

بروزترین و ابرترین  
سایت کنکوری کشور

**WWW.KONKUR.INFO**



دفترچه شماره ۱

آزمون جامع ۳

۱۴۰۲/۰۴/۰۹ جمعه



# آزمودهای سراسری کنکور

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## آزمون اختصاصی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	اجباری	۴۰ دقیقه



-۱ اگر  $a_1, a_2, \dots, a_n$  مقدار  $n$  برابر باشد، آن‌گاه  $\log_5 \frac{a_1}{a_2} + \log_5 \frac{a_2}{a_3} + \dots + \log_5 \frac{a_{n-1}}{a_n} = -2$  و  $a_n = 3n+1$

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

-۲ اگر  $x = 4$  باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار صحیح عبارت  $\frac{2x+5}{3}$  برابر است با:

۹ (۴)

۸ (۳)

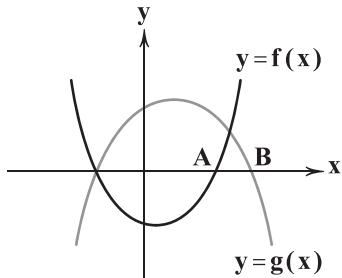
۷ (۲)

۶ (۱)

-۳ اگر  $x > 0$  باشد، آن‌گاه  $x+2 = 2\sqrt[3]{2x}$  برابر است با:

 $\sqrt{6}$  (۴) $\sqrt{5}$  (۳) $\sqrt{3}$  (۲) $\sqrt{2}$  (۱)

-۴ در شکل مقابل اگر  $g(x) = -x^3 - (m-2)x + 12 - n$  و  $f(x) = x^3 + mx + n$  باشد، آن‌گاه طول پاره خط  $AB$  برابر است با:



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

-۵ اگر  $f(x) = 4^x$  و  $g(x) = \log_2 x$  باشد، آن‌گاه مجموعه جواب نامعادله  $(fog)(x) \leq (gof)(x)$  شامل چند عدد صحیح است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۶ مجموع ریشه‌های معادله  $[2\log_8 x + \frac{1}{3}] = \frac{1}{3} + \log_4 x$  برابر است با: ( ) نماد جزء صحیح است.

۴۳ (۴)

۴۲ (۳)

۴۱ (۲)

۴۰ (۱)

-۷ اگر  $f(x) = x^3 + x^9 + x^8 + \dots + x + 1$  و  $f(2x-1) = g^{-1}\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$  باشد، آن‌گاه  $(gof)(2)$  برابر است با:

۶ (۴)

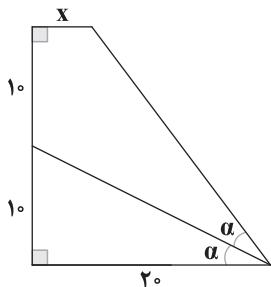
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

-۸ اگر  $f(x) = x^{10} + x^9 + x^8 + \dots + x + 1$  باشد، آن‌گاه  $f'(2)$  برابر است با:

 $10^3 - 1$  (۴) $10^3 + 1$  (۳) $9 \times 2^9 - 1$  (۲) $9 \times 2^9 + 1$  (۱)

-۹ در شکل زیر، مقدار  $x$  برابر است با:

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

-۱۰ اگر  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$  و  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{4}{5}$  آنگاه  $\cot\beta$  برابر است با:

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

-۱۱ حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x\sqrt{x^2+x} - 3x^2 + x}{5\sqrt{x^2+3}}$  برابر است با:

۱ (۴)

۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

-۱۲ اگر مجانب‌های نمودار توابع  $h(x) = \frac{ax+b}{x+b}$  و  $f(x) = -2 + 3^{x+1}$  و  $g(x) = 1 + \log_2(x-3)$  منطبق باشند،مقدار  $a+b$  برابر است با:

-۵ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۱۳ اگر  $f(x) = m + \frac{f(x)}{x^2 - 1}$  آنگاه  $f(-1)$  برابر است با:

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

-۳۰ (۲)

-۲۵ (۱)

-۱۴ در بازه‌ای که تقریباً نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{(5-x)^2}$  رو به بالا است، نمودار تابع  $g(x) = x|x^2 - 3|$  کدام ویژگی را دارد؟

۴) دارای مینیمم

۳) دارای ماکریمم

۲) همواره نزولی

۱) همواره صعودی

-۱۵ اگر  $f(3x+1) = (\text{hog})(x)$  باشد، آنگاه  $f'(4) = g'(-1) = 6$  و  $g'(-1) = 2$  برابر است با:

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

-۱۶ اگر ابعاد یک مستطیل  $a^2$  و  $a-2$  باشد، ماکریمم مساحت آن کدام است؟

۱۲۸ (۴)

۲۴۰ (۳)

۲۵۶ (۲)

۳۰۰ (۱)

-۱۷ اگر خط  $\Delta$  در نقطه  $(2, f(2))$  بر نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax$  و در نقطه  $(1, g(1))$  بر نمودار تابع  $g(x) = bx^3$  مماس باشد، آنگاه  $a \times b$ 

برابر است با:

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



-۱۸ سه نفر به نام‌های A، B و C به ترتیب و شروع با نفر A سکه‌ای را پرتاب می‌کنند. سکه‌های هر کدام زودتر رو ظاهر شود، برنده اعلام می‌شود. با

کدام احتمال B برنده می‌شود؟

$$\frac{1}{7} (4)$$

$$\frac{8}{7} (3)$$

$$\frac{4}{7} (2)$$

$$\frac{2}{7} (1)$$

-۱۹ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و  $P(B) = \frac{2}{3}$  و  $P(A) = \frac{4}{5}$ ، حاصل کدام است؟

$$\frac{3}{12} (4)$$

$$\frac{4}{12} (3)$$

$$\frac{11}{12} (2)$$

$$\frac{1}{12} (1)$$

-۲۰ ارزش گزاره  $r \vee p \Rightarrow q$  درست است. احتمال این‌که ارزش گزاره r نادرست باشد، کدام است؟

$$\frac{4}{5} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{2}{3} (1)$$

-۲۱ در یک جامعه آماری هر داده را با ۲۵٪ خودش جمع می‌کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چه تغییری می‌کند؟

$$(2) کم می‌شود$$

$$(1) زیاد می‌شود$$

$$(4) تغییری نمی‌کند.$$

$$(3) بستگی به داده‌ها دارد$$

-۲۲ در کدام گزینه تمام شاخص‌های مشخص شده از روی نمودار جعبه‌ای قابل به دست آوردن است؟

$$(2) میانه - دامنه میان چارکی (IQR) - چارک سوم$$

$$(1) مد - میانه - چارک اول$$

$$(4) مد - چارک اول - دامنه میان چارکی (IQR)$$

$$(3) مد - دامنه میان چارکی (IQR) - چارک اول$$

-۲۳ در مثلث ABC اگر  $\hat{A} > 90^\circ$  و  $AB = 12$  و  $AC = 5$  باشد، حدود ضلع BC کدام است؟

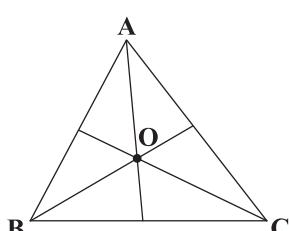
$$BC > 13 (4)$$

$$BC < 17 (3)$$

$$13 < BC < 17 (2)$$

$$7 < BC < 17 (1)$$

-۲۴ محیط و مساحت مثلث شکل زیر به ترتیب ۴۸ سانتی‌متر و ۱۸ سانتی‌متر مربع است. اگر O محل برخورد نیمسازهای مثلث باشد، مجموع



فواصل نقطه O از سه ضلع مثلث چند سانتی‌متر است؟

$$1/75 (1)$$

$$2 (2)$$

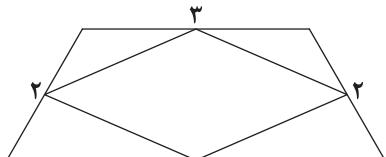
$$2/25 (3)$$

$$2/5 (4)$$

محل انجام محاسبات



-۲۵- در یک ذوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده کوچک برابر ۳ و طول یک ساق برابر ۲ و یکی از زوایا  $60^\circ$  است. وسطهای اضلاع این ذوزنقه را



به هم وصل می‌کنیم. مساحت چهارضلعی حاصل کدام است؟

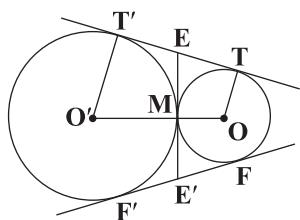
$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$8\sqrt{3} \quad (3)$$

$$6\sqrt{3} \quad (4)$$

-۲۶- دو دایره به شعاع‌های ۱۲ و ۳ مماس بروون هستند. اگر  $EE'$ ,  $TT'$  و  $FF'$  مماس‌های مشترک این دو دایره باشند، طول  $EE'$  کدام است؟



$$6 \quad (1)$$

$$8 \quad (2)$$

$$9 \quad (3)$$

$$12 \quad (4)$$

-۲۷- مثلث  $ABC$  بر دایره‌ای به شعاع  $r$  محیط شده است. اگر شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی مثلث برابر ۲، ۳ و ۴ واحد باشند، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

$$14\sqrt{\frac{2}{15}} \quad (4)$$

$$14\sqrt{\frac{2}{13}} \quad (3)$$

$$12\sqrt{\frac{2}{11}} \quad (2)$$

$$12\sqrt{\frac{2}{13}} \quad (1)$$

-۲۸- دو نقطه  $X$  و  $A$  در دستگاه مختصات مفروضند. اگر بخواهیم از  $B$  به نقطه‌ای دلخواه روی محور  $y$ ها و سپس به نقطه‌ای دلخواه روی محور  $x$ ها و سرانجام به نقطه  $A$  برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟

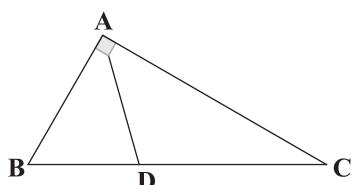
$$13 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

$$\sqrt{85} \quad (2)$$

$$\sqrt{80} \quad (1)$$

-۲۹- مثلث زیر در رأس  $A$  قائم است. اگر طول اضلاع قائمه ۶ و ۸ سانتی‌متر باشد،  $AD^2 + \frac{120}{49}$  کدام است؟



$$46 \quad (1)$$

$$45 \quad (2)$$

$$48 \quad (3)$$

$$50 \quad (4)$$

-۳۰- اگر  $A$  ماتریسی وارون‌پذیر از مرتبه ۲ باشد، آن‌گاه دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} |A| & -6 \\ |A| & |A| \end{bmatrix}$  کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$3 \text{ صفر} \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$



-۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  باشد،  $xA + yI$  کدام است؟

۶۵ (۴)

۶۱ (۳)

۶۳ (۲)

۵۲ (۱)

-۳۲- از نقطه  $A(1, 2)$  دو مماس بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  رسم کرده‌ایم. معادله خطی که نقاط تماس را به هم متصل می‌کند، کدام است؟

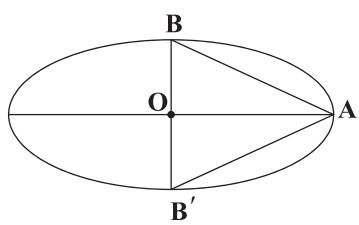
$$x = \frac{1}{3} (۴)$$

$$x = 3 (۳)$$

$$y = \frac{1}{3} (۲)$$

$$y = 3 (۱)$$

-۳۳- در بیضی مقابل مثلث  $ABB'$  متساوی‌الاطلاع است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{3} (۱)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} (۳)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} (۴)$$

-۳۴- اگر  $\bar{a} + \bar{b} = (3, -1, 3)$  و  $2\bar{a} + \bar{b} = 4i - j + 5k$  باشد، مساحت مثلثی که با دو بردار  $\bar{a} + \bar{b}$  و  $2\bar{a} + \bar{b}$  ساخته شود، کدام است؟

$$2\sqrt{14} (۴)$$

$$3\sqrt{14} (۳)$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{14} (۲)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{14} (۱)$$

-۳۵- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ برای  $m$  وجود دارد به طوری که اگر  $1|4k+5$ ، آن‌گاه  $6|16k^3+mk+6$  باشد؟

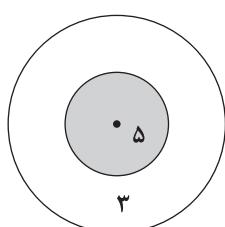
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

-۳۶- تیراندازی به سمت یک هدف، شامل دو دایره هم مرکز تیراندازی می‌کند. اگر او تیر را به دایره‌ای با شعاع کوچک بزند ۵ امتیاز و اگر به دایره بزرگ‌تر و خارج دایره کوچک‌تر بزند، ۳ امتیاز می‌گیرد و چنان‌چه به دایره برخورد نکند، امتیازی دریافت نمی‌کند. اگر این شخص ۱۳ تیر انداده باشد و ۴۲ امتیاز گرفته باشد، حداقل چند تیر او به هدف اصابت نکرده است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

-۳۷- در یک گراف کامل تعداد دورها به طول ۶ از تعداد دورها به طول دیگر  $m$  که  $m \neq 6$  بیشتر است. در این گراف مجموع مرتبه و اندازه کدام است؟

۴۵ (۴)

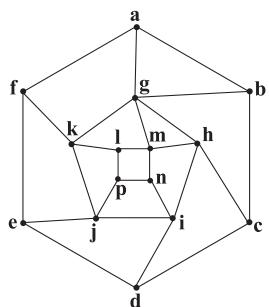
۳۶ (۳)

۲۸ (۲)

۲۱ (۱)



- ۳۸ - در گراف شکل زیر عدد احاطه‌گری کدام است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

- ۳۹ - از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  بر روی مجموعه  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  چند تابع می‌توان نوشت که این توابع یکنوا باشند؟

۱۰۸ (۴)

۱۱۲ (۳)

۱۱۶ (۲)

۱۲۰ (۱)

- ۴۰ - چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ وجود دارد که نسبت به عدد ۱۵ اول باشند؟

۵۴ (۴)

۵۳ (۳)

۵۲ (۲)

۵۱ (۱)

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۳

۱۴۰۲/۰۴/۰۹ جمعه



# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## آزمون اختصاصی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵

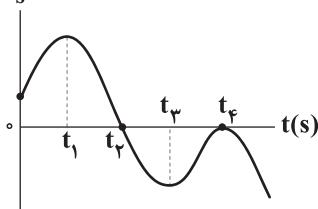
عنوانی مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی
			تا	از		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	اجباری	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	اجباری	۳۰ دقیقه



۴۱ - نمودار سرعت - زمان متحركی که بر روی محور  $X$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با این متحرك صحیح است؟

$$v(\frac{m}{s})$$



۱) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، شتاب متحرك همواره در جهت محور  $X$ ها است.

