

بروزترین و ابرترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO



دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمودهای سراسر کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۷۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			تا	از	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
	هنلسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه



ریاضیات



ریاضی (۱)

۱- اگر $b^{\frac{m}{n}}$ باشد، ریشه سوم $a^{\frac{1}{3}}$ کدام است؟

$b^{\frac{m}{n}} \text{ (۴)}$

$b^{\frac{1}{n}} \text{ (۳)}$

$b^{\frac{1}{3}} \text{ (۲)}$

$b^{\frac{m}{3}} \text{ (۱)}$

۲- اگر $\sqrt[n]{-100}$ بین دو عدد متولای $n+1$ و $\sqrt[3]{200}$ بین دو عدد متولای $m-1$ و m باشد، حاصل $n+m$ کدام است؟

-1 (۴)

2 (۳)

1 (۲)

0 (۱)

۳- اگر $a^{\frac{1}{n}} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \dots$ باشد، حدود a کدام است؟

$-1 < a < 0 \text{ یا } a > 1 \text{ (۲)}$

$0 < a < 1 \text{ (۱)}$

$a > 1 \text{ (۴)}$

$0 < a < -1 \text{ (۳)}$

۴- کدام یک از گزینه‌های زیر به ازای هر $n \geq 2$ ، صحیح است؟

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{-b} = \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b} \text{ (۲)}$

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b} \text{ (۱)}$

$(\sqrt[n]{a})^n = a \text{ (۴)}$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \text{ (۳)}$

۵- ریشه پنجم $\sqrt[5]{768} - \sqrt[5]{27}$ کدام است؟

81 (۴)

3 (۳)

$\sqrt[5]{3} \text{ (۲)}$

$\sqrt[5]{3} \text{ (۱)}$

۶- حاصل عبارت $\frac{4(\sqrt[4]{8})^{\frac{1}{6}} - 3\sqrt[3]{2^{\frac{1}{3}}}}{(\sqrt{2})^{2/5}}$ را به صورت یک عدد توان دار با توان مثبت $(m \in \mathbb{N})$ و پایه n نوشته‌ایم. کمترین مقدار $m + \frac{1}{n}$ کدام است؟

کدام است؟

12 (۴)

$2/1 \text{ (۳)}$

7 (۲)

$10/5 \text{ (۱)}$

۷- اگر $2^m = \sqrt[3]{2}$ و $2^m = \sqrt[3]{3^n}$ باشد، حاصل $\frac{(2^{n-1})^m}{(3^{m+1})^n}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}} \text{ (۴)}$

$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} \text{ (۳)}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{3}} \text{ (۲)}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{3}} \text{ (۱)}$

۸- اگر $x = \sqrt{18}, -\sqrt{18}, \sqrt{25}, -\sqrt{25}$ و $\sqrt{5}$ سه جمله متولای دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار x چه قدر است؟

$0/25 \text{ (۴)}$

$-0/25 \text{ (۳)}$

$0/75 \text{ (۲)}$

$-0/75 \text{ (۱)}$



۱۰ (۴)

 $10 + 6\sqrt{3}$ (۳) $8 + 6\sqrt{3}$ (۲) $13 + 3\sqrt{3}$ (۱)

- ۱۰ - کدام گزینه نادرست است؟

$$((-27)^4)^{\frac{1}{3}} = 81(2)$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{27}} = 3^{-\frac{1}{5}}$$

$$27^{\frac{1}{15}} = \sqrt[15]{9}$$

$$(-27)^{\frac{1}{3}} = -3$$

- ۱۱ - کدام گزینه عاملی برای عبارت $x^8 - 8x^4 - 1$ نیست؟

x - 9 (۴)

x + 3 (۳)

 $x^2 + 9$ (۲) $x^2 - 3x$ (۱)- ۱۲ - اگر x و y دو عدد باشند به طوری که $x - y = 2$ و $xy = 1$ باشد، حاصل $x^3 - y^3$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۰ (۱)

- ۱۳ - اگر $A = x^4 - 1$ و $B = x^3 - x^2 - x + 1$ باشد، در این صورت عامل مشترک A و B کدام است؟ $(x+1)^2$ (۴) $x^3 + 1$ (۳) $(x-1)^2$ (۲) $x^3 - 1$ (۱)- ۱۴ - اگر $a - \frac{1}{a} = \sqrt{21}$ باشد، مقدار مثبت $a^3 + \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

۱۰۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۱۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

- ۱۵ - با گویا کردن مخرج کسر $\frac{1}{1+\sqrt[6]{x}}$ ، صورت کسر حاصل چند برابر $(1-\sqrt[6]{x})$ است؟ $1 + \sqrt[6]{x} + \sqrt[3]{x}$ (۲) $1 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}$ (۱) $1 - \sqrt[6]{x} + \sqrt[3]{x}$ (۴) $1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}$ (۳)- ۱۶ - در حل معادله $x(x+1) = \frac{1}{4}$ به روش مربع کامل، در طرف دوم تساوی از کدام عدد جذر می‌گیریم؟ $\frac{7}{64}$ (۴) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)- ۱۷ - مجموع جواب‌های معادله $(2x-1)^3 + 2(2x-1) - 7 = 0$ کدام است؟

۰ (۴) صفر

۴ (۳)

۲ (۲)

 $2\sqrt{2}$ (۱)



-۱۸ اگر معادله $(1-m)x^3 - 2mx + (m+1) = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، مقدار این ریشه مثبت کدام است؟

$$\frac{1+\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \quad (3)$$

$$\sqrt{2}-1 \quad (2)$$

$$1+\sqrt{2} \quad (1)$$

-۱۹ اگر $x=-2$ ریشه‌ای از معادله $mx^3 + 2x - m = 5$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

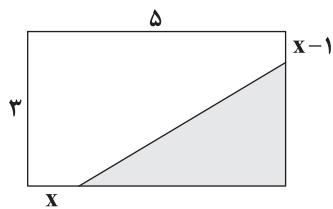
$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

-۲۰ اگر مساحت قسمت سایه خورده ۲۰ درصد مساحت مستطیل باشد، مقدار x کدام است؟



$$3 \quad (1)$$

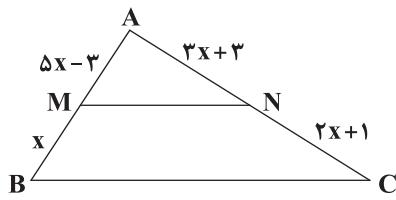
$$2 \quad (2)$$

$$7 \quad (3)$$

$$1/5 \quad (4)$$

هندسه (۱)

-۲۱ در شکل زیر MN با BC موازی است. نسبت MN به BC چقدر است؟



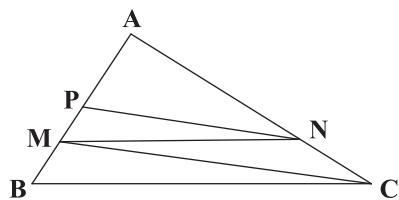
$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

-۲۲ در شکل زیر $BC \parallel AP \parallel PN \parallel MC \parallel MN$ است. اگر $AP = \frac{3}{2}PM$ باشد، مساحت مثلث MPN چند درصد مساحت مثلث MBC است؟



$$50 \quad (1)$$

$$36 \quad (2)$$

$$42 \quad (3)$$

$$64 \quad (4)$$

-۲۳ در یک ذوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده‌ها ۴ و $\frac{2}{5}$ و طول ساق ۳ واحد است. از نقطه تلاقی قطرها خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم

تا ساق‌ها را به دو قسمت تقسیم کنیم. طول قطعه کوچک‌تر ایجاد شده روی ساق‌ها چند واحد است؟

$$\frac{15}{13} \quad (4)$$

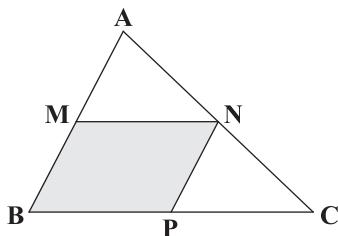
$$\frac{14}{13} \quad (3)$$

$$\frac{16}{15} \quad (2)$$

$$\frac{17}{15} \quad (1)$$



- ۲۴- در شکل زیر مساحت متوازی‌الاضلاع نصف مساحت مثلث ABC است. نسبت BM به AM چقدر است؟



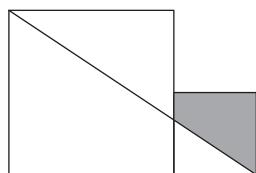
$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)

- ۲۵- دو مربع به اضلاع $1/5$ و 2 واحد کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت سایه‌خورده چند واحد مربع است؟



$\frac{23}{14}$ (۱)

$\frac{45}{28}$ (۲)

$\frac{13}{14}$ (۳)

$\frac{27}{28}$ (۴)

- ۲۶- مثلثی با طول اضلاع 8 و 15 و 18 با مثلثی دیگر به طول اضلاع x , $y+1$, $x+1$ متشابه است. بیشترین مقدار y کدام است؟

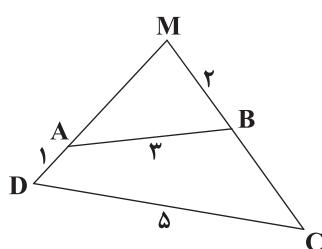
$\frac{23}{7}$ (۴)

