمدکاظم منشادی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی-مسعود طبرسا امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی‌دوست-حسن لشکری-امیرحسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مصطفی کیانی زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	امیررضا حکمت‌نیا محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	دانیال راستی کیارش صانعی	ماهان زواری بنیامین یعقوبی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
مستند سازی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

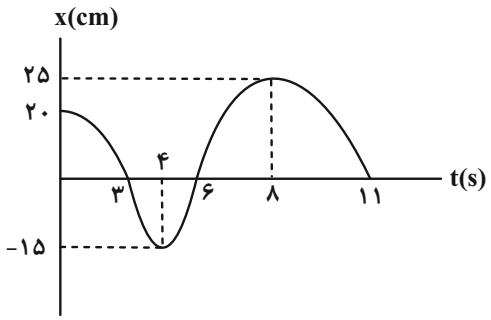
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست (تا پایان سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان– زمان): صفحه‌های ۱ تا ۱۰ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۶۱- نمودار مکان- زمان متحرکی، مطابق شکل زیر است. کل مسافت طی شده توسط این متحرک در ۱۱ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟



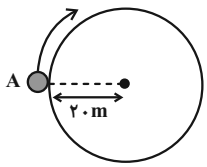
۱) ۱

۲) ۱۰

۳) ۱۰۰

۴) ۱۰۰۰

۶۲- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند و در مدت ۲۰s با تندی متوسط $۷/۵\frac{m}{s}$ در جهت ساعتگرد می‌چرخد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در این بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$



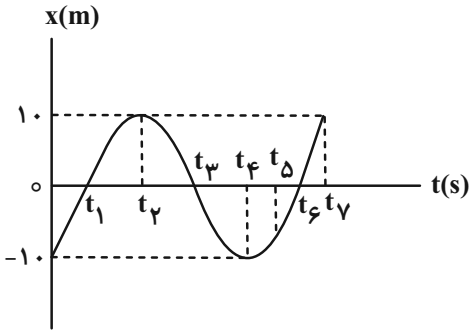
۱) $۲\sqrt{۲}$

۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۶۳- شکل زیر نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با این متحرک درست است؟



الف) متحرک ۳ بار از مبدأ مکان عبور کرده است.

ب) جهت حرکت متحرک ۳ بار تغییر کرده است.

پ) جابه‌جایی متحرک در کل زمان برابر ۲۰m– است.

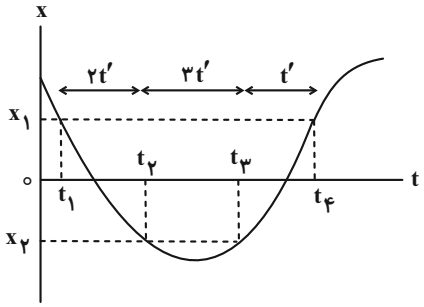
ت) تندی متحرک ۲ بار به صفر رسیده است.

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در جابه‌جایی بین مکان‌های x_1 و x_2، $12\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 چند متر بر ثانیه است؟



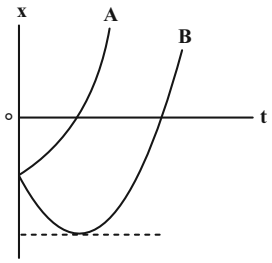
۱) ۱۰

۲) $\frac{۱۵}{۴}$

۳) ۴

۴) ۶

۶۵- در شکل زیر، نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B رسم شده است. کدام گزینه در مورد تندی متوسط دو متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کنند، درست است؟



۱) تندی متوسط A بیشتر است.

۲) تندی متوسط B بیشتر است.

۳) تندی متوسط هر دو یکسان است.

۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

۶۶- متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند و ۲۰ ثانیه با سرعت ثابت $30\frac{m}{s}$ و ۲۵ ثانیه در همان جهت با سرعت ثابت $40\frac{m}{s}$ و سپس ۵ ثانیه با سرعت ثابت $10\frac{m}{s}$ در خلاف جهت اول حرکت می‌کند. تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در کل مدت حرکت به ترتیب چند متر بر ثانیه می‌شوند؟

۱) ۳۳ ، ۳۱ ۲) ۳۳ ، ۳۱ ۳) ۱۶/۵ ، ۱۵/۵ ۴) ۱۵/۵ ، ۱۶/۵

۶۷- متحرکی در لحظهٔ t_1 از مکان $x_1 = -18m$ در جهت محور x ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ t_2 به مکان $x_2 = 12m$ می‌رسد. اگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، تندی متوسط متحرک، ۴۰ درصد بیشتر از اندازهٔ سرعت متوسط آن باشد، کدام گزینه در مورد حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 الزاماً درست است؟ (متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و اولین تغییر جهت در مکان‌های مثبت است.)

الف) متحرک در لحظهٔ t_2 در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

ب) جهت بردار مکان متحرک، حداکثر دو بار تغییر می‌کند.

پ) فاصلهٔ دو نقطه‌ای که متحرک در آن‌ها تغییر جهت می‌دهد، 6m است.

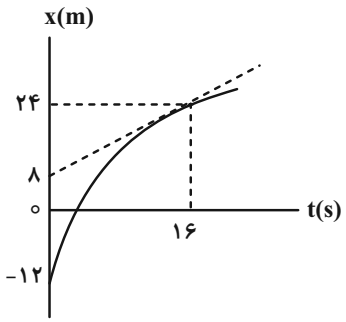
ت) در دومین تغییر جهت، فاصلهٔ متحرک از مکان x_2، کمتر از 18m است.

۱) الف، پ ۲) ب، ت ۳) الف، پ، ت ۴) ب، پ، ت

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۸- شکل زیر نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد و خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۱۶s$ رسم شده است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۶s چند برابر سرعت در لحظهٔ ۱۶s است؟



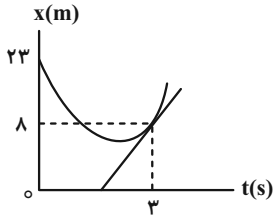
۱) $\frac{۷}{۴}$

۲) $\frac{۹}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۹}$

۴) ۱

۶۹- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. برای این متحرک کدام مورد درست است؟



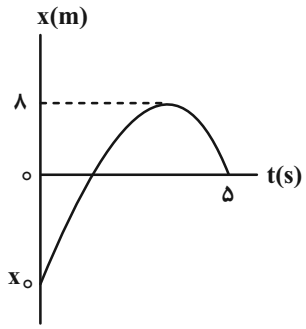
۱) سرعت در لحظهٔ $t = ۳s$، برابر $\frac{۸}{۳}\frac{m}{s}$ است.

۲) تندی در لحظهٔ $t = ۳s$، برابر $\frac{۸}{۳}\frac{m}{s}$ است.

۳) اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳s$ برابر $۵\frac{m}{s}$ است.

۴) تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳s$ برابر $۵\frac{m}{s}$ است.

۷۰- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت برابر با $۶\frac{m}{s}$ باشد، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴/۴

۲) ۲/۸

۳) ۲۲

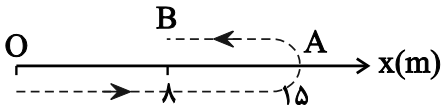
۴) ۱۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۳: آشنا: صفحه‌های ۱ تا ۱۰ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۷۱- متحرکی مطابق شکل روی محور x از نقطهٔ O (مبدأ محور) به A رفته و سپس به B برگشته است. در این مدت جابه‌جایی متحرک در SI ..... و بردار مکان متحرک .....



۱) $8\vec{i}$، یک بار تغییر جهت داده است.

۲) $-7\vec{i}$، یک بار تغییر جهت داده است.

۳) $8\vec{i}$، تغییر جهت نداده است.

۴) $-7\vec{i}$، تغییر جهت نداده است.

۷۲- متحرکی در مبدأ زمان حرکت خود را از مبدأ مکان در جهت مثبت محور x شروع کرده است و در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 8s$ به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 10m$ و $x_2 = 6m$ قراردارد. اگر در ۸ ثانیه اول جهت حرکت متحرک فقط یک بار تغییر کرده باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر برای بازهٔ زمانی ۴s تا ۸s قطعاً صحیح است؟

الف) بزرگی بردار مکان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

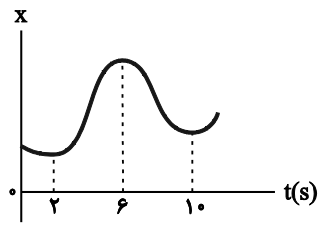
ب) بردار جابه‌جایی در خلاف جهت محور x است.

پ) در این بازهٔ زمانی جهت حرکت تغییر کرده است.

ت) بردار مکان همواره در جهت مثبت محور x است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۳- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟



۱) صفر تا ۲s

۲) صفر تا ۶s

۳) ۲s تا ۱۰s

۴) ۶s تا ۱۰s

۷۴- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 5$ است. مسافت طی شده از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که بردار مکان آن به $-21\vec{i}$ می‌رسد، چند متر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۷ ۳) ۳۰ ۴) ۳۴

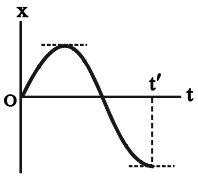
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۵- متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ به‌ترتیب در نقاط $x_1 = 1m$ و $x_2 = -5m$ قرار دارد. تندی متوسط آن بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برحسب متر بر ثانیه الزاماً کدام است؟

۱) $s_{av} = 0/5\ m/s$
۲) $s_{av} = 0/75\ m/s$
۳) $s_{av} \geq 0/75\ m/s$
۴) $s_{av} \leq 0/75\ m/s$

۷۶- در نمودار مکان- زمان زیر، بزرگی سرعت متحرک در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا t'، چگونه تغییر کرده است؟

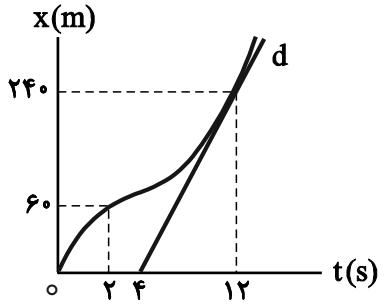


۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش
۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش
۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش و مجدداً کاهش
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش و مجدداً افزایش

۷۷- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی روی خط راست در SI به صورت $x = 2t^2 - 8t + 12$ است. اگر در بازهٔ زمانی صفر تا t، سرعت متوسط متحرک صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) صفر

۷۸- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظهٔ $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیهٔ اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیهٔ هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 12s$ است.)



۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{2}{3}$

۷۹- معادلهٔ مکان –زمان متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t + 21$ است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی که همواره طول بردار مکان آن بدون تغییر جهت در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵
۲) -۵
۳) ۳
۴) -۳

۸۰- متحرکی که بردار مکان آن در لحظهٔ $t_1 = 2s$ به‌صورت $\vec{r}_1 = 10\vec{i}\ m$ می‌باشد با سرعت متوسط $-6m/s$ تا لحظهٔ $t_2 = 4s$ حرکت می‌کند و پس از آن به مدت ۶ ثانیه با سرعت متوسط $+3m/s$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. بردار مکان در پایان جابه‌جایی و سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t_1 = 2s$ تا پایان حرکت به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدامند؟

۱) $16\vec{i}$ و $0/75\vec{i}$
۲) $6\vec{i}$ و $3/75\vec{i}$
۳) $16\vec{i}$ و $3/75\vec{i}$
۴) $6\vec{i}$ و $0/75\vec{i}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱ تا ۲۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- از بالنی که با تندی v به طرف بالا حرکت می‌کند، در ارتفاع ۵۰ متری از سطح زمین گلوله‌ای رها می‌شود. در مدل‌سازی برای حرکت گلوله از کدام‌یک از کمیت‌های زیر می‌توان صرف‌نظر کرد؟

۱) وزن گلوله
۲) تندی بالن
۳) مقاومت هوا
۴) وزن گلوله و تندی بالن

۸۲- کدام یک از یکاهای SI زیر با یکای فرعی خود تطابق ندارد؟

۱) نیوتون $= \frac{kg.m}{s^2}$
۲) پاسکال $= \frac{kg}{m.s^2}$
۳) ژول $= \frac{kg}{m^2.s^2}$
۴) وات $= \frac{kg.m^2}{s^3}$

۸۳- کدام گزینه ۲۱۸ نانومتر را برحسب میکرومتر و با استفاده از نمادگذاری علمی به درستی نشان می‌دهد؟

۱) ۲۱۸×۱۰^{-۳}
۲) ۲۱۸×۱۰^{-۶}
۳) $۲/۱۸\times۱۰^{-۱}$
۴) $۲/۱۸\times۱۰^{۱}$

۸۴- در رابطهٔ فیزیکی $A = \frac{D^2}{BC^2}$، A از جنس نیرو، B از جنس چگالی و C از جنس مسافت هستند. D از جنس چه کمیتی است؟

۱) جرم
۲) حجم
۳) آهنگ شارش جرمی
۴) آهنگ شارش حجمی

۸۵- یک ریزسنج رقمی (دیجیتالی) ضخامت یک ورقه را $۰/۰۴۶\,cm$ اندازه‌گیری کرده است. دقت اندازه‌گیری این ریزسنج چند میلی‌متر است؟

۱) ۰/۰۰۱
۲) ۰/۰۱
۳) ۰/۱
۴) ۱

۸۶- شعاع ظاهری یک کرهٔ فلزی برابر $۵\,cm$ و چگالی آن $۱۲۰۰\frac{kg}{m^3}$ است. اگر جرم کره $۱۸۰\,g$ باشد، حجم حفرهٔ درون آن چند سانتی‌مترمکعب است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۱۵۰
۲) ۳۵۰
۳) ۵۰۰
۴) ۴۵۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۷- مایعی که چگالی آن $۱/۲\frac{g}{cm^۳}$ است در اثر از دست دادن گرما به یک جامد با چگالی $۱/۵\frac{g}{cm^۳}$ تبدیل می‌شود. در این حالت حجم مایع چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۰

۳) ۲۵ ۴) ۴۰

۸۸- وقتی جرم مایعی را ۶ برابر کنیم، حجم آن $۴۰۰cm^۳$ تغییر می‌کند. حجم نهایی مایع چند لیتر است؟ (دما ثابت فرض شود.)

۱) ۴/۸ ۲) ۰/۴۸

۳) ۲/۴ ۴) ۰/۲۴

۸۹- داخل ظرفی به حجم $۴۰۰cm^۳$ مقدار $۷۰۰g$ از مایعی به چگالی $۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ ریخته‌ایم. اگر یک قطعهٔ فلزی به جرم $۸۴۰g$ و چگالی $۶\frac{g}{cm^۳}$ را به آرامی داخل ظرف بیندازیم، چند گرم مایع از ظرف سرریز می‌شود؟

۱) ۲۸۰ ۲) ۱۸۰

۳) ۳۰۰ ۴) ۵۴۰

۹۰- جرم یکسانی از دو مایع A و B را درون دو ظرف خالی مشابه می‌ریزیم. $\frac{۱}{۵}$ از حجم مایع A و $\frac{۱}{۴}$ از حجم مایع B از دو ظرف سرریز می‌شوند. اگر چگالی مایع A، $۳/۲\frac{g}{cm^۳}$ باشد، حال اگر جرم مساوی از دو مایع با یکدیگر مخلوط شوند چگالی مخلوط دو مایع بدون تغییر حجم، چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

۱) $\frac{۹۶}{۳۱}$ ۲) $\frac{۳۱}{۹۶}$

۳) $\frac{۳۱}{۴۸}$ ۴) $\frac{۴۸}{۳۱}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۲: الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱ تا ۳۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- اگر یک میلهٔ ..... خنثی را با پارچهٔ ابریشمی مالش دهیم، تعداد الکترون‌های ..... افزایش و تعداد الکترون‌های ..... کاهش می‌یابد.

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
⋮
ابریشم
پلاستیک
انتهای منفی سری

الف) شیشه‌ای- پارچه- شیشه

ب) پلاستیکی- پارچه- پلاستیک

پ) شیشه‌ای- شیشه- پارچه

ت) پلاستیکی- پلاستیک- پارچه

۱) الف و ت ۲) ب و ت ۳) الف و ب ۴) پ و ت

۹۲- دو ذره با بارهای الکتریکی هم‌اندازه در فاصلهٔ ۶۴cm از یکدیگر ثابت نگه داشته شده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نیروی الکتریکی بین دو ذره برحسب نیوتون باشد؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}$ و $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$)

۱) $\frac{۴}{۹}\times۱۰^{-۲۷}$ ۲) $\frac{۹}{۴}\times۱۰^{-۲۷}$

۳) $\frac{۱۶}{۲۵}\times۱۰^{-۲۷}$ ۴) $\frac{۲۵}{۱۶}\times۱۰^{-۲۷}$

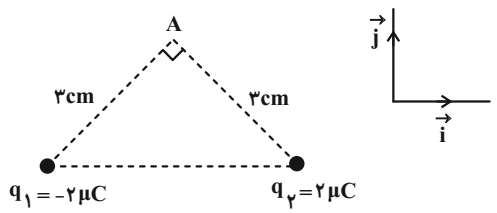
۹۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱ = -۴\mu C$ و $q_۲ = ۳۶\mu C$ در فاصلهٔ ۲۰cm از یکدیگر قرار دارند. بار $q_۳$ را در فاصلهٔ چند سانتی‌متری بار $q_۲$ قرار دهیم تا در آن مکان به حال تعادل باقی بماند؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۴- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



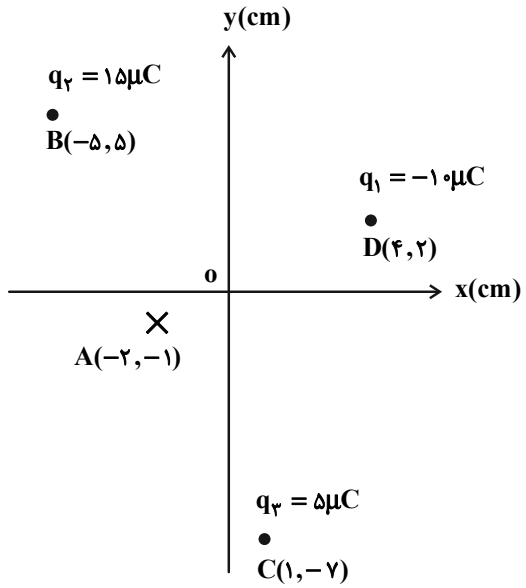
۱) $(۲\sqrt{۲}\times۱۰^۷ \frac{N}{C})\vec{j}$

۲) $(۲\times۱۰^۷ \frac{N}{C})\vec{j}$

۳) $(-۲\sqrt{۲}\times۱۰^۷ \frac{N}{C})\vec{i}$

۴) $(-۲\times۱۰^۷ \frac{N}{C})\vec{i}$

۹۵- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار $q_۱ = -۱۰\mu C$ ، $q_۲ = ۱۵\mu C$ و $q_۳ = ۵\mu C$ در صفحهٔ xoy به ترتیب در نقاط $(۴cm , ۲cm)$، $(۵cm , -۵cm)$ و $(۱cm , -۷cm)$ قرار گرفته‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ A چند نیوتن بر کولن است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



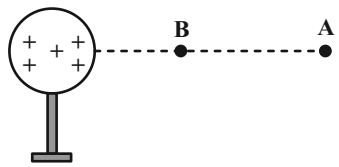
۱) ۴×۱۰^۷

۲) $۲\sqrt{۵}\times۱۰^۷$

۳) $۲\sqrt{۲}\times۱۰^۷$

۴) $۴\sqrt{۲}\times۱۰^۷$

۹۶- مطابق شکل زیر، ذرهٔ باردار منفی و کوچکی را از حالت سکون، از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B که در مجاورت کرهٔ باردار قرار دارد، جابه‌جا می‌کنیم. در این جابه‌جایی، کار میدان الکتریکی، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی $(\Delta V = V_B - V_A)$ بین نقطه‌های A و B، مطابق کدام گزینه است؟



۱) $\Delta V > ۰$ ، $\Delta U > ۰$ ، $W_E < ۰$

۲) $\Delta V < ۰$ ، $\Delta U < ۰$ ، $W_E > ۰$

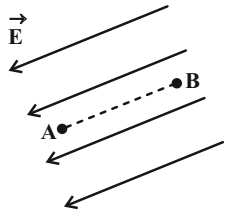
۳) $\Delta V > ۰$ ، $\Delta U < ۰$ ، $W_E > ۰$

۴) $\Delta V > ۰$ ، $\Delta U < ۰$ ، $W_E < ۰$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۷- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q = -5\mu C$، با تندی ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت $4\times10^5 \frac{N}{C}$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر فاصلهٔ A تا B، ۱۲cm باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ باردار چند میکروژول است؟



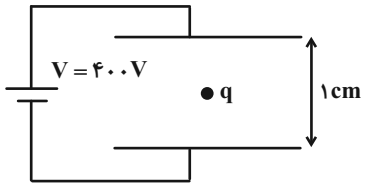
۱) $-2/4\times10^7$

۲) $-2/4\times10^5$

۳) $2/4\times10^5$

۴) $2/4\times10^7$

۹۸- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم ۰/۰۲g در فضای بین دو صفحهٔ رسانای موازی که به اختلاف پتانسیل ۴۰۰V متصل هستند به حالت معلق قرار دارد. نوع بار ذره چیست و اندازهٔ آن در SI چقدر است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



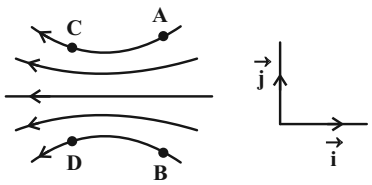
۱) مثبت، ۵

۲) منفی، ۵

۳) مثبت، 5×10^{-9}

۴) منفی، 5×10^{-9}

۹۹- الکترونی در میدان الکتریکی شکل زیر قرار دارد و بر آن نیروی $\vec{F} = (1mN)\vec{i} + (1mN)\vec{j}$ وارد می‌شود. این الکترون در کدام یک از نقاط میدان الکتریکی می‌تواند قرار بگیرد؟



۱) A

۲) B

۳) C یا D

۴) D یا A

۱۰۰- به دو کرهٔ رسانا به قطرهای ۴cm و ۸cm به مقدار مساوی بار الکتریکی می‌دهیم. اختلاف چگالی سطحی دو کره چند درصد چگالی سطحی کرهٔ کوچک‌تر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا انتهای اسیدها و بازها): صفحه‌های ۱ تا ۱۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۰۱- کدام گزینه درست است؟ $(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) اتیلن گلیکول برخلاف اتانول امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را ندارد.