۲) متحرك دو بار تغییر جهت داده است.

۳) شتاب متوسط متحرك در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  قرینه شتاب متحرك در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$  است.

۴) شتاب متحرك ۳ بار تغییر جهت می‌دهد.

۴۲ - متحركی با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است. این متحرك در لحظه  $t = 0$  در مکان  $x = -4\text{ m}$  و در حال حرکت در خلاف

جهت محور  $X$  است. اگر سرعت ذره در مکان‌های  $x_1 = 6\text{ m}$  و  $x_2 = 5\text{ m}$  به ترتیب برابر  $\frac{3}{5}\text{ m/s}$  باشد، مسافت طی شده توسط متحرك در

۳ ثانیه اول حرکتش چند متر است؟

۱/۸ (۴)

۹ (۳)

۴/۵ (۲)

۲/۲۵ (۱)

۴۳ - نمودار مکان - زمان متحركی که بر روی محور  $X$ ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این متحرك در ثانیه دوم حرکتش،

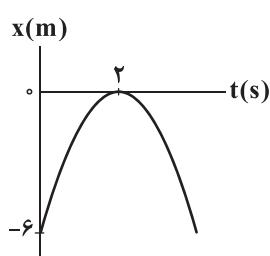
چند متر بر ثانیه است؟

۴/۵ (۱)

۳ (۲)

۲/۲۵ (۳)

۱/۵ (۴)



۴۴ - دلیل استفاده از گرافیت و میله‌های کادمیمی در راکتورهای شکافت هسته‌ای به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

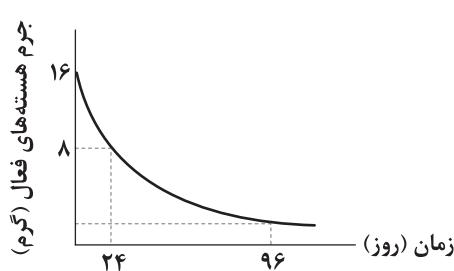
۲) کند کردن نوترون‌ها - کنترل آهنگ واکنش شکافت

۱) افزایش سرعت نوترون‌ها - افزایش سرعت واکنش شکافت

۴) کند کردن نوترون‌ها - افزایش سرعت واکنش شکافت

۳) افزایش سرعت نوترون‌ها - کنترل سرعت واکنش شکافت

۴۵ - نمودار جرم هسته‌های فعال باقی‌مانده یک ماده پرتوزا بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. پس از گذشت ۹۶ روز، چند گرم ماده به صورت



فعال باقی می‌ماند؟

۰/۲۵ (۱)

۰/۵ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)



۴۶- در آتم هیدروژن، کوتاهترین طول موج رشتۀ بالمر ( $n' = 2$ ) چند برابر طول موج فوتون خط چهارم رشتۀ برآخت ( $n = 4$ ) است؟

$$\frac{5}{36}$$

$$\frac{36}{5}$$

$$\frac{3}{16}$$

$$\frac{16}{3}$$

۴۷- یک موج الکترومغناطیس با طول موج  $\lambda$  به سطح فلزی تابیده می‌شود. اگر بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها  $4 \text{ eV}$  برابر تابع کار این فلز و اختلاف طول موج آستانه این فلز و  $\lambda$  برابر  $200 \text{ nm}$  باشد،  $\lambda$  چند نانومتر است؟

$$250 \text{ (4)}$$

$$200 \text{ (3)}$$

$$150 \text{ (2)}$$

$$50 \text{ (1)}$$

۴۸- تابع کار فلزی برابر با  $4 \text{ eV}$  است. اگر یک موج الکترومغناطیس با طول موج  $155 \text{ nm}$  به سطح این فلز تابیده شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌هایی که از سطح آن جدا می‌شوند، برابر چند الکترون‌ولت است؟ ( $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )

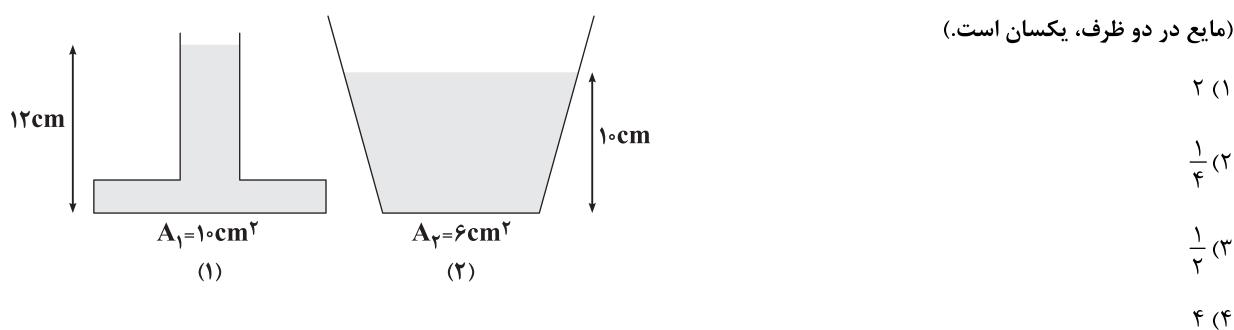
$$4/5 \text{ (4)}$$

$$4 \text{ (3)}$$

$$3 \text{ (2)}$$

$$2/5 \text{ (1)}$$

۴۹- با توجه به شکل زیر، اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع در شکل (۲) چند برابر اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع در شکل (۱) است؟ (مایع در دو ظرف، یکسان است).



۵۰- در شکل زیر، اگر مساحت پیستون برابر با  $100 \text{ cm}^2$  باشد، فشار مخزن چند اتمسفر است؟

$$(1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}, P_0 = 10^5 \text{ Pa}, A = 100 \text{ cm}^2, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



۵۱- مطابق شکل زیر، جسمی درون آب غوطه‌ور است. با دادن مقداری گرمای آب، دمای آب را از  $30^\circ \text{C}$  تا  $35^\circ \text{C}$  افزایش می‌دهیم. وضعیت حرکت جسم درون آب چگونه است؟ (از تغییرات حجم و چگالی جسم صرف نظر کنید).



(۱) جسم تنهشین می‌شود.

(۲) جسم شناور می‌شود.

(۳) ابتدا جسم فرو رفت و سپس بالا می‌آید.

(۴) ابتدا جسم بالا می‌آید و سپس شروع به فرو رفتن می‌کند.

محل انجام محاسبات



-۵۲- به قطعه یخی به جرم  $2\text{kg}$  که دمای آن  $10^\circ\text{C}$  است،  $374\text{kJ}$  گرما می‌دهیم. کدام گزینه نادرست است؟

$$\text{L}_F = 234 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{C}} \quad (2)$$

(۲) یک کیلوگرم یخ ذوب می‌شود.

(۱) یک کیلوگرم یخ باقی می‌ماند.

(۴) دمای نهایی  $2^\circ\text{C}$  می‌شود.

(۳) دمای نهایی صفر درجه سلسیوس می‌شود.

-۵۳- اگر در حجم ثابت، فشار مقدار معینی گاز کامل با دمای  $27^\circ\text{C}$  را  $50^\circ\text{C}$  درصد کاهش دهیم. دمای گاز ..... درجه سلسیوس ..... می‌یابد.

(۴)  $15^\circ\text{C}$

(۳)  $15^\circ\text{C}$  - افزایش

(۲)  $27^\circ\text{C}$  - افزایش

(۱)  $27^\circ\text{C}$  - کاهش

-۵۴- کدام گزینه در مورد فرایند همدما درست نیست؟

(۱) در فرایند همدما، تغییر انرژی درونی گاز کامل، صفر است.

(۲) در فرایند همدما، فشار و حجم با هم رابطه وارون دارند.

(۳) در فرایند همدما، گاز کامل گرما مبادله نمی‌کند.

(۴) در فرایند همدما، مخزن گاز کامل در تماس با منبع گرما، دارای دمای ثابت است.

-۵۵- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی نقطه  $A$  تا نقطه  $B$  جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی

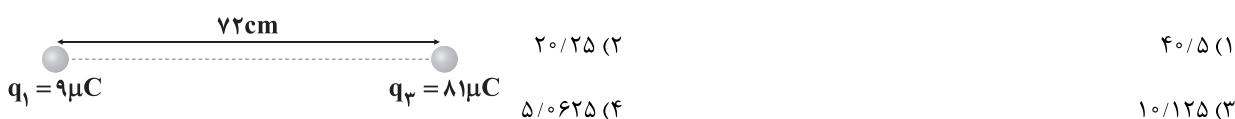
بار در نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب  $J_{20} + 20\mu\text{C}$  و  $J_{20} - 20\mu\text{C}$  باشد، کدام گزینه در ارتباط با پتانسیل الکتریکی نقطه  $A$  درست است؟

(۱) پتانسیل الکتریکی این نقطه برابر صفر است.

(۲) با پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$  برابر و عددی مثبت است.

(۳) از پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$ ،  $50\text{V}$  ولت بیشتر است.

-۵۶- در شکل زیر، بار  $q_2$  را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم تا سه ذره باردار  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  در حال تعادل قرار بگیرند. اندازه بار  $q_2$  چند میکروکولن است؟



-۵۷- دو کره رسانای باردار  $A$  و  $B$  به ترتیب دارای شعاع‌های  $4\text{cm}$  و  $8\text{cm}$  و بارهای  $+54\mu\text{C}$  و  $+6\mu\text{C}$  هستند. چگالی سطحی بارکره  $B$  چند

برابر چگالی سطحی بارکره  $A$  است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $\frac{2}{9}$

(۲)  $\frac{4}{9}$

(۳)  $\frac{9}{4}$

(۴)  $\frac{9}{2}$

-۵۸- یک بالابر الکتریکی می‌تواند در هر دقیقه  $30\text{kg}$  بار را تا ارتفاع  $8\text{m}$  با سرعت ثابت بالا ببرد. توان متوسط این بالابر چند وات

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

(۱)  $20$

(۲)  $30$

(۳)  $40$

(۴)  $50$



۵۹- در ماشینی، توان مفید،  $\frac{1}{4}$  توان تلف شده است. بازده این ماشین چند درصد است؟

۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۶۰- شخصی به جرم  $80\text{ kg}$ ، درون آسانسوری ایستاده است. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت  $\frac{m}{s^2} 2/5$  و به صورت تندرشونده به سمت بالا

$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

۱۲۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۶۱- دو نیروی هماندازه و عمود بر هم  $\vec{F}$ ، تنها نیروهای خارجی هستند که بر جسمی اثر می‌کنند. اگر پس از چهار ثانیه، تکانه این جسم  $30^\circ$  واحد

SI افزایش یابد، بزرگی هر یک از این نیروهای خارجی چند نیوتون است؟

۳/۷۵ (۴)

۳/۷۵ $\sqrt{2}$  (۳)

۷/۵ (۲)

۷/۵ $\sqrt{2}$  (۱)

۶۲- به جسم ساکنی به جرم  $5\text{ kg}$  که روی سطح افقی قرار دارد، یک نیروی افقی متغیر با زمان که تغییرات اندازه این نیرو برحسب زمان در SI

به صورت  $F = -8t^2$  است، وارد می‌شود. اگر مبدأ زمان، لحظه شروع اعمال نیرو به جسم ساکن فرض شود، اندازه نیروی اصطکاک بین

جسم و سطح افقی در پایان ثانیه دوم، چند برابر اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی در ابتدای ثانیه دوم است؟ (ضریب

$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

۲۰ (۴)

۰/۵ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۶۳- یک آهنربای میله‌ای را به دو قسمت تقسیم کرده و میخوی به انتهای یک قسمت آن جذب شده است. کدام گزینه صحیح است؟



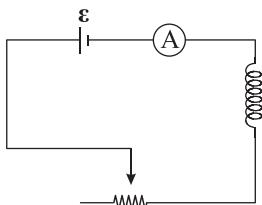
(۱) قطب‌های A، C و F همگی می‌توانند قطب N باشند.

(۲) قطب‌های A، C و E همگی می‌توانند قطب S باشند.

(۳) قطب‌های A و F هر دو می‌توانند قطب N باشند.

(۴) قطب‌های B و D همنام ولی با قطب F ناهمنام هستند.

۶۴- در مدار زیر با ..... مقاومت رُؤستا، نیروی محركة خودالقاوری با جریانی در ..... جریان اصلی در مدار ایجاد می‌شود.