$\frac{23}{3}$ (۳)

$\frac{26}{7}$ (۲)

$\frac{26}{3}$ (۱)

- ۲۷- در چهارضلعی ABCD زوایای رو به رو مکمل‌اند. طول AM چقدر است؟



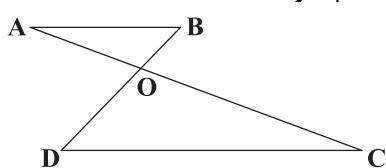
$\frac{7}{3}$ (۱)

$\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{13}{3}$ (۳)

$\frac{8}{3}$ (۴)

- ۲۸- در شکل زیر $AB \parallel CD$ است. اگر OB ثلث OD باشد و $AC = 12$ واحد باشد، اختلاف OC و OA چقدر است؟



۵ (۱)

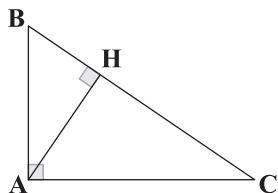
۹ (۲)

۳ (۳)

۶ (۴)



- ۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه زیر ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو پاره خط به طول‌های ۹ و ۱۲ واحد تقسیم کرده است. طول AC چقدر است؟



$$3\sqrt{21} \quad (1)$$

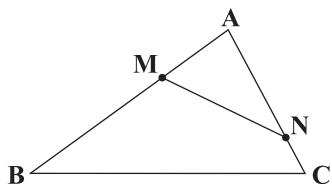
$$3\sqrt{7} \quad (2)$$

$$6\sqrt{7} \quad (3)$$

$$\sqrt{21} \quad (4)$$

- ۳۰- در مثلث ABC، نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و AC طوری انتخاب شده است که $AM = \frac{1}{2}BM = 2$ و $AN = \frac{1}{4}AC = 1$ است.

اگر محيط مثلث ABC ۱۵ واحد باشد، طول MN چقدر است؟



$$2/5 \quad (1)$$

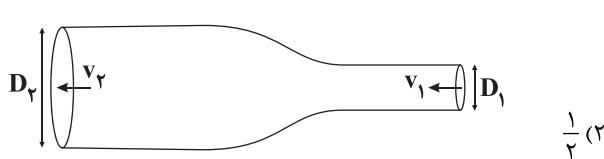
$$3/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



- ۳۱- در لوله‌ای به شکل زیر، شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا در حال حرکت است. اگر تندي شاره در قسمت پهن لوله، $\frac{1}{4}$ قسمت باریک باشد،



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

نسبت $\frac{D_1}{D_2}$ برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

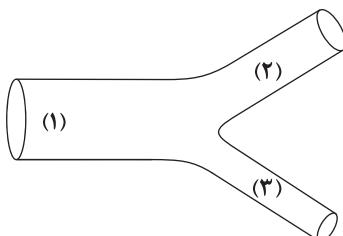
$$\frac{1}{8} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

- ۳۲- مطابق شکل زیر، شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا در لوله (۱) با تندي 20 m/s در حال حرکت است. لوله (۱) در ادامه به دو لوله (۲) و (۳) منشعب

می‌شود. اگر سطح مقطع لوله (۲) و (۳) به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ سطح مقطع لوله (۱) و همچنین آهنگ شارش حجمی شاره در لوله (۲)، (۳) برابر آهنگ

شارش حجمی شاره در لوله (۴) باشد، تندي جریان شاره در لوله‌های (۲) و (۳) به ترتیب از راست به چپ، چند متر بر ثانیه است؟



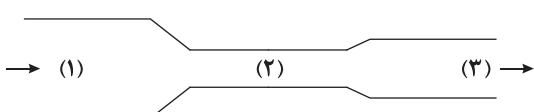
$$5, 30 \quad (1)$$

$$10, 40 \quad (2)$$

$$20, 10 \quad (3)$$

$$15, 30 \quad (4)$$

- ۳۳- در شکل زیر، آب حجم لوله‌ها را پر کرده و به صورت پیوسته و پایدار در لوله‌های افقی با سطح مقطع‌های متفاوت جاری است. کدام گزینه



صحیح است؟ (۱) نشان‌دهنده تندي و (۲) نشان‌دهنده فشار شاره است).

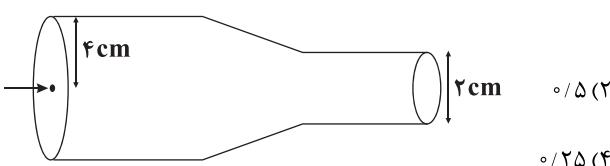
$$P_1 < P_2 < P_3 \text{ و } v_3 < v_2 < v_1 \quad (1)$$

$$P_2 > P_1 > P_3 \text{ و } v_3 > v_1 > v_2 \quad (2)$$

$$P_1 > P_3 > P_2 \text{ و } v_2 > v_3 > v_1 \quad (3)$$

$$P_2 > P_3 > P_1 \text{ و } v_1 > v_3 > v_2 \quad (4)$$

- ۳۴- در لوله شکل زیر، آب با آهنگ $\frac{L}{\text{min}} = 60$ در حال وارد شدن به لوله می‌باشد. تندي آب در هنگام خارج شدن از لوله چند متر بر ثانیه



می‌باشد؟ (جریان آب درون لوله پایا و لایه‌ای است و $\pi = 3$)

$$0/25 \quad (4)$$

$$10 \quad (1)$$

$$3 \times 10^{-3} \quad (3)$$



۳۵- کدام گزینه تعریف صحیحی از اصل برونولی می‌باشد؟

- ۱) در حالت پایا و در مدت زمان یکسان، آهنگ شارش حجمی شاره در هر سطح مقطع لوله، یکسان می‌باشد.
- ۲) برای شاره‌ای که در امتداد افق و به صورت لایه‌ای حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی آن، فشار آن نیز افزایش می‌یابد.
- ۳) در حالت پایا با کمتر شدن سطح مقطع لوله آهنگ شارش حجمی شاره نیز افزایش می‌یابد.
- ۴) برای شاره‌ای که در امتداد افق و به صورت لایه‌ای حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

۳۶- جرم یک شهاب‌سنگ 200 kg و تندی آن $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ است. انرژی جنبشی آن چند مگاژول است؟

- ۶۰۰ (۴) 2×10^8 (۳) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۱)

۳۷- نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی برای دو جسم A و B، مطابق شکل زیر است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟



۳۸- اتومبیلی با تندی ۷ در حال حرکت است. اگر تندی آن 20 درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد کاهش می‌یابد؟

- ۲۰ (۴) ۳۶ (۳) ۱۸ (۲) ۵۴ (۱)

۳۹- جرم جسمی 4 kg و انرژی جنبشی آن K می‌باشد. اگر 10 به تندی آن بیفزاییم، 125 درصد به انرژی جنبشی آن افزوده می‌شود. در

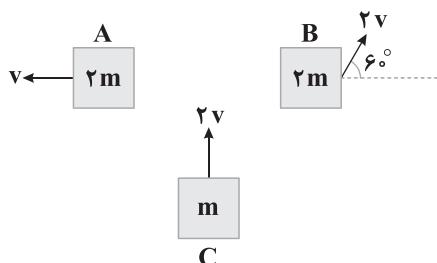
این صورت K چند ژول است؟

- ۱۰۰ (۴) ۱۰۷ (۳) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۱)

۴۰- اگر از جرم جسمی 20 درصد کم کرده و به تندی آن 100 درصد اضافه کنیم، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟

- ۳/۲ (۴) ۲/۴ (۳) ۱/۶ (۲) ۰/۸ (۱)

۴۱- رابطه بین انرژی جنبشی جسم‌های زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$K_B = 2K_C = 4K_A \quad (1)$$

$$4K_B = 2K_C = K_A \quad (2)$$

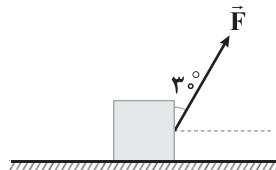
$$2K_B = 4K_C = K_A \quad (3)$$

$$2K_B = K_C = K_A \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۴۲- در شکل زیر، جسم تحت تأثیر نیروی \vec{F} به بزرگی 20 N روی سطح افقی به حرکت در می‌آید و در هر ثانیه 30 cm جابه‌جا می‌شود. کار انجام‌شده توسط این نیرو در مدت 4 s بر روی این جسم چند ژول است؟



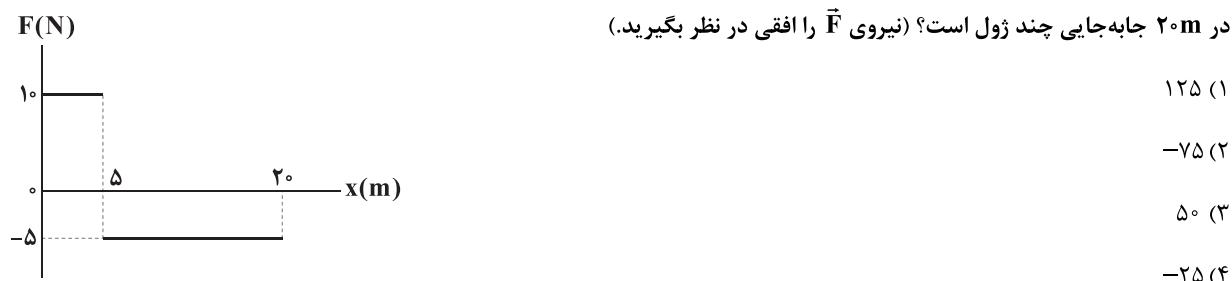
$$24(1)$$

$$24\sqrt{3}(2)$$

$$12(3)$$

$$12\sqrt{3}(4)$$

۴۳- نمودار نیروی وارد بر جسمی بر حسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. اگر جسم روی سطح افقی حرکت کند، کار نیروی \vec{F} بر روی این جسم



۴۴- جسمی به جرم 4 kg تحت تأثیر نیروی خالص \vec{F} از حال سکون با شتاب $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت می‌کند. کار کل انجام‌شده روی این جسم

در 15 m ابتدای مسیر چند ژول است؟

$$-600(4) \quad 300(3) \quad -300(2) \quad 600(1)$$

۴۵- جسم نشان داده شده تحت تأثیر هم‌زمان دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به اندازه 30 m به سمت راست در راستای افقی جابه‌جا شده است. اگر کار کل

انجام‌شده روی جسم برابر با 400 J باشد، θ چند درجه است؟ (از اصطکاک بین جسم و سطح صرف نظر کنید).