۲) در فرمول پیوند- خط وازلین $(C_{25}H_{52})$، ۲۵ خط وجود دارد.

۳) عسل از مولکول‌هایی قطبی تشکیل شده است که در ساختار آن‌ها شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل وجود دارد.

۴) بیش از یک چهارم جرم یک مولکول اوره را اتم‌های کربن موجود در آن تشکیل داده‌اند.

۱۰۲- با توجه به ترکیب‌های زیر، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

$C_{17}H_{33}COONa$ (A) $\quad C_{57}H_{104}O_6$ (B) $\quad C_{20}H_{33}SO_3Na$ (C)

الف) ترکیب (A) برخلاف (C)، در آب حاوی مقادیر چشمگیر یون‌های منیزیم و کلسیم، خاصیت پاک‌کنندگی دارد.

ب) زنجیرهٔ آلکیل ترکیب (C) همانند (A) خطی و سیر شده است.

پ) از واکنش هر مول مادهٔ B با سه مول سدیم هیدروکسید، ۳ مول مادهٔ (A) و ترکیبی با فرمول مولکولی $C_3H_8O_3$ تولید می‌شود.

ت) بین اتم‌های تشکیل دهندهٔ آنیون مادهٔ (C) پیوند کووالانسی وجود دارد و این ماده، در صنعت طی واکنش‌های پیچیده‌ای تولید می‌شود.

۱) الف ، پ ۲) پ ، ت ۳) ب ، ت ۴) الف ، ب

۱۰۳- در ساختار یک صابون مایع با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی بخش آنیونی به بخش کاتیونی برابر با ۱۱/۵ می‌باشد. از واکنش ۱/۳ مول از این صابون با مقداری آب سخت حاوی یون منیزیم، چند گرم رسوب سفیدرنگ ایجاد می‌شود؟ $(Mg=24 , O=16 , C=12 , H=1 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۲۸/۹ ۲) ۶۷۵/۸ ۳) ۳۲۹/۸ ۴) ۶۵۹/۶

۱۰۴- با توجه به مخلوط‌های A، B و C، کدام موارد از عبارت‌های زیر، نادرست است؟

A = محلول مس (II) سولفات

B = مخلوط آب و روغن و صابون

C = شربت معده

الف) محلول A، شامل یون‌هایی است که نور را عبور می‌دهند و ته‌نشین نمی‌شوند.

ب) مخلوط B، شامل توده‌های مولکولی است و نور را پخش نمی‌کند.

پ) C یک مخلوط ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

ت) مخلوط A و C در پایداری متفاوت و در پخش نور یکسان عمل می‌کنند.

۱) الف، ب ۲) ب، پ ۳) ب، ت ۴) پ، ت

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۵- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

* در فرایند پاک شدن لکهٔ چربی قرار گرفته بر روی پارچه توسط آب و صابون، سطح خارجی صابون و قطرهٔ چربی دارای بار منفی است.
* جنس پارچه در میزان پاک‌کنندگی صابون تأثیرگذار است.
* تأثیر افزودن آنزیم به صابون و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن، مشابه اثر افزایش دمای آب در بهبود پاک‌کنندگی است.
* هر مول یون منیزیم محلول در آب، می‌تواند دو برابر جرم خود، صابون را از فرایند پاک‌کنندگی حذف کند.
* هر چه سرعت هم زدن مخلوط آب و صابون بیشتر باشد، به ازای مقادیر یکسان از آب و صابون، کف بیشتری تولید می‌شود.

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۶- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف) اتیلن گلیکول به دلیل داشتن دو قسمت قطبی و ناقطبی، هم در آب و هم در هگزان حل می‌شود.

ب) مولکول‌های اسیدهای چرب امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

پ) ماده‌ای با فرمول شیمیایی C_3H_7COOH انتخاب مناسبی برای تولید صابون جامد نیست.

ت) صابون هم در آب و هم در چربی حل می‌شود، پس می‌توان نتیجه گرفت مخلوط سه تایی آب، صابون و چربی یک محلول است.

۱) الف ، ب ۲) ب ، پ

۳) پ، ت ۴) الف ، ت

۱۰۷- در یک لیتر از محلول منیزیم کلرید، غلظت یون‌های کلرید برابر $28400ppm$ است. برای جلوگیری از تشکیل رسوب در این محلول، در ۴۰۰ گرم از صابون به کار رفته، به تقریب چند درصد جرمی آن باید شامل یون‌های فسفات باشد؟ (۷۵٪ یون‌های فسفات موجود در صابون در واکنش شرکت می‌کنند؛ چگالی محلول برابر $1g.mL^{-1}$ است؛ واکنش‌ها موازنه شوند.)

$(Cl = 35/5 , P = 31 , O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) $MgCl_2(aq) \rightarrow Mg^{2+}(aq) + Cl^-(aq)$

۲) $PO_4^{3-}(aq) + Mg^{2+}(aq) \rightarrow Mg_3(PO_4)_2(s)$

۱) ۱۶/۹۰ ۲) ۲۵/۳۳

۳) ۱۲/۶۶ ۴) ۸/۴۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۸- نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. اگر در این واکنش ۲۶۸ گرم پودر با خلوص ۹۰ درصد استفاده شود، حداکثر چند لیتر گاز تولید می‌شود؟ (مخلوط پودری با نسبت استوکیومتری با هم مخلوط شده‌اند. بازده واکنش ۶۰ درصد می‌باشد و چگالی گاز تولیدی $۱/۲ g.L^{-۱}$ است.)

$(Al = ۲۷ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$Al(s) + NaOH(s) + H_۲O(l) \rightarrow NaAl(OH)_۴(s) + H_۲(g)$ (معادله موازنه نشده است.)

۱) ۲/۷ ۲) ۱۰/۸

۳) ۵/۴ ۴) ۶/۶

۱۰۹- با توجه به واکنش‌های (I) و (II) چند مورد از عبارت‌های زیر، نادرست است؟

I) $N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ...$ II) $CaO + H_۲O \rightarrow ...$

الف) شمار انواع گونه‌های تولید شده در واکنش (I) و (II) برابر است.

ب) $N_۲O_۵$ ضمن حل شدن در آب برخلاف CaO، اسید آرنیوس است.

پ) غلظت $[OH^-]$ در محلول حاصل از واکنش (I)، بیشتر از غلظت $[OH^-]$ در محلول حاصل از واکنش (II) است.

ت) $N_۲O_۵$ همانند فراوردهٔ واکنش (I)، نوعی ترکیب مولکولی ولی CaO همانند فراوردهٔ واکنش (II) نوعی ترکیب یونی است.

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۱۱۰- ۳۳/۹۲ گرم از یک استر بلند زنجیر سه عاملی که اسیدهای چرب یکسان با زنجیر هیدروکربنی سیرشده در ساختار آن وجود دارند، با ۱۲ لیتر محلول ۰/۰۱ مولار پتاسیم هیدروکسید واکنش داده و طی آن صابون تولید می‌شود. کدام یک از فرمول‌های زیر را می‌توان به این استر نسبت داد و در ساختار استر مورد نظر چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

$(C = ۱۲ , H = ۱ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۷۲ ، $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ ۲) ۱۷۲ ، $C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$

۳) ۱۶۶ ، $C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$ ۴) ۱۶۶ ، $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۳ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد عنصر منیزیم، درست است؟

- دارای سه ایزوتوپ است که فراوانی $^{26}_{12}Mg$ از دو ایزوتوپ دیگر آن کمتر است.
- چهارمین عنصر فراوان در کرهٔ زمین محسوب می‌شود.
- در پایدارترین ایزوتوپ آن، شمار پروتون‌ها با شمار نوترون‌ها برابر است.
- سرعت واکنش $^{26}_{12}Mg$ با گاز کلر در شرایط یکسان، بیشتر از سرعت واکنش دو ایزوتوپ دیگر آن با گاز کلر است.
- برای جداسازی ایزوتوپ‌های آن از یکدیگر روش‌های شیمیایی مناسب‌تر از روش‌های فیزیکی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

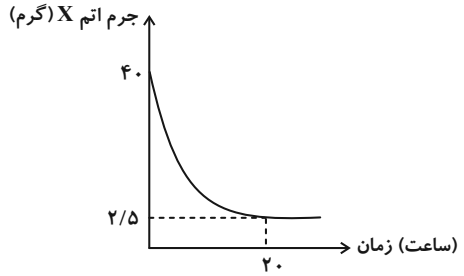
۱۱۲- اگر نسبت تعداد الکترون‌های یون $^{108}A^{3+}$ به تعداد ذره‌های زیراتمی بدون بار آن، $\frac{2}{3}$ باشد، شمارهٔ دوره و گروه عنصر A به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۵- ۱۵ ۲) ۶- ۹ ۳) ۵- ۹ ۴) ۴- ۱۵

۱۱۳- پاسخ صحیح هر سه پرسش زیر، به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟

آ) در یون فسفات (PO_4^{3-}) مجموع شمار ذرات زیر اتمی کدام است؟ ($^{31}_{15}P$ و $^{16}_{8}O$)

ب) با توجه به نمودار مقابل، نیم‌عمر عنصر X چند ساعت است؟



پ) اگر در یون پایدار $^{31}A^{3-}$ اختلاف تعداد نوترون و الکترون برابر ۲ باشد، عدد اتمی A کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۴۵ ، ۵ ، ۱۵ ۲) ۱۴۲ ، ۴ ، ۱۲ ۳) ۱۴۵ ، ۵ ، ۱۲ ۴) ۱۴۲ ، ۵ ، ۱۵

۱۱۴- اگر A، B، C، D و E عنصرهای متوالی در دورهٔ پنجم جدول تناوبی باشند و در جدول تناوبی برای عنصر B جرم اتمی میانگین تعریف نشده باشد، کدام مطلب درست است؟ (نمادها فرضی هستند.)

۱) اختلاف عدد اتمی D با گاز نجیب دورهٔ سوم جدول دوره‌ای برابر ۲۷ است.
۲) عدد اتمی A سه برابر عدد اتمی یکی از عنصرهای گروه ۲ جدول دوره‌ای است.
۳) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در ایزوتوپی از B که در پزشکی کاربرد دارد، بزرگ‌تر از ۱/۵ است.
۴) یکی از عنصرهای هم‌گروه E در جدول تناوبی، بیشترین درصد فراوانی را در کرهٔ زمین دارد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۵- با توجه به جدول داده شده، جرم $۹/۰۳\times۱۰^{۲۲}$ مولکول $A_۲B_۳$ چند گرم است؟ (نماد عنصرها فرضی است.)

اتم	^{۱۴}A	^{۱۵}A	^{۱۶}B	^{۱۷}B	^{۱۸}B
درصد فراوانی	۷۵	۲۵	۸۰	۱۰	۱۰

۱) ۱۳/۲۷

۲) ۱۱/۶۱

۳) ۱۶/۱۱

۴) ۱۲/۳۷

۱۱۶- عنصر A، دارای ۴ ایزوتوپ ^{۱۴}A ، ^{c}A ، ^{b}A و ^{۱۱}A (به‌طوری که $۱۴ > c > b > ۱۱$) است. اگر درصد فراوانی ^{b}A با ^{c}A یکسان و برابر ۲۰ درصد باشد، جرم اتمی میانگین این عنصر برحسب a در کدام گزینه آمده است؟ (a درصد فراوانی ^{۱۱}A است.) (نمادها فرضی هستند.)

۱) $۱۳ - ۰/۵a$ ۲) $۱۲/۵ - ۰/۰۸a$ ۳) $۱۳/۴ - ۰/۰۳a$ ۴) $۱۳/۹ - ۰/۰۶a$

۱۱۷- مجموع شمار اتم‌ها در ۵۴ گرم N_xO_y برابر $۲/۱۰۷\times۱۰^{۲۴}$ است. حاصل $\frac{y}{x}$ کدام است؟ $(N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۰/۵

۱۱۸- کدام گزینه، درست است؟

۱) پرتوهای نور اجاق گاز در سوختن کامل، پس از عبور از منشور شکست بیشتری نسبت به نور ناشی از گرم شدن سشوار صنعتی دارد.

۲) گلوکز نشان‌دار برخلاف گلوکز معمولی، توسط توده‌های سرطانی جذب می‌شود.

۳) ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، $^{۷}_{۱}H$ است.

۴) تکنسیم مورد نیاز در فرایند تصویربرداری پزشکی را می‌توان در واکنش‌گاه‌های هسته‌ای ذخیره کرد.

۱۱۹- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) دانشمندان نور رسیده از ستارگان را با دستگاه طیف‌سنج تجزیه کرده و نوع عنصرهای آن‌ها را تشخیص می‌دهند.

ب) امواج نشر شده از کنترل تلویزیون مستقیماً با چشم قابل مشاهده است.

پ) رنگین کمان در اثر تجزیهٔ نور سفید خورشید به وسیلهٔ قطره‌های آب حاصل شده و گستره‌ای از رنگ‌های سرخ تا بنفش را در بر می‌گیرد.

ت) پرتوهای الکترومغناطیسی با خود انرژی حمل می‌کنند که طول موج آن‌ها با انرژی رابطهٔ عکس دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۰- ماده‌ای ناشناخته را روی شعله قرار داده‌ایم. اگر طول موج پرتو حاصل از رنگ شعله، بلندتر از رنگ آبی و کوتاه‌تر از رنگ زرد باشد، این مادهٔ ناشناخته کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) لیتیم کلرید ۲) مس (II) سولفات ۳) لیتیم نیترات ۴) سدیم کلرید

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱ تا ۲۵ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) امروزه به دلیل صرفه‌جویی اقتصادی، تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی کاهش یافته است.

ب) تمام قطعه‌های دوچرخه، از فراوری مواد نفتی موجود در زمین به دست می‌آیند.

پ) شکوه و عظمت تمدن امروزی تا حدود زیادی مدیون مواد جدیدی است که از شیشه، فلز، الیاف و ... ساخته شده‌اند.

ت) همهٔ مواد طبیعی و بخش اندکی از مواد مصنوعی از کرهٔ زمین به دست می‌آیند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۲- پاسخ درست هر سه پرسش زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه بیان شده است؟

الف) در گروه ۱۴ جدول تناوبی تفاوت عدد اتمی دومین عنصر شبه‌فلزی و نخستین عنصر فلزی کدام است؟

ب) تعداد عنصرهای فلزی در دورهٔ چهارم جدول تناوبی که در نام‌گذاری ترکیب یونی آن‌ها از عدد رومی استفاده نمی‌شود، کدام است؟

پ) در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای (به جز آرگون)، بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین کدام دو عنصر است؟

۱) ۳۶ ، ۵ ، Al و Si ۲) ۱۸ ، ۵ ، Na و Cl

۳) ۱۸ ، ۴ ، Al و Si ۴) ۳۶ ، ۴ ، Na و Cl

۱۲۳- اگر یون‌های A^{2+}، B^{2-} و C^{-} هر سه هم الکترون باشند و مجموع عدد اتمی آن‌ها برابر ۲۹ باشد، چند مورد از عبارت های زیر در مورد آن‌ها نادرست است؟ (نمادها فرضی هستند.)

الف) مقایسهٔ شعاع اتمی آن‌ها به صورت $C < B < A$ است.

ب) در جدول تناوبی، حالت فیزیکی عنصرهای قبل و بعد از عنصر B در دمای اتاق، با عنصر ماقبل A متفاوت است.

پ) عنصرهای B و C برخلاف A فاقد خاصیت چکش‌خواری بوده و در حالت جامد در اثر ضربه خرد می‌شوند.

ت) عنصر بعد از A در جدول دوره‌ای برخلاف عنصر ماقبل B، یون پایدار تشکیل نمی‌دهد و الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۴- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون $^{59}X^{3+}$ برابر ۸ باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر دربارهٔ عنصر X درست است؟

(نماد عنصرها فرضی است.)

* این عنصر به دستهٔ d از دورهٔ چهارم جدول تناوبی و گروه ۸ تعلق دارد و یون‌های آن رنگی است.
* نسبت شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اشغال شده به الکترون‌های لایهٔ اول اتم آن، برابر ۳/۵ است.
* تعداد زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده در آن و $_{35}Z$ متفاوت است.
* مجموع n و l الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۴۳ است.
* شمار الکترون‌ها با $l=1$ آن با شمار الکترون‌های $l=1$ در $_{24}Y$ برابر است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۲۵- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

آ) در معادلهٔ « $FeO(s)+Cu(s) \rightarrow CuO(s)+Fe(s)$ » واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

ب) در معادلهٔ « $C(s)+2CuO(s) \rightarrow CO_2(g)+2Cu(s)$ » واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها بیشتر است.

پ) در معادلهٔ « $3Mg(s)+Fe_2O_3(s) \rightarrow 3MgO(s)+2Fe(s)$ » واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

ت) در معادلهٔ « $C(s)+2Na_2O(s) \rightarrow 4Na(s)+CO_2(g)$ » واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها کمتر است.

۱) آ، پ، ت ۲) ب، پ، ت ۳) آ، ب ۴) ب، ت

۱۲۶- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) ششمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت یافت می‌شود.

ب) در میان عنصرهای دورهٔ چهارم جدول تناوبی، تعداد عنصرها با زیرلایهٔ 3d کاملاً پر ۷ واحد بیشتر از تعداد عنصرهای با زیرلایهٔ 3d نیمه پر است.

پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اولین فلز واسطه که زیرلایهٔ 3d آن پر می‌شود، برابر با ۵۸ است.