(۱) افزایش - جهت

(۲) افزایش - خلاف جهت

(۳) کاهش - جهت

(۴) افزایش یا کاهش - جهت

محل انجام محاسبات



- ۶۵- از سیم‌لوله‌ای فاقد هسته آهنی با  $400$  دور سیم و سطح مقطع  $6\text{ cm}^2$ ، جریان  $8$  آمپر عبور می‌کند و انرژی ذخیره شده در آن  $48\text{ mJ}$  می‌باشد. بزرگی میدان مغناطیسی روی محور این سیم‌لوله چند واحد SI است؟

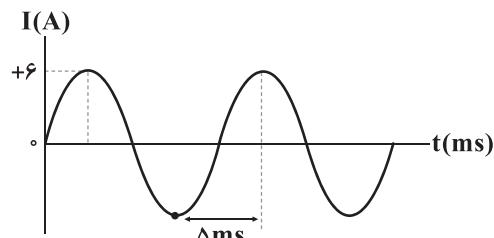
۵ (۴)

۰/۰۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰۰ (۱)

- ۶۶- شکل زیر نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک رسانای  $4\%$  اهمی می‌گذرد. در لحظه  $t = \frac{1}{4}\text{ s}$  بیشینه نیروی محرکه القایی در



این مقاومت چند ولت است؟

۲/۴ (۱)

۴/۸ (۲)

۱/۲ (۳)

۰/۶ (۴)

- ۶۷- یک آونگ ساده را در دو حالت به نوسان در می‌آوریم. در حالت اول، آونگ در آسانسوری که بر روی ماه با شتاب  $\frac{m}{s^2} 3$  به صورت تندشونده

به سمت بالا در حال حرکت است، به نوسان درمی‌آید و در حالت دوم، آونگ در آسانسوری که بر روی زمین با شتاب  $\frac{m}{s^2} 2$  به صورت

تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، به نوسان درمی‌آید. دوره نوسان این آونگ در زمین چند برابر دوره نوسان آن در ماه است؟

$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

 $\sqrt{\frac{8}{5}} (4)$  $\sqrt{\frac{5}{8}} (3)$  $\sqrt{\frac{2}{3}} (2)$  $\sqrt{\frac{3}{2}} (1)$ 

- ۶۸- اگر توان متوسط انتقالی موج A،  $4$  برابر توان متوسط انتقالی موج B و دامنه موج A نصف دامنه موج B باشد، در این صورت طول موج A

چند برابر طول موج B است؟ (هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند).

 $\frac{1}{8} (4)$ 

۸ (۳)

۴ (۲)

 $\frac{1}{4} (1)$ 

- ۶۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) فاصله بین یک قله و دره مجاور آن در امواج دایره‌ای روی سطح آب برابر با طول موج است.

(ب) با تغییر محیط انتشار موج، بسامد ثابت می‌ماند، ولی طول موج تغییر می‌کند.

(ج) در انتشار امواج درون آب، با افزایش عمق، طول موج افزایش می‌یابد.

(د) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی برای امواج مکانیکی با مربع دامنه ( $A^2$ ) و مربع بسامد ( $f^2$ ) موج متناسب است.

۴) صفر

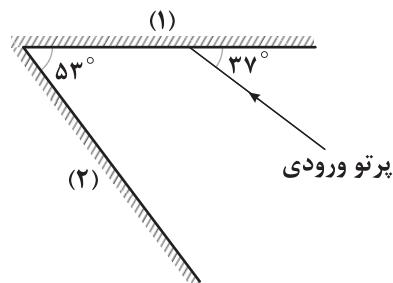
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



۷۰- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری به سطح آینه تخت (۱) می‌تابد. پرتوی خروجی از این مجموعه چند درجه نسبت به پرتوی ورودی منحرف شده است؟



۵۳ (۱)

۳۷ (۲)

۱۲۷ (۳)

۱۸۰ (۴)

۷۱- ضریب شکست محیط شفاف  $A$ ,  $1/5$  و ضریب شکست محیط شفاف  $B$  برابر  $2$  است. اگر یک پرتوی نور تکررنگی مسافت  $40$  متر را در محیط  $A$  در مدت زمان  $t$  طی کند، این پرتو مسافت  $240$  متر را در محیط  $B$  در چه مدت زمانی طی می‌کند؟

۱۰  $t$  (۴)۸  $t$  (۳)۶  $t$  (۲)۴  $t$  (۱)

۷۲- انرژی مکانیکی یک سامانه جرم – فنر که با دامنه  $10\text{ cm}$  نوسان می‌کند، برابر با  $20\text{ J}$  است. اگر  $4$  برابر جرم اولیه به آن اضافه و دامنه را  $4\text{ cm}$  کاهش دهیم، انرژی مکانیکی سامانه چند ژول می‌شود؟

۳/۲ (۴)

۷/۲ (۳)

۳/۶ (۲)

۱/۶ (۱)

۷۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(الف) تندی حرکت الکترون‌های آزاد در رسانا، خیلی کم‌تر از بزرگی سرعت سوق آن‌ها می‌باشد.

(ب) در اثر فروریزش الکتریکی، همه خازن‌ها می‌سوزند.

(ج) دیود نورگسیل یک رسانای غیراهمی است.

(د) عبارت ظرفیت الکتریکی را نخستین بار ولتا در تشابه با ظرفیت گرمایی به کار برد.

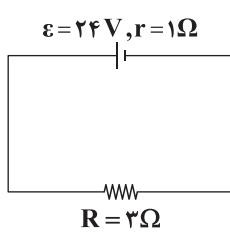
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۷۴- در مدار شکل زیر، مقاومت  $R$  چند برابر شود تا توان مصرفی آن تغییر نکند؟



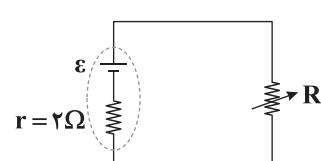
۹ (۱)

 $\frac{1}{9}$  (۲)

۳ (۳)

 $\frac{1}{3}$  (۴)

۷۵- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رُؤستا را روی  $2\Omega$  تنظیم کرده باشیم و توان مصرفی آن برابر  $P$  باشد، مقاومت رُؤستا را حداقل چند اهم تغییر دهیم تا توان مصرفی آن  $4$  درصد تغییر کند؟

 $\frac{4}{3}$  (۱)

۳ (۲)

 $\frac{2}{3}$  (۳)

۶ (۴)



۷۶- در آرایش الکترونی اتم عنصر A به تعداد ۷ الکترون وجود دارد که جمع عددهای کوانتموی اصلی و فرعی آن‌ها برابر با ۴ است. چه تعداد از

عبارت‌های زیر در ارتباط با A درست است؟

• می‌تواند هم عنصری اصلی و هم جزو عنصرهای واسطه باشد.

• فرمول اکسید A می‌تواند به یکی از صورت‌های  $O_A$ ,  $A_2O_3$  و  $A_2O_7$  باشد.

• قانون عنصر A در طبیعت به حالت آزاد یافت نشده است.

• برای استخراج A به حالت خالص باید نمک‌های مذاب آن را برقکافت کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۷- اگر شمار اتم‌ها در نمونه‌ای از آلومینیم سولفات، دو برابر شمار اتم‌ها در نمونه‌ای از شکر باشد، شمار یون‌های موجود در آلومینیم سولفات،

$(C=12, H=1, O=16, Al=27, S=32 : g/mol^{-1})$  چند برابر شمار مولکول‌های موجود در شکر است؟

۲۶ / ۴۷ (۴)

۵ / ۲۹ (۳)

۱۰ / ۵۸ (۲)

۱۵ / ۸۸ (۱)

۷۸- عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های  $m$ ,  $m+1$ ,  $m+2$  و  $m+3$  در مقیاس amu بوده که فراوانی ایزوتوپ دوم به ترتیب ۱۵, ۳۰ و ۹۰

برابر ایزوتوپ‌های اول، سوم و چهارم است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر A برابر  $55/93 amu$  باشد، m کدام است؟

۵۷ (۴)

۵۶ (۳)

۵۵ (۲)

۵۴ (۱)

۷۹- در ساختار لوویس کدام گونه، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی، عدد بزرگ‌تری است؟

۴) اتیلن گلیکول

۳) اوره

۲) مالتوز

۱) شکر

۸۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آرگون درست است؟

• پس از هلیم، فراوان‌ترین گاز نجیب سیاره مشتری است.

• این گاز را می‌توان به صورت صدرصد خالص از تقطیر جزء به جزء هوای مایع تهیه کرد.

• نقطه جوش آن از هر کدام از عنصرهای نیتروژن و اکسیژن بالاتر است.

• استفاده از آرگون در جوشکاری، موجب استحکام بیشتر و افزایش طول عمر فلز جوشکاری می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

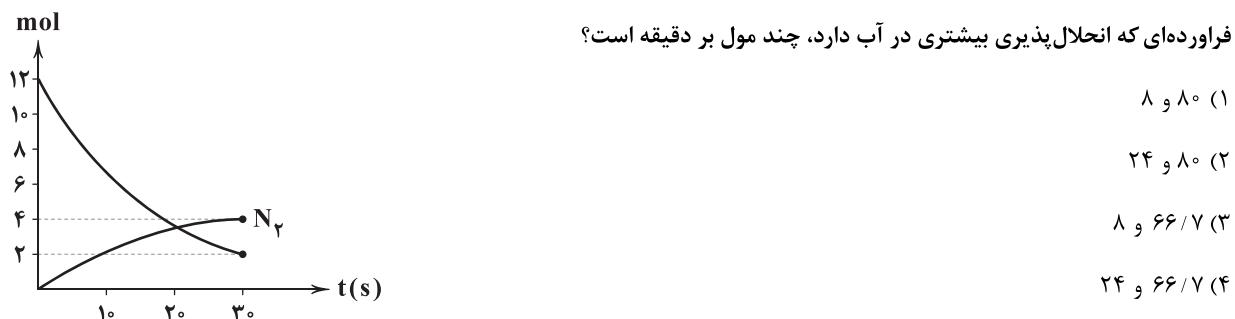
۳ (۲)

۴ (۱)





-۸۶- نمودار زیر مربوط به واکنش تجزیه آمونیاک به گازهای سازنده آن است. با توجه به آن، بازده درصدی واکنش کدام و سرعت متوسط تولید



-۸۷- اگر گاز اکسیژن حاصل از تجزیه مقدار معینی هیدروژن پراکسید ناچالص با آلدهید موجود در بادام واکنش داده و بر اثر سوختن کامل آلدهید در شرایط

STP، مقدار  $\text{L} = ۷۲/۶$  گاز کربن دی اکسید تولید شود، مجموع جرم آب تولید شده در دو واکنش چند گرم بوده است؟ ( $\text{H}_2\text{O} = ۱۸ \text{ g/mol}^{-1}$ )

۱۱/۲۳ (۴)	۱۷/۹۲ (۳)	۱۴/۶۵ (۲)	۸/۴۸ (۱)
-----------	-----------	-----------	----------

-۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• عنصری با عدد اتمی ۳۲ جریان گرما را از خود عبور می‌دهد.

• عنصری با عدد اتمی ۳۴ در اثر ضربه خرد می‌شود.

• واکنش پذیری عنصری با عدد اتمی ۳۷ بیشتر از واکنش پذیری عنصری با عدد اتمی ۲۰ است.

• عنصری با عدد اتمی ۲۹ در مقایسه با عنصری با عدد اتمی ۳۰، تمایل بیشتری به تشکیل کاتیون دارد.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

-۸۹- یک قطعه مکعبی از فلز اورانیم با دمای  $C = ۲۵/۱۴۲^\circ\text{C}$  در یک لیتر آب سنگین ( $\text{H}_2\text{O}^2$ ) با دمای  $32^\circ\text{C}$  انداده شده است. اگر دمای تعادل

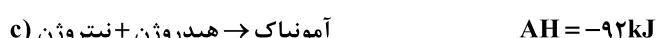
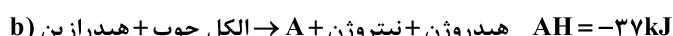
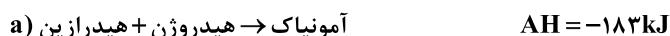
برابر  $C = ۳۶^\circ\text{C}$  باشد، هر ضلع مکعب برابر چند سانتی‌متر است؟

$$(c_{\text{H}_2\text{O}^2} = ۴/۲۵, c_U = ۰/۱۵: \text{J.g}^{-۱} \cdot \text{C}^{-۱}, d_{\text{H}_2\text{O}^2} = ۱/۲, d_U = ۲۰: \text{g.cm}^{-۳})$$

۶ (۴)	۵ (۳)	۴ (۲)	۳ (۱)
-------	-------	-------	-------

-۹۰- با توجه به واکنش‌های زیر اگر یک مول الکل چوب بر اثر تجزیه به گاز هیدروژن و ساده‌ترین آلدهید (A) تبدیل شود، چند کیلوژول گرما

مبادله می‌شود؟ ( $\Delta H$  واکنش‌های داده شده بر مبنای معادله‌های موازن شده با کوچک‌ترین ضرایب صحیح است).



۲۸۳ (۴)	۲۳۸ (۳)	۴۵ (۲)	۵۴ (۱)
---------	---------	--------	--------



۹۱- برای تبدیل  $12/6\text{g}$  از هر کدام از گازهای اتان و پروپن به اتمهای گازی سازنده آنها به ترتیب به  $1218$  و  $1056$  کیلوژول گرمای نیاز است.

میانگین آنتالپی پیوند  $C = \text{چند کیلوژول بر مول است? } (\text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1})$

۶۲۰ (۴)

۵۶۰ (۳)

۴۷۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۹۲- اگر پس از گذشت  $75$  ثانیه از آغاز واکنش استری شدن ترفتالیک اسید و متانول،  $4/85$  گرم استر تولید شود، سرعت تولید آب چند مول بر دقیقه است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

۰/۰۶ (۴)

۰/۰۳ (۳)

۰/۰۴ (۲)

۰/۰۲ (۱)

۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با پلی‌استیرن درست است؟

- شمار پیوندهای دوگانه در ساختار مونومر آن، نصف شمار اتمهای هیدروژن مونومر آن است.
- جزو پلیمرهای ماندگار طبقه‌بندی می‌شود و زیست تخریب‌ناپذیر است.
- در ساخت ظروف یکبار مصرف غذا به کار می‌رود.
- در هر واحد تکرارشونده از آن،  $20$  پیوند کووالانسی وجود دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- از نظر نوع عنصرهای سازنده، پلی‌سیانو اتن و دی‌متیل آمین، مشابه هم هستند.
- درصد خلوص اتن مورد استفاده در واکنش تولید پلی‌اتن سنتگین بیشتر از واکنش تولید پلی‌اتن سبک است.
- واکنش استری شدن یک واکنش برگشت‌پذیر بوده و برای افزایش سرعت واکنش در هر دو جهت، می‌توان از یک اسید آلی استفاده کرد.
- از نظر همگن یا ناهمگن بودن، مخلوط ویتامین D و آب وضعیت مشابهی با شیر دارد.