۴۶- جسمی به جرم 2 kg در اثر نیروی \vec{F} با شتاب $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به اندازه 10 m در راستای قائم بالا می‌رود. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول

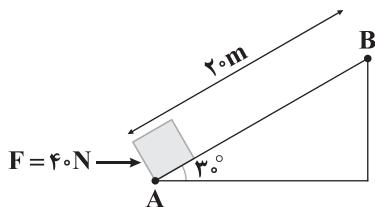
$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \text{ است؟}$$

$$800(4) \quad -800(3) \quad 200(2) \quad -200(1)$$



۴۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 8 kg تحت تأثیر نیروی افقی \vec{F} روی سطح شیبدار از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. در این

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \quad \text{جایه‌جایی، کار نیروی وزن بر روی جسم به ترتیب از راست به چپ، چند ژول است؟}$$



$$800, 400\sqrt{3} \quad (1)$$

$$-800, 400\sqrt{3} \quad (2)$$

$$400, 800 \quad (3)$$

$$-400, 800 \quad (4)$$

۴۸- به جسمی چندین نیرو به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند و جسم 12 m جابه‌جا می‌شود. اندازه یکی از نیروهای واردشده بر این جسم برابر

با 20 N می‌باشد. بیشترین کار ممکن انجام‌شده توسط این نیرو بر روی این جسم در این جایه‌جایی چند ژول است؟

$$320 \quad (4)$$

$$280 \quad (3)$$

$$360 \quad (2)$$

$$240 \quad (1)$$

۴۹- جسمی تحت تأثیر نیرویی به بزرگی F به اندازه d جابه‌جا می‌شود. اگر 20° درصد از نیرو کاسته و 20° درصد به جایه‌جایی جسم بیفزاییم، کار

انجام‌شده بر روی این جسم چند برابر می‌شود؟

$$0/8 \quad (4)$$

$$0/56 \quad (3)$$

$$0/24 \quad (2)$$

$$0/96 \quad (1)$$

۵۰- کدام گزینه در ارتباط با کمیت کار درست است؟

۱) کمیتی برداری است، زیرا نیرو کمیتی برداری است.

$$2) \text{ یکای فرعی آن } \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \text{ است.}$$

۳) برای محاسبه کار در تمام حالات از رابطه $W = Fd \cos\theta$ استفاده می‌کنند.

۴) اگر جسمی را با نیروی افقی F هل دهیم نسبت به حالتی که با نیروی افقی F می‌کشیم، کار بیشتری روی آن انجام می‌دهیم.



۵۱- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول دوره‌ای عنصرها را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهادشده درست هستند؟

گروه دوره	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲	A	X	D	E	G
۳	M		Q		R

است.



• مدل فضا پرکن مولکول حاصل از X و G به صورت

است.



• مدل فضا پرکن مولکول حاصل از Q و هیدروژن به صورت

• عنصرهای A و M در ترکیب با عنصر G ترکیب‌های یونی به وجود می‌آورند که در هر کدام شمار کاتیون‌ها، سه برابر شمار آنیون‌ها است.

نیمی از این عنصرها در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) سه عنصر نخست گروه چهاردهم جدول تناوی، تمایلی به تشکیل یون تکاتمی ندارند.

۲) نخستین عنصر گروه دوم جدول دوره‌ای، کاتیون تکاتمی پایدار تشکیل نمی‌دهد.

۳) هر کدام از فلزهای گروه اول با از دست دادن تکالکترون ظرفیتی خود، به آرایش هشت‌تایی پایدار می‌رسند.

۴) شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای Mg_{12}S با هم برابر است.

۵۳- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر، هر کدام از اتم‌ها به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند؟

NH_3 •

۱ (۴)

CaO •

۲ (۳)

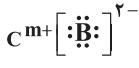
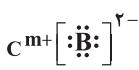
SOF_2 •

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۴- شکل زیر مربوط به دو ترکیب یونی X و Y است. شمار الکترون‌های مبادله‌شده برای تشکیل هر مول X و Y از اتم‌های سازنده آن‌ها به ترتیب چند مول الکترون است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

۱) ۴ و ۶



۶ و ۲

۱۲ و ۴

۱۲ و ۴

۱۲ و ۴



- ۵۵- در فرایند تقطیر جزء به جزء هوا مایع چه تعداد از اجزا در نمونه هوا اولیه، هم میعان و هم تبخیر می‌شوند؟

۲ (۴)

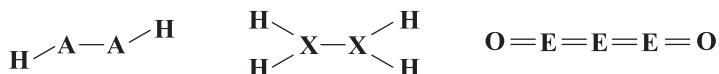
۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

- ۵۶- در هر کدام از ساختارهای زیر، تمامی اتم‌ها به جز H، قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند. با توجه به آن‌ها مقایسه میان شمار الکترون‌های

ظرفیتی اتم‌های A و E و X به کدام صورت درست است؟



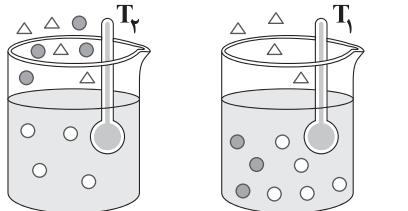
A > X > E (۳)

E > X > A (۲)

A > E > X (۱)

- ۵۷- با توجه به داده‌های جدول و شکل‌های زیر، دماهای T_۱ و T_۲ بر حسب کلوبن کدام مقادیر می‌توانند باشند و A و X و E به ترتیب کدام مواد هستند؟

نقطه جوش (°C)	ماده
-۲۵۳	H _۲
-۱۹۶	N _۲
-۳۳	NH _۳

N_۲, NH_۳, ۲۰۰, ۴۰ (۱)N_۲, H_۲, ۴۰, ۲۰۰ (۲)N_۲, NH_۳, ۲۴۵, ۴۰ (۳)NH_۳, H_۲, ۴۰, ۲۲۰ (۴)

- ۵۸- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با مدل فضا پرکن درست است؟

- آن را به صورت سه بعدی نشان می‌دهند.

- از روی آن می‌توان شمار عنصرها و شمار اتم‌های هر عنصر را تعیین کرد.

- جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن نشان داده نمی‌شود.

- پیوندهای یگانه از پیوندهای چندگانه در این مدل، قابل تشخیص نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۵۹- چه تعداد از مطالب زیر درباره اکسیژن درست است؟

- در ساختار مولکول دواتمی آن، شمار الکترون‌های ناپیوندی، ۲ برابر شمار الکترون‌های پیوندی است.

- در زیستکره در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند چربی‌ها، پروتئین‌ها و هیدروکربن‌ها یافت می‌شود.

- تمام واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن، فساد مواد غذایی و ... که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند به دلیل

- تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.

