



بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

**WWW.KONKUR.INFO**



<https://konkur.info>

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۲۹



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	اجباری	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵		۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵		۳۱	۴۵	

<https://konkur.info>

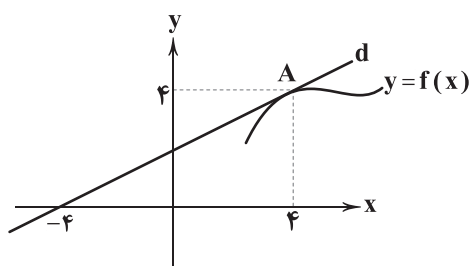


## حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x + a$  بر خط  $y = 4$  مماس باشد، آنگاه  $f'(a)$  برابر است با:

- ۸ (۴)                      ۱۰ (۳)                      ۱۱ (۲)                      ۱۲ (۱)

۲- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $A(4, 4)$  بر خط  $d$  (مطابق شکل) مماس باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 16}{16 - x^2}$  برابر است با:



- ۳/۲ (۱)  
-۳/۲ (۲)  
۱/۲ (۳)  
-۱/۲ (۴)

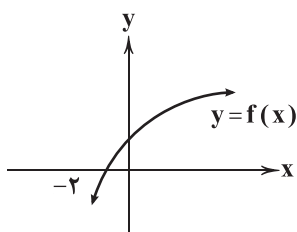
۳- اگر مماس‌های مرسوم بر نمودار تابع  $f(x) = x^3 - ax^2 - 1$  در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ واقع بر منحنی بر هم عمود باشند، مجموع مقادیر  $a$  برابر است با:

- ۳ (۴)                      ۳/۵ (۳)                      ۴ (۲)                      ۴/۵ (۱)

۴- مماس مرسوم بر نمودار تابع  $f(x) = (x-2)^3$  در نقطه  $A(3, 1)$  واقع بر آن، نمودار را در نقطه  $B$  قطع می‌کند، طول نقطه  $B$  کدام است؟

- ۲ (۱)                      -۲ (۲)                      -۱ (۳)                      صفر (۴)

۵- اگر قسمتی از نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل زیر باشد، آنگاه تابع  $g(x) = xf(x)$  در همسایگی نقطه  $x = 1$  و



تابع  $h(x) = f^3(x+2)$  در همسایگی نقطه  $x = -1$  از لحاظ یکنوایی چه وصفی دارند؟

- (۱)  $h$  و  $g$  هر دو صعودی  
(۲)  $h$  و  $g$  هر دو نزولی  
(۳)  $g$  صعودی،  $h$  نزولی  
(۴)  $g$  نزولی،  $h$  صعودی

محل انجام محاسبات

۶- تابع  $f(x) = |x^3 + 3x + m|$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بستگی به مقدار  $m$  دارد.

۷- اگر تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  در بازه  $(-\infty, 1)$  صعودی، در بازه  $(1, 5)$  نزولی و در بازه  $(5, +\infty)$  صعودی باشد، آنگاه  $f(2)$  برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۸- اگر  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی و مثبت باشند، کمترین مقدار عبارت  $\frac{a^2b^2 - 2a^2b + 2a^2 + 2ab - 2a + 1}{a^2b + a}$  برابر است با:

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2} - 2$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2 - \sqrt{2}$

۹- اگر  $x = \alpha$  طول نقطه اکسترمم تابع  $f(x) = -6 + 12\sin 2x + 5\cos 2x$  باشد، آنگاه  $\sin 4\alpha$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{120}{169}$  (۲)  $\frac{130}{169}$  (۳)  $\frac{121}{169}$  (۴)  $\frac{135}{169}$

۱۰- در تابع درجه سوم  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  اگر  $f'(6) = f'(-2)$  باشد، آنگاه طول نقطه عطف تابع کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱- اگر نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور  $x$  مماس و  $f'(4) = 12$  باشد، آنگاه مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۲- اگر  $f(2x) = (2x^2 + 3)g(x)$ ،  $g(1) = 3$  و  $g'(1) = -4$  باشد، آنگاه  $f'(2)$  برابر است با:

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۳- اگر  $f(x) = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$  باشد، آنگاه  $f''(1)$  برابر است با:

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۶۰

۱۴- اگر  $f(x) = \frac{2x-3}{3x-2}$  باشد، آنگاه  $\left(\frac{1}{f}\right)'(1)$  برابر است با:

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۵- اگر  $g(-1) = 4$ ،  $g'(-1) = 2$ ،  $h'(4) = 6$  و  $f(3x+1) = (h \circ g)(x)$  باشد، آنگاه  $f'(-2)$  برابر است با:

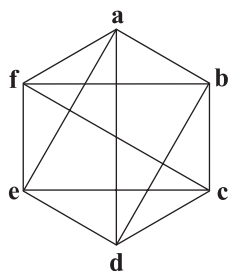
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





## ریاضیات گسسته

۱۶- گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟



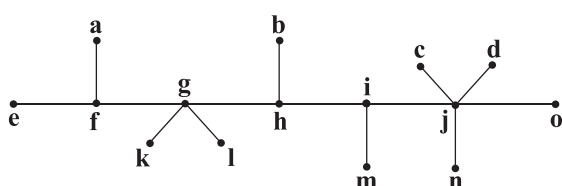
(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

۱۷- اگر مجموعه A در گراف شکل زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال باشد، تعداد عضوهای مجموعه A کدام عدد نمی‌تواند باشد؟



(۱) ۱۱

(۲) ۹

(۳) ۸

(۴) ۷

۱۸- عدد احاطه‌گری، گراف‌های  $P_m$ ,  $C_n$  به ترتیب ۵ و ۷ می‌باشد، حداقل مقدار  $m+n$  کدام است؟

(۴) ۳۳

(۳) ۳۲

(۲) ۳۱

(۱) ۳۰

۱۹- چند گراف ساده با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  می‌توان نوشت که عدد احاطه‌گری آن ۲ باشد و کم‌ترین تعداد یال را داشته باشد؟

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۵۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۱۰۰

۲۰- گرافی از مرتبه ۷ فاقد دور است و عدد احاطه‌گری آن برابر ۱ است. مکمل این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

۲۱- با ارقام ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۵ رقمی می‌توان ساخت؟

(۴) ۷۲۰

(۳) ۶۹۰

(۲) ۴۸۰

(۱) ۴۵۰

۲۲- کارفرمایی می‌خواهد ۹ سکه یکسان را بین ۴ کارمند خود طوری تقسیم کند که به هر کارمند حداقل یک سکه برسد؟

(۴) ۷۲

(۳) ۶۴

(۲) ۶۰

(۱) ۵۶

۲۳- معادله  $\sqrt{x_1} + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{12}{x_1}$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۹۶

(۲) ۸۱

(۱) ۷۲

محل انجام محاسبات



۲۴- به چند طریق می‌توان مربع زیر را به یک مربع لاتین تبدیل کرد؟

۲			
		۱	
۳			
			۲

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۲۵-  $A$  و  $B$  دو مربع لاتین متعامد  $5 \times 5$  هستند، مجموعه درایه‌های مربع تلفیق  $AB$  چقدر از حاصل جمع مجموع درایه‌های مربع‌های  $A$  و  $B$  بیشتر است؟

- (۱) ۸۲۵  
(۲) ۶۷۵  
(۳) ۶۴۰  
(۴) ۷۲۰

۲۶- چند گراف با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e\}$  می‌توان ساخت که هیچ‌کدام از رئوس  $a, b, c$  و  $e$  ایزوله نباشد؟

- (۱) ۶۲۷  
(۲) ۷۱۲  
(۳) ۷۹۶  
(۴) ۸۵۴

۲۷- ۴ تاس را پرتاب می‌کنیم، در چند حالت مجموع آن‌ها برابر ۱۰ می‌شود؟

- (۱) ۸۴  
(۲) ۸۰  
(۳) ۷۶  
(۴) ۷۲

۲۸- چند تابع پوشا از  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به  $B = \{1, 2, 3\}$  می‌توان نوشت که شامل  $(1, 1)$  باشد؟

- (۱) ۴۵  
(۲) ۵۰  
(۳) ۵۵  
(۴) ۶۰

۲۹- ۷ مداد رنگی متمایز را به چند طریق می‌توان بین ۱۰ نفر تقسیم کرد به طوری که هیچ‌کس بیش از یک مداد رنگی نداشته باشد؟

- (۱)  $15 \times 8!$   
(۲)  $21 \times 8!$   
(۳)  $15 \times 9!$   
(۴)  $15 \times 2!$

۳۰- مدرسه‌ای ۵ کلاس دارد و تعداد دانش‌آموزان در این کلاس‌ها ۷، ۱۲، ۱۳، ۹ و ۱۴ است. حداقل چند دانش‌آموز انتخاب کنیم به طوری که حداقل از یکی از کلاس‌ها دست کم ۱۰ دانش‌آموز انتخاب کرده باشیم؟

- (۱) ۴۲  
(۲) ۴۳  
(۳) ۴۴  
(۴) ۴۵

## هندسه (۳)

۳۱- به مرکز هر نقطه از سهمی  $y^2 + 2y - 8x + 9 = 0$  دایره‌ی رسم می‌کنیم که از کانون بگذرد. این دایره بر کدام خط مماس است؟

- (۱)  $x = 1$   
(۲)  $x = -1$   
(۳)  $x = 2$   
(۴)  $x = -2$

۳۲- معادله یک سهمی با کانون  $F(-3, 1)$  و خط هادی به معادله  $x = 1$ ، کدام است؟

$$(1) y^2 - 2y + 6x = 2$$

$$(2) y^2 - 2y + 8x = -9$$

$$(3) x^2 - 2x + 6y = -2$$

$$(4) x^2 - 4x + 6y = 4$$

۳۳- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله خط هادی سهمی  $y^2 = 2x + ay$  خط به معادله  $x = -\frac{5}{4}$  است؟

- (۱) -۲  
(۲) ۳  
(۳) -۴  
(۴) ۶

محل انجام محاسبات



۳۴- اگر خط  $y = a$  سهمی به معادله  $y = -x^2 + ax + 3$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع کند به طوری که طول وسط  $AB$  برابر ۲- باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۳۵- در کانون سهمی  $y^2 - 4y - 4x = 0$  عمودی بر محور تقارن رسم می‌کنیم تا سهمی را در دو نقطه  $M$  و  $N$  قطع کند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