ت) نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

۱) ب، ت ۲) الف، ب، پ

۳) ب، پ ۴) الف، ت

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۷- اگر در واکنش تجزیهٔ $CaCO_3$ پس از انجام واکنش جرم کل مواد جامد موجود ۳۰/۸٪ کاهش پیدا کند، بازده درصدی واکنش کدام است؟ $(Ca=40 , C=12 , O=16 : g.mol^{-1})$

$CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۳۰
۴) ۷۰

۱۲۸- از واکنش کامل تیغه‌ای فلزی از جنس مس به جرم ۰/۲ گرم با ۲ لیتر محلول $5\times10^{-3} mol.L^{-1}$ نیتریک اسید، چند میلی‌لیتر فراوردهٔ گازی در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵ لیتر بر مول است، به دست می‌آید و درصد ناخالصی این تیغهٔ مسی کدام است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید، ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند؛ $Cu=64 : g.mol^{-1}$)

$Cu(s) + HNO_3(aq) \rightarrow Cu(NO_3)_2(aq) + NO_2(g) + H_2O(l)$ (معادلهٔ واکنش موازنه شود.)

۱) ۶۲/۵ ، ۲۰
۲) ۱۲۵ ، ۸۰
۳) ۱۲۵ ، ۲۰
۴) ۶۲/۵ ، ۸۰

۱۲۹- به‌ازای مصرف ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار $KMnO_4$، به‌تقریب چند گرم فراوردهٔ آلی با خلوص ۷۵٪ به دست می‌آید؟ (معادله موازنه نشده است و بازده واکنش ۹۰٪ می‌باشد.) $(C=12 , O=16 , H=1 : g.mol^{-1})$

$C_8H_{10} + KMnO_4 \rightarrow C_8H_6O_4 + KOH + MnO_2$

۱) ۳/۹۹
۲) ۶/۶
۳) ۴/۹۴
۴) ۱۷/۳

۱۳۰- ۱۱۲۰ گرم گاز نیتروژن با مقدار کافی گاز هیدروژن، با بازده ۷۵ درصد، واکنش داده و آمونیاک تولید می‌کند. در فراوردهٔ حاصل چه تعداد پیوند کووالانسی وجود دارد و اگر فراوردهٔ حاصل را بسوزانیم و فراورده‌ها را به شرایط STP برسانیم، چند لیتر گاز در اثر سوختن آمونیاک تولید می‌شود؟ $(N=14 , H=1 : g.mol^{-1})$

واکنش موازنه نشدهٔ سوختن آمونیاک : $NH_3 + O_2 \rightarrow NO + H_2O$

۱) $1/0836\times10^{26}$ ، ۱۷۹۲
۲) $1/4444\times10^{26}$ ، ۱۷۹۲
۳) $1/4444\times10^{26}$ ، ۱۳۴۴
۴) $1/0836\times10^{26}$ ، ۱۳۴۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۱مهر ماه ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-علی سرآبادانی-کامیار علّییون مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف‌زاده-چهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-محمد حمیدی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-کیوان دارابی-فراز دعاگوی‌تهرانی-سوگند روشنی فرشاد صدیقی‌فر-امیر مالمیر-مهرداد ملوندی-حمید ناصر
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی منصف‌شکری
	فیزیک	عبدالرضا امینی‌نسب-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محمدعلی راست‌پیمان-سیدمحمدرضا روحانی‌راد-مریم شیخ‌ممو شیلا شیرزادی-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی محمدکاظم منشادی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی-مسعود طبرسا امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی‌دوست-حسن لشکری-امیرحسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا نداف‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	مصطفی کیانی زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	امیررضا حکمت‌نیا محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	ماهان زواری پارسا نوروزی‌منش	کیارش صانعی	کیارش صانعی	دانیال راستی کیارش صانعی	ماهان زواری بنیامین یعقوبی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین‌نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۴»** (مسعود برملا)

دو زوج $(۱ , ۳)$ و $(۱ , a^۲-۲a)$ در این رابطه حضور دارند. پس برای تابع بودن f، لازم است مؤلفه‌های دوم این دو زوج برابر باشند:

$$a^۲-۲a=۳ \Rightarrow a^۲-۲a-۳=(a-۳)(a+۱)=۰$$
$$\Rightarrow a=۳ \quad \text{یا} \quad -۱$$

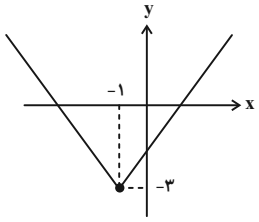
به ازای $a=-۱$ به خاطر دو زوج $(۴ , -۱)$ و $(۶ , -۱)$ رابطهٔ f تابع نمی‌شود. به ازای $a=۳$ تابع f به صورت زیر خواهد بود:

$$f=\{(۱ , ۳) , (۳ , ۶) , (-۱ , ۴)\}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۲- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا نداف‌زاده)

برای رسم نمودار تابع $y=|x+۱|-۳$، نمودار تابع $y=|x|$ را یک واحد به چپ و ۳ واحد به پایین منتقل می‌کنیم و داریم:



برد این تابع بازهٔ $(+\infty , -۳]$ است و می‌دانیم برد زیرمجموعهٔ هم دامنه باید باشد. پس در گزینه‌ها، بازهٔ $(+\infty , -۵]$ می‌تواند هم‌دامنه باشد.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۳- **گزینهٔ «۳»** (کامیار علّیون)

در دامنه هر دو ضابطه $x=\pm ۱$ حضور دارد، پس مقدار ضابطه‌ها به ازای $x=\pm ۱$ باید برابر باشند:

$$x=-۱ : \quad a-(-۲)^۲=\frac{(-۱)^۲+b(-۱)-۱}{(-۱)+۲} \Rightarrow a-۴=-b$$
$$\Rightarrow a+b=۴ \qquad (I)$$

$$x=۱ : \quad a-(۰)^۲=\frac{(۱)^۲+b(۱)-۱}{(۱)+۲} \Rightarrow a=\frac{b}{۳} \qquad (II)$$

از دستگاه دو معادله- دو مجهول بالا $a=۱$ و $b=۳$ به دست می‌آید.

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} ۱-(x-۱)^۲ & ; \ |x|\le ۱ \\ \dfrac{x^۲+۳x-۱}{x+۲} & ; \ |x|\ge ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(a+b)=f(۴)=\frac{۲۷}{۶}=\frac{۹}{۲}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا نداف‌زاده)

دامنهٔ تابع g مجموعهٔ $\mathbb{R}-\{-۳\}$ است. باید دامنهٔ f هم همین مجموعه باشد، این یعنی مخرج ضابطهٔ $f(x)$ باید ریشهٔ مضاعف $x=-۳$ را داشته باشد، پس داریم:

$$x^۲-۲cx+۹=(x+۳)^۲=x^۲+۶x+۹$$
$$\Rightarrow -۲c=۶ \Rightarrow c=-۳$$

ضابطه‌ها هم باید برابر باشند، پس $f(x)$ باید برابر $\dfrac{(x+۲)(x+۳)}{(x+۳)^۲}$ باشد.

$$\Rightarrow x^۲-ax+b=(x+۲)(x+۳)=x^۲+۵x+۶$$
$$\Rightarrow a=-۵ \ , \ b=۶$$

در نهایت داریم: $a+b+c=-۲$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۵- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا نداف‌زاده)

ضابطهٔ تابع f می‌تواند دو حالت داشته باشد. اگر شیب آن را مثبت فرض کنیم، باید از نقاط $(۴ , -۱)$ و $(۷ , ۲)$ عبور کند و اگر شیب را منفی در نظر بگیریم، باید از نقاط $(۷ , -۱)$ و $(۴ , ۲)$ بگذرد. در این دو حالت ضابطهٔ تابع f به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(-۱, ۴) , (۲, ۷) \text{ شیب } = \frac{۷-۴}{۲-(-۱)}=۱ \Rightarrow f(x)=x+۵$$

$$(-۱, ۷) , (۲, ۴) \text{ شیب } = \frac{۴-۷}{۲-(-۱)}=-۱ \Rightarrow f(x)=-x+۶$$

در نتیجه ضابطهٔ تابع $y=f(۲x)-۳$ می‌تواند $۲x+۲$ یا $-(۲x)+۶-۳=-۲x+۳$ باشد.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۶- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)

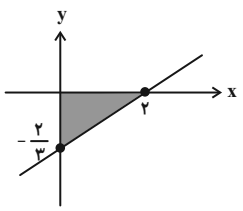
ضابطهٔ تابع f را به صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$g(x)=f(x+۳)+f(۲x+۱)=(a(x+۳)+b)+(a(۲x+۱)+b)$$
$$=۳ax+۴a+۲b$$

ضابطهٔ این تابع باید با ضابطهٔ $y=x$ متحد باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳a=۱ \Rightarrow a=\dfrac{۱}{۳} \\ ۴a+۲b=۰ \Rightarrow b=-۲a=-\dfrac{۲}{۳} \end{cases}$$

پس ضابطهٔ تابع f، $f(x)=\dfrac{x-۲}{۳}$ است. نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



مثلث رنگی شکل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S=\frac{\frac{۲}{۳}\times ۲}{۲}=\frac{۲}{۳}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۰۳)

https://konkur.info

۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی ملارمضانی)*

در تابع خطی $f(x)=ax+b$ داریم:

$$f(x)=ax+b \quad , \quad f(\frac{۲}{x})=\frac{۲a}{x}+b$$

$$\Rightarrow ax+b+\frac{۲a}{x}+b=\frac{۳x^۲-x+۶}{۳x}$$

$$\Rightarrow \frac{۳ax^۲+۶bx+۶a}{۳x}=\frac{۳x^۲-x+۶}{۳x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳a=۳\Rightarrow a=۱ \\ ۶b=-۱\Rightarrow b=-\frac{۱}{۶} \end{cases}$$

بنابراین ضابطهٔ f به صورت زیر است و داریم:

$$f(x)=x-\frac{۱}{۶}\Rightarrow f(\frac{۷}{۶})=۱$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۰۳)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

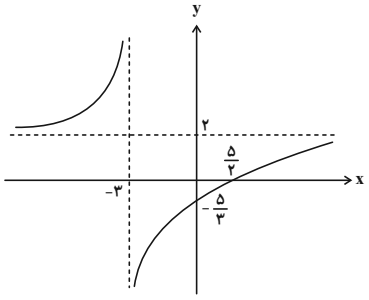
ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۲x+۶-۱۱}{x+۳}=۲-\frac{۱۱}{x+۳}$$

یعنی اگر داشته باشیم $g(x)=\frac{۱}{x}$، ضابطهٔ تابع f برابر است با:

$$f(x)=۲-۱۱g(x+۳)$$

این یعنی برای رسم نمودار تابع f، نمودار تابع $g(x)=\frac{۱}{x}$ را ۳ واحد به چپ می‌بریم، سپس عرض نقاط آن را در ۱۱- ضرب می‌کنیم و سپس ۲ واحد به بالا می‌بریم. نمودار این تابع مطابق شکل زیر است:



(حسابان ۱-تابع؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(علی سرآبادانی)*

راه‌حل بهتر این است که نمودار تابع g را ۲ واحد به راست و ۳ واحد به بالا منتقل کنیم تا به نمودار تابع f برسیم: $f(x)=g(x-۲)+۳$

$$\Rightarrow f(x)=((x-۲)^۲-۲(x-۲)+۳)+۳=x^۲-۶x+۱۴$$

پس $a=۶$ و $b=۱۴$ و در نتیجه $a+b=۲۰$ است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(کامیار علّیون)*

ابتدا مختصات A'، نقطهٔ نظیر A روی تابع $y=۲f(۲x-m)+۱$ را به دست می‌آوریم:

$$f(۲)=۵\Rightarrow ۲x-m=۲\Rightarrow x=\frac{m+۲}{۲}$$

$$y=۲f(۲)+۱=۱۱\Rightarrow A'(\frac{m+۲}{۲}\ ,\ ۱۱)$$

حال برای این که نقطهٔ A' پایین‌تر از خط $y=۲x-۱$ نباشد، داریم:

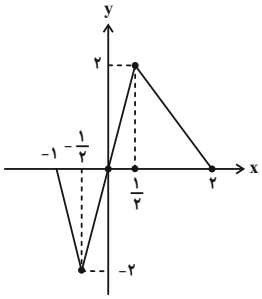
$$y_{A'}\geq ۲x_{A'}-۱\Rightarrow ۱۱\geq ۲(\frac{m+۲}{۲})-۱\Rightarrow m\leq ۱۰$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود برملا)*

در ابتدا عرض نقطه با طول $x=-۲$ را حساب می‌کنیم. از دو نقطهٔ $(۲\ ,\ ۰)$ و $(۰\ ,\ -۱)$ خطی با معادلهٔ $y=۲x+۲$ می‌گذرد. با جای‌گذاری $x=-۲$ در آن، عرض نقطهٔ $y=-۲$ به دست می‌آید.

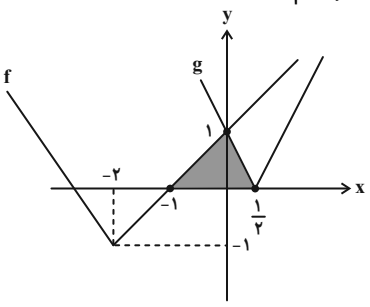
حال برای رسم نمودار تابع g، نمودار f را ابتدا یک واحد به راست می‌بریم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار تابع g به صورت زیر خواهد شد.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

برای رسم نمودار تابع f، نمودار $y=|x|$ را دو واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم. برای رسم g نیز، نمودار تابع $y=|x|$ را ابتدا ۱ واحد به راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار توابع f و g در شکل زیر رسم شده‌اند:



مثلث رنگی در شکل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S=\frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۲})(۱)=\frac{۳}{۴}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

https://konkur.info

۱۳- **گزینهٔ «۳»** (کامیار علّیون)

مسیر انتقال تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $y=f(x) \xrightarrow{\text{۱ واحد راست}} y=f(x-1) \xrightarrow[\text{راستای عمودی و افقی}]{\text{دو برابر منبسط در}}$

$y=۲f(\frac{۱}{۲}x-1) \xrightarrow{\text{۱ واحد بالا}} y=۲f(\frac{۱}{۲}x-1)+1$

۲) $y=f(x) \xrightarrow{\text{۱ واحد بالا و } \frac{۱}{۲} \text{ واحد راست}} y=f(x-1)+\frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow[\text{راستای عمودی و افقی}]{\text{دو برابر منبسط در}} y=۲(f(\frac{۱}{۲}x-1)+\frac{۱}{۲})=۲f(\frac{۱}{۲}x-1)+1$

۳) $y=f(x) \xrightarrow{\text{}\frac{۱}{۲}\text{ واحد بالا}} y=f(x)+\frac{۱}{۲} \xrightarrow[\text{راستای عمودی و افقی}]{\text{دو برابر منبسط در}}$

$y=۲(f(\frac{۱}{۲}x)+\frac{۱}{۲})=۲f(\frac{۱}{۲}x)+1 \xrightarrow{\text{۱ واحد راست}}$

$y=۲f(\frac{۱}{۲}(x-1))+1=۲f(\frac{۱}{۲}x-\frac{۱}{۲})+1$

۴) $y=f(x) \xrightarrow[\text{راستای عمودی و افقی}]{\text{دو برابر منبسط در}} y=۲f(\frac{۱}{۲}x)$

$\xrightarrow{\text{۲ واحد راست}} y=۲f(\frac{۱}{۲}(x-۲))=۲f(\frac{۱}{۲}x-1)$

$\xrightarrow{\text{۱ واحد بالا}} y=۲f(\frac{۱}{۲}x-1)+1$

بنابراین گزینهٔ «۳»، مسیر نادرست می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** (مسعود برملا)

در ضابطهٔ تابع f عبارت $\sqrt{۴-x^۲}$ را داریم که محدودهٔ قابل قبول x برای آن $[-۲\ ,\ ۲]$ است، پس برای این‌که دامنهٔ f دو عضوی باشد، باید $x=\pm ۲$ ریشه‌های عبارت $۲x^۲+ax+b$ باشند، تا دامنهٔ تابع f همین $x=-۲$ و $x=+۲$ شوند. داریم:

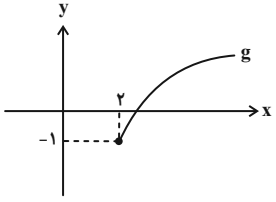
$۲x^۲+ax+b=۲(x+۲)(x-۲)=۲x^۲-۸$

$\Rightarrow a=۰\ ,\ b=-۸$

پس ضابطهٔ تابع g به صورت $g(x)=\sqrt{۴x-۸}-1$ است.

$g(x)=۲\sqrt{x-۲}-1$

با انتقال دو واحد به راست نمودار تابع $y=\sqrt{x}$، انبساط عمودی آن با ضریب ۲ و انتقال آن به اندازهٔ یک واحد به پایین، نمودار تابع g حاصل می‌شود.



این نمودار فقط از ربع اول و چهارم می‌گذرد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

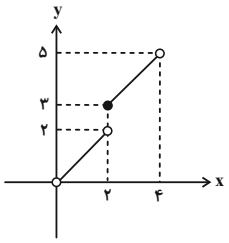
۱۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرمحمد باقری‌نصرآبادی)

به صورت زیر، در بازه‌های مختلف ضابطه‌های مختلف تابع f را به دست می‌آوریم:

$۰<x<۲ \Rightarrow ۰<\frac{x}{۲}<1 \Rightarrow [\frac{x}{۲}]=۰ \Rightarrow f(x)=x$

$۲\le x<۴ \Rightarrow 1\le \frac{x}{۲}<۲ \Rightarrow [\frac{x}{۲}]=1 \Rightarrow f(x)=x+1$

و نمودار تابع به صورت زیر است:



سطح زیر این نمودار از یک مثلث و یک ذوزنقه تشکیل شده است که مساحت آن برابر است با:

$S=(\frac{۲\times ۲}{۲})+(\frac{۳+۵}{۲})\times ۲=۲+۸=۱۰$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا نداف‌زاده)

شاخهٔ اول نمودار (یعنی قسمتی که در بازهٔ $[۰\ ,\ b[$ است)، زمانی رخ می‌دهد که $[x]$ و $[ax]$ هر دو صفر باشند. این نکته هم بدیهی است که تابع جزءصحیحی، در جایی دچار ناپیوستگی می‌شود که در حداقل یکی از عبارت‌های جزءصحیحی مقدار عبارت داخل جزءصحیح، صحیح شود.

در این سؤال، در $x=b$ حداقل یکی از عبارت‌های x یا ax مقدار صحیح به خود می‌گیرد. اگر $[x]$ را محدودکننده در نظر بگیریم، $b=1$ و $۰<a<1$ خواهد بود. در این صورت حد چپ تابع در $x=b$ باید ۱ باشد، نه $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$. به این نکته دقت کنید که با شرط $۰<a<1$، در بازهٔ $[۰\ ,\ 1)$ تابع $y=\sqrt{x}$ را خواهیم داشت. پس در نتیجه $a>1$ است و $[ax]$ عبارت محدود کننده است، یعنی ax در $x=b$ مقداری صحیح به خود می‌گیرد. چون اولین عدد صحیح سمت راست $x=1$ است، $ab=1$ و در نتیجه $b=\frac{۱}{a}$ است. در بازهٔ $[۰\ ,\ \frac{۱}{a})$، تابع f با تابع $y=\sqrt{x}$ مساوی است و حال داریم:

$\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{a})^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{a})^-}\sqrt{x}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{۱}{a}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow a=۲$

پس تابع f به صورت $f(x)=\sqrt{x-[x]}-[۲x]$ است. در بازهٔ $[\frac{۱}{۲}\ ,\ 1)$، تابع f با تابع $y=\sqrt{x}-1$ برابر است، در نتیجه مقدار c برابر عرض این تابع در نقطه‌ای با طول $b=\frac{۱}{۲}$ است.

https://konkur.info

$$c=\sqrt{\frac{۱}{۲}}-۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

$[۲x]$ عددی صحیح است، پس باید $\frac{x^۲}{۲}+۱$ هم صحیح باشد. این دو عبارت را برابر عدد صحیح z می‌گیریم:

$$[۲x]=\frac{x^۲}{۲}+۱=z\Rightarrow\begin{cases}z\le ۲x<z+۱\\ x=\sqrt{۲z-۲}\end{cases}$$

از دو عبارت بالا نتیجه می‌گیریم:

$$z\le ۲\sqrt{۲z-۲}<z+۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}z\le ۲\sqrt{۲z-۲}\xrightarrow{z\ge ۱}z^۲\le ۸z-۸\\ \Rightarrow z^۲-۸z+۸\le ۰\Rightarrow ۴-۲\sqrt{۲}\le z\le ۴+۲\sqrt{۲}\\ ۲\sqrt{۲z-۲}<z+۱\Rightarrow ۸z-۸<z^۲+۲z+۱\\ \Rightarrow z^۲-۶z+۹=(z-۳)^۲>۰\Rightarrow z\in\mathbb{R}-\{۳\}\end{cases}$$

اعداد صحیح مجموعهٔ $[۴-۲\sqrt{۲}\ ,\ ۴+۲\sqrt{۲}]-\{۳\}$، ۲، ۴، ۵ و ۶ هستند. چهار مقدار برای z و در نتیجه چهار مقدار برای x به دست می‌آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

ابتدا ضابطهٔ تابع نهایی را به دست می‌آوریم.