- در هواکره به طور عمده به شکل O_۲ وجود دارد، هر چند مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۶۰- اگر فشار اکسیژن در ارتفاع سه کیلومتری از سطح زمین برابر 143 hPa است، کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند فشار گاز نیتروژن در ارتفاع 3 km کیلومتری و فشار گاز اکسیژن در ارتفاع 6 km کیلومتری از سطح زمین را نشان دهد؟ (گزینه‌ها بر حسب اتمسفر بوده و آن‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۰/۰۹۷ , ۰/۰۸۹ (۴) ۰/۰۷۲ , ۰/۰۸۹ (۳) ۰/۰۹۷ , ۰/۰۵۳۴ (۲) ۰/۰۷۲ , ۰/۰۵۳۴ (۱)

۶۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با هلیم درست است؟

- در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود و منابع زمینی آن از هواکره سرشمار تنند.
- گازی بی‌رنگ و بی‌بو بوده و در شرایط یکسان، یک میلی‌لیتر آن در مقایسه با هر گاز دیگری، جرم کم‌تری دارد.
- فراوانی آن در هوای پاک و خشک تروپوسفر بیشتر از گازهای نجیب کربیتون و زنون است.
- در ارتفاعات بالایی هواکره کاتیون He^+ یافت می‌شود.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۶۲- علاوه بر اکسیژن مولکولی (O_2)، عنصر اکسیژن به کدام شکل‌های زیر در هواکره وجود دارد؟

$\text{O}_2 (\text{d})$	$\text{O}_2^+ (\text{c})$	$\text{O}^+ (\text{b})$	$\text{O} (\text{a})$
<input type="radio"/> d , c , b , a (۴)	<input type="radio"/> d , c , b (۳)	<input type="radio"/> d , b , a (۲)	<input type="radio"/> d , a (۱)

۶۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با لایه تروپوسفر درست است؟

- به تقریب جرم هواکره در این لایه، 3 g/m^3 برابر جرم هواکره در مجموع لایه‌های دیگر است.
- تغییر آب و هوای زمین در این لایه رخ می‌دهد.
- تنها لایه هواکره است که با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما کاهش می‌یابد.
- در حدود 20 km درصد جرم هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۶۴- علت اصلی کاربرد هلیم در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI چیست؟

۱) ایجاد عایق گرمایی و صوتی هنگام کارکرد دستگاه	۲) حذف پارازیت از محیط اطراف دستگاه
۳) خنک کردن قطعات الکترونیکی	۴) انجام واکنش‌های هستمای

۶۵- کدامیک از مطالبات زیر نادرست است؟

- ۱) در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.
- ۲) اتمسفر زمین مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله 50 km کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.
- ۳) جاذبه زمین گازهای موجود در اتمسفر را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آن‌ها می‌شود.
- ۴) میان گازهای هواکره هیچ واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد و در نتیجه ترکیب درصد اجزای سازنده آن ثابت است.

محل انجام محاسبات



۶۶- کدام مطالب زیر در ارتباط با آرگون درست‌اند؟

آ) فراوان ترین گاز نجیب در لایهٔ تروپوسفر بوده و مقدار آن از گاز CO_2 در هوای پاک و خشک نیز بیشتر است.

ب) نقطهٔ جوش آن پایین‌تر از گاز نیتروژن و بالاتر از گاز اکسیژن است.

پ) واژهٔ آرگون به معنای تنبل است زیرا واکنش‌ناپذیر است.

ت) به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

- (۱) آ، ت (۲) آ، ب، ت (۳) ب، ب، ت (۴) آ، ب

۶۷- اگر نسبت شمار اتم مس در سولفیدی از فلز مس (ترکیب A) به شمار اتم نیتروژن در نیتریدی از فلز آهن (ترکیب B) برابر با ۲ باشد، شمار

الکترون‌های با $=1$ در کاتیون ترکیب B، چند برابر شمار الکترون‌های با $=0$ در کاتیون ترکیب A است؟ (عدد اتمی مس و آهن به ترتیب

۲۹ و ۲۶ است).

- ۰/۸۳۳ (۴) ۰/۵۵۵ (۳) ۰/۷۵۰ (۲) ۰/۶۲۵ (۱)

۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• هر ترکیب شامل کروم به یکی از دو صورت کروم (II) ... یا کروم (III) ... نام‌گذاری می‌شود.

• پلاتین همانند طلا به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شود.

• نام دیگر سیلیس، سیلیسیم دی‌اکسید است.

• بوکسیت نام سنگ معدن آلومینیم است که حاوی آلومینیم هیدروکسید به همراه ناخالصی می‌باشد.

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۶۹- مولکول حاصل از ترکیب کدام عنصرها می‌تواند شامل ۵ اتم باشد؟ (در هر کدام از مولکول‌ها، تمامی اتم‌ها قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند.)

- | | | |
|------------|-------------|-----------|
| Cl , P (c) | Br , Si (b) | O , N (a) |
| c , a (۴) | c , b (۳) | b , a (۲) |
| ۱) فقط b | | |

۷۰- در ساختار لوویس کدام مولکول زیر تفاوت میان شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی عدد بزرگ‌تری است؟

- HCN (۴) CS₂ (۳) CH₂O (۲) CO (۱)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۰/۰۲/۱۴۰۱



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

پاسخ‌های تشریحی

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه	تعداد سوال: ۷۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			تا	از	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه

دهم ایاضی

آزمون‌های سراسری گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	تیکنیک
مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی - پریا ابریشم کار	ندا فرهنختی	ریاضی ۱ هندسه ۱	
مروارید شاه‌حسینی	احمد رضازادگان قطب آبادی	فیزیک	
ایمان زارعی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	شیمی	



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی: ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی: www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحتی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارساییان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروفنگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



حقوق دانشآموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سوالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک ترین سوالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

۸- تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۶۴۲-۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا، 

صدای دانشآموز است.



$$\begin{aligned} & \frac{4(\sqrt[3]{2^3})^{\frac{1}{6}} - 2\sqrt[3]{2^{\circ}/3}}{(\sqrt[3]{2})^{\frac{5}{2}}} = \frac{4((2^3)^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{6}} - 2(2^{\circ}/3)^{\frac{1}{3}}}{(2^2)^{\frac{1}{5}}} \\ & = \frac{4(2^{\circ}) - 2(2^{\circ})}{2^{\frac{1}{5}}} = \frac{4(2^{\circ}) - 2(2^{\circ})}{2^{\frac{1}{5}}} \\ & = \frac{2^{\circ}}{2^{\frac{1}{5}}} = 2^{\circ} - 2^{\circ} = 2^{-\frac{1}{5}} = (2^{-1})^{\frac{1}{5}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

تجهیز کنید که 12 کمترین مقدار برای $m + \frac{1}{n}$ است.

$$\begin{aligned} & 2^m = \sqrt[3]{2}, 3^n = \sqrt{3} \quad \text{۱} \quad \text{۷} \\ & \frac{(2^{n-1})^m}{(3^{m+1})^n} = \frac{2^{nm-m}}{3^{nm+n}} = \frac{2^{nm} \times 2^{-m}}{3^{nm} \times 3^n} = \frac{(2^m)^n \times (2^m)^{-1}}{(2^n)^m \times 3^n} \quad \text{روش اول:} \\ & = \frac{(\sqrt[3]{2})^n \times (\sqrt[3]{2})^{-1}}{(\sqrt{2})^m \times \sqrt{3}} = \frac{\frac{n}{3} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{2^{\frac{m}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{(2^n)^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{(2^m)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} \\ & = \frac{(\sqrt[3]{2})^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{(\sqrt[3]{2})^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{(2^2)^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{(2^3)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{26} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{\frac{1}{36} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\frac{1+1}{36+3} \times 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}} \\ & = \frac{1}{\frac{1}{36} \times 2^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt[3]{2}} \end{aligned}$$

تجهیز کنید که در اینجا چون ریشه‌های فرد موردنظر است، پس a می‌تواند منفی هم باشد.

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} 2^m = \sqrt[3]{2} \xrightarrow[n \text{ توان}]{=} 2^{mn} = \sqrt[3]{2^n} = \sqrt[3]{2} \\ 3^n = \sqrt{3} \xrightarrow[m \text{ توان}]{=} 3^{mn} = \sqrt[3]{2^m} = \sqrt[3]{2} \end{array} \right. \quad \text{روش دوم:} \\ & \Rightarrow \frac{2^{nm} \times (2^m)^{-1}}{3^{nm} \times 3^n} = \frac{\sqrt[3]{2} \times (\sqrt[3]{2})^{-1}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{26} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{\frac{1}{36} \times 2^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

تجهیز کنید وقتی n زوج باشد حتماً a مثبت است و تساوی برقرار است.

$$\Rightarrow 2^{1-n} = 2^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow 1-n = -\frac{1}{3} \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

بنابراین $m + n = 4 - 3 = 1$ باشد.

$$2^{(0/25)}^x = \sqrt{5^0} + (-\sqrt{18}) \Rightarrow 2^{(\frac{1}{4})^x} = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}$$

$$\Rightarrow 2 \times (2^{-2})^x = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \Rightarrow 2 \times 2^{-2x} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2^{1-2x} = 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 1-2x = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = 1 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} = -\frac{1}{25}$$

$$b^6 = \sqrt[5]{a} \xrightarrow[\text{توان } 5]{=} (b^6)^5 = (\sqrt[5]{a})^5 \Rightarrow b^{30} = a \quad \text{۱} \quad \text{۱}$$

$$\Rightarrow a^2 = (b^{30})^2 = b^{60} \Rightarrow \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{b^{60}} = \sqrt[3]{(b^{20})^3} = b^{20} \quad \text{۲} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt[5]{-243} < \sqrt[5]{-100} < \sqrt[5]{-32} \Rightarrow \sqrt[5]{(-3)^5} < \sqrt[5]{-100} < \sqrt[5]{(-2)^5}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{n} < \sqrt[5]{-100} < \frac{-2}{n+1} \Rightarrow n = -3$$

$$\sqrt[4]{81} < \sqrt[4]{200} < \sqrt[4]{256} \Rightarrow \sqrt[4]{3^4} < \sqrt[4]{200} < \sqrt[4]{4^4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{m-1} < \sqrt[4]{200} < \frac{4}{m} \Rightarrow m = 4$$

و بنابراین $m + n = 4 - 3 = 1$ باشد.