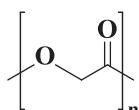
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۵- پلیمر A که ساختار آن به صورت زیر است از یک نوع مونومر تشکیل شده است. اگر یک مول از مونومر آن در حالت گازی به اتمهای گازی سازنده آن تبدیل شود، چند کیلوژول گرمای مصرف می‌شود؟



پیوند	C–H	C–C	O–H	C–O	C=O
$\Delta H(\text{kJ.mol}^{-1})$	۴۱۵	۳۵۰	۴۶۵	۳۶۰	۷۵۰

۳۸۵۰ (۱)

۳۵۸۰ (۲)

۲۷۵۵ (۳)

۲۵۷۵ (۴)



- ۹۶- چگالی گاز اسیدی  $\text{HA}$  در دمای  $91^\circ\text{C}$  و فشار  $667\text{ atm} = 667 \times 10^3 \text{ Pa}$  برابر است. اگر  $8/1$  گرم از این گاز را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول حاصل را به  $12$  لیتر برسانیم، غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم موجود در محلول برابر  $1/5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  می‌شود. درصد یونش اسید  $\text{HA}$  کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۸ (۱)

- ۹۷- در فرمول ساختاری پاک‌کننده غیرصابونی  $\text{A}_4\text{C}_4\text{O}_4$  و در فرمول شیمیایی آن، اتم هیدروژن وجود دارد. نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی اکسیژن در این پاک‌کننده کدام است؟ ( $\text{C}=12, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$ )

۵/۷۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴/۷۵ (۱)

- ۹۸- pH محلول  $5\text{M}$  اسید ضعیف  $\text{HA}$  ( $K_a = 5 \times 10^{-4}$ ) به تقریب کدام است؟ (در صورت نیاز  $\sqrt{0/41} = 0.64$  را معادل  $64\%$  در نظر بگیرید.)
- $$(\log 3 \approx 0.47)$$

۲/۸۰ (۴)

۲/۱۱ (۳)

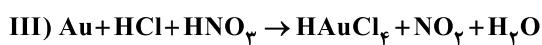
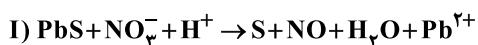
۴/۸۹ (۲)

۲/۸۹ (۱)

- ۹۹- در نوعی سلول سوختی از هیدرازین به عنوان سوخت استفاده می‌شود. به ازای تولید  $25/6$  گرم فراورده در این سلول، چند الکترون بین اکسیده و کاهنده مبادله می‌شود؟ ( $\text{N}=14, \text{H}=1, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$ ) (فراءوهای این سلول، گاز نیتروژن و  $\text{H}_2\text{O}$  است).

۴/۸۱۶ ×  $10^{23}$  (۴)۴/۸۱۶ ×  $10^{22}$  (۳)۹/۶۳۲ ×  $10^{23}$  (۲)۹/۶۳۲ ×  $10^{22}$  (۱)

- ۱۰۰- اگر نسبت تغییر عدد اکسایش هر اتم اکسید به تغییر عدد اکسایش هر اتم کاهنده در واکنش‌های (I)، (II) و (III) را به ترتیب با  $a$ ،  $b$  و  $c$  نشان دهیم، کدام مقایسه درست است؟



b &gt; a &gt; c (۴)

a &gt; b &gt; c (۳)

b &gt; c &gt; a (۲)

a &gt; c &gt; b (۱)

- ۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• در برگافت آب در اطراف قطب منفی، محیط قلیایی شده و گاز با چگالی کم‌تر تولید می‌شود.

• در شرایط یکسان، پتانسیل کاهشی یون روی، منفی‌تر از پتانسیل کاهشی یون قلع (II) است.

• محلول نمک‌های فلزهای قلیایی را نمی‌توان در ظرفی از جنس طلا یا پلاتین نگهداری کرد.

• برای حفاظت از لوله‌های نفتی و چلوجیری از خوردگی آهن می‌توان از فلزهای با واکنش پذیری کم مانند مس استفاده کرد.

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در محلول سبز رنگ نمک و آنادیم، آرایش الکترونی یون این فلز، مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب است.
- شعاع یون آهن در هیدروکسیدی از آن که قرمز رنگ است در مقایسه با هیدروکسید سبزرنگ آن، بزرگ‌تر است.
- در یون سیلیکات همانند سیلیس و سیلیسیم کربید، هر اتم Si به ۴ اتم دیگر متصل است.
- بین الماس و گرافیت، میانگین طول پیوند کربن – کربن در دگر شکل پایدارتر، کوتاه‌تر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۳- آنتالپی فروپاشی شبکه بلور کدام دو ترکیب یونی، تفاوت کم‌تری با هم دارند؟

NaCl و NaF (۴)

NaF و LiCl (۳)

LiBr و KF (۲)

KCl و NaBr (۱)

- ۱۰۴- در یک ظرف ۱۰ لیتری در دمای ثابت، ۱ مول گاز AB وارد می‌کنیم و در آن را می‌بندیم. فشار گاز AB در ابتدا ۳ اتمسفر است. تجزیه AB به گازهای A و B در دمای ظرف به طور جزیی صورت می‌گیرد و تعادل  $AB(g) \rightleftharpoons A(g) + B(g)$  برقرار می‌شود. هرگاه فشار کل مخلوط در حال تعادل ۴/۵ اتمسفر باشد، ثابت تعادل کدام است؟ (فشار کل یک مخلوط گازی با تعداد کل مولکول‌های گاز در مخلوط، مناسب است).

۱۵ (۴)

۰/۰۵ (۳)

۱/۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۱۰۵- داده‌های جدول مقابل مربوط به واکنش تعادلی  $2A(g) + X(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$  است. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

$\theta(^{\circ}\text{C})$	K
۲۵	$2/7 \times 10^3$
۲۰۰	۶/۵
۴۰۰	۰/۰۲۵

- افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش رفت و افزایش شمار مول‌های گازی موجود در ظرف می‌شود.
- واکنش در دمای اتفاق پیشرفت قابل ملاحظه‌ای دارد.
- این واکنش همانند فرایند هابر، گرماده بوده و مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده‌های آن، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده است.

- اثر کاهش دما بر این واکنش و مقدار ثابت تعادل آن، مشابه اثر افزایش غلظت A است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۳

جمعه ۰۹/۰۴/۱۴۰۲



# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۱۵ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۴۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

دوازدهم ریاضی

# آزمون‌های سراسری گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس
محدثه کارگرفت - مهدی وارسته ندا فرهنختی - مینا نظری	سیرووس نصیری - حسین نادری مغید ابراهیم‌پور - مجید فرهمندپور خشایار خاکی	ریاضیات
مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی	ارسلان رحمانی امیررضا خوبینی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	فیزیک
ایمان زارعی - رضیه قربانی	پویا الفتی - میلاد عزیزی	شیمی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نبش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی: ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی: [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمانی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: سانا فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طرح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌اللهی - مليکا کاشانی



## حقوق دانشآموزان در آزمون‌های سراسری گاج

دلوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سوالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سوالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

- تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۶۴۲—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا، 

صدای دانشآموز است.



$$\begin{aligned} k=1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow \log_2 x=1 \Rightarrow x=2 \\ k=2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow \log_2 x=2 \Rightarrow x=4 \\ k=3 \Rightarrow y=3 \Rightarrow \log_2 x=3 \Rightarrow x=8 \\ \Rightarrow x_1+x_2+x_3=12 \end{aligned}$$

۳ ۷

$$f(2x-1)=g^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \Rightarrow g(f(2x-1))=g\left(g^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)$$

$$\Rightarrow g(f(2x-1))=\frac{x+1}{x-2} \xrightarrow{x=4} (gof)(4)=5$$

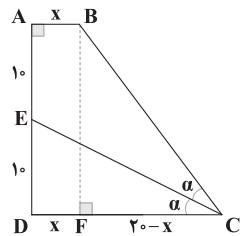
۱ ۸

$$f(x)=1+x+x^2+\dots+x^{10}=1 \times \frac{1-x^{11}}{1-x}$$

$$f'(x)=\frac{-11x^{10}(1-x)+1(-x^{11})}{(1-x)^2} \Rightarrow f'(1)=11 \times 1^0 + 1 - 1^{11}$$

$$f'(2)=11 \times (1-2) + 1 = 9 \times 2^0 + 1$$

۳ ۹



$$\Delta EDC: \tan \alpha = \frac{1}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta BFC: \tan 2\alpha = \frac{2}{20-10}$$

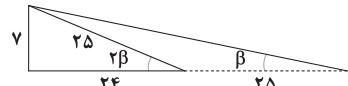
$$\text{می دانیم: } \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{2}{20-10} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} \Rightarrow x=5$$

۴ ۱۰

$$\begin{array}{c} \triangle \quad \alpha + \beta \\ \angle \quad 10 \\ \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{10}{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \triangle \quad \alpha - \beta \\ \angle \quad 10 \\ \Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{10}{10} \end{array}$$

$$\tan 2\beta = \tan((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)) = \frac{\frac{10}{10} - \frac{10}{10}}{1 + \frac{10}{10} \times \frac{10}{10}} \Rightarrow \tan 2\beta = \frac{10}{20}$$



$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{10}{20+20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot \beta = 2$$

۴ ۱

$$\log_5 \frac{a_1}{a_2} + \log_5 \frac{a_2}{a_3} + \dots + \log_5 \frac{a_{n-1}}{a_n} = -2$$

$$\Rightarrow \log_5 \frac{a_1}{a_2} \times \frac{a_2}{a_3} \times \dots \times \frac{a_{n-1}}{a_n} = -2$$

$$\Rightarrow \log_5 \frac{a_1}{a_n} = -2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_n} = 5^{-2} \Rightarrow \frac{4}{2n+1} = \frac{1}{25} \Rightarrow n=23$$

۱ ۲

$$\begin{cases} |2x-4|=2x-4 \Rightarrow 2x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ |x-4|=4-x \Rightarrow 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

$$\frac{9}{3} \leq \frac{2x+5}{3} \leq \frac{19}{3}$$

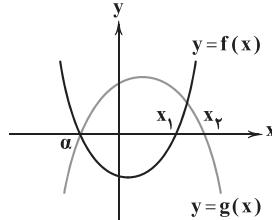
بزرگترین مقدار صحیح  $\frac{2x+5}{3}$  برابر ۶ است.

$$x+2=2\sqrt{2x} \Rightarrow x+2\sqrt{2x}+2=25\sqrt{2x}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}+\sqrt{2})^2=25\sqrt{2x} \Rightarrow \sqrt{x}+\sqrt{2}=5\sqrt[4]{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2x}}=5 \Rightarrow \sqrt{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2x}}}=\sqrt{5}$$

۱ ۴



$$\begin{aligned} \alpha + x_1 = -m \\ \alpha + x_2 = -m + 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} -\alpha - x_1 = m \\ \alpha + x_2 = -m + 2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{x_2 - x_1} = 2 \Rightarrow AB = 2$$

۱ ۵

$$f(g(x)) \leq g(f(x)) \Rightarrow f(\log_2 x) \leq g(2^x) \Rightarrow 2^{\log_2 x} \leq \log_2 2^x$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غیر قابل} \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب  $\{1, 2\}$  است.فرض می کنیم  $\log_2 x = y$  ۳ ۶

$$\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_2 x\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 x \Rightarrow \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} y\right] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} y\right) \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$\frac{y+1}{2} = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow y=2k-1$$

$$(1) \Rightarrow \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} (2k-1)\right] = k \Rightarrow \left[k + \frac{k-1}{3}\right] = k \Rightarrow \left[\frac{k-1}{3}\right] = 0$$

$$0 \leq \frac{k-1}{3} < 1 \Rightarrow 0 \leq k < 4$$



۲ ۱۷

$$\begin{cases} f(x) = x^r + ax \Rightarrow f'(x) = rx + a \Rightarrow m_\Delta = r + a \\ g(x) = bx^r \Rightarrow g'(x) = rbx^{r-1} \Rightarrow m_\Delta = rb \end{cases} \Rightarrow r + a = rb$$

$$(2, f(2)) \in \Delta, (1, g(1)) \in \Delta \Rightarrow m_\Delta = \frac{f(2)-g(1)}{2-1}$$

$$m_\Delta = \frac{r+2a-b}{1} \xrightarrow{\text{کنون}} r+2a-b = rb \Rightarrow r+2a = rb$$

$$\begin{cases} a-rb=-r \\ a-rb=-r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a \times b = 4$$

۱ ۱۸

$$A = A = B = B = C = C = \frac{1}{2} \text{ برند شدن} = \frac{1}{2}$$

$$A' = A = \frac{1}{2} \text{ باختن} = \frac{1}{2} \quad B' = B = \frac{1}{2} \text{ باختن} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow B = A'B + A'B'C'A'B + A'B'C'A'B'C'A'B + \dots$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots$$

حاصل عبارت فوق برابر حد مجموع یک دنباله هندسی خواهد بود.