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{۴ واحد پایین}}y=f(x)-۴\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور }y\text{ها}}$$

$$y=f(-x)-۴\xrightarrow[\text{در جهت محور }x\text{ها}]{\text{انبساط با ضریب ۲}}y=f(-\frac{۱}{۲}x)-۴$$

$$\xrightarrow{\text{۴ واحد به راست}}y=f(-\frac{۱}{۲}(x-۴))-۴=y=f(-\frac{۱}{۲}x+۲)-۴$$

این ضابطه را با ضابطهٔ $\sqrt{x^۲-۳x}-۶$ برابر قرار می‌دهیم.

$$f(-\frac{۱}{۲}x+۲)-۴=\sqrt{x^۲-۳x}-۶$$

$$\Rightarrow f(-\frac{۱}{۲}x+۲)=\sqrt{x^۲-۳x}-۲$$

حال صفرهای تابع $y=f(-\frac{۱}{۲}x+۲)$ را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x^۲-۳x}-۲=۰\Rightarrow\sqrt{x^۲-۳x}=۲$$

$$\Rightarrow x^۲-۳x=۴\Rightarrow x^۲-۳x-۴=۰\Rightarrow x=-۱\ ,\ x=۴$$

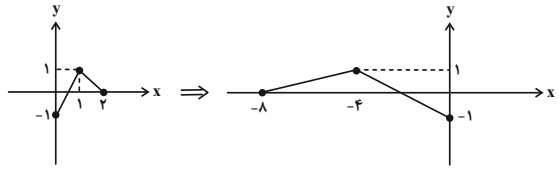
این یعنی $-\frac{۱}{۲}(-۱)+۲=\frac{۵}{۲}$ و $-\frac{۱}{۲}(۴)+۲=۰$ صفرهای تابع $y=f(x)$ هستند که مجموع آن‌ها برابر $\frac{۵}{۲}$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

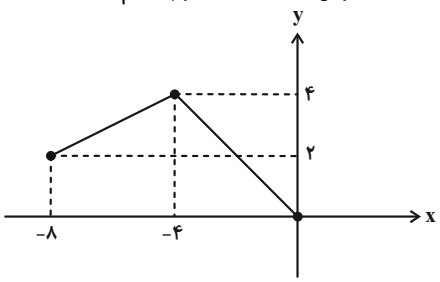
۱۹- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

$$۲t+۳=-\frac{۱}{۲}x+۱\Rightarrow t=-\frac{۱}{۴}x-۱$$

برای تبدیل نمودار تابع $y=f(۲x+۳)$ به نمودار تابع $y=f(-\frac{۱}{۲}x+۱)$، باید ۱ واحد به راست منتقل کنیم و سپس طول‌های نمودار را در ۴- ضرب کنیم.



برای محور yها باید نمودار اولیه را در راستای محور yها، ۱ واحد به سمت بالا ببریم، در نهایت عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم. در نهایت داریم:



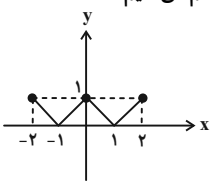
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** (طاهر دادستانی)

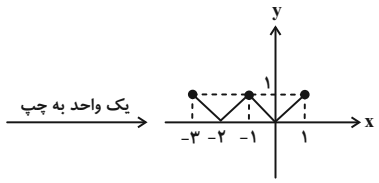
می‌توانیم نمودار مربوط به هر ۴ رابطه را رسم کنیم و گزینهٔ درست را پیدا کنیم. اما در اینجا ما گزینهٔ درست را توضیح می‌دهیم. گزینه‌های نادرست تمرین خودتان باشد.

$g(x)=f(|۱-x|)$

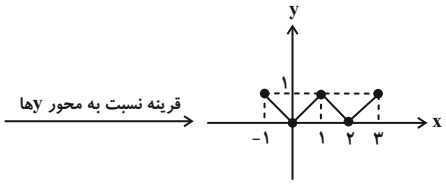
ابتدا $y=f(|x|)$ را رسم می‌کنیم:



$y=f(|x|)$



$y=f(|۱+x|)$



$y=f(|۱-x|)$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

https://konkur.info

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

در بین روابط داده شده، فقط رابطهٔ «الف» یعنی شرکت‌پذیری جمع ماتریس‌ها همواره برقرار است.

رابطهٔ «ب» نادرست است؛ چون جمع یک ماتریس و قرینهٔ آن برابر ماتریس صفر یعنی $\bar{O}$ است نه عدد صفر.

رابطهٔ «پ» نیز در حالتی برقرار است که $r \neq 0$ باشد که در عبارت داده شده این شرط دیده نمی‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

با توجه به قطری بودن ماتریس A داریم:

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b+2=0 \Rightarrow b=-2 \end{cases} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B=A \Rightarrow \begin{bmatrix} m & x \\ n & y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ x=n=0 \\ y=-5 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$my+na=2(-5)+0\times 3=-10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

برای پیدا کردن ماتریس A، مانند حل دستگاه دو معادله دو مجهول عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2A-3B=\begin{bmatrix} -10 & -5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A-6B=\begin{bmatrix} -20 & -10 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \\ 3A+2B=\begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 9A+6B=\begin{bmatrix} 33 & 36 \\ 39 & 42 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 13A=\begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\frac{1}{13}\begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها}=1+2+3+4=10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

ابتدا مرتبهٔ ماتریس B را تعیین می‌کنیم:

$$B_{m\times n}\times A_{1\times 3}=(BA)_{3\times 3} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$$

بنابراین B یک ماتریس 3×1 است، یعنی داریم:

$$B=\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & 2a & 3a \\ b & 2b & 3b \\ c & 2c & 3c \end{bmatrix}$$

از طرفی داریم:

$$BA=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow B=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}=[4]$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق تعریف برای درایه‌های ماتریس‌های A و B داریم:

$$A=\begin{bmatrix} 1^2-1 & 2-1 \\ 2(2)-1 & 2^2-1 \\ 2(3)-1 & 2(3)-2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 1^2-1 & 1-2+1 & 1-3+1 \\ 2+2(1) & 2^2-1 & 2-3+1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4 & & \\ & 9 & \\ & & -5 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر است با: $4+9-5=8$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

با توجه به این‌که ماتریس C اسکالر است، داریم:

$$\begin{cases} A+3B=\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \\ A-B=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 3A-3B=\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

https://konkur.info

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} ۴A = \begin{bmatrix} k+۶ & ۹ \\ -۳ & k \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۲ است، پس مجموع درایه‌های ماتریس $۴A$ برابر ۸ است و داریم:

$$(k+۶)+۹-۳+k=۸ \Rightarrow ۲k=-۴ \Rightarrow k=-۲$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس C، برابر $۲k=-۴$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا عبارت خواسته شده در صورت سؤال را باز می‌کنیم:

$$\sum_{j=۱}^{۴} a_{۳j} = a_{۳۱}+a_{۳۲}+a_{۳۳}+a_{۳۴}$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A خواسته شده است. برای پیدا کردن این درایه‌ها کافی است سطر سوم ماتریس سمت چپ را در ماتریس سمت راست ضرب کنیم.

$$\begin{bmatrix} ۴ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۲ & ۰ \\ ۵ & ۳ & ۴ & -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & -۱ & ۱۲ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=۱}^{۴} a_{۳j} = ۹-۱+۱۲-۳ = ۱۷$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$AB = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۴ \\ ۲ & x & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & y \\ ۱ & ۰ \\ -۷ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲۵ & ۲y+۴ \\ x-۳ & ۲y+۱ \end{bmatrix}$$

ماتریس AB قطری است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۲y+۴=۰ \Rightarrow y=-۲ \\ x-۳=۰ \Rightarrow x=۳ \end{cases}$$

حال ماتریس BA را محاسبه می‌کنیم:

$$BA = \begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ ۱ & ۰ \\ -۷ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۴ \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & -۸ & ۶ \\ ۲ & -۱ & ۴ \\ -۱۲ & ۱۰ & -۲۷ \end{bmatrix}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بزرگ‌ترین درایهٔ ماتریس BA، برابر ۱۰ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

به جای محاسبهٔ کل ماتریس ABC، همان ستون مطلوب را پیدا می‌کنیم.

$$ABC = A(BC)$$

$$\Rightarrow (A(BC)) \text{ ستون چهارم} = A\times(BC \text{ ستون چهارم})$$

$$BC \text{ ستون چهارم} = B\times(C \text{ ستون چهارم})$$

$$= \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۳ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$$

حال ماتریس A را از سمت چپ در ستون به دست آمده ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۲ & ۰ \\ ۳ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \\ ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۸ \\ ۸ \\ ۲۴ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = ۸+۸+۲۴ = ۴۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با ضرب کردن ماتریس‌ها از سمت چپ، معادله را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & ۲x & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۱ & ۱ \\ -۴ & ۰ & -۲ \\ ۱ & ۲ & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ ۲x \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (a-۸)x+۱ & x+۲ & -۳x+a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ ۲x \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰$$

$$\Rightarrow [(a-۸)x^۲ + x + ۲x^۲ + ۴x - ۳x + a] = ۰$$

$$\Rightarrow (a-۶)x^۲ + ۲x + a = ۰$$

$$\text{حاصل‌ضرب جواب‌ها} = \frac{a}{a-۶} = -۵$$

$$\Rightarrow a = -۵a+۳۰ \Rightarrow ۶a = ۳۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{-۲}{a-۶} \xrightarrow{a=۵} \frac{-۲}{-۱} = ۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

https://konkur.info

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

می‌دانیم حاصل‌ضرب عدد گویا در عدد گویا، عددی گویا است. بنابراین:

$$۶(\frac{\alpha}{۲}+\frac{\beta}{۳})\in Q$$

بنابراین $۳\alpha+۲\beta$ عددی گویا است. از طرفی:

$$۲\alpha+۳\beta=\frac{۲}{۳}(۳\alpha+۲\beta)+\frac{۵}{۳}\beta$$

که $\frac{۲}{۳}(۳\alpha+۲\beta)$ طبق نتیجهٔ بالا عددی گویا است و $\frac{۵}{۳}\beta$ طبق فرض عددی گنگ است و در عین حال با برهان خلف ثابت می‌شود مجموع عددی گویا و عددی گنگ همیشه گنگ است و در نتیجه $۲\alpha+۳\beta$ گنگ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

برای گزینه‌های «۱» تا «۳» مثال‌های نقض زیر وجود دارد.

۱) $A=\{۱,۲\}$ $B=\{۱\}$ $C=\{۲\}$

۲) $A=\{۱\}$ $B=\{۱,۲\}$ $C=\{۱,۳\}$

۳) $A=\{۱,۲\}$ $B=\{۲\}$ $C=\{۲,۳\}$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

گزینهٔ درست گزینه‌ای است که $f(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲})$ عدد گویا شود.

$$x=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}\Rightarrow ۲x-۱=\sqrt{۵}\Rightarrow ۴x^۲-۴x+۱=۵\Rightarrow x^۲-x=۱$$

اگر $f(x)=x^۲-x+۵$ آن‌گاه $f(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲})=۶$ می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

ابتدا بررسی می‌کنیم چه موقع $۵a+۳b$ زوج است.

باید $a+b$ زوج باشد. $\Rightarrow ۵a+۳b=\underbrace{۴a+۲b}_{\text{زوج}}+a+b=$ زوج

پس a و b هر دو زوج و یا هر دو فرد هستند پس $a^۲$ و $b^۲$ هم یا هر دو زوج یا هر دو فرد هستند و در نتیجه $a^۲+b^۲$ زوج است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق اثبات به روش بازگشتی، حکم را درست فرض کرده و در نتیجه داریم:

$$x^۲+y^۲\geq x+y-\frac{۱}{۲}\xleftarrow{\times ۲}۲x^۲+۲y^۲\geq ۲x+۲y-۱$$

$$\Leftrightarrow x^۲+x^۲+y^۲+y^۲-۲x-۲y+۱\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (x^۲+y^۲+۱+۲xy-۲x-۲y)+(x^۲+y^۲-۲xy)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (x+y-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰$$

رابطهٔ اخیر همواره درست است و تمام روابط برگشت‌پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

برای عدد صحیح a، اگر $a^۲$ زوج باشد، a نیز زوج است. بنابراین چون $(\frac{n(n+۱)}{۳})^۲$ زوج است، $\frac{n(n+۱)}{۳}$ نیز زوج است، $n(n+۱)$ حاصل‌ضرب دو عدد متوالی و قطعاً زوج است. بنابراین کافی است $n=۳k$ یا $n+۱=۳k$ باشد.

$$n=۳k\Rightarrow ۲۰\leq ۳k\leq ۱۰۰\Rightarrow ۷\leq k\leq ۳۳$$

$\Rightarrow$ تعداد: $۳۳-۷+۱=۲۷$

$$n=۳k-۱\Rightarrow ۲۰\leq ۳k-۱\leq ۱۰۰\Rightarrow ۷\leq k\leq ۳۳$$

$\Rightarrow$ تعداد: ۲۷

بنابراین مجموعاً ۵۴ عدد طبیعی برای n از مجموعهٔ مورد نظر وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

https://konkur.info

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ مثال نقض: عدد گویا: صفر – عدد گنگ: $\sqrt{۵}$

۲) نادرست؛ مثال نقض: به ازای $n=۶$ ، اعداد ۶۳ و ۶۵ به دست می‌آیند که هیچ کدام عدد اول نیستند.

۳) نادرست؛ مثال نقض: $n=۳$

۴) درست؛ زیرا برای این‌که رابطهٔ گفته شده، درست باشد، باید حداقل یکی از اعداد a یا b صفر باشد:

$$\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a+b=a+b+۲\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{ab}=۰ \Rightarrow a=۰ \text{ یا } b=۰$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول قطعاً زوج است و با برهان خلف اثبات می‌شود. فرض می‌کنیم $(a_۱-b_۱)(a_۲-b_۲)(a_۳-b_۳)$ فرد باشد، بنابراین هر کدام از $(a_۱-b_۱)$، $(a_۲-b_۲)$ و $(a_۳-b_۳)$ فرد هستند و می‌دانیم جمع ۳ عدد فرد، فرد است.

$$\text{فرد} = a_۱-b_۱+a_۲-b_۲+a_۳-b_۳$$

$$\Rightarrow (a_۱+a_۲+a_۳)-(b_۱+b_۲+b_۳)=۰ \quad \text{فرد}$$ (تناقض)

عبارت دوم نیز قطعاً زوج است. زیرا حاصل $a_۱a_۲a_۳$ و $b_۱b_۲b_۳$ با هم برابر است. در نتیجه:

$$۳a_۱a_۲a_۳+b_۱b_۲b_۳=۴(a_۱a_۲a_۳)$$ زوج است:

عبارت سوم نیز قطعاً زوج است زیرا $b_۲$ با یکی از اعداد $a_۱$ یا $a_۲$ یا $a_۳$ برابر است و در نتیجه یکی از پرانتزها برابر عدد صفر است. ولی عبارت چهارم می‌تواند زوج نباشد؛ مثال نقض:

$$\begin{matrix} a_۱ & a_۲ & a_۳ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b_۱ & b_۲ & b_۳ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ۱ & ۲ & ۳ \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a_۱b_۱+۲a_۲b_۲+۳a_۳b_۳=۲+۲(۶)+۳(۳)=۲۳ \quad \text{فرد:}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۶)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(علی منصف‌شکری)*

اعداد $۳n+۱$ و $۳n+۲$ متوالی هستند و مجموع هر توانی از آن‌ها فرد است. بنابراین ab فرد و a و b هر کدام فرد هستند. در نتیجه $a^۲+b^۲$ همواره زوج است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی منصف‌شکری)*

طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$۲a^۲+۲b^۲+۲k^۳ \geq ۲a+۲ab+۲b$$

$$a^۲+b^۲-۲ab+a^۲-۲a+b^۲-۲b+۲k^۳ \geq ۰$$

$$(a-b)^۲+(a-۱)^۲-۱+(b-۱)^۲-۱+۲k^۳ \geq ۰$$

$$(a-b)^۲+(a-۱)^۲+(b-۱)^۲ \geq ۲-۲k^۳$$

$$\Rightarrow ۲-۲k^۳ \leq ۰ \Rightarrow k^۳ \geq ۱ \Rightarrow k \geq ۱ \Rightarrow \min(k)=۱$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

https://konkur.info

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم در یک مثلث اگر دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

زاویهٔ A نمی‌تواند کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث ABC باشد، چون در این صورت مجموع زوایای مثلث ABC بزرگ‌تر از 180° خواهد شد که غیرممکن است. بنابراین ضلع BC (ضلع روبه‌رو به زاویهٔ A) نمی‌تواند کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC باشد. دقت کنید که در مورد این‌که ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع ABC باشد، نمی‌توان قضاوت کرد. به عنوان مثال داریم:

حالت ۱ : $\hat{A}=75^\circ \ , \ \hat{B}=60^\circ \ , \ \hat{C}=45^\circ$

$\Rightarrow$ BC بزرگ‌ترین ضلع است

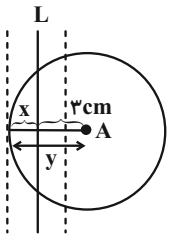
حالت ۱ : $\hat{A}=75^\circ \ , \ \hat{B}=90^\circ \ , \ \hat{C}=15^\circ$

$\Rightarrow$ BC بزرگ‌ترین ضلع نیست

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد حمیدی)*

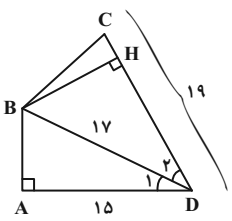
نقاطی که از خط L به فاصلهٔ x هستند دو خط به موازات آن و در دو طرف و به فاصلهٔ x از آن می‌باشند. همچنین نقاطی که از A به فاصلهٔ y هستند دایره‌ای به مرکز A و شعاع y می‌باشد. برای آن‌که مسئله سه جواب داشته باشد، باید دایره یکی از خطوط را در دو نقطه قطع کند و بر دیگری مماس باشند، به عبارت دیگر باید: $y=x+3$ برقرار باشد.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(فراز دعاگوی تهرانی)*

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABD داریم:



$$AB^2=BD^2-AD^2=17^2-15^2=64 \Rightarrow BD=8$$

B روی نیمساز زاویهٔ $A\hat{D}C$ قرار دارد، پس از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی مطابق شکل $BH=AB=8$ و در نتیجه داریم:

$$S_{ABCD}=S_{ABD}+S_{BDC}=\frac{1}{2}\times 8\times 15+\frac{1}{2}\times 8\times 19$$

$$=\frac{1}{2}\times 8(15+19)=4\times 34=136$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به این‌که $\hat{A}=\frac{\hat{B}}{2}+\hat{C}$، پس $\hat{A}>\hat{C}$. از طرفی داریم:

$$\hat{B}>0 : \frac{\hat{B}}{2}<\hat{B} \Rightarrow \hat{A}+\underbrace{\frac{\hat{B}}{2}+\hat{C}}_{\hat{A}}<\underbrace{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}_{180^\circ}$$

$$\Rightarrow 2\hat{A}<180^\circ \Rightarrow \hat{A}<90^\circ$$

اما در مورد اندازهٔ زاویهٔ B نمی‌توان قضاوت کرد و این زاویه می‌تواند حاده، قائمه یا منفرجه باشد. به عنوان مثال داریم:

۱) $\hat{B}=80^\circ \ , \ \hat{C}=30^\circ \ , \ \hat{A}=70^\circ \Rightarrow$ مثلث حاده الزاویه

۲) $\hat{B}=90^\circ \ , \ \hat{C}=22/5^\circ \ , \ \hat{A}=67/5^\circ \Rightarrow$ مثلث قائم الزاویه

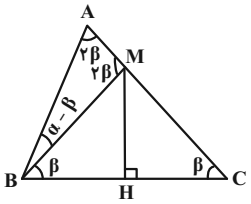
۳) $\hat{B}=100^\circ \ , \ \hat{C}=15^\circ \ , \ \hat{A}=65^\circ \Rightarrow$ مثلث منفرجه الزاویه

پس محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث، می‌تواند درون یا بیرون مثلث و یا روی یکی از رأس‌های آن باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۱۹)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیر مالمیر)*

نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط BC قرار دارد، پس از دو سر این پاره خط به یک فاصله است، یعنی داریم:



$$BM=CM \xrightarrow{AB=CM} BM=AB$$

بنابراین مثلث ABM متساوی‌الساقین است. از طرفی مطابق شکل با فرض $M\hat{B}C=\beta$ داریم:

$\overset{\Delta}{BMC}$: $A\hat{M}B$ زاویهٔ خارجی است

$$\Rightarrow A\hat{M}B=\beta+\beta=2\beta \xrightarrow{\overset{\Delta}{AMB}} \hat{A}=A\hat{M}B=2\beta$$

$$\overset{\Delta}{ABM} : \alpha-\beta+4\beta=180^\circ \Rightarrow \alpha+3\beta=180^\circ$$

https://konkur.info

$$\Rightarrow \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{3} \Rightarrow \hat{C} = \frac{180^\circ - \alpha}{3} = 60^\circ - \frac{\alpha}{3}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

در هر مثلث، نسبت ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع، عکس نسبت اندازه‌های آن دو ضلع است. حال فرض کنیم $a = 12$ و $b = 15$ باشد. با توجه به فرض سؤال داریم:

$$h_a + h_b = 3h_c \xrightarrow{\div h_c} \frac{h_a}{h_c} + \frac{h_b}{h_c} = 3$$

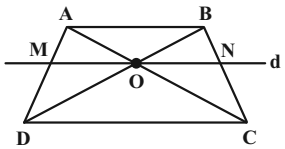
$$\Rightarrow \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow \frac{c}{12} + \frac{c}{15} = 3$$

$$\xrightarrow{\times 60} 5c + 4c = 180 \Rightarrow 9c = 180 \Rightarrow c = 20$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

توجه: در ذوزنقه، دو مثلث AOB و COD با هم متشابه‌اند و داریم: $\frac{AO}{OC} = \frac{AB}{CD}$ و از آنجا که $AB < CD$ در نتیجه $\frac{AO}{OC} < 1$؛ از طرفی طبق قضیهٔ تالس در مثلث ACD، $(MO \parallel CD)$ داریم: $\frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$ که با توجه به فرض $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$. همچنین طبق قضیهٔ تالس در ذوزنقه $\frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$ است، پس داریم:



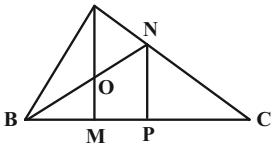
$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ACD}: \frac{MO}{DC} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{MO}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow MO = 4 \\ \overset{\Delta}{BCD}: \frac{ON}{DC} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow ON = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN = MO + ON = 8$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** (فرشاد صدیقی‌فر)

NP را موازی AM رسم می‌کنیم.



$$\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC - AN} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{AN}{CN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{CN}{NA} = 2$$

$$\overset{\Delta}{BNP}: OM \parallel NP \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{BM}{MP} = \frac{OB}{ON} = 1$$

$$\Rightarrow BM = MP \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{CAM}: NP \parallel AM \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{CP}{MP} = \frac{CN}{NA} = 2$$

$$\Rightarrow CP = 2MP \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{BM}{CM} = \frac{BM}{CP + MP} = \frac{MP}{3MP} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** (حمید ناصر)

طبق قضیهٔ تالس در دو مثلث AEC و ABC داریم:

$$DF \parallel AE \Rightarrow \frac{CF}{EF} = \frac{CD}{AD} \quad (1)$$

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{CE}{BE} = \frac{CD}{AD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{CF}{EF} = \frac{CE}{BE} \xrightarrow{CF=2EF} \frac{CE}{BE} = 2 \Rightarrow CE = 2BE$$

بنابراین اگر $EF = x$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} FC = 2x \\ BE = \frac{3}{2}x \end{cases}$$

دو مثلث DEF و BDC در ارتفاع رسم شده از رأس D مشترک‌اند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌های آن‌ها است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{DEF}}{S_{BDC}} = \frac{EF}{BC} = \frac{x}{2x + x + \frac{3}{2}x} = \frac{x}{\frac{9}{2}x} = \frac{2}{9}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های۳۰ تا ۳۷)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

$$\overset{\Delta}{PAB}: EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{PF}{PB} \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{PBC}: FN \parallel PC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{PF}{PB} = \frac{CN}{BC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{EF}{AB} = \frac{CN}{BC} \xrightarrow{AB=BC} EF = CN$$

با توجه به شکل داریم:

$$ME + FN = MN - EF = BC - CN = BN$$

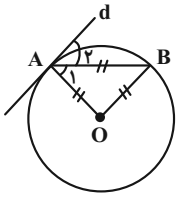
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

https://konkur.info

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است، پس داریم:



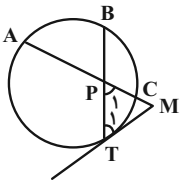
$$A\hat{O}B = ۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۶۰^\circ$$

خط d در نقطهٔ A بر دایره مماس است، پس زاویهٔ $A_۲$ زاویهٔ ظلی است و در نتیجه داریم:

$$\hat{A}_۲ = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} = \frac{۶۰^\circ}{۲} = ۳۰^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*



$$\hat{T}_۱ = \frac{\overset{\frown}{TC} + \overset{\frown}{BC}}{۲} \quad \text{(زاویهٔ ظلی)}$$

$$\hat{P}_۱ = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{TC}}{۲}$$

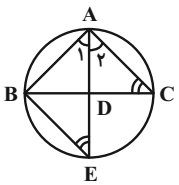
مثلث MPT متساوی‌الاضلاع است، پس داریم:

$$\hat{T}_۱ = \hat{P}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{TC} + \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{TC} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

$$\begin{cases} \text{محاطی } \hat{C} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \\ \text{محاطی } \hat{E} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \end{cases} \text{ و } \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \Rightarrow \overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{ADC}$$



$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AB.AC = AD.AE$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اندازهٔ هر ضلع n ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع R، برابر $۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}$ و اندازه هر ضلع n ضلعی منتظم محیط بر آن دایره برابر $۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n}$ است، پس خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۹}}{۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۱۸}} = \frac{\sin ۲۰^\circ}{\tan ۱۰^\circ} = \frac{\sin ۲۰^\circ}{\frac{\sin ۱۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ}} = \frac{۲\sin ۱۰^\circ \cos ۱۰^\circ}{\sin ۱۰^\circ}$$

$$= ۲\cos^۲ ۱۰^\circ = ۲a^۲$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

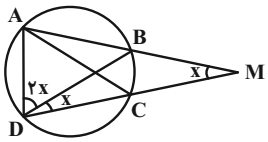
فرض کنیم $\overset{\frown}{BC} = ۲x$ باشد. در این صورت $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD} = ۴x$ است و داریم:

$$A\hat{M}D = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۴x - ۲x}{۲} = x$$

$$B\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۲x}{۲} = x \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

$$A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} = \frac{۴x}{۲} = ۲x \quad \text{(زاویهٔ محاطی)}$$

زاویهٔ $D\hat{A}B$ زاویهٔ محاطی رو به قطر BD و برابر ۹۰° است، پس مطابق شکل داریم:

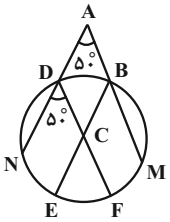


$$\overset{\Delta}{AMD}: ۳x + x + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۴x = ۹۰^\circ \Rightarrow x = ۲۲/۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

فرض کنید $\overset{\frown}{BD} = \alpha$ باشد. در این صورت داریم:



$$BM \parallel DF \Rightarrow \overset{\frown}{MF} = \overset{\frown}{BD} = \alpha$$

$$DN \parallel BE \Rightarrow \overset{\frown}{NE} = \overset{\frown}{BD} = \alpha$$

https://konkur.info

$AB \parallel DC$ مورب و $AN \Rightarrow \hat{D} = \hat{A} = ۵۰^\circ$

$\Rightarrow \overset{\frown}{NEF} = ۱۰۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{EF} = ۱۰۰^\circ - \alpha$

از طرفی مجموع طول‌های دو کمان BM و DN، $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره است، پس داریم:

$$\overset{\frown}{DN} + \overset{\frown}{BM} = \frac{۱}{۳} \times ۳۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

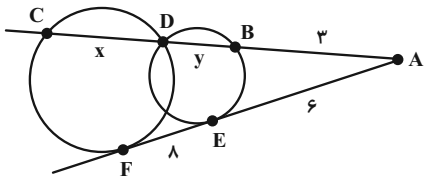
$$(\overset{\frown}{DN} + \overset{\frown}{BM}) + \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{MF} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{NE} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۱۲۰^\circ + \alpha + \alpha + (۱۰۰^\circ - \alpha) + \alpha = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\alpha = ۱۴۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۷۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{EF} = ۱۰۰^\circ - ۷۰^\circ = ۳۰^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(حمید ناصر)*



طبق روابط طولی برای دایرهٔ کوچک‌تر داریم:

$$AE^۲ = AB \times AD \Rightarrow ۶^۲ = ۳(۳ + y) \Rightarrow ۳۶ = ۹ + ۳y$$

$$\Rightarrow ۳y = ۲۷ \Rightarrow y = ۹$$

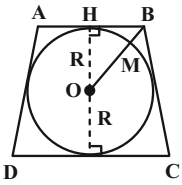
طبق روابط طولی برای دایرهٔ بزرگ‌تر داریم:

$$AF^۲ = AD \times AC \Rightarrow ۱۴^۲ = ۱۲(۱۲ + x)$$

$$\Rightarrow ۱۹۶ = ۱۴۴ + ۱۲x \Rightarrow ۱۲x = ۵۲ \Rightarrow x = \frac{۵۲}{۱۲} = \frac{۱۳}{۳}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*



در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی که بر یک دایره محیط است، قطر دایرهٔ محاطی واسطهٔ هندسی قاعده‌های ذوزنقه است، بنابراین داریم:

$$(۲R)^۲ = AB \times CD \Rightarrow ۴R^۲ = ۳ \times \frac{۱۶}{۳} = ۱۶$$

$$\Rightarrow R^۲ = ۴ \Rightarrow R = ۲$$

$$\overset{\Delta}{OBH} : OB^۲ = OH^۲ + BH^۲ = ۲^۲ + (\frac{۳}{۲})^۲ = \frac{۲۵}{۴} \Rightarrow OB = \frac{۵}{۲}$$

کمترین فاصلهٔ رئوس ذوزنقه تا نقاط واقع بر محیط دایره برابر طول پاره‌خط BM در شکل فوق است. با توجه به شکل داریم:

$$BM = OB - OM = \frac{۵}{۲} - ۲ = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق فرض $r = ۴ - ۲\sqrt{۲}$ و $r_a = ۴ + ۲\sqrt{۲}$ است. چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس $r_b = r_c$ بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{r} \Rightarrow \frac{۱}{۴ + ۲\sqrt{۲}} + \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{۴ - ۲\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{۴ - ۲\sqrt{۲}} - \frac{۱}{۴ + ۲\sqrt{۲}} = \frac{۴ + ۲\sqrt{۲} - ۴ + ۲\sqrt{۲}}{(۴ - ۲\sqrt{۲})(۴ + ۲\sqrt{۲})}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۸} \Rightarrow r_b = \frac{۴}{\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۹)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید شعاع دایرهٔ کوچک‌تر برابر R و شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر nR باشد. در این صورت داریم:

$$\sqrt{(\sqrt{۱۰}R)^۲ - (nR - R)^۲} = ۳\sqrt{(\sqrt{۱۰}R)^۲ - (nR + R)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۱۰R^۲ - (n-۱)^۲R^۲ = ۹(۱۰R^۲ - (n+۱)^۲R^۲)$$

$$\xrightarrow{\div R^۲} ۱۰ - (n-۱)^۲ = ۹(۱۰ - (n+۱)^۲)$$

$$\Rightarrow ۱۰ - n^۲ + ۲n - ۱ = ۹۰ - ۹n^۲ - ۱۸n - ۹$$

$$\Rightarrow ۸n^۲ + ۲۰n - ۷۲ = ۰ \Rightarrow n^۲ + \frac{۵}{۲}n - ۹ = ۰$$

$$\Rightarrow (n-۲)(n + \frac{۹}{۲}) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n = ۲ \\ n = -\frac{۹}{۲} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر، ۲ برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر است.

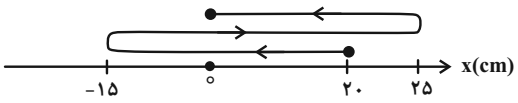
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

https://konkur.info

فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(پوریا علاقه‌مند)*

می‌دانیم مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکتی است که متحرک طی می‌کند. بنابراین با توجه به مسیر حرکت رسم شده در زیر، مسافت طی شده برابر است با:



$$\ell = |-۱۵-۲۰| + |۲۵-(-۱۵)| + |۰-۲۵|$$

$$\ell = ۳۵+۴۰+۲۵ = ۱۰۰cm = ۱m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود قهرمانی)*

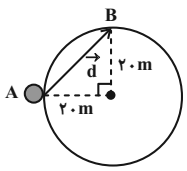
ابتدا محیط دایره را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط دایره } L = ۲\pi r \xrightarrow[\pi=۳]{r=۲۰m} d = ۲\times ۳\times ۲۰ = ۱۲۰m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را در مدت $۲۰s$ پیدا می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[s_{av}=۷/۵\frac{m}{s}]{\Delta t=۲۰s} ۷/۵ = \frac{\ell}{۲۰} \Rightarrow \ell = ۱۵۰m$$

می‌بینیم، مسافت طی شده توسط متحرک به اندازهٔ $۱۵۰-۱۲۰ = ۳۰m$ بیشتر از محیط دایره است. با توجه به این‌که $۳۰m$ برابر $\frac{۱}{۴}$ محیط دایره $(۱۲۰m)$ می‌باشد، مطابق شکل زیر، متحرک بعد از $۲۰s$ و یک دور کامل از نقطهٔ A عبور می‌کند و به نقطهٔ B می‌رسد. بنابراین، با محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک، اندازهٔ سرعت متوسط آن را می‌یابیم:



$$d = \sqrt{۲۰^۲ + ۲۰^۲} = ۲۰\sqrt{۲}m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=۲۰s} v_{av} = \frac{۲۰\sqrt{۲}}{۲۰} = \sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی برزگر)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ متحرک در لحظه‌های $t_۱$، $t_۳$ و $t_۶$ از مبدأ مکان عبور کرده است.

ب) نادرست؛ جهت حرکت متحرک دو بار در لحظه‌های $t_۲$ و $t_۴$ تغییر کرده است.

پ) نادرست؛ جابه‌جایی متحرک در کل زمان حرکت برابر $\Delta x = ۱۰-(-۱۰) = ۲۰m$ است.

ت) درست؛ در لحظه‌های $t_۲$ و $t_۴$ که شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان صفر می‌شود، تندی متحرک صفر می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی نکوئیان)*

برای به دست آوردن سرعت متوسط $(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t})$ در جابه‌جایی بین مکان‌های $x_۱$ و $x_۲$، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_۱ < t < t_۲ : \quad |v_{av_۱}| = \frac{|x_۲ - x_۱|}{۲t'}$$

$$t_۱ < t < t_۳ : \quad |v_{av_۲}| = \frac{|x_۲ - x_۱|}{۵t'}$$

$$t_۲ < t < t_۴ : \quad |v_{av_۳}| = \frac{|x_۱ - x_۲|}{۴t'}$$

$$t_۳ < t < t_۴ : \quad |v_{av_۴}| = \frac{|x_۱ - x_۲|}{t'}$$

ملاحظه می‌شود که $|v_{av_۴}|$ بیشترین و $|v_{av_۲}|$ کمترین اندازهٔ سرعت متوسط می‌باشند. بنابراین داریم:

$$|v_{av_۴}| - |v_{av_۲}| = ۱۲ \Rightarrow \frac{|x_۱ - x_۲|}{t'} - \frac{|x_۲ - x_۱|}{۵t'} = ۱۲$$

$$\Rightarrow \frac{۴(x_۱ - x_۲)}{۵t'} = ۱۲ \Rightarrow \frac{x_۱ - x_۲}{t'} = ۱۵$$

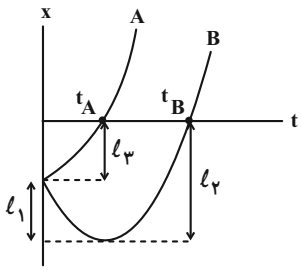
$$v_{av_۳} = \frac{x_۱ - x_۲}{۴t'} = \frac{۱۵}{۴}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

https://konkur.info

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود خندانی)*

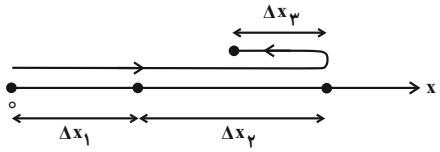
می‌دانیم لحظه‌ای که نمودار مکان- زمان محور زمان را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند و مطابق شکل زیر، متحرک A در لحظهٔ t_A و متحرک B در لحظهٔ t_B از مبدأ مکان عبور می‌کند. مطابق این شکل، مسافتی که متحرک A در بازهٔ زمانی صفر تا t_A طی می‌کند برابر $\ell_A = \ell_۳$ و مسافتی که متحرک B در بازهٔ زمانی صفر تا t_B طی می‌کند برابر $\ell_B = \ell_۱ + \ell_۲$ است. بنابراین طبق تعریف تندی متوسط $s_{av,A} = \frac{\ell_۳}{t_A}$ و $s_{av,B} = \frac{\ell_۱ + \ell_۲}{t_B}$ است. با توجه به این $t_B > t_A$ است، اما مشخص نیست $\ell_۱ + \ell_۲$ چه مقدار از $\ell_۳$ بزرگ‌تر است. بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسام نادری)*

با توجه به شکل زیر و استفاده از رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط داریم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ - \Delta x_۳}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳} \xrightarrow{\Delta x = v_{av}\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{v_{av,۱}\Delta t_۱ + v_{av,۲}\Delta t_۲ - v_{av,۳}\Delta t_۳}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳}$$

$$v_{av} = \frac{۳۰\times۲۰ + ۴۰\times۲۵ - ۱۰\times۵}{۲۰+۲۵+۵} = \frac{۱۵۵۰}{۵۰} = ۳۱\frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳|}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳} = \frac{۳۰\times۲۰ + ۴۰\times۲۵ + ۱۰\times۵}{۲۰+۲۵+۵}$$

$$= \frac{۱۶۵۰}{۵۰} = ۳۳\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ و سرعت متوسط $(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t})$ می‌توان نوشت:

$$s_{av} = v_{av} + \frac{۴۰}{۱۰۰}v_{av} \Rightarrow s_{av} = \frac{۱۴۰}{۱۰۰}v_{av}$$

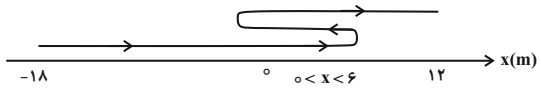
$$\Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۷}{۵}\frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \ell = \frac{۷}{۵}d$$

$$\xrightarrow{d=۱۲-(-۱۸)=۳۰m} \ell = \frac{۷}{۵}\times۳۰ = ۴۲m$$

بررسی موارد:

الف) درست؛ متحرک می‌تواند در مکان $x_۲$، بعد از مکان $x_۲$ و یا قبل از مکان $x_۲$ تغییر جهت حرکت دهد که در همهٔ این حالت‌ها با توجه به شرایط سؤال، در لحظهٔ $t_۲$ در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

ب) نادرست؛ اگر متحرک در مکان‌های کمتر از $۶m$ برای اولین بار تغییر جهت دهد، جهت بردار مکان سه بار تغییر می‌کند.