۳۶- اگر  $\vec{a} = (2, -1, 1)$  و  $\vec{b} = (2, -4, -2)$  دو بردار در فضای  $R^3$  باشند، زاویه بین قطرهای متوازی‌الاضلاع که توسط دو بردار  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

۳۷- اگر  $v_1 = (1, 1, -2)$ ،  $v_2 = (3, 0, 4)$ ، آنگاه بردار  $v_1 + v_2$  با کدام محور زاویه بزرگ‌تری تشکیل می‌دهد؟

- (۱) محور  $x$  ها (۲) محور  $y$  ها (۳) محور  $z$  ها (۴) هر سه زاویه یکسان

۳۸- اگر  $x, y$  و  $z$  سه عدد حقیقی باشند و  $2x - 6y + 3z = \sqrt{76}$ ، آنگاه کم‌ترین مقدار عبارت  $4x^2 + y^2 + 9z^2$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۳

۳۹- برداری که بر دو بردار  $v_1 = (1, 2, -1)$ ،  $v_2 = (3, 1, -1)$  عمود باشد، کدام است؟

- (۱)  $(-1, 2, -5)$  (۲)  $(-1, -2, 5)$  (۳)  $(1, -2, -5)$  (۴)  $(1, 2, 5)$

۴۰- اگر مساحت مثلث ساخته شده توسط بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  برابر ۵ و  $|\vec{a}| = 3$ ،  $|\vec{b}| = 4$  باشد، طول تصویر بردار  $\vec{a}$  بر راستای بردار  $\vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{7}$  (۲)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  (۳)  $\sqrt{11}$  (۴)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$

۴۱- دو بردار  $\vec{u}$ ،  $\vec{v}$  با طول‌های ۵ و ۸ مفروض‌اند به طوری که زاویه بین آن‌ها از  $\frac{\pi}{4}$  کم‌تر است و مساحت مثلث ساخته شده توسط آن‌ها ۱۲ می‌باشد، اندازه  $|\vec{u} - \vec{v}|$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳)  $6/5$  (۴)  $7/5$

۴۲- اگر  $A(2, -1, 3)$ ،  $B(3, 1, 4)$  و  $C(-1, 1, 0)$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$



۴۳- اگر سه بردار  $a, b, c$  با طول‌های ۴، ۵ و ۷ در رابطه  $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$  صدق کنند، طول بردار  $a - b$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{2}$

۴۴-  $a, b, c$  سه بردار هستند که حجم متوازی‌السطوح بنا شده بر آن‌ها برابر ۳ واحد مکعب است. حجم متوازی‌السطوح بنا شده بر سه

برداری  $a, b+c$  و  $b-c$  کدام است؟

- (۱) ۵      (۲) ۶      (۳) ۴      (۴) ۳

۴۵- نقاط  $(1, 2, -1), (4, 1, k), (0, 1, -1), (3, 2, 1)$  در یک صفحه قرار دارند. مقدار  $k$  چقدر است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) -۱

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۲۹



# آزمون‌های سراسر کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۳	۳۵	اجباری	۴۶	۸۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی ۳	۲۵	اجباری	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

<https://konkur.info>



## فیزیک

۴۶- نور تک‌رنگی با طول موج  $6600 \text{ \AA}$  به سطح یک فلز تابیده شده و انرژی درونی آن  $12 \text{ J}$  افزایش می‌یابد. اگر فقط نصف تعداد فوتون‌های تابیده شده به فلز، توسط فلز جذب شود و مابقی بازتاب شوند، تعداد کل فوتون‌های تابیده شده به فلز در کدام گزینه به درستی آمده

است؟  $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})$

(۱)  $10^{19}$  (۲)  $5/2 \times 10^{19}$  (۳)  $8 \times 10^{19}$  (۴)  $8 \times 10^{20}$

۴۷- انرژی الکترون در تراز اول اتم هیدروژن برابر  $E$  است. کوتاه‌ترین طول موج رشته بالمر ( $n' = 2$ ) هیدروژن اتمی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱)  $\frac{36hc}{\Delta E}$  (۲)  $\frac{4hc}{E}$  (۳)  $-\frac{36hc}{\Delta E}$  (۴)  $-\frac{4hc}{E}$

۴۸- اگر نوری با بسامد  $f$  به سطح یک فلز بتابانیم، پدیده فوتوالکتریک رخ داده و در هر ثانیه  $10^{25}$  الکترون از این فلز جدا می‌شود. اگر نوری با بسامد  $4f$  که تعداد فوتون‌هایش ۴ برابر تعداد فوتون‌های نور قبلی است، به سطح همان فلز بتابانیم، چند الکترون در هر ثانیه از فلز جدا می‌شود؟

(۱)  $10^{25}$  (۲)  $2 \times 10^{25}$  (۳)  $4 \times 10^{25}$  (۴)  $10^{26}$

۴۹- فوتون تابش شده در کدام گزینه می‌تواند الکترونی که در تراز دوم اتم هیدروژن قرار دارد را دو تراز بالا ببرد؟

(۱) خط اول رشته بالمر (۲) خط اول رشته پاشن (۳) خط دوم رشته بالمر (۴) خط سوم رشته لیمان

۵۰- در اتم هیدروژن، هنگام گذار الکترون از مدار  $n_p$  به  $n_q$ ، فوتونی با انرژی  $13/056 \text{ eV}$  تابش می‌شود.  $n_q$  و  $n_p$  به ترتیب از راست به چپ در

کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ( $E_R = 13/6 \text{ eV}$ )

(۱) ۵ و ۱ (۲) ۵ و ۲ (۳) ۴ و ۱ (۴) ۴ و ۲

۵۱- اگر نور سفید پس از عبور از گاز آرگون وارد دستگاه طیف‌سنج شود، طیف حاصل را طیف ..... می‌گویند.

(۱) جذبی (۲) گسلی خطی (۳) گسلی پیوسته (۴) اتمی

۵۲- نمودار بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌های جدا شده از سطح یک فلز برحسب انرژی فوتون‌های

فرودی بر آن فلز، مطابق شکل مقابل است. اگر انرژی فوتون فرودی بر این فلز برابر با  $14 \text{ eV}$  باشد،

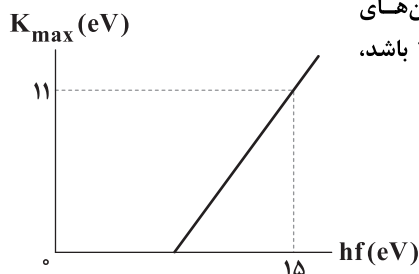
بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌های جدا شده از سطح این فلز چند الکترون‌ولت است؟

(۱) ۶

(۲) ۱

(۳) ۱۰

(۴) ۹



۵۳- در اتم هیدروژن، اگر انرژی فوتون گسیل شده در خط چهارم رشته بالمر ( $n' = 2$ ) برابر  $E_1$ ، در خط سوم رشته پاشن ( $n' = 3$ ) برابر  $E_p$  و

خط اول رشته بالمر برابر  $E_b$  باشد، کدام گزینه می‌تواند صحیح باشد؟

(۱)  $E_p = \frac{1}{3}(E_1 + E_b)$  (۲)  $E_p = E_1 + E_b$  (۳)  $E_1 = E_p + E_b$  (۴)  $E_p = E_1 + E_b$

۵۴- عنصر پرتوزای  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ضمن تابش ۴ ذره آلفا و ۲ ذره بتای منفی، به عنصر  ${}^A_Z\text{X}$  تبدیل شده است. تعداد نوترون‌های عنصر  $\text{X}$  در کدام

گزینه به درستی آمده است؟

(۱) ۱۳۶ (۲) ۲۰۶ (۳) ۱۴۶ (۴) ۱۲۴

۵۵- از تعداد هسته‌های اولیه یک ماده پرتوزا با نیمه عمر ۲ ساعت، پس از  $x$  ساعت، ۲۵٪ باقی مانده است. پس از  $x + 4$  ساعت چند درصد از

تعداد هسته‌های اولیه این ماده واپاشی شده است؟

(۱)  $93/75$  (۲)  $6/25$  (۳)  $87/5$  (۴)  $12/5$

۵۶- برای انجام شدن گداخت هسته‌ای به دمای ..... و فشار بسیار ..... نیاز است.

(۱) پایین - پایین (۲) پایین - بالا (۳) بالا - بالا (۴) بالا - پایین

۵۷- یک دستگاه لرزه‌نگار، امواج اولیه  $P$  و ثانویه  $S$  ناشی از یک زمین‌لرزه را که به ترتیب با تندی‌های  $10 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  و  $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  منتشر می‌شوند، با

اختلاف زمانی ۲ دقیقه ثبت می‌کند. فاصله کانون زمین‌لرزه تا دستگاه لرزه‌نگار چند کیلومتر است؟

(۱) ۴۸۰ (۲) ۴۸۰۰ (۳) ۴۸ (۴) ۴/۸



۵۸- اگر از یک چشمه صوتی  $3\text{m}$  دور شویم، تراز شدت صوت  $40$  دسی بل کاهش می‌یابد. فاصله اولیه از این چشمه چند متر بوده است؟

- (۱)  $\frac{11}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{33}$  (۴)  $3$

۵۹- اگر دامنه موجی  $3$  برابر و دوره آن  $4$  برابر شود، توان متوسط انتقال انرژی آن چند برابر خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{9}{16}$  (۴)  $\frac{16}{9}$

۶۰- در اتم هیدروژن در رشته لیمان ( $n'=1$ ) اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج چند نانومتر است؟ ( $R_H = 1.097 \times 10^7 \text{nm}^{-1}$ )

- (۱)  $\frac{400}{3}$  (۲)  $\frac{200}{3}$  (۳)  $100$  (۴)  $\frac{100}{3}$

۶۱- بازده یک لامپ رشته‌ای  $50\%$  و توان آن  $24\text{W}$  می‌باشد. این لامپ در هر دقیقه چه تعداد فوتون با طول موج  $496\text{nm}$  از خود گسیل می‌کند؟ ( $hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$ )

- (۱)  $1/3 \times 10^{23}$  (۲)  $1/8 \times 10^{21}$  (۳)  $1/6 \times 10^{18}$  (۴)  $3 \times 10^{19}$

۶۲- اتم پرتوزای  $^{214}_{84}\text{Pb}$  با گسیل  $m$  ذره آلفا و  $n$  ذره بتای منفی به  $^{210}_{83}\text{Bi}$  تبدیل می‌شود.  $m$  و  $n$  به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $3$  و  $1$  (۲)  $2$  و  $3$  (۳)  $3$  و  $2$  (۴)  $1$  و  $4$

۶۳- یک منبع صوت و یک مانع بازتاب‌کننده صوت که در فاصله  $900$  متری از یک‌دیگر قرار دارند، با سرعت  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت هم شروع به حرکت می‌کنند. اگر در لحظه شروع حرکت، منبع، صوتی را منتشر کند، منبع صوت بعد از طی چند متر بازتاب این صوت را از مانع دریافت می‌کند؟

(سرعت صوت در هوا  $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.)