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل باشند  $A'$  و  $B'$  و  $A'$  و  $B'$  نیز مستقل خواهند بود. بنابراین داریم:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}, P(B') = 1 - P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) \times P(B')}{P(B')} = P(A) = \frac{4}{5}$$

$$\frac{P(A' \cap B')}{P(A|B')} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

تعداد حالاتی که گزاره  $(\sim p \Rightarrow q) \vee r$  درست باشد برابر ۶

است  $n(S) = 6$  و تعداد حالاتی که از بین این ۶ حالت،  $r$  نادرست است برابر ۲

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \vee r$
د	د	د	ن	د	د
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن

۲ ۱۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt[3]{x^2+x} - (3x-1))(\sqrt[3]{x^2+x} + (3x-1))}{(5\sqrt[3]{x^2+x})^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{15x^2}{30x^2} = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = -2 + 3^{x+1} \Rightarrow y = -2$$

$$g(x) = 1 + \log_2(x-3) \Rightarrow y = 3$$

$$h(x) = \frac{ax+\Delta}{x+b} \Rightarrow \begin{cases} x = -b \\ y = a \end{cases} \Rightarrow a+b = -\Delta$$

۲ ۱۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} = m \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f'(2) = m \end{cases} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = m+5 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = m+5 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-1)(x-2) \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = -2a \\ f'(2) = 2a \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{2a}{5} + 5 = \frac{-2a}{2} \Rightarrow a = -\frac{15}{4}$$

$$f(x) = -\frac{15}{4}(x-1)(x-2) \Rightarrow f(-1) = -3^{\circ}$$

۲ ۱۴

$$f(x) = 5x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{10}{9} \times \frac{-x-1}{\sqrt[3]{x^4}}$$

در بازه  $(-\infty, -1)$  تقع نمودار تابع  $f$  رو به بالا است.

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x : -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \\ x^2 - 3x : x \leq -\sqrt{3} \text{ یا } x \geq \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 3 & -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \\ 3x^2 - 3 & x > \sqrt{3} \text{ یا } x < -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & -\sqrt{3} & -1 & 1 & \sqrt{3} & +\infty \\ \hline g' & + & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

تابع  $g$  در بازه  $(-1, \infty)$  دارای ماکزیمم است.

$$3f'(3x+1) = g'(x) \times h'(g(x))$$

۴ ۱۵

$$\xrightarrow{x=-1} 3f'(-2) = g'(-1) \times h'(g(-1))$$

$$\Rightarrow 3f'(-2) = 2h'(-1) \Rightarrow 3f'(-2) = 2 \times 6 \Rightarrow f'(-2) = 4$$

۲ ۱۶

$$S = a^2(12-a) \Rightarrow S = 12a^2 - a^3 \Rightarrow S' = 24a - 3a^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 0, a = 8$$

$$\text{Max}(S) = 64(12-8) = 256$$



۴ ۲۶ می‌دانیم مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند.

$$\begin{cases} EM = ET = ET' \Rightarrow EM = \frac{TT'}{2} \\ ME' = FE' = F'E' \Rightarrow ME' = \frac{FF'}{2} \end{cases} \Rightarrow EM = ME' = \frac{TT'}{2}$$

$$\frac{TT'}{2} = \frac{FF'}{2} \Rightarrow EE' = TT'$$

بنابراین داریم:

$$EE' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{3 \times 12} = 12$$

۱ ۲۷ اگر  $r_a$  و  $r_b$  و  $r_c$  شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی باشد، آن‌گاه: (اثبات در کتاب درسی)

$$\text{(الف)} \frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

$$\text{(ب)} r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c = S^2$$

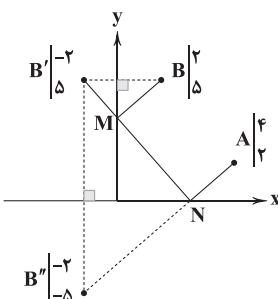
$$\text{(اثبات)} r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c = \frac{S}{P} \times \frac{S}{P-a} \times \frac{S}{P-b} \times \frac{S}{P-c}$$

$$= \frac{S^4}{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \frac{S^4}{S^3} = S^2$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12} \Rightarrow r = \frac{12}{13}$$

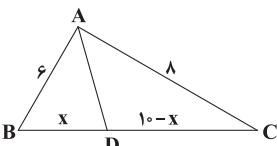
$$S = \sqrt{\frac{12}{13} \times 2 \times 3 \times 4} = 12\sqrt{\frac{2}{13}}$$

۲ ۲۸



$$\overline{BMNA} = BM + MN + NA \quad \underline{\underline{BM = B'M}}$$

$$\frac{B'M + MN + NA}{B'N} = \frac{B''N + NA}{B''A} = \frac{B''A}{\sqrt{(4+2)^2 + (2+5)^2}} = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$$

۳ ۲۹ می‌دانید که: اگر  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  باشد، آن‌گاه:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{x}{10-x} \Rightarrow 30 - 3x = 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{7} \Rightarrow 10-x = \frac{40}{7}$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$\Rightarrow AD^2 = 6 \times 8 - \frac{30}{7} \times \frac{40}{7} = 48 - \frac{1200}{49}$$

۴ ۲۱ هنگامی که به داده‌ای  $25\%$  خودش را اضافه می‌کنیم(یعنی  $x_i + \frac{25}{100}x_i = 1/25x_i$ ) در واقع هر داده را در عدد  $1/25$  ضرب کردیم. پس داریم:

$$\text{CV: داده‌های قدیم} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

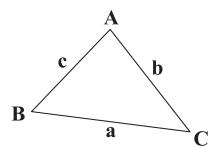
$$\text{CV: داده‌های جدید} = \frac{1/25 \times \sigma}{1/25 \times \bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

بنابراین ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند.

۲ ۲۲ روی نمودار جعبه‌ای، دامنه میان چارکی، میانه، چارک سوم و

اول مشخص است.

۲ ۲۳ نکته: در هر مثلث داریم:



$$1) \hat{A} > 90^\circ \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$$

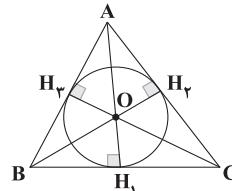
$$2) |b - c| < a < b + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 > 144 + 25 \Rightarrow a^2 > 169 \Rightarrow a > 13 & (1) \\ 7 < a < 17 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 13 < a < 17 \Rightarrow 13 < BC < 17$$

۳ ۲۴ مرکز دایره محاطی مثلث نقطه همرسی سه نیمساز است.

شعاع این دایره فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع مثلث می‌باشد.

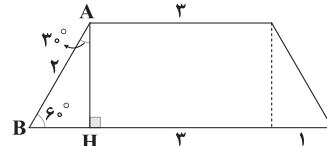


$$\left\{ OH_1 + OH_2 + OH_3 = 3r = 3 \times \frac{S}{P} = 3 \times \frac{18}{24} = 2.25 \right.$$

$$\left. r = \frac{S}{P} \right.$$

۱ ۲۵ چون در ذوزنقه متساوی الساقین قطرها هماندازه هستند،

چهارضلعی حاصل یک لوزی است و مساحت آن نصف مساحت ذوزنقه است.



ابتدا مساحت ذوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$BH = 1, AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(3+5) \times \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$



$$5|4k+1 \Rightarrow 5|(4k+1)^2 \Rightarrow 25|16k^2 + 8k + 1 \quad (1) \quad ۳۵$$

$$5|4k+1 \Rightarrow 5 \times 5|5(4k+1) \Rightarrow 25|20k+5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1), (2) \Rightarrow 25|16k^2 + 28k + 6 \Rightarrow 25|16k^2 + (28+25n)k + 6 \\ 25|25 \Rightarrow 25|25nk \end{cases}$$

بنابراین  $m = 28 + 25n$  است که

$$0 < m < 100 \Rightarrow 0 < 28 + 25n < 100 \Rightarrow -28 < 25n < 72$$

$$\Rightarrow -\frac{28}{25} < n < \frac{72}{25} \Rightarrow n \in \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow m = \{3, 28, 53, 78\}$$

اگر تعداد تیرهای ۵ و ۳ امتیازی این شخص به ترتیب  $x$  و  $y$  باشد، داریم:

$$5x + 3y = 42$$

$$5y \equiv 42 \Rightarrow y \equiv 14 \Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y = 5k + 4$$

$$5x + 15k + 12 = 42 \Rightarrow 5x = -15k + 30 \Rightarrow x = -3k + 6$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow -3k + 6 \geq 0 \Rightarrow k \leq 2 \\ y \geq 0 \Rightarrow 5k + 4 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{4}{5} \leq k \leq \frac{3}{2} \Rightarrow k \in \{0, 1\} \\ x + y \leq 13 \Rightarrow 2k + 10 \leq 13 \Rightarrow k \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$k=0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases} \quad \text{تیرهای به هدف نخورده} = 3$$

$$k=1 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases} \quad \text{تیرهای به هدف نخورده} = 1$$

بنابراین حداکثر ۳ تیر به هدف نخورده است.

در گراف  $K_p$  تعداد دورها به طول  $(p-1)$  از تعداد دورها به

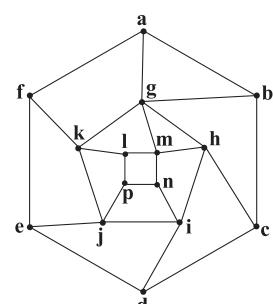
طولهای دیگر بیشتر است، پس:

$$p-1=6 \Rightarrow p=7$$

$$q = \frac{p(p-1)}{2} = 21$$

$$q+p = 21+7 = 28$$

در این گراف  $\Delta = 5$  و  $n = 15$  است.



$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{15}{6} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 3$$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم

بنابراین عدد احاطه‌گری این گراف ۴ است.

یادآوری چند ویژگی:

۴ ۳۰

$$1) |rA| = r^n |A| \quad , \quad r \in \mathbb{R}$$

$$2) |A^n| = |A|^n$$

$$3) |I| = 1$$

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & -6 \\ |A| & |A| \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان می‌گیریم}}$$

$$4) |A| = |A|^2 + 6|A| \Rightarrow |A|^2 + 2|A| = 0$$

غیرقابل قبول

$$\Rightarrow \left\{ |A| = -2 \Rightarrow \frac{1}{4} A^4 A^{-1} = \frac{1}{4} |A|^3 = \frac{1}{4} \times (-2)^3 = -2 \right.$$

۴ ۳۱

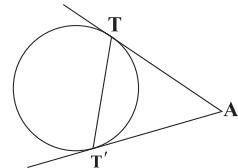
$$A^4 = (a+d)A - (ad-bc)I \quad \text{رابطه} \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \text{برقرار است.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = 7A + 2I$$

$$\xrightarrow{\times A} A^5 = 7A^4 + 2A = 7(7A + 2I) + 2A = 51A + 14I$$

$$x = 51, y = 14 \Rightarrow x + y = 65$$

ابتدا طول قطعه مماس را به دست می‌آوریم:



$$AT = \sqrt{f(x_0, y_0)} = \sqrt{1+4-2+4-2} = \sqrt{5}$$

سپس به مرکز  $A$  و شعاع  $\sqrt{5}$  دایره‌ای رسم می‌کنیم. وتر مشترک این دایره و

دایره اصلی خطی است که نقاط تمسas را به هم وصل می‌کند.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

معادله وتر مشترک به صورت زیر است.

$$(x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2) - (x^2 + y^2 - 2x - 4y) = 0 \Rightarrow 6y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABB'$  است. بنابراین داریم:

$$OA = \frac{\sqrt{3}}{2} BB' \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۴ ۳۴

$$\begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (4, -1, 5) \\ \vec{a} + \vec{b} = (3, -1, 3) \end{cases} \xrightarrow{(-)} \vec{b} = (1, 0, 2), \vec{a} = (2, -1, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} - \vec{b} = (1, -1, -1) \\ 2\vec{a} + \vec{b} = (5, -2, 4) \end{cases}$$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (2, 9, -3)$$

$$S = \frac{1}{2} |(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})| = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 9^2 + (-3)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{3^2 (4+9+1)} = \frac{3}{2} \sqrt{14}$$



۳) شتاب متوسط برابر با شبیه خطی است که لحظات  $t_1$  و  $t_2$  را به هم وصل می‌کند که با توجه به نمودار بالا شبیه این خط، نزولی و منفی است، بنابراین شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  نیز منفی است، پس این دو قرینه نیستند. (✗)

۴) شتاب متحرک یعنی شبیه خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، ۳ بار صفر شده است، بنابراین شتاب ۳ بار تغییر علامت داده است. (✓)

۲) با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_2 - v_1 = 2a\Delta x_1 \quad \frac{\Delta x_1 = 6 - 0 = 6 \text{ m}}{v_2 - v_1 = 2 \times a \times 6} \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

همچنین می‌دانیم مکان اولیه متحرک در  $x_0 = -4 \text{ m}$  است.