پ) درست؛ با توجه به این‌که اختلاف مسافت و جابه‌جایی، $۱۲m$ است، در همهٔ حالت‌ها فاصلهٔ دو نقطه‌ای که متحرک در آن‌ها تغییر جهت می‌دهد، $۶m$ است.

ت) درست؛ با توجه به این‌که اولین تغییر جهت در مکان‌های مثبت اتفاق می‌افتد و اختلاف مسافت و جابه‌جایی، ۱۲ متر است، در دومین تغییر جهت، فاصلهٔ متحرک از مکان $x_۲$، قطعاً کمتر از ۱۸ متر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(پوریا علاقه‌مند)*

ابتدا اندازهٔ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم. با توجه به داده‌های روی نمودار داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴-(-۱۲)}{۱۶} = \frac{۳۶}{۱۶} = \frac{۹}{۴}\frac{m}{s}$$

اکنون سرعت در لحظهٔ $t = ۱۶s$ را که برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است، می‌یابیم:

https://konkur.info

$$v_{16s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{24-8}{16-0} = 1\frac{m}{s}$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_{av}}{v_{16s}} = \frac{\frac{9}{4}}{1} = \frac{9}{4}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست است.

سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. در این شکل نمی‌توان شیب خط مماس در لحظهٔ $t = 3s$ را محاسبه کرد زیرا اندازهٔ قسمت افقی را نداریم که بتوانیم شیب خط را محاسبه کنیم.

گزینهٔ «۳»: درست؛ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $3s$ برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_0}{3-0} = \frac{8-23}{3} = -5\frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 5\frac{m}{s}$$

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ چون متحرک تغییر جهت داده است، تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا $3s$ بیشتر از اندازهٔ سرعت متوسط در این بازه است.

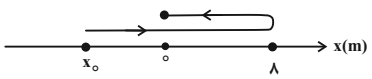
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدکاظم منشاری)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی شده در ۵ ثانیهٔ اول حرکت را می‌یابیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 5s]{s_{av} = 6\frac{m}{s}} 6 = \frac{\ell}{5} \Rightarrow \ell = 30m$$

با توجه به داده‌های روی نمودار در شکل زیر، x_0 را می‌یابیم:



$$\ell = |8 - x_0| + |0 - 8| \xrightarrow{\ell = 30m} 30 = 8 - x_0 + 8 \Rightarrow x_0 = -14m$$

اکنون اندازهٔ سرعت متوسط را پیدا می‌کنیم:

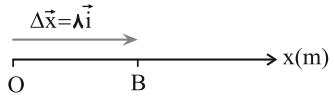
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \xrightarrow[x_1 = x_0 = -14m]{x_2 = 0\ ,\ \Delta t = 5-0 = 5s}$$

$$v_{av} = \frac{0-(-14)}{5} = 2/8\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

فیزیک ۳- آشنا

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*



جابه‌جایی برداری است که نقطهٔ آغازین حرکت **(O)** را به نقطهٔ پایانی آن **(B)** متصل می‌کند که مطابق شکل بردار $\overrightarrow{OB}$ و در سوی مثبت محور x است و داریم:

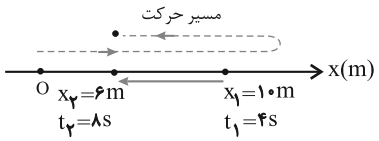
$$\overrightarrow{OB} = 8\vec{i}$$

اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد، بنابراین بردار مکان همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل هر یک از موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:



با توجه به شکل فوق، چون متحرک در لحظهٔ $t_1 = 4s$ در مکان $x_1 = 10m$ است و فقط یک بار تغییر جهت داده است، قطعاً در مکان‌های $x > 10m$ یا $x = 10m$ این تغییر جهت رخ داده است؛ زیرا اگر در مکان‌های $6m < x < 10m$ تغییر جهت رخ دهد، دیگر نمی‌تواند در لحظهٔ $t = 4s$ به مکان $x_1 = 10m$ برسد. با توجه به این توضیحات:

الف) نادرست است. در صورتی‌که متحرک در لحظهٔ $t_1 = 4s$ تغییر جهت دهد، در بازهٔ زمانی $4s$ تا $8s$ (چهار ثانیهٔ دوم) طول بردار مکان همواره کاهش می‌یابد.

ب) درست است. با توجه به شکل جهت بردار جابه‌جایی $(\vec{d})$ در خلاف جهت محور x است.

پ) نادرست. اگر بردار سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 4s$ در جهت منفی محور x ها باشد، در این صورت قبل از لحظهٔ $t = 4s$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است یعنی در لحظهٔ $t = 4s$ تغییر جهت رخ داده است.

ت) درست است. در این بازهٔ زمانی بردار مکان همواره مثبت است.

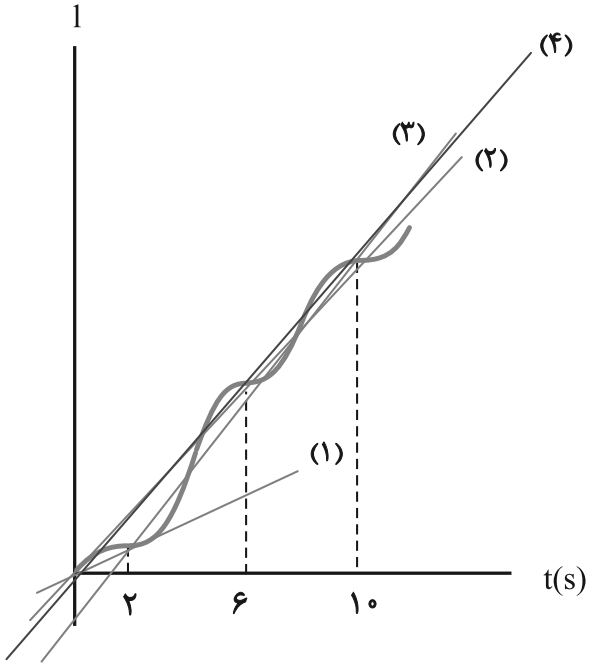
https://konkur.info

بنابراین، ۲ عبارت از عبارت‌های داده شده درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

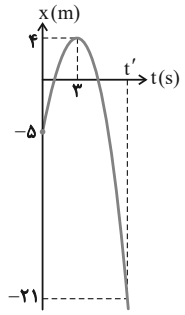
ابتدا از روی نمودار مکان ـ زمان، نمودار مسافت ـ زمان را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار مسافت ـ زمان در بازه‌های زمانی که جابه‌جایی منفی (بخش‌های نزولی تابع) است، قرینهٔ نمودار مکان ـ زمان را نسبت به محور زمان رسم می‌کنیم و در بازه‌هایی که جابه‌جایی مثبت (تابع صعودی است) است، نمودار، تغییر نمی‌کند. شیب نمودار مسافت ـ زمان در هر بازهٔ زمانی برابر تندی متوسط در آن بازه است. همانطور که در شکل دیده می‌شود، شیب خط در بازهٔ $t=۲s$ تا $t=۱۰s$ بیشتر از بقیه است.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

ابتدا نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم، سپس مسافت خواسته شده را می‌یابیم:



$$x=-t^۲+۶t-۵$$

$$t_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۶}{-۲}=۳s$$

$$\Rightarrow x_s=۴m \Rightarrow S(۳,۴)$$

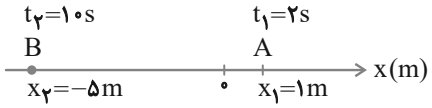
t(s)	۰	۳
x(m)	−۵	۴

با توجه به این که ضریب $t^۲$ منفی است، سهمی دارای ماکزیمم و نمودار مطابق شکل خواهد بود. با توجه به نمودار مسافت طی شده از $t=۰$ تا t' به صورت مقابل حساب می‌شود:

$$\ell=۵+۴+۴+۲۱=۳۴m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*



در اینجا موقعیت متحرک در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ مشخص است. اما این‌که در این بین، متحرک تغییر جهت داده است یا خیر، نامعلوم است. بنابراین نمی‌توان به‌طور قطعی تندی متوسط را محاسبه کرد. اما الزاماً بزرگ‌تر یا مساوی سرعت متوسط متحرک خواهد بود.

$$s_{av} \geq v_{av}$$

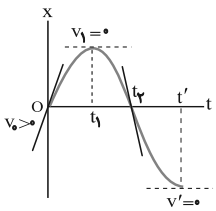
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۵-۱}{۱۰-۲}=\frac{-۶}{۸} \Rightarrow |v_{av}|=۰/۷۵m/s$$

بنابراین خواهیم داشت: $s_{av} \geq ۰/۷۵m/s$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ است. مطابق شکل $v_۰>۰$ و $v_۱=۰$ بنابراین تا لحظهٔ $t_۱$ بزرگی سرعت در حال کاهش است. (در $t_۱$ به صفر می‌رسد) و از $t_۱$ به بعد افزایش می‌یابد و چون در نهایت و در لحظهٔ t' به صفر می‌رسد در یک لحظهٔ $(t_۲)$ به بعد الزاماً بزرگی سرعتش کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. این نقطه را در ریاضی، نقطهٔ عطف منحنی می‌گوییم. (در این نمودار لحظهٔ $t_۲$)

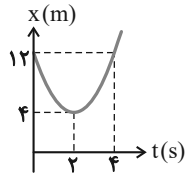


(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

https://konkur.info

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی Δt صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان- زمان، ℓ و Δt و سپس s_{av} را می‌یابیم:



$$x = ۲t^۲ - ۸t + ۱۲$$

$$t_s = \frac{-b}{۲a} = \frac{۸}{۴} = ۲s \Rightarrow x = ۴m \Rightarrow S(۲,۴)$$

$$t = ۰ \Rightarrow x_۰ = ۱۲m$$

t(s)	۰	۲
x(m)	۱۲	۴

با توجه به تقارن سهمی در $t = ۲s$ از روی شکل مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ نیز همان مکان در لحظهٔ $t = ۰$ یعنی $۱۲m$ می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۴s]{\ell = ۸+۸ = ۱۶m} s_{av} = \frac{۱۶}{۴} = ۴m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

در ابتدا مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۴s$ را می‌یابیم. برای پیدا کردن تندی در لحظه $t = ۱۲s$، شیب خط مماس بر نمودار را در این لحظه می‌یابیم.

$$v_{t=۱۲s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\frac{m}{s}$$

حال داریم:

$$v_{t=۱۲s} = v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow ۳۰ = \frac{x_۲ - ۶۰}{۱۴ - ۲} \Rightarrow x_۲ = ۴۲۰m$$

در نهایت داریم:

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x'_۲ - x'_۱}{t'_۲ - t'_۱} = \frac{۶۰ - ۰}{۲ - ۰} = ۳۰\frac{m}{s}$$ سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ اول

$$v''_{av} = \frac{\Delta x''}{\Delta t''} = \frac{x''_۲ - x''_۱}{t''_۲ - t''_۱}$$ سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ هفتم

$$= \frac{۴۲۰ - ۲۴۰}{۱۴ - ۱۲} = ۹۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{v'_{av}}{v''_{av}} = \frac{۳۰}{۹۰} = \frac{۱}{۳}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

ابتدا نمودار مکان – زمان متحرک را که یک سهمی است، رسم می‌کنیم:

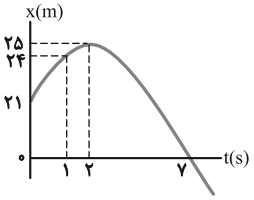
$$x = -t^۲ + ۴t + ۲۱ \Rightarrow -t^۲ + ۴t + ۲۱ = ۰$$

$$\Rightarrow -(t+۳)(t-۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = -۳s \\ t = ۷s \end{cases}$$

$$t_s = -\frac{b}{۲a} \Rightarrow t_s = -\frac{۴}{۲\times(-۱)} = ۲s$$

$$x_s = -(۲)^۲ + ۴\times۲ + ۲۱ = -۴ + ۸ + ۲۱ = ۲۵m$$

t	۰	۱	۲	۳	۴
x	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱



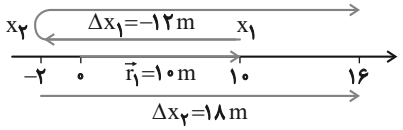
با توجه به نمودار از لحظهٔ $t = ۲s$ تا $t = ۷s$ اندازهٔ بردار مکان متحرک همواره در حال کاهش است که سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_۷ - x_۲}{t_۷ - t_۲} \Rightarrow v_{av} = \frac{۰ - ۲۵}{۷ - ۲} = -۵m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

ابتدا مسیر حرکت متحرک روی محور xها را مشخص می‌کنیم. مکان متحرک در $t_۱ = ۲s$ برابر $x_۱ = ۱۰m$ است.



حال $x_۲$ را می‌یابیم:

$$\Delta x_۱ = v_{av_۱} \times \Delta t_۱ \xrightarrow{v_{av_۱} = -۶m/s \,,\, \Delta t_۱ = ۴-۲ = ۲s}$$

$$\Delta x_۱ = -۶\times۲ = -۱۲m$$

اکنون اگر روی محور $۱۲m$ به چپ برویم به $x_۲ = -۲m$ می‌رسیم.

در مرحلهٔ دوم داریم:

$$\Delta x_۲ = v_{av_۲} \times \Delta t_۲ \xrightarrow{v_{av_۲} = ۳m/s \,,\, \Delta t_۲ = ۶s}$$

$$\Delta x_۲ = ۳\times۶ = ۱۸m$$

بنابراین سرعت متوسط کل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{-۱۲ + ۱۸}{۲ + ۶} = \frac{۶}{۸} = ۰/۷۵m/s$$

برای یافتن مکان پایانی $(x_۳)$ از شکل کمک می‌گیریم. با توجه به مسیر حرکت و تغییر جهت، ابتدا از $+۱۰m$ به $-۲m$ و از این نقطه به $+۱۶m$ می‌رسد و نقطهٔ پایانی و بردار مکان آن به صورت زیر می‌باشد:

$$x_۳ = ۱۶m \Rightarrow \vec{r}_۳ = ۱۶\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

https://konkur.info

فیزیک ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

وقتی گلوله از بالن رها می‌شود، با همان تندی بالن شروع به حرکت می‌کند. بنابراین، چون تندی اولیهٔ گلوله همان تندی بالن است، از تندی بالن نمی‌توان صرف‌نظر کرد. از طرف دیگر، چون وزن گلوله عامل حرکت و شتاب گلوله است، لذا از وزن گلوله نیز نمی‌توان صرف‌نظر نمود. می‌بینیم، عامل تقریباً بی‌تاثیر مقاومت هوا است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۵)

۸۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفدومی)*

ژول یکای انرژی در SI است که یکای فرعی آن $\frac{kg.m^2}{s^2}$ است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(شیلا شیرزادی)*

ابتدا به روش تبدیل زنجیره‌ای ۲۱۸ نانومتر را به میکرومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۲۱۸nm = ۲۱۸nm \times \frac{۱۰^{-۹}m}{۱nm} \times \frac{۱\mu m}{۱۰^{-۶}m} = ۲۱۸ \times ۱۰^{-۳}\mu m$$

اکنون عدد به دست آمده را برحسب نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$۲۱۸ \times ۱۰^{-۳}\mu m = ۲/۱۸ \times ۱۰^{۲} \times ۱۰^{-۳}\mu m = ۲/۱۸ \times ۱۰^{-۱}\mu m$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به رابطهٔ $F = ma$، یکای نیرو از حاصل‌ضرب یکای جرم در یکای شتاب به دست می‌آید:

$$[F] = \frac{kg.m}{s^2}$$

در اینجا، کمیت A نیز که از جنس نیرو است، همین یکا را دارد: $[A] = \frac{kg.m}{s^2}$

همچنین، با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ یکای چگالی $\frac{kg}{m^3}$ است. بنابراین یکای B که از جنس چگالی است $\frac{kg}{m^3}$ می‌باشد. $[B] = \frac{kg}{m^3}$

و یکای کمیت C که از جنس مسافت است، متر می‌باشد. $[C] = m$

اکنون رابطهٔ فیزیکی داده شده را به صورتی می‌نویسیم که D در یک طرف معادله قرار گیرد و سپس یکای آن را به دست می‌آوریم:

$$D^۲ = ABC^۲ \Rightarrow [D^۲] = [A][B][C^۲] = \frac{kg.m}{s^۲} \times \frac{kg}{m^۳} \times m^۲ = \frac{kg^۲}{s^۲}$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{kg}{s}$$

با توجه به این‌که آهنگ هر کمیت، نسبت تغییر آن کمیت به زمان است، آهنگ شارش جرم به صورت $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ می‌باشد و یکای آن $\frac{kg}{s}$ است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتالی)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند که در اینجا برای عدد ۰/۰۴۶cm، آخرین رقمی که می‌خواند ۰/۰۰۶cm است؛ لذا یک واحد از آخرین رقم آن برابر ۰/۰۰۱cm می‌شود. بنابراین، دقت اندازه‌گیری ریزسنج برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۰۱cm \xrightarrow{۱cm=۱۰mm}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۰۰۱ \times ۱۰ = ۰/۰۱mm$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$، حجم ظاهری کره را می‌یابیم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \xrightarrow[\pi=۳]{r=۵cm} V_{\text{ظاهری}} = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۵^۳ = ۵۰۰cm^۳$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، حجم واقعی کره را پیدا می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \xrightarrow[m=۱۸۰g]{\rho=۱۲۰۰\frac{kg}{m^۳}=۱/۲\frac{g}{cm^۳}} V_{\text{واقعی}} = \frac{۱۸۰}{۱/۲} = ۱۵۰cm^۳$$

در آخر، حجم حفره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = ۵۰۰ - ۱۵۰ = ۳۵۰cm^۳$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

وقتی یک مایع به جامد تبدیل شود، جرم آن ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{مایع}} = m_{\text{جامد}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جامد}} V_{\text{جامد}}$$

https://konkur.info

$$\xrightarrow[\rho_{جامد}=۱/۵\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{مایع}=۱/۲\frac{g}{cm^۳}} ۱/۲\times V_{مایع}=۱/۵\times V_{جامد}$$

$$\Rightarrow V_{جامد}=\frac{۱/۲}{۱/۵}V_{مایع}\Rightarrow V_{جامد}=۰/۸V_{مایع}$$

$$\Rightarrow V_{جامد}=٪۸۰V_{مایع}$$

می‌بینیم، وقتی مایع به جامد تبدیل می‌شود، حجم جامد آن ۸۰ درصد حجم مایع است. بنابراین ۲۰ درصد از حجم مایع کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(پوریا علاقه‌مند)*

با استفاده از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ و با توجه به این‌که $m_۲=۶m_۱$، $V_۲=V_۱+۴۰۰cm^۳$ و چگالی ثابت است، به صورت زیر $V_۲$ را می‌یابیم. دقت کنید، چون جرم افزایش یافته است و حجم با جرم متناسب است، حجم نیز افزایش می‌یابد.

$$\rho=\frac{m_۱}{V_۱}=\frac{m_۲}{V_۲}\xrightarrow[V_۱=V_۲-۴۰۰]{m_۲=۶m_۱}\frac{m_۱}{V_۲-۴۰۰}=\frac{۶m_۱}{V_۲}$$

$$\Rightarrow ۶V_۲-۲۴۰۰=V_۲\Rightarrow ۵V_۲=۲۴۰۰\Rightarrow V_۲=۴۸۰cm^۳$$

$$\xrightarrow{۱L=۱۰۰۰cm^۳}V_۲=\frac{۴۸۰}{۱۰۰۰}L=۰/۴۸L$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(علی برزگر)*

ابتدا حجم مایع درون ظرف را می‌یابیم.