- (۱)  $50$  (۲)  $100$  (۳)  $150$  (۴)  $200$

۶۴- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) نوکلئون‌های درون هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

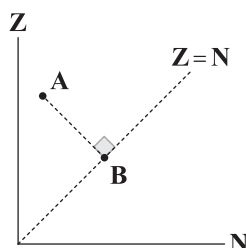
(ب) هر نوکلئون به تمام نوکلئون‌های هسته نیروی الکتریکی وارد می‌کند.

(ج) هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون متعلق به بیسموت است.

(د) جرم هسته در حالت برانگیخته کم‌تر از جرم هسته در حالت پایه است.

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۶۵- در شکل زیر، نمودار عدد اتمی برحسب تعداد نوترون رسم شده است. اگر عدد جرمی هسته  $A$  برابر  $16$  باشد، بار هسته عنصر  $B$ ، چند کولن



است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ )

- (۱)  $1/28 \times 10^{-18}$

- (۲)  $2/56 \times 10^{-18}$

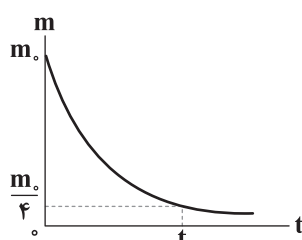
- (۳)  $2/56 \times 10^{-19}$

- (۴)  $1/28 \times 10^{-19}$

۶۶- نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو  $2$  ساعت است. پس از گذشت چند ساعت،  $\frac{31}{32}$  تعداد هسته‌های اولیه این ماده واپاشی می‌شود؟

- (۱)  $5$  (۲)  $10$  (۳)  $15$  (۴)  $20$

۶۷- نمودار جرم باقی‌مانده برای یک ماده پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. پس از گذشت مدت زمان  $2t$ ، تقریباً چند درصد جرم اولیه این ماده متلاشی می‌شود؟



- (۱)  $97$

- (۲)  $94$

- (۳)  $87$

- (۴)  $75$



۶۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با هسته، نادرست است؟

(الف) انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی بستگی هسته نامیده می‌شود.

(ب) مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته، بیشتر از جرم هسته است.

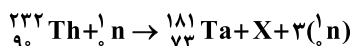
(ج) هر چه اختلاف جرم بین هسته یک اتم و مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر است.

(د) نوکلئون‌ها نیز می‌توانند با جذب انرژی به ترازهای انرژی بالاتر بروند و در نتیجه هسته برانگیخته می‌شود.

(ه) در هسته‌های سنگین و پایدار نسبت به هسته‌های سبک، نسبت  $\frac{Z}{N}$  عددی کوچک‌تر است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۹- در واکنش هسته‌ای زیر، تعداد نوکلئون‌های هسته X در کدام گزینه به درستی آمده است؟



(۱) ۱۷ (۲) ۳۲ (۳) ۴۹ (۴) ۱۸۱

۷۰- یک تار با دو انتهای بسته را با بسامد  $90^\circ\text{Hz}$  به نوسان در می‌آوریم و در طول آن ۶ گره ایجاد می‌شود. اگر طول این تار  $30\text{cm}$  و جرم آن  $20\text{g}$  باشد، اندازه نیروی کشش در تار چند نیوتون است؟

(۱)  $6/67\text{N}$  (۲)  $6/67\text{N}$  (۳)  $7/66\text{N}$  (۴)  $6/77\text{N}$

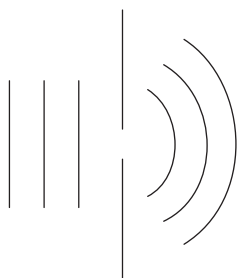
۷۱- در وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مدت زمانی که الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار می‌مانند، چند برابر مدت زمانی است که در حالت برانگیخته معمولی می‌مانند؟

(۱) ۱ (۲)  $10^5$  (۳)  $10^1$  (۴)  $10^{-5}$

۷۲- در شکل مقابل شکافی به طول  $7/5\text{cm}$  در مسیر انتشار موج تختی با بسامد  $180\text{Hz}$  قرار گرفته است. اگر تندی

انتشار موج در محیط برابر  $45\frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، طول موج پراشیده شده پس از عبور از شکاف چند سانتی‌متر است؟

(۱)  $50$  (۲)  $25$  (۳)  $12/5$  (۴)  $6/25$



۷۳- در پدیده سراب با نزدیک شدن جبهه‌های موج به سطح زمین، ضریب شکست هوا برای آن‌ها ..... می‌یابد و پرتوهای موج رو به ..... خم می‌شوند.

(۱) کاهش - بالا (۲) کاهش - پایین (۳) افزایش - بالا (۴) افزایش - پایین

۷۴- شخصی که در فاصله مشخصی از یک دیوار بلند ایستاده است، فریاد می‌زند ولی پژواک صدای خود را نمی‌شنود. فاصله شخص از دیوار

چند متر ممکن است باشد؟ (تندی صوت در هوا برابر با  $340\frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.)

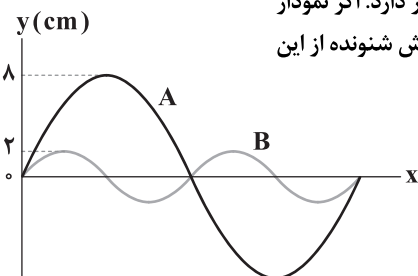
(۱)  $16/5$  (۲)  $17/1$  (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

۷۵- شنونده‌ای به ترتیب در فواصل  $d$  و  $2d$  از منبع‌های صوتی A و B که در یک محیط هستند، قرار دارد. اگر نمودار

جابه‌جایی مکان این دو موج به صورت مقابل باشد، اندازه اختلاف تراز شدت صوت رسیده به گوش شنونده از این

دو منبع برابر چند دسی‌بل است؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر کنید و  $\log 2 = 0/3$ )

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶



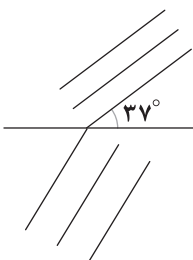
۷۶- در شکل مقابل جبهه‌های موج تختی به مرز دو محیط شفاف می‌تابند. اگر زاویه انحراف پرتو برابر با  $16^\circ$  و

تندی موج در محیط (۱)،  $30\frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، تندی موج در محیط (۲) چند متر بر ثانیه

است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ ,  $\sin 53^\circ = 0/8$ )

محیط (۱)  
محیط (۲)

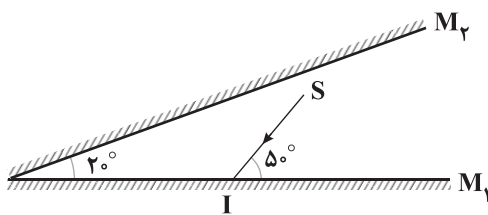
(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰





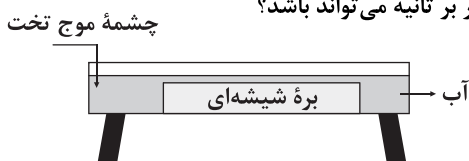


- ۷۷- مطابق شکل زیر، پرتوی نور SI به آینه تخت  $M_1$  تابیده و پس از بازتاب به آینه تخت  $M_2$  می‌تابد. پرتوی بازتاب نهایی از مجموعه دو آینه، با پرتوی SI زاویه چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازه کافی بلند است).



- (۱)  $180^\circ$   
(۲)  $140^\circ$   
(۳)  $170^\circ$   
(۴)  $130^\circ$

- ۷۸- مطابق شکل زیر، در یک تشت موج به کمک یک نوسان‌ساز تیغه‌ای که با بسامد  $20\text{ Hz}$  کار می‌کند، امواج تختی ایجاد می‌کنیم. اگر اکنون بُره‌ای شیشه‌ای را در کف تشت قرار دهیم، امواج در ورود به ناحیه کم‌عمق بالای بره شکست پیدا می‌کنند. اگر در ناحیه عمیق، فاصله بین دو برآمدگی متوالی موج برابر  $16\text{ cm}$  باشد، تندی موج در ناحیه کم‌عمق چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟



- (۱)  $3200$   
(۲)  $3100$   
(۳)  $320$   
(۴)  $310$

- ۷۹- در تار که طول آن  $40\text{ cm}$  و دو سر آن بسته است، موج ایستاده‌ای تشکیل شده است. برای آن‌که تعداد شکم‌های تشکیل شده در تار، ۴ واحد افزایش یابد، بسامد نوسان تار را تغییر می‌دهیم. اگر در این حالت طول موج  $10\text{ cm}$  کاهش یابد، تعداد گره‌های تشکیل شده در طول تار در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

- ۸۰- ضریب شکست محیط شفاف A برابر  $\frac{3}{4}$  و ضریب شکست محیط شفاف B برابر ۲ است. اگر یک پرتوی نور تک‌رنگ، مسافت  $40$  متر را در محیط A در مدت زمان  $t$  طی کند، این پرتو مسافت  $240$  متر در محیط B را در چه مدت زمانی طی می‌کند؟

- (۱)  $2t$  (۲)  $4t$  (۳)  $6t$  (۴)  $8t$



DriQ.com

شیمی



- ۸۱- درصد جرمی آب و سیلیس در یک نمونه خاک رس به ترتیب برابر با ۲۵ و ۴۰ است. اگر  $300$  گرم از آب موجود در این خاک را تبخیر کنیم،