حال با توجه به اطلاعاتی که از مکان‌های  $x_1$  و  $x_2$  داریم دوباره با کمک معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_2 - v_1 = 2a\Delta x_2 \quad \frac{\Delta x_2 = 4 \text{ m}}{v_2 - v_1 = 2 \times 2 \times 4} \Rightarrow v_2 = 9$$

چون در صورت سؤال گفته شده که سرعت اولیه متحرک در خلاف جهت محور

$$x_0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان این متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \quad \frac{a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{v_0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow v = 2t - 3$$

لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، برابر است با:

$$v = 2t - 3 \quad \frac{v = 0}{t = \frac{3}{2} \text{ s}}$$

معادله مکان - زمان را نوشت و به کمک آن مسافت طی شده را در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3 \text{ s}$  به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2}^2 + (-3) \times \frac{3}{2} = 4.5 - 4.5 = 0$$

حال یک بار از  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3 \text{ s}$  زمان را محاسبه می‌کنیم و باز دیگر از  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3 \text{ s}$  زمان را محاسبه می‌کنیم و باز

$$\int t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

$$\int t_1 = \frac{3}{2} \text{ s} \Rightarrow x_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{2} - 4 = -\frac{25}{4} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_1 - x_0 = -\frac{25}{4} - (-4) = -2.5 \text{ m} \Rightarrow l_1 = 2.5 \text{ m}$$

$$t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}^2 - 3 \times \frac{3}{2} - 4 = -4 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = -4 - \left(-\frac{25}{4}\right) = 2.5 \text{ m} \Rightarrow l_2 = 2.5 \text{ m}$$

بنابراین:  $l_1 + l_2 = 4 \text{ m}$

۴) ابتدا به کمک تکنیک حرکت معکوس از ۲ تا صفر ثانیه مقدار

شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -6 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 \Rightarrow a = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times (-3) \times 2^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow 2v_0 = 12$$

$$\Rightarrow v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴) این توابع به صورت زیر هستند:

$$f = \{(1, \textcircled{1}), (2, \textcircled{1}), (3, \textcircled{1}), (4, \textcircled{1}), (5, \textcircled{1})\}$$

که از بین اعداد  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  باید ۵ عضو برای بد تابع انتخاب شود، اگر تعداد اعداد  $1, 2, 3$  و  $4$  انتخابی به ترتیب  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  باشد، داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$= \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{3} = 56$$

اگر مثلاً اعداد انتخابی  $(1, 1, 1, 1)$  باشد، به ۲ طریق می‌توان توابع یکنوا را نوشت.

$$\text{تابع سعودی } \{(1, 1), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$$

$$\text{تابع نزولی } \{(1, 3), (2, 3), (4, 1), (5, 1)\}$$

بنابراین  $56 \times 2 = 112$  تابع می‌توان نوشت اما ۴ تا از این توابع ثابت هستند و تنها به یک مدل می‌توان آن‌ها را به صورت یکنوا نوشت

مثل  $\{(1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 1), (1, 1, 2, 2), (1, 1, 3, 1), (1, 1, 3, 2), (1, 1, 4, 1), (1, 1, 4, 2), (1, 2, 2, 1), (1, 2, 2, 2), (1, 2, 3, 1), (1, 2, 3, 2), (1, 3, 3, 1), (1, 3, 3, 2), (1, 4, 4, 1), (1, 4, 4, 2)\}$  پس  $112 - 4 = 108$  تابع یکنوا می‌توان نوشت.

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 99\} \Rightarrow |S| = 99$$

اگر مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از  $100$  که مضارب  $3$  و  $5$  باشند به ترتیب با  $A$  و  $B$  نشان دهیم، داریم:

$$|A| = \left[ \frac{99}{3} \right] = 33$$

$$|B| = \left[ \frac{99}{5} \right] = 19$$

$$|A \cap B| = \left[ \frac{99}{15} \right] = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Rightarrow |A \cup B| = 33 + 19 - 6 = 46$$

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = 99 - 46 = 53$$

## فیزیک

۴) بررسی گزینه‌ها:

۱) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  نمودار سرعت - زمان، نزولی و شبیه آن منفی است،

پس شتاب  $a < 0$  است و در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$  نمودار سرعت - زمان،

صعودی و شبیه آن مثبت است، پس  $a > 0$  است. (✗)

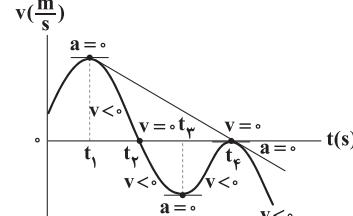
۲) متحرک یک بار در لحظه  $t_1$ ، لحظه تغییر جهت متحرک محسوب شده است، تغییر جهت داده است. لحظه  $t_2$ ، لحظه تغییر جهت متحرک محسوب شده، زیرا  $v = 0$  شده، ولی علامت  $v$  تغییر نکرده و در هر دو طرف  $t_2$  نمودار سرعت زیر محور  $t$  بوده و علامت آن منفی است. (✗)

۳) در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  نمودار سرعت - زمان، نزولی و شبیه آن منفی است،

پس شتاب  $a < 0$  است و در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_4$  نمودار سرعت - زمان،

صعودی و شبیه آن مثبت است، پس  $a > 0$  است. (✗)

۴) متحرک یک بار در لحظه  $t_1$ ، لحظه تغییر جهت متحرک محسوب شده است، تغییر جهت داده است. لحظه  $t_2$ ، لحظه تغییر جهت متحرک محسوب شده، زیرا  $v = 0$  شده، ولی علامت  $v$  تغییر نکرده و در هر دو طرف  $t_2$  نمودار سرعت زیر محور  $t$  بوده و علامت آن منفی است. (✗)





۴۸ بیشینه انرژی جنبشی فوتولکترون‌هایی که از سطح فلز جدا شوند از رابطه  $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$  به دست می‌آید، بنابراین:

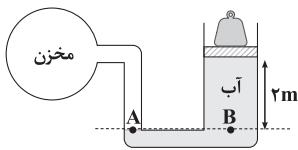
$$K_{\max} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{124}{155} - 4 = 8 - 4 = 4 \text{ eV}$$

۴۹ اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع از

رابطه  $F = P_{\text{مایع}} A$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{P = \rho gh} \frac{F_2}{F_1} = \frac{\rho gh_2}{\rho gh_1} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{10}{12} \times \frac{6}{10} = \frac{1}{2}$$

۵۰ برای نقاط همتراز A و B داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} = \rho gh + \frac{mg}{A}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}} = 1000 \times 10 \times 2 + \frac{100 \times 10}{4} = 22000 \text{ Pa}$$

فشار مخزن بر حسب اتمسفر خواسته شده است، بنابراین:

$$22000 \text{ Pa} \div 10^5 = 2.2 \text{ atm}$$

۵۱ در حالت اولیه که دمای آب  $0^\circ\text{C}$  است، جسم غوطه‌ور است،

یعنی نیرو شناوری و نیرو وزن با یکدیگر برابر هستند. ( $F_b = W$ )

با بالا رفتن دما از  $0^\circ\text{C}$  تا  $4^\circ\text{C}$  (رفتار غیرعادی آب)، چگالی آب افزایش می‌یابد.

بنابراین نیروی شناوری نیز افزایش می‌یابد و جسم رو به بالا حرکت می‌کند.

بعد از دمای  $4^\circ\text{C}$ ، چگالی آب از چگالی آب با دمای  $0^\circ\text{C}$  کمتر می‌شود، پس

نیروی شناوری از نیروی وزن کمتر می‌شود، در نتیجه جسم شروع به فرورفتن می‌کند.

۵۲ ابتدا فرض می‌کنیم تمام بین  $-10^\circ\text{C}$  و  $0^\circ\text{C}$  آب تبدیل می‌شود.

$$-10^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ صفر } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 2 \times 2 \times (0 - (-10)) = 40 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = mL_F = 2 \times 334 = 668 \text{ kJ}$$

بنابراین مجموع گرمای موردنیاز برای ذوب کامل بین دو دسته است:

$$Q' = Q_1 + Q_2 = 70.8 \text{ kJ}$$

که این مقدار از مقدار گرمایی که به مجموعه داده شده است (۳۷۴ kJ)،

بیشتر است، بنابراین همه بین دو دسته شود.

حال بررسی می‌کنیم چه مقدار بین دو دسته شود:  $Q'' = 374 - 40 = 334 \text{ kJ}$

$$Q'' = mL_F \Rightarrow 334 = m \times 334 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

فقط ۱ kg از بین دو دسته است.

حال از آنجایی که از صفر تا ۲ ثانیه، متحرك ۶ متر حرکت کرده با محاسبه جابه‌جایی آن در ثانیه اول و تفاضل آن از عدد ۶ می‌توانیم مقدار جابه‌جایی متحرك را در ثانیه دوم حرکتش حساب کنیم:

$$t=1 \text{ s} : t=0 : \Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 1 + 6 \times 1 = 4 / 5 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی متحرك در ثانیه دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_2 = 6 - 4 / 5 = 1 / 5 \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{1 / 5}{1} = 1 / 5 \text{ m/s}$$

۴۴ در راکتورهای شکافت هسته‌ای، برای افزایش احتمال جذب

نوترون‌ها توسط U  $^{235}$  باید به وسیله موادی از قبیل گرافیت، نوترون‌ها را کند کرد.

برای کنترل آهنگ واکنش شکافت و کنترل تعداد نوترون‌های آزاد شده، از میله‌هایی از جنس کادمیم استفاده می‌شود.

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad ۴۵ \quad ۴۵$$

$$\text{به دست می‌آید که در آن } n = \frac{t}{T_1} = \frac{1}{2} \text{ می‌باشد.}$$

به کمک نمودار و با توجه به خواسته سؤال، مدت زمان سپری شده (t) برابر با ۹۶ روز است، همچنین نیمه عمر ماده نیز ۲۴ روز است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$n = \frac{96}{24} = 4$$

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=4} m = 16 \times \frac{1}{2^4} = 16 \times \frac{1}{16} = 1 \text{ g}$$

۴۶ با استفاده از رابطه ریدبرگ داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{R} \\ \frac{1}{\lambda'} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{3R}{4} \Rightarrow \lambda' = \frac{4}{3R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\frac{4}{R}}{\frac{4}{3R}} = \frac{3}{16}$$

$$۱ \quad ۴۷ \quad \text{با استفاده از رابطه } K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \text{ داریم:}$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \xrightarrow{\div W_0} \frac{K_{\max}}{W_0} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - W_0}{W_0}$$

$$\frac{K_{\max}}{W_0} = 4 \xrightarrow{W_0 = \frac{hc}{\lambda_0}} 4 = \frac{\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}}{\frac{hc}{\lambda_0}} \Rightarrow 4 = \frac{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}}{\frac{1}{\lambda_0}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda_0}} - 1 \Rightarrow 4 = \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 \Rightarrow 4 = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda}$$

$$\xrightarrow{\lambda_0 - \lambda = 200 \text{ nm}} 4 = \frac{200}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 50 \text{ nm}$$



$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mg h}{\Delta t} = \frac{30 \times 10 \times 8}{6} = 40 \text{ W}$$

۳ ۵۸

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{30 \times 10 \times 8}{6} = 40 \text{ W}$$

۱ ۵۹ با توجه به رابطه بازده (Ra) داريم:

$$\frac{P_{\text{مفيد}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \text{بازده بر حسب درصد}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفيد}} + P_{\text{تلف شده}} \rightarrow Ra = \frac{P_{\text{مفيد}}}{\Delta P} \times 100$$

$$\Rightarrow Ra = \frac{1}{5} \times 100 = 20$$

۳ ۶۰ اگر آسانسور با شتاب ثابت، رو به بالا و به صورت تندشونده حرکت کند، نیرویی به اندازه  $m(g+a)$  به شخص وارد می‌شود، در نتیجه داريم:

$$F_N = m(g+a) \xrightarrow{\frac{m=10 \text{ kg}}{a=2/5 \text{ m/s}^2}} F_N = 10 \times (10 + 2/5)$$

$$\Rightarrow F_N = 10 \times 12/5 = 100 \text{ N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، همان مقدار نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند را شخص نیز به آسانسور وارد می‌کند، بنابراین:

$$F'_N = F_N = 100 \text{ N}$$

۳ ۶۱ دو نیروی خارجی، همان اندازه و عمود بر هم می‌باشند، در نتیجه داريم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2F^2} = \sqrt{2}F$$

رابطه تغییرات تکانه با اندازه نیروی خالص برابر است با:  
از ترکیب روابط فوق داريم:

$$\Delta p = F_{\text{net}} \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 4s} 30 = F \sqrt{2} \times 4$$

$$\Rightarrow F \sqrt{2} = \frac{30}{4} = 7.5 \Rightarrow F = \frac{7.5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7.5 \sqrt{2}}{2} = 3.75 \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow F = 3.75 \sqrt{2} \text{ N}$$

۲ ۶۲ اندازه حداقل نیروی لازم برای شروع حرکت جسم برابر است با:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 50 = 20 \text{ N}$$

در ابتدای ثانیه دوم، یعنی  $t=1s$  اندازه نیرو را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$F = 10t^2 - 8 \xrightarrow{t=1s} F = 10 \times (1)^2 - 8 = 10 - 8 = 2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F = 2 \text{ N} < f_{s,\text{max}} \Rightarrow f_s = F = 2 \text{ N}$$

بنابراین جسم در ابتدای ثانیه دوم حرکتی نمی‌کند.