۳ اگر $a < 0$ باشد آن‌گاه:

$$\begin{cases} a > a^3 > a^5 > a^7 > \dots \\ a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \sqrt[7]{a} < \dots \end{cases}$$

و اگر $-1 < a$ باشد، ریشه‌های زوج تعریف نشده است و داریم:

$$a < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots$$

تجهیز کنید که در اینجا چون ریشه‌های فرد موردنظر است، پس a می‌تواند منفی هم باشد.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) به ازای هیچ n ای این رابطه برقرار نیست به طور مثال:

$$\sqrt{5} + \sqrt{4} \neq \sqrt{\frac{5+4}{3}}$$

(۲) این تساوی فقط به ازای n های فرد برقرار است.

(۳) این تساوی برای n های زوج تنها زمانی برقرار است که a و b هر دو مثبت باشند به طور مثال:

$$\begin{cases} \sqrt[4]{(-2)(-8)} = \sqrt[4]{16} = 2 \\ \sqrt[4]{-2} \times \sqrt[4]{-8} \end{cases}$$

(۴) این تساوی به ازای همه n ها (زوج یا فرد) برقرار است، به طور مثال

$$(\sqrt{a})^n = a, (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

تجهیز کنید وقتی n زوج باشد حتماً a مثبت است و تساوی برقرار است.

۵ ابتدا حاصل عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[4]{768} - \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{256 \times 3} - \sqrt[4]{27}$$

$$= \sqrt[4]{4^4 \times 3} - \sqrt[4]{3} = 4\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{3} = 3\sqrt[4]{3}$$

$$= 3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1+1}{4}} = 3^{\frac{5}{4}} \xrightarrow[\text{ریشه پنجم}]{=} \sqrt[5]{(3^{\frac{5}{4}})^5} = 3^{\frac{5}{4}} = 3\sqrt[4]{3}$$



۱ ۱۳ هر دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$A = x^4 - 1 = \underbrace{(x^2)^2 - 1}_{\substack{\text{اتحاد مزدوج} \\ \text{فکتور از } (-)}} = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$B = \underbrace{x^3 - x^2 - x + 1}_{\substack{\text{اتحاد مزدوج} \\ \text{فکتور از } (-)}} = x^2(x - 1) - (x - 1)$$

$$\frac{(x-1)}{(x-1)(x^2-1)} = \underbrace{(x-1)(x^2-1)}_{\substack{\text{اتحاد مزدوج} \\ \text{فکتور از } (-)}}$$

$$= (x - 1)(x - 1)(x + 1)$$

پس عامل مشترک A و B برابر است با $(x - 1)(x + 1)$ که همان $x^2 - 1$ است.

۲ ۱۴

$$a - \frac{1}{a} = \sqrt{21} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2 + \frac{1}{a^2} - 2a\left(\frac{1}{a}\right) = (\sqrt{21})^2$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 21 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 23 \quad (*)$$

حال $a + \frac{1}{a}$ را می‌یابیم:

$$(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2a\left(\frac{1}{a}\right) \xrightarrow{(*)} 23 + 2 = 25$$

$$\begin{cases} a + \frac{1}{a} = 5 \\ a + \frac{1}{a} = -5 \end{cases} \quad (**)$$

بنابراین:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2} - a(\frac{1}{a})) = (a + \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2} - 1)$$

$$\begin{cases} 5(23 - 1) = 5 \times 22 = 110 \\ -5(23 - 1) = -5 \times 22 = -110 \end{cases}$$

پس مقدار مثبت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ برابر با 110 می‌باشد.

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - (\sqrt[3]{x})^2} = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}^2} \quad ۱ ۱۵$$

حال باید در مخرج اتحاد چاق و لاغر بسازیم:

$$\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}^2} \times \frac{1 - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} = \frac{(1 - \sqrt[3]{x})(1 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})}{\underbrace{1 - (\sqrt[3]{x})^3}_{1-x}}$$

بنابراین صورت $(1 - \sqrt[3]{x})(1 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x})$ برابر است.

۳ ۹ اولاً داریم:

$$2 - \sqrt{3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{4 - 3}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$$

بنابراین:

$$(2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{5}} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt[5]{\sqrt{8}} = (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{5}} \times \sqrt[5]{(2 + \sqrt{3})^{-1}} \times \sqrt[5]{8}$$

$$= (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{5}} (2 + \sqrt{3})^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[5]{2^3} = (2 + \sqrt{3})^{\frac{4-1}{5}} \times 2^{\frac{3}{5}}$$

$$= (2 + \sqrt{3})^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{3}{5}} = (2 + \sqrt{3})^{1.0} \times 2^{\frac{3}{5}} = (2(2 + \sqrt{3}))^{1.0}$$

$$= (4 + 2\sqrt{3})^{1.0} = ((1 + \sqrt{3})^2)^{1.0} = (1 + \sqrt{3})^4 = \sqrt[5]{(1 + \sqrt{3})^5} = \sqrt[5]{A}$$

$$\Rightarrow A = (1 + \sqrt{3})^3 = 1^3 + 3(1)^2(\sqrt{3}) + 3(1)(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^3$$

مکعب دو جمله‌ای

$$= 1 + 3\sqrt{3} + 9 + 3\sqrt{3} = 10 + 6\sqrt{3}$$

بررسی گزینه‌ها: ۳ ۱۰

$$1) \sqrt[5]{\frac{1}{27}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt[5]{3^{-3}} = 3^{-\frac{3}{5}} = 3^{-0.6} = 3^{-0.6} \quad \checkmark$$

$$2) ((-27)^4)^{\frac{1}{3}} = (27^4)^{\frac{1}{3}} = (3^12)^{\frac{1}{3}} = 3^4 = 81 \quad \checkmark$$

$$3) (-27)^{\frac{1}{15}} \quad \text{تعریف نشده: } (-27)^{\frac{1}{15}} \quad (\text{عدد منفی نمی‌تواند به توان گویا برسد!})$$

$$4) (27)^{\frac{1}{15}} = (3^3)^{\frac{1}{15}} = 3^{\frac{3}{15}} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{0.2} = (3^2)^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{9} \quad \checkmark$$

۴ ۱۱

$$x^5 - 81x \xrightarrow{\text{فکتور از } x} x(x^4 - 81) = x(x^2 - 9)(x^2 + 9)$$

$$= \underbrace{x(x-3)}_{x^2-3x}(x+3)(x^2+9)$$

هر سه عامل گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) موجود است اما عامل $(x - 9)$ را نداریم.

۴ ۱۲

$$x - y = 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4 + 2 = 6 \quad (*)$$

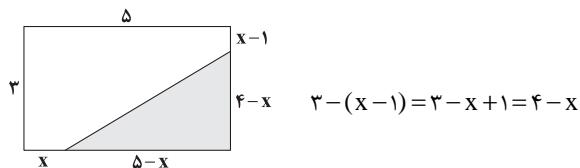
$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 \xrightarrow{\text{چاق و لاغر}} (x - y)(x + y + xy) \\ & \xlongequal{(*)} 2(6 + 1) = 2 \times 7 = 14 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} mx^2 + 2x - m = 5 &\xrightarrow{x=-2} m(-2)^2 + 2(-2) - m = 5 \\ \Rightarrow 4m - 4 - m = 5 &\Rightarrow 3m = 5 + 4 \Rightarrow 3m = 9 \Rightarrow m = 3 \\ \Rightarrow 3x^2 + 2x - 3 = 5 &\Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \\ \Delta = 2^2 - 4(3)(-8) &= 4 + 96 = 100 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2(3)} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} \frac{-2+10}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\ \frac{-2-10}{6} = -\frac{12}{6} = -2 \end{cases}$$

ریشه دیگر:



بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot (4-x)(5-x) &= \frac{1}{2} \cdot 100 \\ \Rightarrow \frac{(4-x)(5-x)}{100} &= \frac{1}{2} \Rightarrow (4-x)(5-x) = 50 \\ \Rightarrow 20 - 4x - 5x + x^2 &= 50 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 = 50 \\ \Rightarrow x^2 - 9x + 14 &= 0 \Rightarrow (x-7)(x-2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 2 \end{cases}$$

توجه کنید که اگر $x = 7$ باشد اضلاع مثلث منفی می‌شوند.

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{5x-3}{x} = \frac{3x+3}{2x+1} \quad (3) \quad 21$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (5x-3)(2x+1) = x(3x+3)$$

$$\Rightarrow 10x^2 + 5x - 6x - 3 = 3x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow 10x^2 - x - 3 - 3x^2 - 3x = 0 \Rightarrow 7x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{7} \end{cases}$$

و بنابراین قضیه تالس داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{6x-3}{5x-3} \xrightarrow{x=1} \frac{6-3}{5-3} = \frac{3}{2}$$

(3) 19

$$x(x + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

(2) 16

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{+(\frac{1}{4})^2} x^2 + \frac{1}{2}x + (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{2} + (\frac{1}{4})^2 \\ &\Rightarrow (x + \frac{1}{4})^2 = \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{16}}_{\frac{9}{16}} \end{aligned}$$

پس در طرف دوم از عدد $\frac{9}{16}$ جذر می‌گیریم.