درصد جرمی سیلیس به ۵۰ درصد می‌رسد. جرم آب موجود در خاک پس از تبخیر چند گرم است؟ ( $H=1, O=16, Si=28\text{ g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۷۵

- ۸۲- با توجه به مقادیر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور  $\text{NaCl}$ ،  $\text{LiF}$ ،  $\text{LiBr}$  و  $\text{KCl}$  که به ترتیب برابر  $787$ ،  $1050$ ،  $808$  و  $717$  کیلوژول بر مول است، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور  $\text{LiCl}$  و  $\text{KF}$  برحسب کیلوژول بر مول در کدام گزینه آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

- (۱)  $762, 942$  (۲)  $812, 942$  (۳)  $848, 762$  (۴)  $848, 812$

- ۸۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- اتم هر کدام از عنصرهای سازنده جامدهای کووالانسی دارای ۴ الکترون ظرفیتی هستند.
- مولکول‌های خطی می‌توانند از بیش از سه اتم تشکیل شده باشد و نیز می‌توانند در میدان الکتریکی جهت‌گیری کنند.
- ممکن است یک مولکول قطبی فقط از یک نوع اتم (یک عنصر) تشکیل شده باشد.
- برای موادی مانند الماس و سیلیسیم کربید نمی‌توان از واژه «جرم مولی» استفاده کرد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۸۴- با توجه به داده‌های زیر، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور حاصل از ترکیب کدام دو عنصر بیشتر است؟

• A: فعال‌ترین نافلز جدول تناوبی است.

- X: عنصری از دوره دوم جدول بوده که رتبه دوم شعاع یونی را در بین عنصرهای هم‌دوره دارد.
- D: عنصری از دوره سوم جدول بوده که کم‌ترین شعاع یونی را در بین عنصرهای هم‌دوره دارد.
- E: نخستین فلز اصلی جدول دوره‌ای است که دارای الکترون(های) با  $I=2$  است.

- (۱) A, D (۲) A, E (۳) X, D (۴) X, E

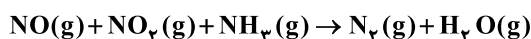
- ۸۵- اگر شعاع یون‌های پایدار عنصرهای  $^{34}\text{Se}$  و  $^{33}\text{V}$  برحسب پیکومتر به ترتیب برابر با ۱۹۵ و ۷۸ باشد، نسبت چگالی بار یون پایدار سلنیم به چگالی بار یون پایدار وانادیم به تقریب کدام است؟ (یون مورد نظر از وانادیم در حالت محلول، سبز رنگ است.)

- (۱)  $0.28$  (۲)  $0.42$  (۳)  $0.96$  (۴)  $0.64$





۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش موازنه‌نشده زیر درست است؟ ( $N=14, H=1; g.mol^{-1}$ )



- این واکنش مربوط به کاهش مقدار اکسیدهای نیتروژن و آمونیاک در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی است.
- پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، مجموع ضرایب اجزا برابر با ۹ است.
- اگر این واکنش در حجم ثابت انجام شود، فشار اجزای واکنش افزایش می‌یابد.
- به‌ازای مصرف ۱۰/۲ گرم آمونیاک،  $7/224 \times 10^{-23}$  الکترون مبادله می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۴- برای این‌که واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن به صورت انفجاری انجام شود، کدام مورد(ها) پیشنهاد می‌شود؟

(آ) در مخلوط واکنش، جرقه ایجاد کرد.

(ب) از پودر روی به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

(پ) از توری پلاتینی به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

(۱) فقط «ب» (۲) «آ»، «پ» (۳) «آ»، «ب» (۴) فقط «پ»

۹۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش‌های a و b درست است؟

ترفتالیک اسید  $\xrightarrow{\Delta}$  پتاسیم پرمگنات + پارازایلین a)

ترفتالیک اسید  $\xrightarrow{\text{کاتالیزگر}}$  اکسیژن + پارازایلین b)

- به‌ازای هر مول اکسنده، تغییر عدد اکسایش اکسنده در واکنش a، بیشتر از واکنش b است.

- واکنش a در مقایسه با واکنش b آسان‌تر انجام می‌شود.

- بازده واکنش a کم‌تر از واکنش b است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اتیل استات چسب را می‌تواند در خود حل کند.

- کلرواتان ترکیبی سیر شده است که به عنوان بی‌حس‌کننده موضعی از آن استفاده می‌شود.

- از تقطیر نفت خام می‌توان بنزن، اتن و پارازایلین را به دست آورد.

- تولید آمونیاک به روش هابر موجب طولانی‌تر شدن جنگ جهانی دوم شد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۷- برای افزایش درصد مولی فراورده در فرایند هابر، چه تعداد از موارد زیر کارایی دارند؟

- کاهش حجم سامانه

- افزودن گاز نجیب هلیوم به سامانه بسته

- خارج کردن مداوم فراورده از ظرف واکنش

- کاهش دمای سامانه

- استفاده از کاتالیزگر مناسب

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۸- اگر در تعادل گازی  $2SO_3(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g)$ ، دما کاهش یابد، چه تعداد از موارد زیر، رخ می‌دهد؟

- فشار سامانه کاهش می‌یابد.

- ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

- در لحظه کاهش دما، سرعت واکنش رفت کاهش و سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.

- تمایل سامانه برای رسیدن به محتوای انرژی کم‌تر، بیشتر می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- تعادل فرضی  $2A(g) \rightleftharpoons 2B(g) + C(g)$  با وارد کردن ۰/۸ مول A به ظرف ۲ لیتری آغاز شده است. اگر تا لحظه برقراری تعادل، درصد پیشرفت واکنش برابر ۴۰ باشد، ثابت تعادل واکنش کدام بوده و در این لحظه فشار سامانه چند برابر فشار اولیه است؟

(۱)  $1/4, 1/92 \times 10^{-2}$  (۲)  $1/6, 1/92 \times 10^{-2}$  (۳)  $1/4, 7/68 \times 10^{-2}$  (۴)  $1/6, 7/68 \times 10^{-2}$



۱۰۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- گیاهان نمی‌توانند نیتروژن را که یک عنصر ضروری برای رشد آن‌ها است به طور مستقیم از هوا جذب کنند.
- آمونیاک تنها ترکیب نیتروژن‌دار است که می‌تواند برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی به خاک اضافه شود.
- در دمای اتاق، واکنش میان گازهای  $N_2$  و  $H_2$  انجام نمی‌شود، اما با ایجاد جرقه، به سرعت انجام شده و به تعادل می‌رسد.
- اگر تغییری سبب به هم خوردن یک سامانه تعادلی شود، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا حد امکان اثر آن تغییر را جبران کند.

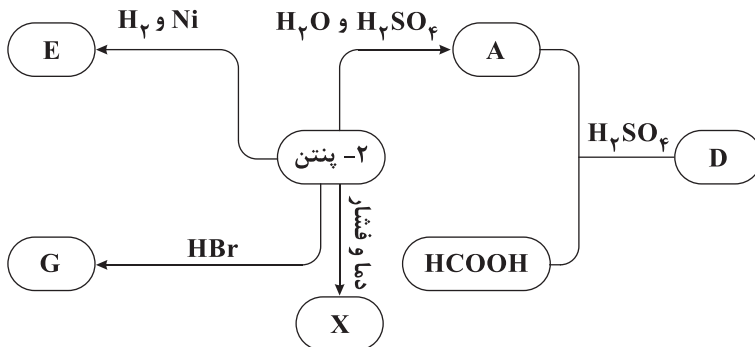
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۱- نمودار زیر مربوط به سنتز مواد مختلف از ۲- پنتن را نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهاد شده درست‌اند؟

- در ساختار ترکیب‌های E، G و X، تمامی پیوندها به صورت یگانه (ساده) است. ( $C=12$ ,  $H=1$ ,  $O=16$ ,  $Br=80$ :  $g.mol^{-1}$ )
- هر مولکول از ماده D شامل ۲۰ اتم است.

- در هر واحد تکرارشونده از ماده X، دو گروه  $-CH_3$  و یک گروه  $-CH_2-$  وجود دارد.

- تفاوت جرم مولی E و G کم‌تر از جرم مولی A است.



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۰۲- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) در تبدیل الکل‌ها به کتون‌ها، الکل‌ها در نقش کاهنده ظاهر می‌شوند.

(ب) می‌توان به کمک الکل‌ها، آمین‌ها را سنتز کرد.

(پ) هر ماده آلی شامل یک یا چند گروه عاملی است.

(ت) اصطلاح «خام فروشی» ویژه سوخت‌های فسیلی، منابع معدنی و فلزها بوده و برای سایر منابع مانند منابع کشاورزی صادق نیست.

۱) «آ»، «ب» ۲) «آ»، «ت» ۳) «ب»، «پ» ۴) «پ»، «ت»

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با PET درست است؟

- مونومرهای سازنده آن اتین گلیکول و یک دی‌اسید با فرمول  $C_8H_6O_4$  هستند.

- برای ساخت بطری‌های آب، نخست PET را تهیه کرده، سپس این پلیمر را به صورت خالص در قالب‌های ویژه‌ای می‌ریزند تا به شکل بطری درآید.

- نام کامل آن پلی‌اتیلن ترفتالیک بوده و جزو پلی‌استرها است.

- در هر واحد تکرارشونده از آن، پنج پیوند دوگانه وجود دارد.

- PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به موادی تبدیل می‌شود که می‌توان آن‌ها را برای تولید پلیمرها به کار برد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۱۰۴- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در پارازایلن کم‌تر از ترفتالیک اسید است؟

- نقطه ذوب

- انحلال‌پذیری در آب

- شمار جفت الکترون‌های پیوندی

- شمار مول‌های اکسیژن لازم برای سوختن کامل یک مول

- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن

- قدرت کاهندگی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۱۰۵- در روش تولید غیرمستقیم متانول از متان که طی دو مرحله انجام می‌شود، اگر  $560$  مترمکعب گاز متان در شرایط STP مصرف شود، برای

سوختن کامل هیدروژن باقی‌مانده در مرحله دوم، چند کیلوگرم گاز اکسیژن لازم است؟ ( $O=16 g.mol^{-1}$ )

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)



# آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۲۹

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
	هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	
۲	فیزیک ۳	۳۵	۴۶	۸۰	۵۰ دقیقه
۳	شیمی ۳	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری حسین نادری
	گسسته	مجدد فرهمندپور
	هندسه (۳)	مفید ابراهیم‌پور
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خونی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
	شیمی	پویا الفتی - میلاد عزیزی ایمان زارعی - رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحتی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه‌آر: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گل‌فر
حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی





## حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۸ روش اول:

$$\frac{a^2b^2 - 2a^2b + 2a^2 + 2ab - 2a + 1}{a(ab+1)}$$

$$= \frac{a^2b^2 + 2ab + 1 - 2a^2b - 2a + 2a^2}{a(ab+1)}$$

$$\frac{(ab+1)^2 - 2a(ab+1) + 2a^2}{a(ab+1)} = \frac{ab+1}{a} - 2 + \frac{2a}{ab+1}$$

اگر فرض کنیم  $\frac{ab+1}{a} = t > 0$ ، آن گاه:

$$\text{عبارت} = t + \frac{2}{t} - 2 \xrightarrow{\text{مشتق}} (\text{عبارت})' = 1 - \frac{2}{t^2} = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{کمترین مقدار عبارت} \xrightarrow{t=\sqrt{2}} \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$$

روش دوم:

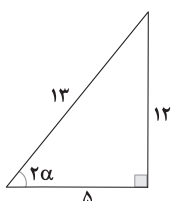
$$t > 0 \Rightarrow t + \frac{2}{t} \geq 2\sqrt{t \times \frac{2}{t}} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow t + \frac{2}{t} - 2 \geq 2\sqrt{2} - 2$$

$$f'(x) = 24 \cos 2x - 10 \sin 2x = 0$$

$$\Rightarrow f'(\alpha) = 24 \cos 2\alpha - 10 \sin 2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{12}{5} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{12}{13}, \cos 2\alpha = \frac{5}{13}$$



$$\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \times \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

۱۰ نکته: هرگاه دو نقطه هم‌عرض روی مشتق تابع درجه سوم وجود داشته باشد، طول نقطه عطف تابع میانگین آن دو طول است.

$$\text{طول نقطه عطف} = \frac{-2+6}{2} = 2$$

۱۱ چون تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  بر محور  $x$  مماس است، پس:

$$f(x) = a(x-2)^2$$

در نتیجه:

$$f(x) = a(x-2)^2 \Rightarrow f'(x) = 2a(x-2) \Rightarrow 12 = 2a(2) \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = 3(x-2)^2 \Rightarrow c = f(0) = 3(0-2)^2 = 12$$

$$2f'(2x) = 4xg(x) + (2x^2 + 3)g'(x)$$

$$\xrightarrow{x=1} 2f'(2) = 4g(1) + 5g'(1) \Rightarrow 2f'(2) = -8 \Rightarrow f'(2) = -4$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^{16} - 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = 16x^{15} \Rightarrow f''(x) = 240x^{14} \Rightarrow f''(1) = 240$$

## ریاضیات

۱ ۱

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x + a \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x + a = 4 \Rightarrow x^2 + 2x + a - 4 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4(a-4) = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 5 \Rightarrow f'(x) = 2x + 2 \Rightarrow f'(a) = f'(5) = 12$$

۲ ۴

$$m_d = f'(4) = \frac{4}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 16}{16 - x^2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2f(x)f'(x)}{-2x} = \frac{2 \times 4 \times \frac{1}{2}}{-2 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = x^3 - ax^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2ax$$

$$f'(1) \times f'(2) = -1 \Rightarrow (3 - 2a)(12 - 4a) = -1$$

$$\Rightarrow 18a^2 - 36a + 37 = 0 \Rightarrow a_1 + a_2 = 4/5$$

۴ ۴

$$f(x) = (x-2)^2 \Rightarrow f'(x) = 2(x-2)^2 \Rightarrow \text{شیب مماس} = 3$$

$$A \text{ خط مماس در نقطه } y-1 = 3(x-3) \Rightarrow y = 3x-8$$

$$(x-2)^2 = 3x-8 \Rightarrow x^2 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x-3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

۵ تابع  $f$  صعودی اکید است و هم‌چنین از ناحیه اول عبور می‌کند. بنابراین:

$$f(1) > 0, f'(1) > 0$$

در نتیجه:

$$g(x) = xf(x) \Rightarrow g'(x) = f(x) + xf'(x)$$

$$\Rightarrow g'(1) = f(1) + 1f'(1) > 0 \text{ صعودی}$$

$$h(x) = f^2(x+2) \Rightarrow h'(x) = 2f'(x+2)f^2(x+2)$$

$$\Rightarrow h'(-1) = 2f'(1)f^2(1) > 0 \text{ صعودی}$$

۶ ۱

$$\begin{cases} x^3 + 3x + m = 0 \Rightarrow \text{همواره فقط یک ریشه دارد.} \\ 3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه است.} \end{cases}$$

بنابراین تابع  $f$  یک نقطه بحرانی دارد.

$$x=5 \text{ و } x=1 \text{ طول‌های نقاط اکسترمم تابع می‌باشند، بنابراین:}$$

۷ ۱

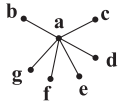
$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow \begin{cases} 1+5 = -\frac{2a}{3} \Rightarrow a = -9 \\ 1 \times 5 = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 15 \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1 \Rightarrow f(2) = 3$$



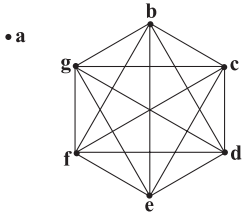


۲۰ ۲. گراف مرتبه ۷ که فاقد دور باشد و عدد احاطه‌گری آن برابر ۱ باشد، مطابق شکل رو به رو است.



مکمل این گراف، یک گراف ۲ بخشی است که یک بخش آن یک گراف  $K_6$  است و بخش دیگر آن گراف  $K_1$  است (یک رأس تنها).

هر مجموعه ۲ عضوی از زیرمجموعه‌های رئوس این گراف که یک رأس آن  $a$  و رأس دیگر، دلخواه باشد، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است بنابراین دارای ۶ مجموعه احاطه‌گر مینیمم می‌باشد.



۲۱ ۳. سه مدل عدد ۵ رقمی می‌توان ساخت:

حالت اول: دارای دو رقم ۱ و دو رقم ۲:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{3}{1} \times \frac{5!}{2! \times 2!} = 3 \times \frac{120}{2 \times 2} = 90$$

حالت دوم: فقط ۲ رقم مثل هم باشد:

$$\text{تعداد حالات} = \binom{2}{1} \binom{4}{3} \times \frac{5!}{2!} = 2 \times 4 \times 60 = 480$$

حالت سوم: هر ۵ رقم متفاوت باشند.

$$\text{تعداد حالات} = 5! = 120$$

$$\text{در نهایت داریم: کل اعداد ۵ رقمی} = 90 + 480 + 120 = 690$$

۲۲ ۱. جواب برابر، تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$  است.

$$\binom{n-1}{k-1} = \binom{9-1}{4-1} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow 1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

$$x_1 = 4 \Rightarrow 4 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 3 + 3 = 6$$

۲۴ ۳. ابتدا ستون اول به صورت  $(1, 2, 3, 4)$  و تنها به یک حالت پر می‌شود و سپس سطر دوم به صورت  $(3, 1, 2, 4)$  و تنها به یک حالت پر می‌شود.

۲			
۴	۲	۱	۳
۳			
۱			۲

سطر چهارم به ۲ حالت  $(2, 3, 4, 1)$  و  $(2, 4, 3, 1)$  می‌تواند پر شود

۱۴ ۲. در تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  باشد، آن‌گاه  $f(x) = f^{-1}(x)$ ، بنابراین در این تابع:

$$(f^{-1})'(\frac{1}{2}) = f'(\frac{1}{2})$$

$$f(x) = \frac{2x-3}{3x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{5}{(3x-2)^2} \Rightarrow f'(\frac{1}{2}) = 20$$

۱۵ ۴

$$f(3x+1) = (hog)(x) \Rightarrow 3f'(3x+1) = g'(x) \times h'(g(x))$$

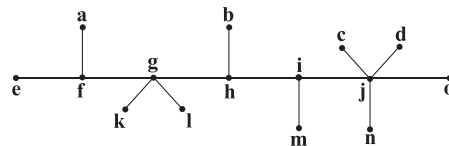
$$\xrightarrow{x=-1} 3f'(-2) = g'(-1) \times h'(g(-1))$$

$$\Rightarrow 3f'(-2) = 2 \times h'(4) \Rightarrow 3f'(-2) = 12 \Rightarrow f'(-2) = 4$$

۱۶ ۴. هر زیر مجموعه دو عضوی از مجموعه رئوس یک گراف ۴ - منتظم، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

$$\binom{6}{2} = 15$$

۱۷ ۱



$$\text{مجموعه احاطه‌گر مینیمم} = \{f, g, h, i, j\} \Rightarrow \gamma(G) = 5$$

مجموعه احاطه‌گر مینیمال با بیشترین عضو

$$= \{a, b, c, d, e, k, l, m, n, o\} \Rightarrow 10 \text{ عضو}$$

در این گراف حداقل تعداد عضو مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضو و بیشترین تعداد عضو مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۱۰ عضو دارد.