در انتهای ثانیه دوم، یعنی  $t=2s$  اندازه نیرو برابر است با:

$$F = 10t^2 - 8 \xrightarrow{t=2s} F = 10 \times (2)^2 - 8$$

$$\Rightarrow F = 40 - 8 = 32 \text{ N} > f_{s,\text{max}}$$

بنابراین این جسم در پایان ثانیه دوم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک بین

جسم و سطح در این لحظه، از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10 \text{ N}$$

$$\frac{f_k}{f_s} = \frac{1}{2} = 0.5$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۴ ۵۳ با استفاده از قانون گازهای کامل در حجم ثابت داريم:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \xrightarrow{P_2 = P_1 - \frac{\Delta}{100} P_1} P_2 = \frac{9}{10} P_1 \rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{9/10 P_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = 0.9 T_1$$

$$\xrightarrow{T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}} T_2 = 0.9 \times 300 = 270 \text{ K}$$

بنابراین:  $\Delta T = \Delta \theta = 15 - 300 = -285 \text{ }^\circ\text{C}$

۳ ۵۴ با توجه به قانون اول ترمودینامیک و ثابت بودن دما داريم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = -W$$

۳ ۵۵ با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی داريم:

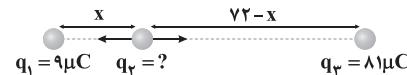
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{U_B - U_A}{q}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{20 \times 10^{-6} - (-20 \times 10^{-6})}{-0.8 \times 10^{-6}} = \frac{40 \times 10^{-6}}{-0.8 \times 10^{-6}} = -50 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -50 \Rightarrow V_A = V_B + 50 \text{ V}$$

۴ ۵۶ به دلیل این که دو بار  $q_1$  و  $q_2$  همنام هستند، در نتیجه باید

$q_2$  در فاصله‌ای بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر باشد، بنابراین داريم:



با توجه به قانون کولن داريم:

$$E_{12} = E_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{81}{(72-x)^2} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{9}{72-x} \Rightarrow 72-x = 3x \Rightarrow x = 18 \text{ cm}$$

مشخص شد که فاصله بین بارهای  $q_1$  و  $q_2$  برابر با ۱۸ سانتی‌متر است. حال

برای پیدا کردن اندازه بار  $q_2$ ، بار  $q_1$  را در حالت تعادل قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$|\vec{F}_{11}| = |\vec{F}_{31}| \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{r_{11}^2} = k \frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{(18)^2} = \frac{81}{(72)^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{18 \times 18} = \frac{81}{72 \times 72}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{18 \times 18 \times 81}{72 \times 72} = 0.825 \mu\text{C}$$

۲ ۵۷ با توجه به رابطه چگالی سطحی بار داريم:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{Q_B}{Q_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{A = \pi r^2} \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{Q_B}{Q_A} \times \frac{\pi r_A^2}{\pi r_B^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{Q_B}{Q_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{0.4}{6} \times \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 9 \times \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 9$$



۱۶۸ توان متوسط با محدود دامنه و بسامد رابطه مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{P_A}{P_B} = \left( \frac{A_A}{A_B} \right)^2 \times \left( \frac{f_A}{f_B} \right)^2 \quad \frac{\frac{P_A}{P_B} = 4}{\frac{A_A}{A_B} = \frac{1}{2}} \rightarrow 4 = \left( \frac{1}{2} \right)^2 \times \left( \frac{f_A}{f_B} \right)^2$$

$$\Rightarrow 16 = \left( \frac{f_A}{f_B} \right)^2 \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 4 \quad (*)$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow{(*)} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4} \quad \text{از طرفی داریم:}$$

### بررسی عبارتها:

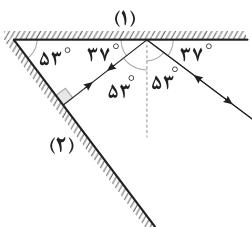
(الف) فاصله یک قله و درجه مجاور آن برابر با  $\frac{\lambda}{2}$  است. (✓)

(ب) با تغییر محیط، بسامد ثابت می‌ماند و سرعت و طول موج تغییر می‌کنند. (✓)

(ج) با افزایش عمق، سرعت و طول موج افزایش می‌یابند. (✓)

(د) آهنگ متوسط انتقال انرژی با محدود دامنه و محدود بسامد رابطه مستقیم دارد. (✓)

۴۷ با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:



اگر پرتوی نوری به صورت عمود بر سطح آینه بتابد، روی خودش بازتاب می‌شود و زاویه تابش صفر است. در نتیجه پرتوی خروجی  $180^\circ$  نسبت به پرتوی ورودی منحرف شده است.

۳۷ ضریب شکست با تندی رابطه عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{2}} = \frac{\Delta t_B}{t}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{240 \times t}{40 \times \Delta t_B} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6 \times t}{\Delta t_B} \Rightarrow \Delta t_B = 6t \times \frac{4}{3} = 8t$$

۳۸ برای محاسبه انرژی مکانیکی از رابطه  $E = \frac{1}{2}kA^2$  استفاده

می‌کنیم. با توجه به این رابطه، انرژی مکانیکی هیچ ارتباطی با جرم نوسانگر ندارد و فقط به دامنه و ثابت فنر وابسته است، بنابراین تغییر جرم اثری در انرژی مکانیکی سامانه ندارد، بنابراین:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{20} = 1 \times \left( \frac{10-4}{10} \right)^2 \Rightarrow E_2 = 7/2 J$$

### بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) تندی حرکت الکترون‌های آزاد در رسانا خیلی بیشتر از بزرگی سرعت سوق آن‌ها می‌باشد.

(ب) در اثر فوریتیزش الکتریکی، بعضی از خازن‌ها می‌سوزند. خازن‌هایی که دیالکتریک بین صفحات آن‌ها جامد باشد، خواهند سوت.

۲۶۳ قطب‌های مجاور ناهمنام و قطب‌های یکی در میان همنام هستند.

مثالاً به این صورت:



۱۶۴ با افزایش مقاومت رئوستا، جریان در مدار کاهش می‌یابد.

اگر جریان در مدار افزایش یابد، جریان ناشی از نیروی محرکه خودالقاوی در خلاف جهت آن و اگر جریان در حال کاهش باشد، نیروی محرکه خودالقاوی هم جهت با آن ایجاد می‌شود.

۳۶۵ با توجه به رابطه ضریب القاوری و بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیم‌ولوه داریم:

$$\begin{cases} L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \\ B = \frac{\mu_0 NI}{l} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{NAB}{I} \quad (*)$$

با توجه به رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{(*)} U = \frac{1}{2} \times \left( \frac{NAB}{I} \right) \times I^2 = \frac{1}{2} NABI$$

$$\Rightarrow 48 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 400 \times 6 \times 10^{-4} \times B \times 8 \Rightarrow B = 0.05 T$$

۱۶۶ با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{5T}{4} - \frac{3T}{4} = 5 ms$$

$$\Rightarrow \frac{2T}{4} = 5 \Rightarrow T = 10 ms = 10^{-2} s$$

جریان عبوری از این رسانا در لحظه  $S = \frac{1}{400} T$  برابر است با:

$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 6 \sin\left(\frac{2\pi}{10} \times \frac{1}{400}\right) = 6 \sin\left(\frac{\pi}{200}\right) = 6 A$$

نیروی محرکه القایی در این مقاومت در لحظه  $S = \frac{1}{400} T$  برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow 6 = \frac{\varepsilon}{0.4} \Rightarrow \varepsilon = 2.4 V$$

۳۶۷ نسبت شتاب گرانش ماه به شتاب گرانش زمین برابر است با:

$$\frac{\frac{G \times \frac{1}{\Lambda} M}{(\frac{1}{4} R)^2}}{\frac{G \times M}{R^2}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow g_{\text{ماه}} = \frac{g_{\text{زمین}}}{5} = \frac{1}{5} = 0.2 m/s^2$$

بنابراین شتاب گرانش وارد بر نوسانگر در دو حالت برابر است با:

$$g_1 = g_{\text{ماه}} + 3 = 2 + 3 = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$g_2 = g_{\text{ماه}} - 2 = 1 - 2 = 8 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین نسبت دوره نوسان آونگ در دو حالت برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = 1 \times \sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{5}{8}}$$



## شیمی

۲ ۷۶ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

$$n+1=4 \Rightarrow \begin{cases} 3p^6 \\ 4s^1 \end{cases} \quad [6+1=7e^-]$$

آرایش الکترونی اتم A به  $4s^1$  ختم می‌شود. A می‌تواند عنصرهای K (اصلی) و  $_{24}^{48}\text{Cr}$  و  $_{29}^{48}\text{Cu}$  (واسطه) باشد.

## بررسی عبارت‌های نادرست:

نمونه‌هایی از مس در طبیعت به حالت آزاد یافت شده است.

برای استخراج کروم و مس نیازی به برکافت نمک‌های مذاب آن‌ها نیست.

۴ ۷۷ • جرم مولی هر کدام از دو ترکیب شکر ( $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) و

آلومینیم سولفات ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ ) یکسان و برابر  $342\text{g.mol}^{-1}$  است.

از طرفی هر مول شکر و هر مول آلومینیم سولفات به ترتیب شامل ۴۵ و ۱۷ مول اتم است.

• مطابق داده‌های سؤال می‌توان فرض کرد نمونه شکر شامل ۴۵ مول اتم (یک مول شکر) و نمونه آلومینیم سولفات شامل ۹۰ مول اتم است.

$$\text{?ion} = 9 \cdot \text{mol atom} \times \frac{\text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{17 \cdot \text{mol atom}} \times \frac{\Delta \text{molion}}{\text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \\ = 26/47 \text{ mol ion}$$

• نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{26/47 \times 6/0.2 \times 10^{23}}{1 \times 6/0.2 \times 10^{23}} = 26/47$$

۱ ۷۸ مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ‌های اول تا آخر

می‌توان نوشت:

$$6f + 9f + 3f + f = 100 \Rightarrow f = 1$$

\* فراوانی ایزوتوپ چهارم را f در نظر گرفتیم.

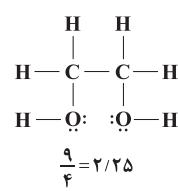
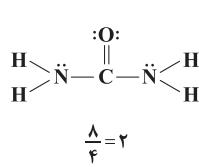
$$\overline{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_4 - M_1)$$

$$55/93 = m + \frac{9}{100}(2) + \frac{3}{100}(3) + \frac{1}{100}(4) \Rightarrow m = 54$$

۴ ۷۹ • از آن‌جا که فرمول مولکولی شکر و مالتوز یکسان و به

صورت  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  می‌باشد، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی این دو مولکول یکسان بوده و هیچ کدام از آن‌ها نمی‌توانند جواب سؤال باشند.

• در زیر نسبت مورد نظر برای اوره ( $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ ) و اتیلن گلیکول ( $\text{C}_2\text{H}_4(\text{OH})_2$ ) به همراه ساختار آن‌ها آمده است:



۲ ۷۴ ابتدا جریان کل گذرنده از مدار را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \xrightarrow[r=1\Omega, R_1=2\Omega]{\varepsilon=24V} I_1 = \frac{24}{3+1} = \frac{24}{4} = 6A$$

توان مصرفی مقاومت R برابر است با:

$$P_1 = R_1 I_1^2 \xrightarrow[I_1=6A\Omega]{R=2\Omega} P_1 = 3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108W$$

با فرض مجھول بودن اندازه مقاومت R در حالت دوم، جریان کل گذرنده از مدار را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \xrightarrow[r=1\Omega]{\varepsilon=24V} I_2 = \frac{24}{R_2 + 1}$$

با توجه به این‌که باید توان مصرفی مقاومت تعییری نکند، داریم:

$$P_1 = P_2 \xrightarrow[P=R_2^2]{P_1=108W} 108 = R \times \left( \frac{24}{R+1} \right)^2 = R \times \left( \frac{576}{R^2 + 2R + 1} \right)$$

$$\Rightarrow 108 \times (R^2 + 2R + 1) = 576R$$

$$\xrightarrow[+36]{\div 36} 3 \times (R^2 + 2R + 1) = 16R$$

$$\Rightarrow 3R^2 + 6R + 3 = 16R$$

$$\Rightarrow 3R^2 - 10R + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 3\Omega \\ R = \frac{1}{3}\Omega \end{cases}$$

چون مقاومت در ابتدا  $R_1 = 3\Omega$  است، این بار باید به  $R_2 = \frac{1}{3}\Omega$  کاهش پیدا کند، بنابراین:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$$

۳ ۷۵ با توجه به این‌که  $R = r = 2\Omega$  است، بنابراین توان مصرفی

رؤستا با بیشینه توان مفید باتری برابر است.

وقتی توان مفید مولد (توان مصرفی مقاومت) ۴ درصد تعییر می‌کند، توان مصرفی مقاومت برابر خواهد شد با:

$$P' = P - \frac{4}{100}P = \frac{96}{100}P \quad (1)$$

می‌دانیم جریان کل گذرنده از مدار از رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  و توان مصرفی

مقاومت از رابطه  $P = RI^2$  قابل محاسبه است. با جای‌گذاری در رابطه (1) داریم:

$$P' = \frac{96}{100}P \xrightarrow[I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}, r=2\Omega]{P'=R'I'^2, R=2\Omega}$$

$$R' \times \left( \frac{\varepsilon}{R'+2} \right)^2 = \frac{96}{100} \times 2 \times \left( \frac{\varepsilon}{2+2} \right)^2 \Rightarrow \frac{R' \varepsilon^2}{(R'+2)^2} = \frac{96 \times \varepsilon^2}{50 \times 16}$$

$$\Rightarrow \frac{R'}{(R'+2)^2} = \frac{3}{25} \Rightarrow 25R' = 3 \times (R'+2)^2 \Rightarrow \begin{cases} R' = 3\Omega \\ R' = \frac{4}{3}\Omega \end{cases}$$

برای داشتن حداقل تعییر مقاومت،  $R'$  کوچک‌تر را انتخاب می‌کنیم، بنابراین:

$$2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \Omega$$



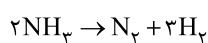
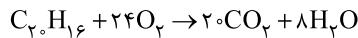
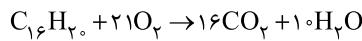
۳ ۸۵ فرمول مولکولی ساختارهای (I) و (II) به ترتیب به صورت  $C_{16}H_{20}$  و  $C_{16}H_{20}$  است.

## بررسی عبارت‌ها:

• با توجه به فرمول مولکولی پارازایلن ( $C_8H_{10}$ ) و نفتالن ( $C_{10}H_8$ ) درستی عبارت‌های اول و دوم تأیید می‌شود.

• در ساختار (II) به ازای هر مولکول، همانند هپتیل بنزووات ( $C_6H_5COOC_7H_{15}$ )، اتم هیدروژن وجود دارد.

• هر مول از ساختار (I) برای سوختن کامل در مقایسه با هر مول ساختار (II)، ۳ مول اکسیژن کمتر مصرف می‌کند:



۱ ۸۶

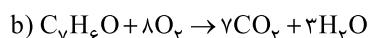
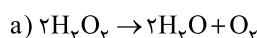
• مطابق معادله واکنش به ازای مصرف ۲ مول آمونیاک، یک مول  $N_2$  تولید می‌شود (با فرض بازده ۱۰۰٪). بنابراین اگر شمار مول‌های  $NH_3$  از ۱۲ به ۲ برسد، یعنی ۱۰ مول آمونیاک مصرف شده و باید ۵ مول  $N_2$  تولید شود. در صورتی که مطابق نمودار فقط ۴ مول  $N_2$  تولید شده است.

$$\frac{4}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 125$$

• در شرایط یکسان،  $N_2$  به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود.

$$\bar{R}_{N_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{4 \text{ mol}}{(2 \text{ min})} = 2 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۲ ۸۷



اگر ضرایب واکنش (a) را در عدد ۸ ضرب کنیم، در این صورت ضریب  $O_2$  (ماهه مشترک دو واکنش) یکسان خواهد شد و می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد.



$$\frac{6/72 L CO_2}{7 \times 22/4} = \frac{x g H_2O}{(16+3) \times 18} \Rightarrow x = 14/65 g H_2O$$

۳ ۸۸

به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. واکنش پذیری  $Cu^{2+}$  در مقایسه با  $Zn^{2+}$  کمتر بوده و در نتیجه تمایل کمتری به تشکیل کاتیون دارد.