(4) 17 روش اول: از تغییر متغیر کمک می‌گیریم:

$$2x - 1 = t \Rightarrow t^2 + 2t - 7 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(-7) = 4 + 28 = 32$$

$$t = \frac{(-2) \pm \sqrt{32}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16 \times 2}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x - 1 = -1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \\ t = -1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x - 1 = -1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

⇒ مجموع جوابها = 0

روش دوم: با کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(2x-1)^2 + 2(2x-1) - 7 = 0 \Rightarrow (2x)^2 + 1 - 2(2x) + 4x - 2 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 1 - 4x + 4x - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$

(1) 18

$$(1-m)x^2 - 2mx + (m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1-m \\ b = -2m \\ c = m+1 \end{cases}$$

شرط ریشه مضاعف: $\Delta = 0$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4(1-m)(m+1) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مذووج}} 4m^2 + 4(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow 4m^2 + 4(m^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 8m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر $\Delta = 0$ باشد، مقدار ریشه مضاعف برابر با $x = -\frac{b}{2a}$ است:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(2m)}{2(1-m)} = \frac{2m}{2(1-m)} = \frac{m}{1-m}$$

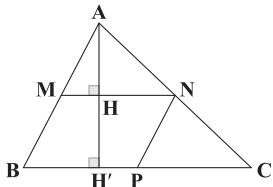
$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} > 0 \\ x = \frac{-\sqrt{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \\ x = \frac{-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \end{cases} \quad (\text{غیرقاطع})$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2} + 1$$



$$\frac{AM}{BM} = k$$



$$\begin{aligned} \Delta ABH' &: \text{تالس در } \frac{AH}{HH'} = \frac{AM}{BM} = k \\ &\xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{AH + HH'}{HH'} = \frac{k+1}{1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{AH'}{HH'} = k+1 \Rightarrow \frac{HH'}{AH'} = \frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta ABC: \text{تالس در } \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \\ \frac{AM}{BM} = k \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} = \frac{AM}{AM+BM} = \frac{k}{k+1} \\ \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{k}{k+1} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{k}{k+1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{MNPB}}{S_{ABC}} &= \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{HH' \times MN}{\frac{1}{1} AH' \times BC} = \frac{1}{1} \left(\frac{HH'}{AH'} \right) \times \left(\frac{MN}{BC} \right) = \frac{1}{1} \\ &\xrightarrow{(1), (2)} 2 \left(\frac{1}{k+1} \right) \left(\frac{k}{k+1} \right) = \frac{1}{1} \Rightarrow (k+1)^2 = 4k \end{aligned}$$

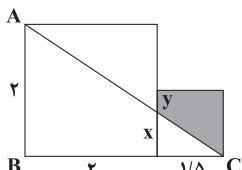
$$\Rightarrow k^2 + 2k + 1 - 4k = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1$$

با به قضیه تالس در $\triangle ABC$ داریم: ۲۵

$$\frac{x}{2} = \frac{1/5}{3/5} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \quad (*)$$



روش اول:

$$y = \frac{3}{2} - x \xrightarrow{(*)} \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{21 - 12}{14} = \frac{9}{14}$$

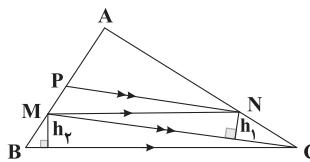
$$\Rightarrow S = \frac{(y + 1/5) \times 1/5}{2} = \frac{(\frac{9}{14} + \frac{1}{5}) \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{9+21}{14}$$

$$\Rightarrow S = \frac{3}{4} \times \frac{\frac{15}{14}}{\frac{13}{14}} = \frac{45}{28}$$

فرض کنیم: ۲۴

$$AP = \frac{3}{2} PM \quad (*)$$

۲۲



$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \xrightarrow{\Delta ABC} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \\ PN \parallel MC \xrightarrow{\Delta AMC} \frac{AP}{PM} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PM} \xrightarrow{(*)} \frac{3}{2} \quad (**)$$

بنابراین نتایج زیر را می‌توان به دست آورد:

$$\frac{PN}{MC} = \frac{AP}{AM} = \frac{AP}{AP+PM} \xrightarrow{(**)} \frac{AP}{AP+\frac{2}{3}AP} = \frac{AP}{\frac{5}{3}AP} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{AM+MB} \xrightarrow{(**)} \frac{AM}{AM+\frac{2}{3}AM} = \frac{AM}{\frac{5}{3}AM} = \frac{3}{5} \quad (2)$$

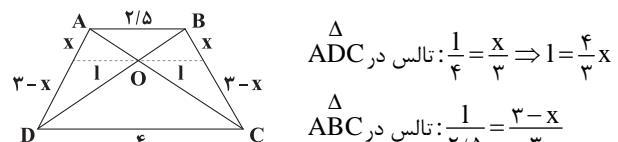
$$\frac{S_{MPN}}{S_{MNC}} = \frac{\frac{1}{2}h_1 \times PN}{\frac{1}{2}h_1 \times MC} = \frac{PN}{MC} \xrightarrow{(1)} \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{MNC}}{S_{MBC}} = \frac{\frac{1}{2}h_1 \times MN}{\frac{1}{2}h_1 \times BC} = \frac{MN}{BC} \xrightarrow{(2)} \frac{3}{5}$$

حال این دو رابطه را در هم ضرب می‌کنیم، داریم:

$$\frac{S_{MPN}}{S_{MNC}} \times \frac{S_{MNC}}{S_{MBC}} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{MPN}}{S_{MBC}} = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = \frac{36}{100}$$

۲۳



$$\begin{aligned} \frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} &= \frac{1}{4} : \text{تالس در } \frac{1}{4} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \\ &\xrightarrow{\text{تالس در } \frac{1}{4} = \frac{3-x}{4}} \frac{1}{4} = \frac{3-x}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2/5}{3} (3-x) = \frac{2}{5} - \frac{2}{3}x = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}x$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}x = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}x \Rightarrow \frac{4}{3}x + \frac{5}{6}x = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{13}{6}x = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{6}x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \times \frac{6}{13} = \frac{5 \times 3}{13} = \frac{15}{13}$$



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ AB \parallel CD, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز} \rightarrow} \triangle OAB \sim \triangle OCD$$

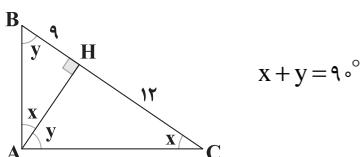
$$\Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{\frac{1}{3}OD}{\frac{1}{3}OC} = \frac{1}{3} \Rightarrow OC = 3OA$$

اگر $OA = x$ باشد، $OC = 3x$ است و داریم:

$$AC = OA + OC = 12 \Rightarrow x + 3x = 12 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = x = 3 \\ OC = 3x = 9 \end{cases} \Rightarrow OC - OA = 9 - 3 = 6$$

۳ ۲۹



با توجه به شکل هر جفت از مثلثهای $\triangle AHC$ و $\triangle AHB$ با هم متشابه‌اند. پس داریم:

$$\triangle AHC \sim \triangle AHB \xrightarrow{(2)} \frac{AC}{AB} = \frac{CH}{BH} = \frac{AH}{AH}$$

(1)

$$(1) \Rightarrow AH^2 = BH \times CH = 9 \times 12$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{9 \times 4 \times 3} = 3 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CH}{AH} = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{4}{3} \quad (*)$$

از طرفی بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

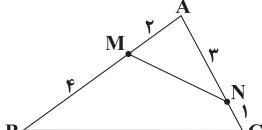
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{(*)} \frac{3}{4} AC^2 + AC^2 = (9+12)^2$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} AC^2 = (21)^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = \frac{21^2 \times 4}{7} = \frac{21 \times 21 \times 4}{7} = 3 \times 3 \times 7 \times 4 = 3^2 \times 2^2 \times 7$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} AC = 6\sqrt{7}$$

با توجه به اطلاعات داده شده داریم: ۱ ۲۰



$$BC = 15 - (8 + 4) = 5$$

$$\begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض} \text{ض}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2} = 2.5$$

روش دوم:

$$\text{م مثلث کوچک} - S = \frac{1}{2} \times 1/5 \times x$$

$$\xrightarrow{(*)} \left(\frac{3}{7}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{6}{7} = \frac{9}{4} - \frac{18}{28} = \frac{63-18}{28} = \frac{45}{28}$$

۳ ۲۶ می‌دانیم $x+1 > x$ است. پس حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$1) y > x+1 > x \Rightarrow \frac{y}{18} = \frac{x+1}{15} = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \lambda = 18x \Rightarrow x = \frac{\lambda}{\lambda-1} \\ y = \frac{18}{\lambda} x \Rightarrow y = \frac{18}{\lambda} \times \frac{\lambda}{\lambda-1} = \frac{18}{\lambda-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{\lambda}{\lambda-1} + \frac{18}{\lambda-1} = \frac{26}{\lambda-1} \approx 3/7$$

$$2) x+1 > y > x \Rightarrow \frac{x+1}{18} = \frac{y}{15} = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \lambda = 18x \Rightarrow x = \frac{\lambda}{\lambda-1} \\ y = \frac{15}{\lambda} x \Rightarrow y = \frac{15}{\lambda} \times \frac{\lambda}{\lambda-1} = \frac{15}{\lambda-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{\lambda}{\lambda-1} + \frac{15}{\lambda-1} = \frac{23}{\lambda-1} = 2/3$$

$$3) x+1 > x > y \Rightarrow \frac{x+1}{18} = \frac{x}{15} = \frac{y}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} 18x + 18 = 15x \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6 \\ y = \frac{15}{\lambda} x = \frac{15}{\lambda} \times \frac{18}{3} = \frac{18}{\lambda} \end{cases}$$

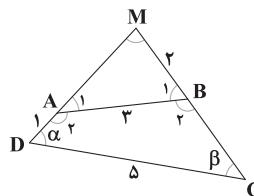
$$\Rightarrow x + y = 6 + \frac{18}{\lambda} = \frac{18+18}{\lambda} = \frac{36}{\lambda} \approx 7/6$$

بنابراین بیشترین مقدار $x+y$ برابر با $\frac{23}{3}$ است.