۱۸ ۳. عدد احاطه‌گری گراف‌های  $C_n$  و  $P_n$  برابر  $\lceil \frac{n}{3} \rceil$  است،

بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \lceil \frac{n}{3} \rceil = 5 &\Rightarrow 4 < \frac{n}{3} \leq 5 \Rightarrow 12 < n \leq 15 \Rightarrow n_{\min} = 13 \\ \lceil \frac{m}{3} \rceil = 7 &\Rightarrow 6 < \frac{m}{3} \leq 7 \Rightarrow 18 < m \leq 21 \Rightarrow m_{\min} = 19 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow n_{\min} + m_{\min} = 32$$

۱۹ ۴. شکل گراف‌های با ۶ رأس و کم‌ترین تعداد یال که عدد احاطه‌گری آن‌ها برابر با ۲ باشد به صورت‌های زیر است:



$$\text{تعداد گراف‌های حالت A} = \binom{6}{1} \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 6 \times 5 \times 1 = 30$$

$$\text{تعداد گراف‌های حالت B} = \binom{6}{1} \binom{5}{2} \binom{3}{3} = 6 \times 10 \times 1 = 60$$

$$\text{تعداد گراف‌های حالت C} = \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 15 \times 6 \times 1 = 90$$

$$\Rightarrow \text{کل گراف‌ها} = 30 + 60 + 90 = 180$$



۲۷ اگر اعداد تاس‌ها را به ترتیب  $X_1, X_2, X_3, X_4$  فرض کنیم  
 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 10$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{n-1}{k-1} = \binom{9}{3} = 84$$

اما در این بین، چهار حالت  $(1, 1, 1, 7)$  و  $(1, 1, 7, 1)$  و  $(1, 7, 1, 1)$  و  $(7, 1, 1, 1)$  غیرقابل قبول است.

$$\text{تعداد جواب‌ها} = 84 - 4 = 80$$

۲۸ تعداد توابع پوشا از مجموعه  $n$  عضوی  $A$  بر روی مجموعه ۲

عضوی برابر  $(2^n - 2)$  است و بر روی مجموعه ۳ عضوی برابر  $(3^n - 3 \times 2^n + 3)$  است.

اگر تابع شامل  $(1, 1)$  باشد ۲ حالت داریم:

حالت اول: توابع پوشا از مجموعه  $\{2, 3, 4, 5\}$  بر روی مجموعه  $\{1, 2, 3\}$

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 81 - 48 + 3 = 36$$

حالت دوم: توابع پوشا از مجموعه  $\{2, 3, 4, 5\}$  بر روی مجموعه  $\{2, 3\}$

$$2^4 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$\text{تعداد کل توابع پوشا} = 36 + 14 = 50$$

۲۹ تعداد توابع یک به یک از مجموعه  $m$  عضوی  $A$  بر روی

مجموعه  $n$  عضوی (به شرط  $n \geq m$ ) برابر  $\frac{n!}{(n-m)!}$  است.

$$\frac{10!}{(10-7)!} = \frac{10!}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{6} = 15 \times 8!$$

۳۰ اگر از کلاس اول ۷ دانش آموز و از کلاس دیگر ۹ دانش

آموز انتخاب کنیم، ۴۳ دانش آموز انتخاب کرده‌ایم و تا حالا از هیچ کلاسی ۱۰ دانش آموز انتخاب نشده‌اند، دانش آموز ۴۴ حتماً تعداد دانش آموزان یک کلاس را به ۱۰ نفر می‌رساند.

۳۱ چون مرکز دایره‌ها روی سهمی و از کانون عبور می‌کنند پس بر

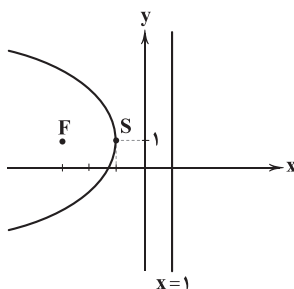
خط هادی سهمی مماس هستند بنابراین:

$$y^2 + 2y + 1 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow (y+1)^2 = 8x - 8$$

$$\Rightarrow (y+1)^2 = 8(x-1) \Rightarrow S(1, -1), a=2$$

بنابراین سهمی افقی و خط هادی آن  $x = -1$  است.

۳۲



می‌دانیم معادله سهمی افقی رو به چپ به صورت  $(y-\beta)^2 = -4a(x-\alpha)$  است.

$$a=2 \Rightarrow (y-1)^2 = -4(2)(x+1)$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x - 8 \Rightarrow y^2 - 2y + 8x = -9$$

حالت اول: اگر سطر چهارم با  $(2-3-4-1)$  پر شود:

۲			
۴	۲	۱	۳
۳			
۱	۴	۳	۲

ستون دوم به صورت  $(4-2-1-3)$  و تنها یک حالت پر می‌شود و ستون چهارم به صورت  $(2-3-4-1)$  و ستون سوم به صورت  $(3-2-4-1)$ .

۲	۳	۴	۱
۴	۲	۱	۳
۳	۱	۲	۴
۱	۴	۳	۲

حالت دوم: اگر سطر چهارم با  $(1-3-4-2)$  پر شود، ستون سوم تنها به صورت  $(4-2-3-1)$  پر می‌شود و برای ستون دوم حالت  $(1-2-4-3)$  یا  $(3-2-4-1)$  و ستون چهارم هم با دو حالت  $(2-3-4-1)$  یا  $(4-3-1-2)$  پر می‌شود.

۲	۱	۳	۴
۴	۲	۱	۳
۳	۴	۲	۱
۱	۳	۴	۲

بنابراین به ۳ صورت مربع لاتین می‌شود.

۲۵ مجموع هر سطر مربع‌های لاتین  $A$  و  $B$  برابر

$$(1+2+3+4+5=15) \text{ و چون } 5 \text{ سطر داریم مجموع کل درایه‌ها برابر } 5 \times 15 = 75 \text{ است.}$$

مجموع درایه‌های مربع لاتین  $B$  + مجموع درایه‌های مربع لاتین  $A$   $= 75 + 75 = 150$

در مربع تلفیقی  $AB$  اعداد  $11, 12, \dots, 15$  و  $21, 22, \dots, 25$  و  $51, 52, \dots, 55$  وجود دارد.

$$\left. \begin{aligned} 20 \text{ تا } 10 \text{ مجموع اعداد} &= 50 + (1+2+3+4+5) = 65 \\ 30 \text{ تا } 20 \text{ مجموع اعداد} &= 100 + (1+2+3+4+5) = 115 \\ 40 \text{ تا } 30 \text{ مجموع اعداد} &= 150 + (1+2+3+4+5) = 165 \\ 50 \text{ تا } 40 \text{ مجموع اعداد} &= 200 + (1+2+3+4+5) = 215 \\ 60 \text{ تا } 50 \text{ مجموع اعداد} &= 250 + (1+2+3+4+5) = 265 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های مربع تلفیقی} = 825$$

$$825 - 150 = 675$$

۲۶ گراف با ۵ رأس حداکثر  $\binom{5}{2} = 10$  یال دارد و چون هر یال

در گراف ساده ۲ وضعیت دارد (یا وجود دارد و یا وجود ندارد)

بنابراین  $2^4 = 16$  گراف می‌توانیم بسازیم.

اگر گراف‌هایی را که در رأس  $a, b$  و  $c$  ایزوله هستند به ترتیب با مجموعه‌های

$$|A|=|B|=|C|=2^6=64$$

$A, B$  و  $C$  نمایش دهیم:

$$|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = 2^3 = 8$$

$$|A \cap B \cap C| = 2^1 = 2$$

$$|A \cup B \cup C|$$

بنا به رابطه اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$= 3 \times 64 - 3 \times 8 + 2 = 170$$

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cup B \cup C| = 16 - 170 = 854$$



**۳۷** نکته: یک بردار با محوری زاویه بزرگتر می‌سازد که مولفه  
نظیر آن محور در بردار کمترین مقدار را داشته باشد.

$$3v_1 + v_2 = (6, 3, -2)$$

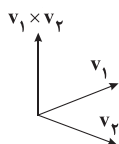
چون  $-2$  کمترین مولفه بردار حاصل است، پس زاویه با محور  $z$  بزرگتر است.

**۳۸** اگر  $u = (2x, y, 3z)$ ,  $v = (1, -6, 1)$  فرض شود، طبق  
نامساوی کوشی - شوارتز داریم:

$$\begin{aligned} |u \cdot v| &\leq \|u\| \|v\| \Rightarrow |2x - 6y + 3z| \leq \sqrt{4x^2 + y^2 + 9z^2} \times \sqrt{1 + 36 + 1} \\ \Rightarrow \sqrt{76} &\leq \sqrt{4x^2 + y^2 + 9z^2} \times \sqrt{38} \Rightarrow \sqrt{4x^2 + y^2 + 9z^2} \geq \sqrt{2} \\ \xrightarrow{\text{توان } 2} 4x^2 + y^2 + 9z^2 &\geq 2 \end{aligned}$$

بنابراین کمترین مقدار عبارت ۲ است.

**۳۹** برداری که بر هر دو بردار  $v_1$  و  $v_2$  عمود باشد، ضرب خارجی  
دو بردار یا هر مضربی از آن می‌باشد.



$$\begin{aligned} v_1 &= (1, 2, -1) \\ v_2 &= (3, 1, -1) \\ v_1 \times v_2 &= (-1, -2, -5) \end{aligned}$$

بردار  $(1, 2, 5)$  قرینه  $v_1 \times v_2$  است.