$$\rho_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{V_{مایع}}\xrightarrow[m_{مایع}=۷۰۰g]{\rho_{مایع}=۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳}=۲\frac{g}{cm^۳}}۲=\frac{۷۰۰}{V_{مایع}}$$

$$\Rightarrow V_{مایع}=۳۵۰cm^۳$$

چون حجم ظرف $۴۰۰cm^۳$ و حجم مایع $۳۵۰cm^۳$ است، بنابراین $۴۰۰-۳۵۰=۵۰cm^۳$ از حجم ظرف خالی می‌ماند. اکنون حجم قطعهٔ فلزی را می‌یابیم:

$$V_{فلز}=\frac{m_{فلز}}{\rho_{فلز}}\xrightarrow[\rho_{فلز}=۶\frac{g}{cm^۳}]{m_{فلز}=۸۴۰g}V_{فلز}=\frac{۸۴۰}{۶}=۱۴۰cm^۳$$

با توجه به این‌که حجم مایع جابه جا شده برابر حجم فلز است، لذا، با انداختن قطعهٔ فلزی درون مایع، حجم مایع درون ظرف به اندازهٔ $۱۴۰cm^۳$ افزایش می‌یابد که بیشتر از حجم خالی ظرف می‌باشد. بنابراین چون حجم خالی ظرف $۵۰cm^۳$ است، لذا، $V'=۱۴۰-۵۰=۹۰cm^۳$ مایع از درون ظرف سرریز می‌شود که جرم آن برابر است با:

$$m=\rho V'=۲\times۹۰=۱۸۰g$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

وقتی $\frac{۱}{۵}$ از حجم مایع A از ظرف سرریز شود، $\frac{۴}{۵}$ از حجم مایع A درون ظرف قرار می‌گیرد. همچنین، وقتی $\frac{۱}{۴}$ از حجم مایع B از ظرف سرریز شود، $\frac{۳}{۴}$ از حجم مایع B درون ظرف قرار می‌گیرد. بنابراین، چون حجم ظرف‌ها یکسان است، داریم:

$$V_{ظرف}=\frac{۴}{۵}V_A=\frac{۳}{۴}V_B\Rightarrow V_A=\frac{۱۵}{۱۶}V_B$$

اکنون با توجه به یکسان بودن جرم مایع‌ها و با استفاده از رابطهٔ چگالی می‌توان نوشت:

$$m_A=m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho_AV_A=\rho_BV_B\xrightarrow[\rho_A=۳/۲\frac{g}{cm^۳}]{V_A=\frac{۱۵}{۱۶}V_B}$$

$$۳/۲\times\frac{۱۵}{۱۶}V_B=\rho_B\times V_B\Rightarrow\rho_B=۳\frac{g}{cm^۳}$$

در آخر چگالی مخلوط جرم برابر از دو مایع A و B را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow[\rho_B=۳\frac{g}{cm^۳}]{\rho_A=۳/۲\frac{g}{cm^۳},\ m_A=m_B=m}\rho_{مخلوط}=\frac{m+m}{\frac{m}{۳/۲}+\frac{m}{۳}}=\frac{۲m}{\frac{۶/۲m}{۳/۲\times۳}}$$

$$\Rightarrow\rho_{مخلوط}=\frac{۲\times۳\times۳/۲}{۶/۲}=\frac{۹۶}{۳۱}\frac{g}{cm^۳}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

https://konkur.info

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۱»** *(شارمان ویسی)*

با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، در مالش یک میلهٔ شیشه‌ای خنثی با پارچهٔ ابریشمی، الکترون‌ها از میلهٔ شیشه‌ای به پارچهٔ ابریشمی منتقل می‌شوند، در نتیجه، میلهٔ شیشه‌ای بار مثبت پیدا می‌کند. یعنی، تعداد الکترون‌های پارچهٔ ابریشمی افزایش و تعداد الکترون‌های میلهٔ شیشه‌ای کاهش خواهد یافت. (مورد «الف» درست است.)

در مالش میلهٔ پلاستیکی با پارچهٔ ابریشمی، الکترون‌ها از پارچهٔ ابریشمی به میلهٔ پلاستیکی منتقل می‌شوند، در نتیجه، میلهٔ پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند. یعنی، تعداد الکترون‌های آن افزایش می‌یابد و تعداد الکترون‌های پارچهٔ ابریشمی کاهش خواهد یافت. (مورد «ت» درست است.)

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحهٔ ۴)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(محسن قندچلر)*

اگر بار هر ذره برابر $q = ne$ باشد، با استفاده از قانون کولن باید مشخص کنیم در کدام گزینه، n عدد صحیح به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[|q_1|=|q_2|=ne]{r=64cm=64\times10^{-2}m}$$

$$F = 9\times10^9\times\frac{ne\times ne}{64\times64\times10^{-4}} \xrightarrow{e=1/6\times10^{-19}C}$$

$$F = \frac{9\times10^9\times n^2\times1/6\times10^{-19}\times1/6\times10^{-19}}{64\times64\times10^{-4}} = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2$$

اکنون به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: n عدد صحیح نیست.

$$F = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2 \xrightarrow{F=\frac{4}{9}\times10^{-27}N} \frac{4}{9}\times10^{-27} = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2$$

$$\Rightarrow n^2 = \frac{16\times4}{9\times9} \Rightarrow n = \frac{8}{9}$$

گزینهٔ «۲»: n عدد صحیح است.

$$\frac{9}{4}\times10^{-27} = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

گزینهٔ «۳»: n عدد صحیح نیست.

$$\frac{16}{25}\times10^{-27} = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{16\times16}{25\times9}$$

$$\Rightarrow n = \frac{16}{5\times3} = \frac{16}{15}$$

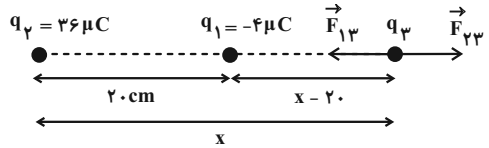
گزینهٔ «۴»: n عدد صحیح نیست.

$$\frac{25}{16}\times10^{-27} = \frac{9}{16}\times10^{-27}n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۸)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(پوریا علاقه‌مند)*

چون بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام‌اند، باید بار q_3 را خارج از فاصلهٔ بین دو بار و روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک به باری که قدرمطلق اندازهٔ بار کمتر است، قرار دهیم تا ساکن و در حال تعادل باشد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، فاصله از بار q_2 را می‌یابیم. دقت کنید، اندازه و نوع بار q_3 در تعادل آن بی‌تاثیر است.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \xrightarrow[r_{23}=x]{r_{13}=x-20} \frac{4}{(x-20)^2} = \frac{36}{x^2}$$

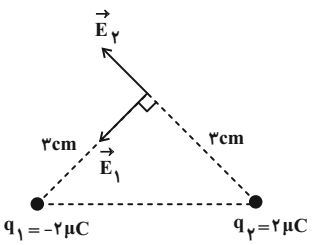
$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{2}{x-20} = \frac{6}{x} \Rightarrow 6x - 120 = 2x$$

$$\Rightarrow 4x = 120 \Rightarrow x = 30cm$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(مریم شیخ‌ممو)*

ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ A تعیین می‌کنیم:

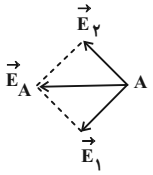


https://konkur.info

$$\begin{cases} |q_1| = |q_2| = 2\times10^{-6}\,C \\ r_1 = r_2 = 3cm = 3\times10^{-2}\,m \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = k\frac{|q_1|}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 2\times10^7\,\frac{N}{C}$$

اکنون اندازه و جهت میدان الکتریکی خالص را می‌یابیم. دقت کنید، چون $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌اندازه و بر هم عمودند، بردار برایند آن‌ها در راستای نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها و به طرف چپ است.



$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_A = \sqrt{2E_1^2} = E_1\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E_A = 2\sqrt{2}\times10^7\,\frac{N}{C}$$

چون $\vec{E}_A$ در جهت منفی محور x است، بردار آن به صورت زیر است:

$$\vec{E}_A = (-2\sqrt{2}\times10^7\,\frac{N}{C})\,\vec{i}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $r = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$، فاصلهٔ ذرات باردار q_1، q_2 و q_3 را از نقطهٔ A به دست می‌آوریم:

$$r_1 = \sqrt{(4+2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45}cm$$

$$r_2 = \sqrt{(-5+2)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{45}cm$$

$$r_3 = \sqrt{(1+2)^2 + (-7+1)^2} = \sqrt{45}cm$$

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی ذرهٔ باردار می توان نوشت:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{(9\times10^9)(10\times10^{-6})}{45\times10^{-4}} = 2\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\xrightarrow[r_1=r_2]{|q_2|=\frac{3}{2}|q_1|} E_2 = \frac{3}{2}E_1 = \frac{3}{2}\times2\times10^7 = 3\times10^7\,\frac{N}{C}$$

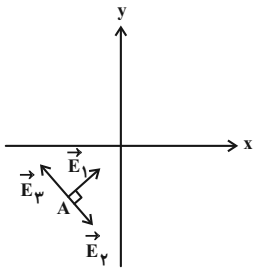
$$\xrightarrow[r_3=r_1]{|q_3|=\frac{1}{2}|q_1|} E_3 = \frac{1}{2}E_1 = \frac{1}{2}\times2\times10^7 = 10^7\,\frac{N}{C}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $y - y_0 = m(x - x_0)$ معادلهٔ خط واصل نقاط (B, C) و (A, D) را می‌نویسیم:

$$B \text{ و } C: y - 5 = -2(x+5) \Rightarrow y = -2x - 5$$

$$D \text{ و } A: y + 1 = \frac{1}{2}(x+2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

با توجه به این‌که این دو خط در نقطهٔ $A(-2, -1)$ متقاطع بوده و بر هم عمود هستند، میدان الکتریکی برایند را می‌توان مطابق با شکل زیر به دست آورد:



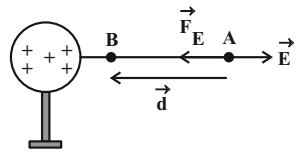
$$E_{2,3} = E_2 - E_3 = 3\times10^7 - 10^7 = 2\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} = \sqrt{(2\times10^7)^2 + (2\times10^7)^2} = 2\sqrt{2}\times10^7\,\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا روحانی‌راد)*

میدان الکتریکی کرهٔ باردار مثبت به طرف راست است. با توجه به این‌که بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، جابه‌جایی بار الکتریکی و نیرو هم‌جهت‌اند، بنابراین، زاویهٔ بین $\vec{F}$ و $\vec{d}$ برابر $\theta = 0^\circ$ است، لذا، طبق رابطهٔ $W = (F\cos\theta)d$، کار میدان الکتریکی مثبت می‌باشد. یعنی $W_E > 0$ است.



از طرف دیگر، داریم: $\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E>0} \Delta U < 0$

همچنین برای ΔV داریم:

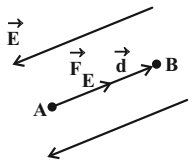
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[\Delta U<0]{q<0} \Delta V > 0$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

https://konkur.info

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد می‌شود و جابه‌جایی نیز در خلاف جهت میدان است، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر صفر می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta U = -|q| Ed\cos\theta \xrightarrow[E=۴\times۱۰^{۵}\frac{N}{C},\ |q|=۵\times۱۰^{-۶}C]{d=۱۲cm=۰/۱۲m\ ,\ \theta=۰}$$

$$\Delta U = -۵\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۵}\times۰/۱۲\times\cos۰^{\circ} \xrightarrow{\cos۰^{\circ}=۱}$$

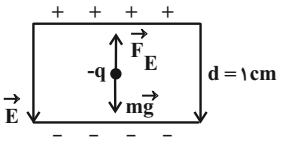
$$\Delta U = -۰/۲۴J \xrightarrow{۱J=۱۰^{۶}\mu J}$$

$$\Delta U = -۰/۲۴\times۱۰^{۶}\mu J = -۲/۴\times۱۰^{۵}\mu J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بر ذرهٔ باردار نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره در حال تعادل است، باید نیروی الکتریکی رو به بالا باشد. با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی به طرف پایین و جهت نیروی الکتریکی به طرف بالا است، نوع بار منفی می‌باشد. زیرا، بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. از طرف دیگر، چون ذرهٔ باردار در حال تعادل است نیروی وزن و نیروی الکتریکی هم‌اندازه‌اند، لذا با محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانا به صورت زیر اندازهٔ بار q را می‌یابیم:



$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[d=۱cm=۱۰^{-۲}m]{\Delta V=۴۰۰V} E = \frac{۴۰۰}{۱۰^{-۲}} = ۴\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}$$

$$F_E = mg \xrightarrow{F_E=|q|E} |q|E = mg$$

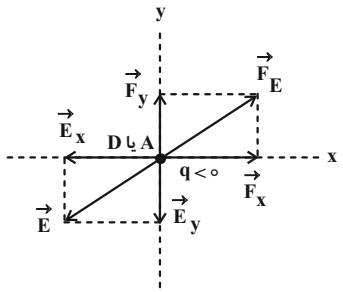
$$\xrightarrow[E=۴\times۱۰^{۴}\frac{N}{C}]{m=۰/۰۲g=۰/۰۲\times۱۰^{-۳}kg}$$

$$|q|\times۴\times۱۰^{۴} = ۰/۰۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow |q| = ۵\times۱۰^{-۹}C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

می‌دانیم جهت میدان الکتریکی در هر نقطه مماس بر خط میدان الکتریکی در آن نقطه است. از طرف دیگر، چون الکترون بار منفی دارد، طبق رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{E}$ ، نیروی الکتریکی وارد بر آن، در خلاف جهت میدان الکتریکی می‌باشد. با توجه به این‌که نیروی وارد بر الکترون برابر $\vec{F} = (۱mN)\vec{i} + (۱mN)\vec{j}$ است، $\vec{F}_x$ در جهت مثبت محور x و $\vec{F}_y$ در جهت مثبت محور y می‌باشد، لذا، باید $\vec{E}_x$ در جهت منفی محور x و $\vec{E}_y$ در جهت منفی محور y باشد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، در نقاط A و D نیروی وارد بر الکترون می‌تواند برابر $\vec{F} = (۱mN)\vec{i} + (۱mN)\vec{j}$ باشد.



(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(پوریا علاقه‌مند)*

با استفاده از رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی به صورت زیر اختلاف چگالی سطحی بار دو کره را برحسب چگالی سطحی بار کرهٔ کوچک‌تر می‌یابیم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \xrightarrow{q_۱=q_۲} \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{A_۱}{A_۲} \xrightarrow{A=\pi D^{۲}} \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = (\frac{D_۱}{D_۲})^{۲}$$

$$\xrightarrow[D_۲=۸cm]{D_۱=۴cm} \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = (\frac{۴}{۸})^{۲} \Rightarrow \sigma_۲ = \frac{۱}{۴}\sigma_۱$$

$$|\frac{\sigma_۲ - \sigma_۱}{\sigma_۱}\times۱۰۰| = |\frac{\frac{۱}{۴}\sigma_۱ - \sigma_۱}{\sigma_۱}\times۱۰۰| = ۷۵٪$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

https://konkur.info

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: اتیلن گلیکول و اتانول هر دو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

گزینهٔ «۲»: فرمول مولکولی وازلین $C_{۲۵}H_{۵۲}$ بوده و یک آلکان به شمار می‌رود که در فرمول پیوند- خط آن از ۲۴ خط (مربوط به پیوندهای $C-C$) استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: ۲۰ درصد جرمی اوره با فرمول $CO(NH_۲)_۲$ از کربن تشکیل شده است:

$$\%C=\frac{(۱\times ۱۲)gC}{۶۰g\text{اوره}}\times ۱۰۰=\%۲۰$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین مسلمی)*

عبارت‌ها (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) ترکیب (A) برخلاف ترکیب (C)، در آب سخت که حاوی مقادیر چشمگیری یون منیزیم یا کلسیم است خاصیت پاک‌کنندگی خود را از دست می‌دهد.

ب) زنجیرهٔ آلکیل صابون (A) سیرنشده است و فرمول صابون (A) با زنجیرهٔ آلکیل سیر شده به صورت $C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$ می‌باشد.

پ) واکنش تهیهٔ صابون از چربی یا ترکیب (B) به صورت زیر است:

$$C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶+۳NaOH\rightarrow C_۳H_۸O_۳+۳C_{۱۷}H_{۳۳}COONa$$

ت) ترکیب (C) حاوی کاتیون و آنیون است که بین اتم‌های آنیون آن پیوند کووالانسی وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

از اطلاعات صورت سؤال در می‌یابیم که کاتیون این صابون مایع باید چند اتمی $(NH_۴^+)$ باشد، چون اگر تک اتمی باشد، جفت الکترون پیوندی $(p.e)$ نخواهد داشت.

فرمول صابون: $C_nH_{۲n+۱}COONH_۴$

$$\begin{cases}\text{بخش کاتیونی}: \left[\begin{array}{c}H\\ |\\ H-N-H\\ |\\ H\end{array}\right]^+ \Rightarrow p.e=۴\\ \text{بخش آنیونی}: C_nH_{۲n+۱}COO^-\\ \Rightarrow p.e=\dfrac{۴n+۲n+۱+(۴\times ۱)+(۲\times ۲)-۱}{۲}=۳n+۴\end{cases}$$

$$\frac{۳n+۴}{۴}=۱۱/۵\Rightarrow ۳n+۴=۴۶\Rightarrow ۳n=۴۲\Rightarrow n=۱۴$$

$$\Rightarrow \text{فرمول نهایی صابون}=C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴$$

واکنش تشکیل رسوب: $۲C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴+Mg^{۲+}$

$$\rightarrow \underbrace{(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}+۲NH_۴^+$$

$$?g\,(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg=۱/۳\,mol\,C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴\times\frac{۱mol\,(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg}{۲mol\,C_{۱۴}H_{۲۹}COONH_۴}\times\frac{۵۰۶g\,(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg}{۱mol\,(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg}$$

$$=۳۲۸/۹g\,(C_{۱۴}H_{۲۹}COO)_۲Mg$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(حسن لشکری)*

محلول مس (II) سولفات، یک مخلوط همگن و پایدار بوده که نور را از خود عبور می‌دهد.

مخلوط آب و روغن و صابون، یک کلوئید با توده‌های مولکولی است که ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

شربت معده سوسپانسیون بوده و ناپایدار است و نور را پخش می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی خیاوی)*

عبارت‌های اول، دوم، سوم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به شکل ۳ صفحهٔ ۸ کتاب شیمی ۳ درست است.

عبارت دوم: برای مثال پاک‌کنندگی صابون در پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است. زیرا چربی با پارچه‌های پلی‌استری جاذبهٔ قوی‌تری ایجاد می‌کند.

عبارت سوم: با توجه به خود را بیازمایید صفحهٔ ۹ کتاب شیمی ۳، هر دو تغییر بیان شده سبب افزایش قدرت پاک‌کنندگی می‌شود.

عبارت چهارم: با توجه به معادلهٔ واکنش صابون با یون منیزیم، هر مول منیزیم، دو مول صابون را از فرایند پاک‌کنندگی حذف می‌کند.

$$۲RCOONa(aq)+MgCl_۲(aq)\rightarrow (RCOO)_۲Mg(s)+۲NaCl(aq)$$

عبارت پنجم: با توجه به کاوش کنید صفحه‌های ۸ و ۹ شیمی ۳، در اثر هم زدن سریع‌تر، هوای بیشتری در مخلوط حل شده و میزان کف تولیدی بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی)*

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در اتیلن گلیکول بخش قطبی بر ناقطبی غالب است؛ بنابراین اتیلن گلیکول در آب، برخلاف هگزان حل می‌شود.

ب) در اسیدهای چرب، گروه عاملی کربوکسیل $(COOH)$ می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند. دقت کنید در این مواد بخش ناقطبی بر قطبی غالب است و این مواد در آب نامحلول هستند. اما باید توجه داشت در این سؤال صرفاً امکان تشکیل پیوند مورد پرسش واقع شده نه قدرت یا شمار پیوندهای هیدروژنی.

https://konkur.info

پ) زیرا اسیدهای چربی که در تولید صابون جامد استفاده می‌شوند باید دارای زنجیرهٔ هیدروکربنی بزرگی باشند در حالی‌که مادهٔ داده شده قسمت هیدروکربنی کوتاهی دارد و برای این کار مناسب نیست.