۱ ۲۷ چون در چهارضلعی ABCD زوایای رو به رو مکمل‌اند، پس داریم:

$$\hat{D} = \alpha \Rightarrow \hat{B}_\gamma = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \hat{B}_1 = \alpha$$

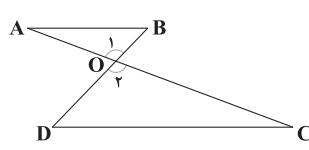
$$\hat{C} = \beta \Rightarrow \hat{A}_\gamma = 180^\circ - \beta \Rightarrow \hat{A}_1 = \beta$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{D} = \hat{B}_1 = \alpha \\ \hat{C} = \hat{A}_1 = \beta \\ \hat{M} = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle DMC \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{DM}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{1+AM} \Rightarrow 1+AM = \frac{10}{3} \Rightarrow AM = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$$

۴ ۲۸





با توجه به رابطه آهنگ شارش حجمی داریم:

$$A_2 v_2 = \frac{3}{100} \Rightarrow \pi r_2^2 v_2 = \frac{3}{100}$$

$$d_r = 2\text{ cm} \Rightarrow r_r = 1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m} \rightarrow 3 \times (10^{-2})^2 v_2 = \frac{3}{100}$$

$$\Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق اصل برنولی، برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

$$1 \quad 26 \quad \text{ابتدا تندی حرکت شهاب‌سنگ را بحسب } \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ به دست می‌آوریم:}$$

$$v = 2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{m=200\text{ kg}, v=2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} K = \frac{1}{2} \times 200 \times (2 \times 10^3)^2 = 4 \times 10^8 \text{ J}$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، انرژی جنبشی را بحسب مگاژول به دست می‌آوریم:

$$4 \times 10^8 \text{ J} \times \frac{1 \text{ MJ}}{10^6 \text{ J}} = 400 \text{ MJ}$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{1}{2} = \frac{m_A}{m_B}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 4$$

تندی ثانویه اتومبیل برابر است با:

$$v_2 = v_1 - \frac{2}{100} v_1 = \frac{8}{100} v_1 = \frac{4}{5} v_1$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{4}{5} v_1 \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{64}{25} mv_1^2$$

تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل برابر است با:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times \frac{64}{25} mv_1^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 = -\frac{18}{25} mv_1^2$$

در صد تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل برابر است با:

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{-\frac{18}{25} mv_1^2}{\frac{1}{2} mv_1^2} \times 100 = -\frac{36}{100} \times 100 = -36$$

۲۱ با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A=\pi r^2} \pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$$

$$\xrightarrow{\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{4}} v_1 = 4 v_2 \xrightarrow{\pi r_1^2 4 v_2 = \pi r_2^2 v_2} 4 r_1^2 = r_2^2$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{4}} \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{نسبت شعاع‌ها همان قطعه‌ها می‌باشد}} \frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{2}$$

۳۲ با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3 \xrightarrow{A_2 = \frac{1}{2} A_1, A_3 = \frac{1}{3} A_1} A_1 \times 20 = \frac{1}{2} A_1 v_2 + \frac{1}{3} A_1 v_3$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2} v_2 + \frac{1}{3} v_3 \xrightarrow{\frac{3v_2 + 2v_3}{6} = 20} 3v_2 + 2v_3 = 120 \quad (1)$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$A_2 v_2 = 3 A_3 v_3 \Rightarrow \frac{1}{2} A_1 v_2 = 3 \times \frac{1}{3} A_1 v_3 \Rightarrow \frac{1}{2} v_2 = v_3$$

$$\Rightarrow v_2 = 2v_3 \quad (2)$$

در نتیجه با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$3v_2 + 2v_3 = 120 \xrightarrow{v_2 = 2v_3} 3 \times 2v_3 + 2v_3 = 120$$

$$\Rightarrow 8v_3 = 120 \Rightarrow v_3 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین: $v_2 = 2v_3 \Rightarrow v_2 = 2 \times 15 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

۳۳ طبق معادله پیوستگی هر چه سطح مقطع لوله کمتر باشد،

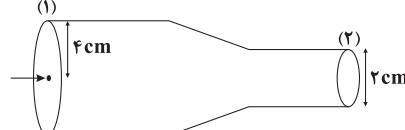
تندی شاره بیشتر خواهد بود و طبق اصل برنولی در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$A_1 > A_3 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_3 < v_2 \Rightarrow P_1 > P_3 > P_2$$

در نتیجه گزینه (3) صحیح می‌باشد.

۳۴ از آن‌جا که جریان آب در لوله به صورت پایا است، آهنگ

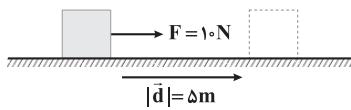
شارش حجمی ورودی و خروجی برابر می‌باشد، در نتیجه داریم:

 $= \text{آهنگ شارش حجمی خروجی} = \text{آهنگ شارش حجمی ورودی}$ آهنگ شارش حجمی شاره را بحسب $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ به دست می‌آوریم:

$$180 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{3}{1000} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

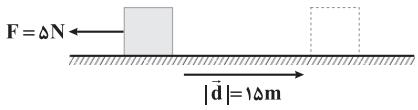


۴۲ در 5m جابه‌جایی ابتدای مسیر، کار نیروی \vec{F} برابر است با:



$$W_1 = Fd \cos 0^\circ \Rightarrow W_1 = 10 \times 5 \times \cos 0^\circ = 50\text{J}$$

و در 15m جابه‌جایی بعدی، کار نیروی \vec{F} برابر است با:



$$W_2 = Fd \cos 0^\circ \Rightarrow W_2 = 10 \times 15 \times \cos 0^\circ = -150\text{J}$$

پس کل کار انجام‌شده بر روی جسم برابر است با:

$$W_t = W_1 + W_2 = 50 + (-150) = -100\text{J}$$

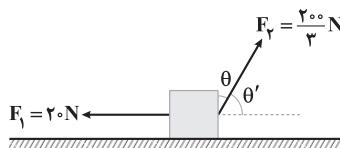
اندازه نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_t = ma \Rightarrow F_t = 4 \times 5 = 20\text{N}$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_t = F_t d \cos 0^\circ \Rightarrow W_t = 20 \times 15 \times \cos 0^\circ = 300\text{J}$$

۴۵



کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F} بر روی جسم برابر است با:

$$W_1 = Fd \cos \theta \Rightarrow W_1 = 20 \times 30 \times \cos 180^\circ = -600\text{J}$$

از طرفی داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 \Rightarrow 400 = -600 + W_2 \Rightarrow W_2 = 1000\text{J}$$

در نتیجه کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F} بر روی جسم برابر است با:

$$W_2 = Fd \cos \theta' \Rightarrow 1000 = \frac{200}{3} \times 30 \times \cos \theta'$$

$$\Rightarrow \cos \theta' = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta' = 60^\circ$$

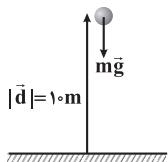
$$\theta = 90^\circ - \theta' \Rightarrow \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

بنابراین:

۱ ۴۶ با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = mgd \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W = 2 \times 10 \times 10 \times (-1) = -200\text{J}$$



۱ ۴۶

۱ ۳۹ تندی ثانویه و انرژی جنبشی ثانویه جسم برابر است با:

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + 10 \\ K_2 = K_1 + \frac{125}{100} K_1 = \frac{225}{100} K_1 \end{cases}$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{225}{100} = \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{v_1 + 10}{v_1}} = \frac{15}{10} \Rightarrow 10v_1 + 100 = 15v_1 \Rightarrow 5v_1 = 100$$

$$\Rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 = 800\text{J}$$

۴ ۴۰ طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$m_2 = m_1 - \frac{20}{100} m_1 = \frac{8}{10} m_1$$

$$v_2 = v_1 + \frac{10}{100} v_1 = 2v_1$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{8}{10} \times (2)^2 = \frac{32}{10} = \frac{16}{5}$$

۱ ۴۱ انرژی جنبشی هر کدام از جسم‌های A، B و C برابر است با:

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2 = mv^2 \\ K_B = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = 4mv^2 \Rightarrow K_B = 2K_C = 4K_A \\ K_C = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2mv^2 \end{cases}$$

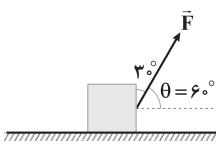
دقت گنید: در محاسبه انرژی جنبشی یک جسم، اندازه سرعت آن جسم

اهمیت دارد و جهت سرعت آن در مقدار انرژی جنبشی تأثیری ندارد.