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |a \times b| = 5 \Rightarrow |a \times b| = 10$$

$$(a \cdot b)^2 + |a \times b|^2 = |a|^2 |b|^2 \Rightarrow (a \cdot b)^2 = 144 - 100 = 44$$

$$\bar{b} \text{ طول تصویر بردار } \bar{a} \text{ در راستای بردار } \bar{b} = \frac{|a \cdot b|}{|b|} = \frac{\sqrt{44}}{2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

**۴۱**

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |u \times v| = \frac{1}{2} \|u\| \|v\| \sin \theta = 2 \cdot \sin \theta = 12$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$|u - v|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2u \cdot v = 25 + 64 - 2 \times 8 \times 5 \cos \theta = 25$$

$$\Rightarrow |u - v| = 5$$

**۴۲**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (1, 2, 1) \\ \overrightarrow{AC} &= (-3, 2, -3) \\ \Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = (-8, 8, 8) \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{64 + 64 + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{192} = 4\sqrt{3}$$

$$|c| = |3a - b| \Rightarrow |c|^2 = (3a - b) \cdot (3a - b)$$

$$\Rightarrow |c|^2 = 9|a|^2 - 6a \cdot b + |b|^2$$

$$\Rightarrow 49 = 9(16) - 6a \cdot b + 25 \Rightarrow a \cdot b = 2$$

$$|a - b|^2 = (a - b) \cdot (a - b) = |a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2$$

$$= 16 - 2 \times 2 + 25 = 19$$

**۳۳** ابتدا سهمی را استاندارد می‌کنیم. برای راحتی کار به جای  $a$   
متغیر  $k$  را قرار می‌دهیم.

$$y^2 - ky = 2x \Rightarrow y^2 - ky + \frac{k^2}{4} = 2x + \frac{k^2}{4}$$

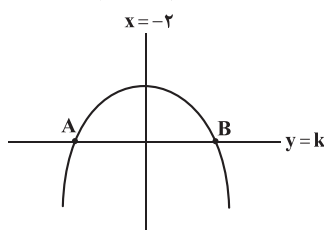
$$\Rightarrow \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 2\left(x + \frac{k^2}{4}\right) \Rightarrow S \begin{vmatrix} -\frac{k^2}{4} \\ \frac{k}{2} \end{vmatrix}, 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{k^2}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{k^2}{4} = \frac{4}{2} \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$$

**۳۴** برای اجتناب از اشتباه  $a$  را  $k$  در نظر می‌گیریم.

$$y = -x^2 + kx + 3 \Rightarrow x^2 - kx - 3 = -y$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{k}{2}\right)^2 = \frac{k^2}{4} + 3 - y \Rightarrow \left(x - \frac{k}{2}\right)^2 = -\left(y - \frac{k^2}{4} + 12\right)$$



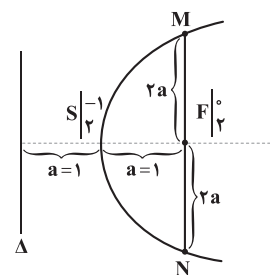
بنابراین سهمی قائم و تقعر آن رو به پایین است و رأس  
سهمی  $S\left(\frac{k}{2}, \frac{k^2}{4} + 12\right)$  می‌باشد.

$$\frac{k}{2} = -2 \Rightarrow k = -4$$

**۳۵** ابتدا سهمی را استاندارد می‌کنیم تا فاصله کانونی  $(a)$  به دست آید.

$$y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$$

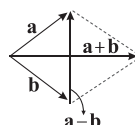
سهمی افقی رو به راست است.



$$\begin{aligned} M & \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{vmatrix} \\ N & \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \end{aligned} \Rightarrow \text{مجموع عرض‌ها} = 4 + 0 = 4$$

**۳۶** می‌دانید که:

الف) بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطره‌های متوازی‌الاضلاع می‌باشند.



ب)  $(a+b) \perp (a-b) \Leftrightarrow |a| = |b|$  یعنی متوازی‌الاضلاع، لوزی خواهد بود.

$$|b| = \sqrt{4 + 16 + 4} = \sqrt{24}$$

$$\vec{2a} = (4, -2, 2) \Rightarrow |2a| = \sqrt{16 + 4 + 4} = \sqrt{24}$$

بنابراین متوازی‌الاضلاع حاصل لوزی خواهد بود پس قطرها بر هم عمودند.



۴۴ ۲ می دانید که:

الف) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ساخته می شود برابر  $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$  است.ب) برای هر سه بردار  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  داریم:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

حال داریم:

$$V = |\vec{a} \cdot ((\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{b} - \vec{c}))| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{b} - \vec{c} \times \vec{c})|$$

$$= |\vec{a} \cdot 2(\vec{c} \times \vec{b})| = |2\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})| = 2 \times 3 = 6$$

۴۵ ۱

$$A = (3, 2, 1), B = (0, 1, -1), C = (4, 1, k), D = (1, 2, -1)$$

$$\vec{AB} = B - A = (-3, -1, -2)$$

$$\vec{AC} = C - A = (1, -1, k-1)$$

$$\vec{AD} = D - A = (-2, 0, -2)$$

اگر سه بردار ساخته شده در یک صفحه قرار گیرند، آنگاه ضرب مختلط سه بردار برابر صفر است.

$$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & k-1 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = (-6 + 2k - 2) - (-4 + 2) = 0 \Rightarrow -8 + 2k + 2 = 0 \Rightarrow k = 3$$

## فیزیک

۴۶ ۳ طبق اطلاعات داده شده در سؤال، نصف تعداد فوتون های

تابیده شده به سطح فلز توسط آن جذب می شود و انرژی فلز ۱۲J افزایش می یابد، بنابراین اگر تمام فوتون ها جذب فلز شوند، انرژی فلز ۲۴J افزایش می یابد، بنابراین:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E \times \lambda}{hc} = \frac{24 \times 6600 \times 10^{-10}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 8 \times 10^{19}$$

۴۷ ۴ کوتاه ترین طول موج در حالتی است که الکترون از  $n = \infty$ به  $n' = 2$  بیاید. بنابراین انرژی گسیل شده در جابه جایی از  $n = \infty$  به  $n' = 2$  به کمک رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\Delta E = E_n - E_{n'} = -\frac{E}{n^2} - \left(-\frac{E}{\infty^2}\right) \Rightarrow \Delta E = -E \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) \Rightarrow \Delta E = -\frac{E}{4}$$

$$\frac{\Delta E = \frac{hc}{\lambda}}{\lambda} \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = -\frac{E}{4} \Rightarrow \lambda = -\frac{4hc}{E}$$

۴۸ ۳ پدیده فوتوالکتریک برای این فلز به ازای بسامد  $f$  رخ دادهاست، بنابراین به ازای بسامد  $2f$  نیز پدیده فوتوالکتریک برای این فلز رخ می دهد. افزایش بسامد نور، تأثیری در تعداد فوتوالکتریک ها ندارد، اما با افزایش تعداد فوتون های نور فرودی، تعداد فوتوالکتریک ها افزایش می یابد. با توجه به این که تعداد فوتون های نور فرودی ۴ برابر شده است، بنابراین تعداد فوتوالکتریک ها نیز ۴ برابر می شود.۴۹ ۳ الکترون در ابتدا در  $n = 2$  می باشد و طبق خواسته سؤال قراراست به تراز  $n = 4$  برود و این جابه جایی مربوط به خط دوم رشته بالمر می باشد.

۵۰ ۱ برای محاسبه مقدار انرژی فوتون تابش شده از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\Delta E = -E_R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow -13.6 \text{ eV} = -13.6 \text{ eV} \times \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{-13.6 \text{ eV}}{-13.6 \text{ eV}} = \frac{24}{25}$$

بررسی گزینه ها:

$$۱) \frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25} = \frac{4}{25} \quad (\checkmark)$$

$$۲) \frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{25} = \frac{25-4}{100} = \frac{21}{100} \quad (\times)$$

$$۳) \frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = \frac{15}{16} \quad (\times)$$

$$۴) \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{4-1}{16} = \frac{3}{16} \quad (\times)$$

۵۱ ۱ اگر پرتوی نور سفید بعد از عبور از یک گاز ملتهب وارد دستگاه طیف سنج شود، طیف جذبی حاصل می شود.

۵۲ ۳ به کمک اطلاعات نقطه داده شده روی نمودار، تابع کار فلز را محاسبه می کنیم، بنابراین:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow 11 = 15 - W_0 \Rightarrow W_0 = 4 \text{ eV}$$

حال اگر انرژی فوتون فرودی بر این فلز ۱۴eV باشد، داریم:

$$K'_{\max} = hf' - W_0 = \frac{hf = 14 \text{ eV}}{W_0 = 4 \text{ eV}} \rightarrow K_{\max} = 14 - 4 = 10 \text{ eV}$$

۵۳ ۳ ابتدا مسیریایی که به  $E_1$ ,  $E_2$  و  $E_3$  مربوط می شوند را تعیین می کنیم:

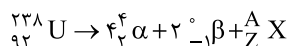
$$E_1: n = 6 \rightarrow n' = 2$$

$$E_2: n = 6 \rightarrow n' = 3$$

$$E_3: n = 3 \rightarrow n' = 2$$

با دقت در اعداد حاصل متوجه می شویم که رابطه  $E_1 = E_2 + E_3$  صحیح است.

۵۴ ۱ ابتدا معادله مربوط به واپاشی را می نویسیم:



رابطه بین اعداد اتمی و اعداد جرمی را نوشته و A و Z را محاسبه می کنیم:

$$238 = 4 + 234 \Rightarrow A = 234$$

$$92 = 4 + 88 \Rightarrow Z = 88$$

بنابراین تعداد نوترون های عنصر X برابر است با:

$$n = A - Z = 234 - 88 = 146$$

۵۵ ۱ نیمه عمر این ماده ۲ ساعت می باشد، بنابراین در بازه X

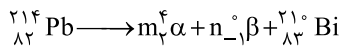
تا  $X + 4$  ساعت، ۲ نیمه عمر سپری شده است و تعداد هسته های ماده ۲ بار نصف شده است، بنابراین:

$$T_1 \xrightarrow{2} \frac{1}{2} T_1 \xrightarrow{2} \frac{1}{4} T_1$$

به عبارتی بعد از ۴ ساعت، ۶/۲۵ درصد از تعداد هسته های اولیه این ماده باقی می ماند، بنابراین ۹۳/۷۵ درصد از تعداد هسته های اولیه این ماده واپاشی شده است.