۲ ۸۹ گرمای جذب شده توسط آب سنگین برابر با مقدار گرمایی است که اورانیم از دست می‌دهد.

$$(1L \times \frac{1000 \text{ mL}}{1L} \times \frac{1/2 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times 4/25 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times (36 - 32)^\circ \text{C})$$

$$= (mg \times 1000/15 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times (142/25 - 36)^\circ \text{C})$$

$$\Rightarrow m = 128 \text{ g U}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 2 = \frac{128}{V} \Rightarrow V = 64 \text{ cm}^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{64} = 4 \text{ cm}$$

۳ ۸۰ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

## بررسی عبارت‌های نادرست:

• در شرکت‌های پتروشیمی از تقطیر جزء به جزء هوای مایع می‌توان آرگون را با خلوص بسیار زیاد (نه ۱۰٪!!) تهیه کرد.

• نقطه جوش آرگون پایین‌تر از اکسیژن است.

۱ ۸۱ برای محلول‌های آبی ریقیق ( $d = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ )، غلظت برحسب  $\text{mg.L}^{-1}$  معادل ppm است.

$$\text{Na}_2SO_4 : \begin{bmatrix} 142 & 2 \times 23 \\ 284 & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 4 \times 23$$

$$\text{Na}_3PO_4 : \begin{bmatrix} 164 & 3 \times 23 \\ 492 & y \end{bmatrix} \Rightarrow y = 9 \times 23$$

$$\frac{(200 \times 4 \times 23) + (180 \times 9 \times 23)}{200 + 180} = \text{غلظت یون سدیم}$$

$$= \frac{22(800 + 16200)}{2000} = 195/5 \text{ ppm} \text{ یا } 195/5 \text{ mg.L}^{-1}$$

۴ ۸۲ ابتدا غلظت مولی محلول نهایی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(\text{چگالی محلول})(\text{درصد جرمی})}{\text{جرم مولی حل شونده}} = \frac{10 \times 40 \times 1/2}{100}$$

$$= 4/8 \text{ mol.L}^{-1}$$

اکنون از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$6 \times V_1 = 4/8 \times 200 \Rightarrow V_1 = 160 \text{ mL}$$

۱ ۸۳

$$0/4 L Al_2(SO_4)_3 \times 2/5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1 \text{ mol Al}_2(SO_4)_3$$

$$\Rightarrow 2 \text{ mol Al}^{3+}, 3 \text{ mol SO}_4^{2-}$$

$$0/2 L CuSO_4 \times 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0/4 \text{ mol CuSO}_4$$

$$\Rightarrow 0/4 \text{ mol Cu}^{2+}, 0/4 \text{ mol SO}_4^{2-}$$

$$[Al^{3+}]_{\text{نهایی}} = \frac{2 \text{ mol}}{80 \text{ L}} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ M}$$

$$[Cu^{2+}]_{\text{نهایی}} = \frac{0/4 \text{ mol}}{80 \text{ L}} = 5 \times 10^{-4} \text{ M}$$

$$[SO_4^{2-}]_{\text{نهایی}} = \frac{(3 \text{ mol} + 0/4 \text{ mol})}{80 \text{ L}} = 4/25 \times 10^{-3} \text{ M}$$

۲ ۸۴ عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

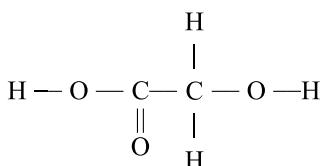
## بررسی عبارت‌های نادرست:

• منظور از محلول‌های غیرآبی، محلول‌هایی است که حلal آن‌ها یک ترکیب آبی باشد.

• چروکیده شدن خیار در آب شور، نمونه‌ای از اسmez است.



۲ ۹۵ ساختار مونومر پلیمر داده شده به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} \Delta H &= 2\Delta H(\text{O}-\text{H}) + 2\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 2\Delta H(\text{C}-\text{O}) \\ &+ \Delta H(\text{C}-\text{C}) + \Delta H(\text{C}=\text{O}) = 2(465 + 415 + 360) \\ &+ (350) + 750 = 3580 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۳ ۹۶ ابتدا حجم مولی گازها در دمای  $91^\circ\text{C}$  و فشار  $667\text{ atm}$  را به دست می‌آوریم:

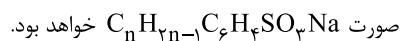
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{223} = \frac{0/667 \times V_2}{(223+91)} \Rightarrow V_2 = 44/8 \text{ L.mol}^{-1}$$

$$d = \frac{\text{حجم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \frac{\text{حجم مولی}}{44/8} = 27 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$[\text{HA}] = \frac{\frac{1}{12} \text{ mol} \times \frac{1 \text{ mol}}{27 \text{ g}}}{12 \text{ L}} = 0.025 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\% \alpha = \frac{1/5 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-3}} \times 100 = \% 6$$

۴ ۹۷ مطابق داده‌های سؤال در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده

غیرصلب‌نی موردنظر یک پیوند  $\text{C}=\text{C}$  و در حلقة بنزنی آن، سه پیوند  $\text{C}=\text{C}$  وجود دارد. به این ترتیب فرمول کلی پاک‌کننده A به

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت:

$$(2n-6)+6=31 \Rightarrow n=14$$

$$\frac{\% \text{C}}{\% \text{O}} = \frac{\text{حجم کربن}}{\text{حجم اکسیژن}} = \frac{12(n+6)}{16(3)} = \frac{12(14+6)}{16(3)} = 5$$

۱ ۹۸

$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} = \frac{\alpha^2 \times 5 \times 10^{-3}}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 0/1 = \frac{\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha^2 + 0/1\alpha - 0/1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-0/1 \pm \sqrt{(0/1)^2 - 4(1)(-0/1)}}{2} = \frac{-0/1 \pm \sqrt{0/41}}{2}$$

$$= \frac{-0/1 \pm 0/64}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -0/37 \\ \alpha_2 = 0/27 \end{cases}$$

$$[\text{H}^+] = \alpha M = 0/27 \times 5 \times 10^{-3} = 27 \times 5 \times 10^{-5}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(27 \times 5 \times 10^{-5})$$

$$= -[\log 27 + \log 5 + \log 10^{-5}] = -[\log 3^3 + \log \frac{1}{2} + (-5)]$$

$$= -[3\log 3 + \log 10 - \log 2 - 5] = -[3(0/47) + 1 - 0/3 - 5]$$

$$= -[-2/89] \approx 2/89$$

۱ ۹۰ معادله واکنش هدف و معادله نمادی واکنش‌های کمکی به صورت

زیر است:



• واکنش a را باید وارونه کنیم و سپس آن را با واکنش‌های b و c جمع کنیم.

$$\Delta H_t = -\Delta H_a + \Delta H_b + \Delta H_c = (183) + (-37) + (-92) = 54 \text{ kJ}$$

۴ ۹۱ ابتدا گرمای لازم برای تبدیل یک مول اتان ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) و یکمول پروپن ( $\text{C}_3\text{H}_6$ ) به اتم‌های گازی سازنده آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{C}_2\text{H}_6 : \frac{1218}{12/6} \times 30 = 2900 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

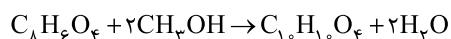
$$\text{C}_3\text{H}_6 : \frac{1056}{12/6} \times 42 = 3520 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

تفاوت دو عدد ۲۹۰۰ و ۳۵۲۰ معادل میانگین آنتالیی پیوند C=C است.

زیرا در ساختار اتان، ۶ پیوند C-H و یک پیوند C-C و در ساختار پروپن، ۶ پیوند C-H، یک پیوند C-C و یک پیوند C=C وجود دارد.

$$\Delta H(\text{C}=\text{C}) = 3520 - 2900 = 620 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

۲ ۹۲ معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



(استر) (متانول) (ترفتالیک اسید)

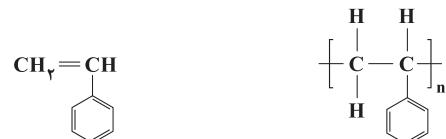
$$\overline{R} = \frac{4/85 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{194 \text{ g}}}{(\frac{75}{60}) \text{ min}} = 0.02 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\overline{R}_{\text{H}_2\text{O}} = 2\overline{R} = 2(0.02) = 0.04 \text{ mol.min}^{-1}$$

۴ ۹۳ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با پلی‌استیرن

درست هستند.

ساختار مونومر آن یعنی استیرن به همراه ساختار پلیمر در زیر آمده است:



(پلی‌استیرن)

عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

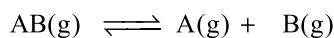
• تنها شرایط واکنش تولید پلی اتن سنگین و سبک متفاوت است و واکنش تولید این دو پلیمر مستقل از درصد خلوص مونومر مورد استفاده است.

• کاتالیزگر واکنش استری شدن و آبکافت استر، یک اسید قوی

مانند  $\text{H}_2\text{SO}_4$  است. اسیدهای آلی جزو اسیدهای ضعیف هستند.



۳ ۱۰۴



مول اولیه	۱	°	°
مول تعادلی	$1-x$	$x$	$x$

$1+0+0 = 1\text{ mol}$ : مجموع مول های اولیه

$(1-x)+(x)+(x) = (1+x)\text{ mol}$ : مجموع مول های تعادلی

مطلوب داده های سؤال می توان نوشت:

$$\frac{(1+x)\text{ mol}}{1\text{ mol}} = \frac{4/5 \text{ atm}}{3 \text{ atm}} \Rightarrow \frac{1}{5} \text{ mol}$$

حجم ظرف برابر  $L^{\circ}$  است.

$$K = \frac{[A][B]}{[AB]} = \frac{\left(\frac{x}{V}\right)\left(\frac{x}{V}\right)}{\left(\frac{1-x}{V}\right)} \Rightarrow K = \frac{\left(\frac{1/5}{1}\right)\left(\frac{1/5}{1}\right)}{\left(\frac{1/5}{1}\right)} = \frac{1}{5}$$

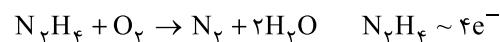
به جز عبارت آخر سایر عبارت ها درست هستند. ۳ ۱۰۵

از آن جا که با افزایش دما، مقدار  $K$  کاهش یافته است، با یک واکنش گرماده ( $\Delta H < 0$ ) سروکار داریم.

کاهش دما موجب جابه جایی واکنش درجهت رفت و بزرگ شدن  $K$  می شود. در صورتی که با کاهش یا افزایش غلظت اجزای واکنش،  $K$  تغییری نمی کند.

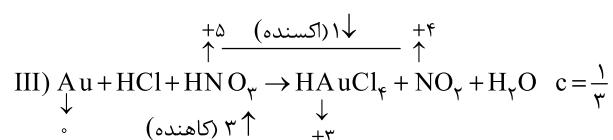
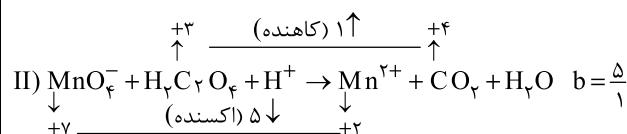
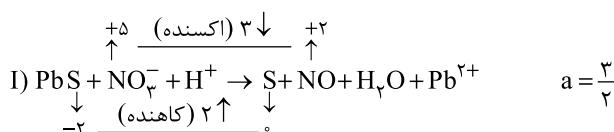
۲ عدد اکسایش اتم نیتروژن در هیدرازین ( $N_2H_4$ ) برابر -۲

و در مولکول نیتروژن ( $N_2$ ) برابر با صفر است. بنابراین تغییر عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر با ۲ و برای دو اتم نیتروژن برابر با ۴ است.



$$\frac{25/6g}{(2 \times 14) + 2(18)} = \frac{x}{4 \times 6 / 2 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 9/632 \times 10^{23} e^-$$

۴ ۱۰۰



عبارت های اول و دوم درست هستند. ۴ ۱۰۱

#### بررسی عبارت ها که نادرست:

- طلا یا پلاتین بر محلول نمک های فلزهای قلیایی بی اثر بوده و برای نگهداری این محلول ها مناسب هستند.

- برای حفاظت از لوله های نفتی و جلوگیری از خوردگی آهن می توان از فلزهای واکنش پذیر مانند  $Mg$  استفاده کرد تا به جای آهن، این فلزها اکسید شوند.

۲ عبارت های سوم و چهارم درست هستند. ۱۰۲

#### بررسی عبارت ها که نادرست:

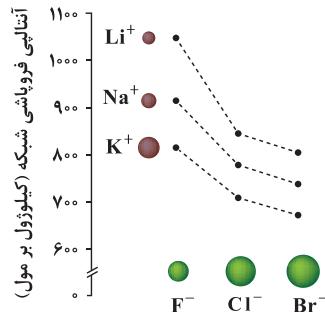
- محلول سبز رنگ نمک وانادیم شامل یون  $V^{3+}$  است که با توجه به عدد اتمی وانادیم، چنین آرایشی نمی تواند مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب باشد.

- $Fe(OH)_2$  و  $Fe(OH)_3$  به ترتیب قرمز رنگ و سبز رنگ هستند.

شعاع یون  $Fe^{3+}$  در مقایسه با یون  $Fe^{2+}$ ، کوچک تر است.

۲ مطابق نمودار زیر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب های  $KF$  و  $LiBr$  به تقریب با هم برابر است. ۱۰۳

و  $LiBr$  به تقریب با هم برابر است.



بروزترین و ابرترین  
سایت کنکوری کشور

**WWW.KONKUR.INFO**