۳ ۴۲ جسم در هر ثانیه 30cm جابه‌جا می‌شود، پس جابه‌جایی آن

در مدت 4s برابر است با:

$$d = 4 \times 30 = 120\text{cm}$$



با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}} W = 20 \times \frac{120}{100} \times \frac{1}{2} = 12\text{J}$$



شیمی

به جز عبارت سوم سایر عبارت‌ها درست هستند. ۳ ۵۱

بررسی عبارت‌ها:

- عنصرهای X و G به ترتیب C و F هستند که فرمول مولکولی ترکیب حاصل از آن‌ها به صورت CF_4 بوده و مدل فضا پرکن این مولکول همانی است که در سؤال آمده است.
- عنصر Q همان P_{15} بوده که فرمول مولکولی ترکیب حاصل از آن با هیدروژن به صورت PH_3 بوده و مدل فضا پرکن این مولکول همانی است که در سؤال آمده است.
- عنصر A همان B است که ترکیب آن با عنصرهای گروه ۱۷، یک ترکیب یونی نیست.

چهار عنصر G، E، D و R یا همان نیتروژن، اکسیژن، فلور و کلر در دما و فشار اتاق به شکل ماده مولکولی با مولکول‌های دواتمی وجود دارند.

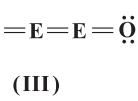
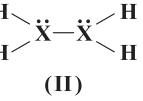
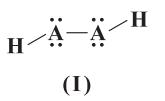
فلز Li₃ با از دست دادن تک الکترون ظرفیتی خود و تشکیل کاتیون Li^+ به آرایش دوتایی He₂ می‌رسد. ۳ ۵۲

در ترکیب‌های مولکولی SOF_4 ، N_2O و NH_3 ، هر کدام از اتم‌ها به آرایش پایدار گاز نجیب هم دوره خود می‌رسند. در ترکیب‌های یونی Al_2O_3 و CaO ، اتم‌های Al و Ca با از دست دادن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب پیش از خود می‌رسند.

با توجه به شکل داده شده، فرمول ترکیب‌های X و Y به ترتیب به صورت B_2C_6 و A_2B_6 بوده و برای تشکیل هر مول از آن‌ها به ترتیب ۲ و ۶ مول الکترون بین اتم‌های سازنده آن‌ها مبادله می‌شود. ۲ ۵۴

در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع سه جزء Ar، N₂ و O₂ هم معیان و هم تبخیر می‌شوند. ۳ ۵۵

ابتدا برای هر کدام از ساختارها، الکترون‌های ناپیوندی را رسم می‌کنیم:



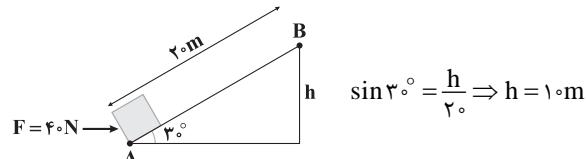
مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها در مولکول‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب برابر با ۱۴، ۱۴ و ۲۴ الکtron است.

$$(I) 2\text{A} + 2(1) = 14 \Rightarrow \text{A} = 6$$

$$(II) 2\text{X} + 4(1) = 14 \Rightarrow \text{X} = 5$$

$$(III) 3\text{E} + 2(6) = 24 \Rightarrow \text{E} = 4$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم: ۲ ۴۷



$$W_{\text{وزن}} = mgh \cos 180^\circ \Rightarrow W_{\text{وزن}} = 8 \times 10 \times 10 \times (-1) = -800 \text{ J}$$

$$W_F = Fd \cos 30^\circ \Rightarrow W_F = 40 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3} \text{ J}$$

بیشترین کار ممکن زمانی می‌باشد که زاویه بین نیرو و جایه‌جایی، صفر باشد، در نتیجه داریم: ۱ ۴۸

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = 20 \times 12 \times \cos 60^\circ = 240 \text{ J}$$

طبق اطلاعات سؤال داریم: ۱ ۴۹

$$F_2 = F_1 - \frac{20}{100} F_1 = \frac{8}{100} F_1 = \frac{1}{10} F$$

$$d_2 = d_1 + \frac{20}{100} d_1 = \frac{12}{100} F = \frac{12}{10} F$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{96}{100} = 0.96$$

واحد کار در SI ژول می‌باشد و یکای فرعی آن $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ می‌باشد. ۲ ۵۰

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کار، کمیتی نرده‌ای است.

۳) از رابطه $W = Fd \cos \theta$ در صورتی می‌توان استفاده کرد که نیرو ثابت و هم‌چنین بتوان جسم را ذره فرض کرد.

۴) کار انجام‌شده بر روی جسم در هر دو حالت، یکسان می‌باشد.



۳ ۶۴ از هلیم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

۴ ۶۵ میان گازهای هوا، واکنش‌های شیمیایی گوناگونی رخ می‌دهد که اغلب آن‌ها برای ساختن این سیاره سودمند هستند، البته برخی از این واکنش‌ها مفید نیستند.

۱ ۶۶ بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) نقطه جوش Ar بالاتر از N_۲ و پایین‌تر از O_۲ است.
پ) واژه آرگون به معنای تنبل است، زیرا گاز آرگون واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.
مس (CuS, Cu_۲S) و نیترید آهن (FeN, Fe_۳N_۲) و نیز با توجه به داده‌های سؤال، A همان Cu_۲S و B همان FeN است.



نسبت موردنظر برابر با $\frac{5}{6}$ است.

$$\frac{5}{6} = 0.833$$

۲ ۶۸ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

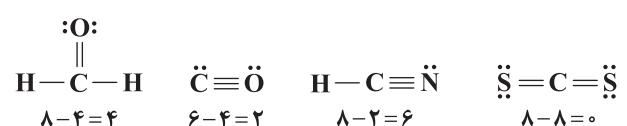
بررسی عبارت‌های نادرست:

• اتم عنصر کروم در ترکیب‌های خود اغلب به شکل کاتیون Cr^{۳+} یا یافت می‌شود.

• بوکسیت یا همان سنگ معدن آلومینیم، حاوی آلومینیم اکسید به همراه ناخالصی است.

۲ ۶۹ هر کدام از مولکول N_۲O_۳ و SiBr_۴ شامل ۵ اتم هستند. فرمول مولکولی ترکیب حاصل از P و Cl با رعایت قاعده هشت‌تایی به صورت PCl_3 است.

۴ ۷۰ ساختار لیوویس هر چهار مولکول و تفاوت میان شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی آن‌ها در زیر آمده است:



۱ ۵۷ • ماده E نسبت به دو ماده دیگر آسان‌تر به گاز تبدیل شده، پس نقطه جوش E از A و X پایین‌تر است. یعنی E همان H_۲ است.

• از طرفی ماده X نسبت به ماده A نیز آسان‌تر به گاز تبدیل شده پس نقطه جوش X از A پایین‌تر بوده و X همان N_۲ است.

• در شکل سمت راست فقط H_۲ به حالت گاز درآمده، پس دمای T_۱ باید بالاتر از نقطه جوش H_۲ و طبیعتاً پایین‌تر از نقطه جوش N_۲ باشد.

$$-25^{\circ}C < T_1 < -196^{\circ}C \Rightarrow 20K < T_1 < 77K$$

• به همین ترتیب T_۲ باید بالاتر از نقطه جوش N_۲ و پایین‌تر از نقطه جوش NH_۳ باشد.

$$-196^{\circ}C < T_2 < -33^{\circ}C \Rightarrow 77K < T_2 < 240K$$

۴ ۵۸ ۴ ۵۸ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با مدل فضا پرکن درست هستند.

۲ ۵۹ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در ساختار هیدروکربن‌ها (C_xH_y)، عنصر اکسیژن وجود ندارد.

• بسیاری از واکنش‌های شیمیایی که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.

۲ ۶۰ ۲ ۶۰ با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار هوا و گازهای موجود در هواکره کاهش می‌باید.

• در ارتفاع‌های پایین‌تر، تغییرات فشار هوا و گازهای موجود در هواکره بیشتر و شدیدتر است. با توجه به این‌که فشار گاز O_۲ در سطح زمین در حدود ۰/۲ اتمسفر و در ارتفاع ۳ کیلومتری از سطح زمین برابر $143/20\%$ اتمسفر است، در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین فشار این گاز برابر است با:

$$O_2 > 143/20\% \Rightarrow 0.86 > O_2$$

به این ترتیب گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند.

• در هر ارتفاعی فشار گاز نیتروژن کمتر از ۴ برابر فشار گاز اکسیژن است: $N_2 > 143/40\% \Rightarrow 0.572 > N_2$

۳ ۶۱ ۳ ۶۱ به جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. در شرایط بکسان، یک میلی‌لیتر گاز He در مقایسه با گاز هیدروژن، جرم بیشتری دارد.

۴ ۶۲ ۴ ۶۲ اکسیژن به شکل‌های عنصری O_۲⁺, O⁺, O_۳, O, O_۲ و در هواکره وجود دارد.

۳ ۶۳ ۳ ۶۳ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در لایه ترموسفر که لایه سوم بوده همانند لایه تروپوسفر با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌باید.

• در حدود ۲۰ درصد حجم هوا پاک و خشک لایه تروپوسفر را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.

بروزترین و ابرترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