ت) مخلوط آب، صابون و چربی، نوعی کلوئید است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۰۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

با توجه به این‌که غلظت یون کلرید برابر $۲۸۴۰۰ppm$ است، پس در یک لیتر از این محلول ۲۸۴۰۰ میلی‌گرم یون Cl^- وجود دارد. با توجه به واکنش‌های موازنه شدهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$۱)\ MgCl_۲(aq) \rightarrow Mg^{۲+}(aq) + ۲Cl^-(aq)$$

$$۲)\ ۳Mg^{۲+}(aq) + ۲PO_۴^{۳-}(aq) \rightarrow Mg_۳(PO_۴)_۲(s)$$

$$?g\ PO_۴^{۳-} = ۲۸۴۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ g\ Cl^- \times \frac{۱mol\ Cl^-}{۳۵/۵g\ Cl^-}$$

$$\times \frac{۱mol\ Mg^{۲+}}{۲mol\ Cl^-} \times \frac{۲mol\ PO_۴^{۳+}}{۳mol\ Mg^{۲+}} \times \frac{۹۵g\ PO_۴^{۳-}}{۱mol\ PO_۴^{۳-}} \times \frac{۱۰۰}{۷۵}$$

$$\simeq ۳۳/۷g\ PO_۴^{۳-}$$

$$\text{درصد جرمی یون فسفات} = \frac{۳۳/۷}{۴۰۰} \times ۱۰۰ \simeq ٪۸/۴۵$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$\underbrace{۲Al(s) + ۲NaOH(s)}_{\text{پودر}} + ۶H_۲O(l)$$

$$\rightarrow ۲NaAl(OH)_۴(s) + ۳H_۲(g)$$

$$\text{جرم مولی پودر} = ۲\times۲۷ + ۲\times۴۰ + ۱۳۴g.mol^{-۱}$$

$$?g\ H_۲ = ۲۶۸g\ \text{پودر} \times \frac{۹۰}{۱۰۰} \times \frac{۲mol\ \text{پودر}}{۱۳۴g\ \text{پودر}}$$

$$\times \frac{۳mol\ H_۲}{۲mol\ \text{پودر}} \times \frac{۲g\ H_۲}{۱mol\ H_۲} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶/۴۸g\ H_۲$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{۶/۴۸}{V} \Rightarrow V = \frac{۶/۴۸}{۱/۲} = ۵/۴L$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

فقط عبارت (پ) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) هر دو اکسید، دو نوع ذره تولید می‌کنند:

$$N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ۲HNO_۳(\underbrace{۲H^+ + ۲NO_۳^-}_{\text{۴ ذره}})$$

$$CaO + H_۲O \rightarrow Ca(OH)_۲(\underbrace{Ca^{۲+} + ۲OH^-}_{\text{۳ ذره}})$$

ب) $N_۲O_۵$ اکسید نافلزی بوده و در آب خاصیت اسیدی دارد و CaO اکسید فلزی بوده و در آب خاصیت بازی دارد.

پ) در محلول‌های بازی (محلول (II)) غلظت $[OH^-]$ و در محلول‌های اسیدی (محلول (I)) غلظت $[H^+]$ بیشتر است.

ت) $N_۲O_۵$ و $HNO_۳$ ترکیب مولکولی و CaO و $Ca(OH)_۲$ ترکیب یونی هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های۱۴ تا ۱۶)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

هر مول استر سه عاملی با ۳ مول KOH واکنش می‌دهد.

$$?\ mol\ \text{استر} = ۱۲L\ KOH \times \frac{۰/۰۱mol\ KOH}{۱L\ KOH}$$

$$\times \frac{۱mol\ \text{استر}}{۳mol\ KOH} = ۰/۰۴mol\ \text{استر}$$

$$\text{مول}\ n = \frac{m_{\text{استر}}(g)}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۰۴ = \frac{۳۳/۹۲}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{۳۳/۹۲}{۰/۰۴} = ۸۴۸g.mol^{-۱}$$

فرمول عمومی استرهای بلندزنجیر ۳ عاملی که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده است به صورت $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ است و با توجه به جرم مولی آن داریم:

$$۱۲n + (۲n-۴) + ۶(۱۶) = ۸۴۸ \Rightarrow n = ۵۴$$

$$C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$$

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{۱}{۲}(\text{تعداد O}\times۲ + \text{تعداد H}\times۱ + \text{تعداد C}\times۴)$$

$$= \frac{۱}{۲}(۵۴\times۴ + ۱۰۴\times۱ + ۶\times۲) = ۱۶۶$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

https://konkur.info

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: فراوانی ایزوتوپ‌ها به صورت « $^{۲۴}Mg < ^{۲۶}Mg < ^{۲۵}Mg$ » است.

عبارت چهارم: به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها، سرعت واکنش ایزوتوپ‌های منیزیم با کلر، در شرایط یکسان، برابر است.

عبارت پنجم: ایزوتوپ‌ها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند، پس برای جداسازی آن‌ها تنها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳ و ۵)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

$$\begin{cases} p+N=۱۰۸ \\ \frac{e}{N}=\frac{۲}{۳} \\ e=p-۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{e}{N}=\frac{۲}{۳} \xrightarrow{e=p-۳} \frac{p-۳}{N}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow N=\frac{۳p-۹}{۲}$$

$$p+N=۱۰۸ \xrightarrow{N=\frac{۳p-۹}{۲}} p+\frac{۳p-۹}{۲}=۱۰۸$$

$$۲p+۳p-۹=۲۱۶ \Rightarrow \begin{cases} p=۴۵ \\ N=۶۳ \end{cases}$$

$$_{۴۵}A \begin{cases} \text{دورهٔ } ۵ \\ \text{گروه } ۹ \end{cases}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خوابوی‌مجر)*

پاسخ صحیح هر سه پرسش در گزینهٔ «۱» آمده است.

بررسی پرسش‌ها:

پرسش «الف»: در یون فسفات در مجموع ۴۷ پروتون، ۴۸ نوترون و ۵۰ الکترون وجود دارد، پس ۱۴۵ ذرهٔ زیر اتمی داریم.

پرسش «ب»: در زمان ۲۰ ساعت، جرم ۴۰ گرم رادیوایزوتوپ ۴ بار نصف شده است، پس هر نیم‌عمر آن ۵ ساعت است.

پرسش «پ»: عدد اتمی A برابر ۱۵ است. $(^{۳۱}_{Z}A^{۳-})$ $\quad e-n=۲$

$$(Z+۳)-(۳۱-Z)=۲ \Rightarrow Z=۱۵$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خوابوی‌مجر)*

عنصر B ، تکنیسم $(^{۹۹}_{۴۳}Tc)$ است که در دورهٔ پنجم برای آن جرم اتمی میانگین تعریف نمی‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

۱) عدد اتمی D برابر ۴۵ است که با عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ سوم جدول تناوبی $(_{۱۸}Ar)$، ۲۷ واحد اختلاف دارد.

۲) عدد اتمی A برابر ۴۲ است که عنصر $_{۱۴}Si$ (دارای یک سوم عدد اتمی A) در گروه ۱۴ قرار دارد.

۳) در $^{۹۹}_{۴۳}Tc$ نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها کوچک‌تر از ۱/۵ است.

۴) عنصر E با عدد اتمی ۴۶ در گروه ۱۰ جدول تناوبی قرار دارد. عنصر آهن $(_{۲۶}Fe)$ فراوان‌ترین عنصر در کرهٔ زمین است و در گروه ۸ و دورهٔ ۴ جدول تناوبی قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵ تا ۷ و ۹ تا ۱۳)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مجر)*

ابتدا جرم اتمی میانگین A و B را به دست می‌آوریم:

$$\overline{A}=\frac{(۱۴\times۷۵)+(۱۵\times۲۵)}{۱۰۰}=۱۴/۲۵$$

$$\overline{B}=\frac{(۱۶\times۸۰)+(۱۷\times۱۰)+(۱۸\times۱۰)}{۱۰۰}=۱۶/۳$$

https://konkur.info

پس جرم مولی A_2B_3 برابر است با:

$$A_2B_3 = 2(14/25) + 3(16/3) = 77/4\,g.mol^{-1}$$

حال جرم خواسته شده را تعیین می‌کنیم:

$$?g\ A_2B_3 = 9/03\times10^{22}\ A_2B_3 \times \frac{1mol\ A_2B_3}{6/02\times10^{23}\ A_2B_3}$$

$$\times \frac{77/4g\ A_2B_3}{1mol\ A_2B_3} = 11/61g\ A_2B_3$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

از آنجایی که عدد جرمی عنصرها یک عدد صحیح است، پس b و c باید به ترتیب ۱۲ و ۱۳ باشند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\overset{\downarrow}{{}^{11}A}\ ,\ \overset{\downarrow}{{}^{b}A}\ ,\ \overset{\downarrow}{{}^{c}A}\ ,\ \overset{\downarrow}{{}^{14}A}$$
$$\%a \quad \%20 \quad \%20 \quad x$$

$$100 = 20+20+a+x \Rightarrow x = 60-a$$

$$\bar{M} = \frac{11a + (20\times12) + (20\times13) + 14\times(60-a)}{100}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = 13/4 - 0/03a$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

$$54g N_xO_y \times \frac{1mol\ N_xO_y}{(14x+16y)g\ N_xO_y} \times \frac{6/02\times10^{23}\ \text{مولکول}}{1mol\ N_xO_y}$$

$$\times \frac{x+y\ \text{اتم}}{1\ \text{مولکول}} = 2/107\times10^{24}\ \text{اتم}$$

$$\frac{108}{7}(x+y) = 14x+16y \Rightarrow 54x+54y = 49x+56y$$

$$\Rightarrow 5x = 2y \Rightarrow \frac{y}{x} = 2/5$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(هدی بهاری‌پور)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲) توده‌های سرطانی هم گلوکز نشان‌دار و هم گلوکز عادی را جذب می‌کنند.

۳) ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، ${}^{3}_{1}H$ است.

۴) نیم‌عمر تکنسیم بسیار کوتاه است و زود از بین می‌رود؛ بنابراین نمی‌توان آن را ذخیره کرد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۹ و ۲۱)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت (ب):

امواج نشر شده از کنترل تلویزیون نامرئی بوده و با وسیله‌ای مثل دوربین گوشی قابل رؤیت هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(هدی بهاری‌پور)*

در طیف نور مرئی، رنگ سبز بین رنگ آبی و زرد قرار دارد. رنگ شعلهٔ سبز می‌تواند مربوط به مس و ترکیب‌های آن باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

https://konkur.info

شیمی ۲

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) امروزه به دلیل صرفه‌جویی اقتصادی، تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی افزایش یافته است.

ب) تمام قطعه‌های دوچرخه از فراوری مواد نفتی و مواد معدنی موجود در زمین به دست می‌آیند.

ت) همهٔ مواد طبیعی و همهٔ مواد مصنوعی از کرهٔ زمین به دست می‌آیند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۵)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

پاسخ صحیح هر سه پرسش در گزینهٔ «۲» آمده است.

بررسی پرسش‌ها:

الف) ژرمانیم ($_{۳۲}Ge$) با عدد اتمی ۳۲، دومین عنصر شبه‌فلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی و قلع ($_{۵۰}Sn$) با عدد اتمی ۵۰، نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی است.

اختلاف عدد اتمی $= ۵۰ - ۳۲ = ۱۸$

ب) تعداد عنصرهای فلزی تک ظرفیتی دورهٔ چهارم جدول تناوبی برابر ۵ است.

گروه	۱	۲	۳	۱۲	۱۳
عنصر	K^{+}	$Ca^{۲+}$	$Sc^{۳+}$	$Zn^{۲+}$	$Ga^{۳+}$

پ) با توجه به نمودار ۱ صفحهٔ ۱۳ کتاب شیمی یازدهم بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر $_{۱۱}Na$ و $_{۱۷}Cl$ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۶)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین مسلمی)*

عناصر A، B و C به ترتیب Mg، O و F هستند؛ بنابراین فقط عبارت (ت) نادرست است.

عبارت (ت): عنصر بعد از Mg در جدول تناوبی، Al است که همانند عنصر قبل از اکسیژن (نیتروژن)، یون پایدار تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

$$\left.\begin{matrix} n-e=۸ \\ e=p-۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow n-(p-۳)=۸ \Rightarrow \begin{cases} n-p=۵ \\ n+p=۵۹ \end{cases}$$

$$۲n=۶۴ \Rightarrow n=۳۲ \Rightarrow p=۳۲-۵=۲۷$$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

$_{۲۷}Co:[Ar]۳d^{۷}\,۴s^{۲} \Rightarrow$ **گروه ۹، دورهٔ ۴، دستهٔ d**

عبارت دوم: نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{۲}{۲}=۱$

عبارت سوم: $_{۲۷}Co:۱s^{۲}\,۲s^{۲}\,۲p^{۶}\,۳s^{۲}\,۳p^{۶}\,۳d^{۷}\,۴s^{۲}$

۷ زیرلایه اشغال شده

$_{۳۵}Br:۱s^{۲}\,۲s^{۲}\,۲p^{۶}\,۳s^{۲}\,۳p^{۶}\,۳d^{۱۰}\,۴s^{۲}\,۴p^{۵}$

۸ زیرلایه اشغال شده

عبارت چهارم:

$_{۲۷}Co:۳d^{۷}\,۴s^{۲} \Rightarrow (۷\times۵)+(۲\times۴)=۴۳$ **الکترون‌های ظرفیتی**

https://konkur.info

عبارت پنجم: شمار الکترون‌ها با $l=1$ در عنصرهای $_{19}K$ تا $_{30}Zn$ برابر ۱۲ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ و ۱۴ تا ۱۶)

۱۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

به‌طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است (واکنش‌های طبیعی) و در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام نمی‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است (واکنش‌های غیرطبیعی)؛ بنابراین عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی واکنش‌ها:

آ) $Cu+FeO\rightarrow\times$ (غیرطبیعی)

فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها: واکنش‌پذیری

ب) $C+2CuO\rightarrow CO_2+2Cu$ (طبیعی)

فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها: واکنش‌پذیری

پ) $3Mg+Fe_2O_3\rightarrow 2Fe+3MgO$ (طبیعی)

فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها: واکنش‌پذیری

ت) $C+Na_2O\rightarrow\times$ (غیرطبیعی)

فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها: واکنش‌پذیری

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) ششمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی، آهن $(_{26}Fe)$ می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت (Fe_2O_3) است.

ب) در میان عنصرهای دورهٔ چهارم جدول تناوبی، $_{29}Cu$ و $_{30}Zn$ از دستهٔ d و ۶ عنصر از دستهٔ p شامل $_{31}Ga$ ، $_{32}Ge$ ، $_{33}As$ ، $_{34}Se$ ، $_{35}Br$ و $_{36}Kr$؛ زیرلایهٔ 3d کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر $_{24}Cr$ و $_{25}Mn$ زیرلایهٔ 3d نیمه پر دارند؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر $(6=2-8)$ است.

پ) اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایهٔ 3d آن پر می‌شود، عنصر $_{29}Cu$ است.

$_{29}Cu:[_{18}Ar]\,3d^{10}\,4s^{1}$

مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت $_{29}Cu$

$=10\times(3+2)+1\times(4+0)=54$

ت) اسکاندیم $(_{21}Sc)$ نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

می‌دانیم تنها ماده‌ای که از ظرف واکنش خارج می‌شود، گاز CO_2 است، پس جرم کاهش یافته همان CO_2 است. فرض می‌کنیم در ابتدا ۱۰۰ گرم واکنش‌دهنده در ظرف داریم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$?g\ CO_2=100g\ CaCO_3\times\frac{1mol\ CaCO_3}{100g\ CaCO_3}\times\frac{1mol\ CO_2}{1mol\ CaCO_3}\times\frac{44g\ CO_2}{1mol\ CO_2}\times\frac{R}{100}=30/8g\ CO_2$$

$$\Rightarrow R=70$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

https://konkur.info

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گیانی‌دوست)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$Cu + ۴HNO_۳ \rightarrow Cu(NO_۳)_۲ + ۲NO_۲ + ۲H_۲O$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$?\,mL\ NO_۲ = ۲L\ \text{محلول} \times \frac{۵\times۱۰^{-۳}\,mol\ HNO_۳}{۱L\ \text{محلول}}$$

$$\times \frac{۲mol\ NO_۲}{۴mol\ HNO_۳} \times \frac{۲۵۰۰۰mL\ NO_۲}{۱mol\ NO_۲} = ۱۲۵mL\ NO_۲$$

$$?\,g\ Cu = ۲L\ \text{محلول} \times \frac{۵\times۱۰^{-۳}\,mol\ HNO_۳}{۱L\ \text{محلول}}$$

$$\times \frac{۱mol\ Cu}{۴mol\ HNO_۳} \times \frac{۶۴g\ Cu}{۱mol\ Cu} = ۰/۱۶g\ Cu$$

$$\text{درصد ناخالصی} = ٪۲۰ \Rightarrow \text{درصد خلوص}\ Cu = \frac{۰/۱۶}{۰/۲}\times۱۰۰ = ٪۸۰$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

روش اول:

$$C_۸H_{۱۰} + ۴KMnO_۴ \rightarrow C_۸H_۶O_۴ + ۴MnO_۲ + ۴KOH$$

$$?\,g\ C_۸H_۶O_۴ = ۴۰۰mL\ \text{محلول}$$

$$\times \frac{۱L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰mL\ \text{محلول}} \times \frac{۰/۲mol\ KMnO_۴}{۱L\ \text{محلول}}$$

$$\times \frac{۱mol C_۸H_۶O_۴}{۴mol\ KMnO_۴} \times \frac{۱۶۶g\ C_۸H_۶O_۴\ \text{خالص}}{۱mol C_۸H_۶O_۴} \times \frac{۱۰۰g}{۷۵g}$$

$$\simeq ۴/۴۳g C_۸H_۶O_۴$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی (g)}}{\text{مقدار نظری (g)}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۹۰ = \frac{x}{۴/۴۳}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow x \simeq ۳/۹۹g$$

روش دوم:

$$\frac{\text{درصد خلوص}\times\text{جرم ماده}}{\text{ضریب}\times\text{جرم مولی}} = \frac{\text{بازده}\times\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۲\times۰/۴\times\frac{۹۰}{۱۰۰}}{۴} = \frac{\text{جرم کل}\times\frac{۷۵}{۱۰۰}}{۱۶۶\times۱} \Rightarrow \text{جرم کل} \simeq ۳/۹۹g$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا معادله‌های واکنش‌های داده شده را به صورت موازنه شده می‌نویسیم:

$$I)\ N_۲(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g)$$

$$II)\ ۴NH_۳(g) + ۵O_۲(g) \rightarrow ۴NO(l) + ۶H_۲O(l)$$

ابتدا برای قسمت اول مقدار مول آمونیاک تولیدی را به دست می‌آوریم؛ از آنجا که در هر مولکول آمونیاک، ۳ پیوند اشتراکی بین H و N وجود دارد، می‌توان نوشت:

$$?\,N-H = ۱۱۲۰g\ N_۲ \times \frac{۱mol\ N_۲}{۲۸g\ N_۲}$$

$$\times \frac{۲mol\ NH_۳}{۱mol\ N_۲} \times \frac{۳mol\ N-H}{۱mol\ NH_۳}$$

$$\times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,N-H}{۱mol\ N-H} \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۱/۰۸۳۶\times۱۰^{۲۶}\ N-H$$

اگر فراورده‌ها در شرایط STP باشند (دمای $۰^\circ C$ و فشار $۱atm$) آب به صورت مایع از گازها جدا می‌شود.

$$۱۱۲۰g\ N_۲ \times \frac{۱mol\ N_۲}{۲۸g\ N_۲} \times \frac{۲mol\ NH_۳}{۱mol\ N_۲} \times \frac{۴mol\ NO}{۴mol\ NH_۳}$$

$$\times \frac{۲۲/۴L\ NO}{۱mol\ NO} \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۱۳۴۴L\ NO$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info