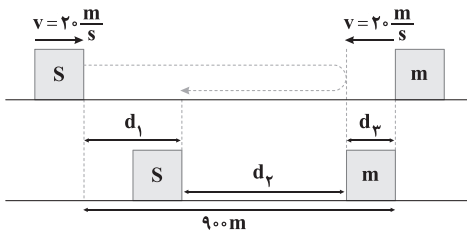
۶۲ ۱ ابتدا معادلهٔ مربوط به این واپاشی را می‌نویسیم و سپس به کمک معادلهٔ بین اعداد اتمی و اعداد جرمی،  $m$  و  $n$  را محاسبه می‌کنیم.



$$214 = 4m + 0 + 210 \Rightarrow m = 1$$

$$82 = 2m - n + 83 \Rightarrow 2m - n = -1 \xrightarrow{m=1} 2 - n = -1 \Rightarrow n = 3$$

۶۳ ۲ طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:



$$\begin{cases} \text{جابه جایی منبع صوت: } d_1 = 20t \quad (*) \\ \text{جابه جایی مانع: } d_2 = 20t \\ \text{مسافت طی شده توسط صوت: } d_1 + 2d_2 = 300t \\ (*) \rightarrow 20t + 2d_2 = 300t \Rightarrow d_2 = 140t \end{cases}$$

بنابراین:  $d_1 + d_2 + d_2 = 900 \Rightarrow 20t + 140t + 20t = 900 \Rightarrow t = 5\text{ s}$

در نتیجه مسافت طی شده توسط منبع صوت برابر است با:

$$d_1 = 20 \times t = 20 \times 5 = 100\text{ m}$$

### ۶۴ ۳ بررسی عبارت‌ها:

(الف) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته نیز مانند انرژی الکترون‌های وابسته به اتم، کوانتیده است و نوکلئون‌های درون هسته نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند. (✖)

(ب) هر نوکلئون فقط به نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند. (✖)

(ج) هستهٔ پایدار با بیشترین تعداد پروتون ( $Z = 83$ ) متعلق به بیسموت ( ${}_{83}^{209}\text{Bi}$ ) است. (✓)

(د) جرم هسته در حالت برانگیخته برابر با جرم هسته در حالت پایه است. (✖)

۶۵ ۱ شیب پاره‌خط واصل  $A$  و  $B$  برابر  $-1$  است، پس این دو عنصر عدد جرمی یکسانی دارند:

$$A_B = A_A = 16 \xrightarrow{Z_B = N_B} Z_B = 8$$

بنابراین بار الکتریکی هر هستهٔ  $B$  برابر است با:

$$q_B = ne = Z_B e = 8 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.28 \times 10^{-18}\text{ C}$$

۶۶ ۲ از آن جایی که  $\frac{31}{32}$  تعداد هسته‌های اولیه واپاشی شده،

بنابراین  $\frac{1}{32}$  تعداد هسته‌های اولیه باقی‌مانده است.

$$N_{\text{باقی مانده}} = \frac{1}{32} N_0$$

به کمک رابطهٔ  $N_{\text{باقی مانده}} = \frac{N_0}{2^n}$ ، تعداد نیمه‌عمر سپری‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{N_0}{32} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 5$$

بنابراین ۵ نیمه‌عمر سپری شده که معادل ۱۰ ساعت می‌باشد.

۵۶ ۳ گداخت هسته‌ای در دما و فشار بسیار بالا (مانند خورشید)

رخ می‌دهد.

۵۷ ۲ فاصلهٔ کانون زمین‌لرزه تا دستگاه لرزه‌نگار برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \Delta t = \frac{10 \times 8}{10 - 8} \times 120 = 4800\text{ km}$$

۵۸ ۳ اگر از یک چشمهٔ صوتی،  $3\text{ m}$  دور شویم، تراز شدت صوت

۴۰ دسی‌بل کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$\Delta \beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \Delta \beta = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20 \log \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{\Delta \beta = -4\text{ dB}}{r_2 = r_1 + 3} \rightarrow -40 = 20 \log \left(\frac{r_1}{r_1 + 3}\right)$$

$$\Rightarrow 10^{-2} = \frac{r_1}{r_1 + 3} \Rightarrow \frac{r_1 + 3}{r_1} = 100$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{3}{99} = \frac{1}{33}\text{ m}$$

۵۹ ۳ توان با مربع دامنه و مربع فرکانس رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{P_{\text{av}_2}}{P_{\text{av}_1}} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \left(\frac{3A_1}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{\frac{1}{4}f_1}{f_1}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

دقت کنید: دوره و بسامد با یکدیگر رابطهٔ معکوس دارند، بنابراین اگر دوره ۴

برابر شود، فرکانس  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود.

۶۰ ۴ در رشتهٔ لیمان، کوتاه‌ترین طول موج به ازای  $n = \infty$  و

بلندترین طول موج به ازای  $n = 2$  اتفاق می‌افتد، بنابراین با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{1}{100} \times \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{400}{3}\text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{100} \times \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 100\text{ nm} \end{cases}$$

اختلاف این دو طول موج برابر است با:

$$\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3}\text{ nm}$$

۶۱ ۲ ابتدا به کمک توان ( $P$ ) و بازده لامپ ( $R_a$ )، توان مفید

لامپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = P \times \frac{R_a}{100} = 24 \times \frac{50}{100} = 12\text{ W}$$

پس برای محاسبهٔ تعداد فوتون‌های گسیل‌شده از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} E = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow P_{\text{مفید}} t = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{P_{\text{مفید}} t \lambda}{hc} \\ E = P_{\text{مفید}} t \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = \frac{12 \times 60 \times 496}{1240 \times 10^{-9} \times 10^{-19}} = 1.8 \times 10^{19} = 1.8 \times 10^{21}$$

دقت کنید: واحد  $hc$  برابر  $\text{eV} \cdot \text{nm}$  می‌باشد، بنابراین طول موج برحسب  $\text{nm}$

جای‌گذاری می‌شود و همچنین  $hc$  در  $1.6 \times 10^{-19}$  ضرب می‌شود تا به ژول تبدیل شده و با واحد صورت هم‌خوانی داشته باشد.



۷۳ ۱) هوای نزدیک به سطح زمین گرم‌تر از هوای بالای آن است. از طرفی چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست می‌شود. با پایین آمدن پرتوهای نور، آن‌ها با ضریب شکست کوچک‌تر و کوچک‌تری روبه‌رو می‌شوند و در هر مرحله با دور شدن از خط عمود، بیشتر و بیشتر به سمت افق خم می‌شوند. وقتی پرتوها در نزدیکی سطح زمین تقریباً افقی می‌شوند به سمت بالا خم می‌دارند.

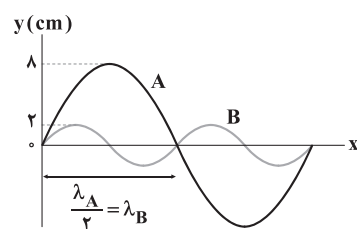


۷۴ ۱) حداقل زمانی که لازم است تا انسان صدای صوت اصلی را از پژواک آن تشخیص دهد برابر با  $0.18$  s است. با توجه به این‌که شخص صدای پژواک را تشخیص نداده به این معنی است که پژواک زودتر از  $0.18$  s به گوش او رسیده است، بنابراین:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow d = \frac{340 \times 0.1}{2} = 17 \text{ m}$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها ممکن است شخص در فاصله  $16.5 \text{ m}$  از دیوار ایستاده باشد.

۷۵ ۳) تندی امواج به ویژگی‌های محیطی بستگی دارد، بنابراین با توجه به این‌که دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند، پس دارای تندی‌های برابر هستند. به کمک نمودار می‌توانیم نسبت بسامد این دو موج صوتی را محاسبه کنیم:



$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{ثابت } v} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 2$$

شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه رابطه مستقیم و با مجذور فاصله رابطه عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{A}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2d}{d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 16 \times \frac{1}{4} \times 4 = 16$$

پس خواهیم داشت:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10 \log 16 = 10 \log 2^4 = 40 \log 2$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 40 \times 0.3 = 12 \text{ dB}$$

۶۷ ۲) با توجه به نمودار داده‌شده، در مدت زمان  $t$ ، جرم ماده پرتوزا از  $m_0$  به  $\frac{m_0}{4}$  رسیده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{4} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 2$$

در نتیجه در این مدت زمان، دو نیمه‌عمر سپری شده است.  $t = nT = 2T$ . بنابراین با گذشت مدت زمان  $2t$ ، در واقع ۴ نیمه‌عمر طی می‌شود. برای محاسبه جرم باقی‌مانده پس از طی شدن ۴ نیمه‌عمر داریم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} = \frac{m_0}{2^4} = \frac{m_0}{16}$$

جرم متلاشی شده پس از گذشت ۴ نیمه‌عمر برابر است با:

$$\text{جرم متلاشی شده} = m_0 - \frac{m_0}{16} = \frac{15}{16} m_0$$

درصد جرم متلاشی شده پس از گذشت ۴ نیمه‌عمر برابر است با:

$$\frac{15}{16} \times 100 \approx 93.75\%$$

۶۸ ۱) تمام عبارتها صحیح هستند.

۶۹ ۳) نوترون‌ها و پروتون‌های یک هسته، نوکلئون نامیده می‌شوند، بنابراین تعداد نوکلئون‌های هر هسته برابر با عدد جرمی آن هسته است. با موازنه عددهای جرمی در دو طرف واکنش می‌توان نوشت:

$$232 + 1 = 181 + A + 3 \Rightarrow A = 49$$

۷۰ ۴) تعداد گره‌ها همواره یکی بیشتر از تعداد شکم‌ها است، بنابراین  $n = 5$  است.

با توجه به رابطه بسامد تشدیدی تار با دو انتهای بسته داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_5 = \frac{5v}{2L} \Rightarrow 900 = \frac{5 \times v}{2 \times 0.3}$$

$$\Rightarrow 180 \times 2 \times 0.3 = v \Rightarrow v = 108 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه تندی انتشار موج عرضی در تار داریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 108 = \sqrt{\frac{F \times 0.3}{0.02}}$$

$$\Rightarrow 108 \times 108 \times 0.02 = F \times 0.3 \Rightarrow F = 777.6 \text{ N}$$

۷۱ ۲) مدت زمانی که الکترون‌ها در تراز شبه پایدار هستند، برابر با  $10^{-3} \text{ s}$  و مدت زمانی که الکترون‌ها در تراز برانگیخته معمولی هستند، برابر با  $10^{-8} \text{ s}$  است، بنابراین:

$$\frac{10^{-3}}{10^{-8}} = 10^5$$

**دقت کنید:** برای حل این سؤال نیازی به حفظ بودن اعداد نداشتیم و فقط باید می‌دانستیم که مدت زمانی که الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار هستند، بسیار طولانی‌تر از زمان‌هایی است که در ترازهای برانگیخته معمولی هستند.

۷۲ ۲) ابتدا طول موج را قبل از رسیدن موج به شکاف به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{45}{180} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

با عبور موج از شکاف، بسامد و تندی انتشار آن تغییری نمی‌کند، بنابراین طول موج آن نیز تغییر نمی‌کند و  $25 \text{ cm}$  باقی می‌ماند.



پس از تغییر بسامد نوسان تار، تعداد شکم‌های تشکیل شده در طول تار به  $n+4$  و طول موج  $\lambda-1^\circ$  می‌شود، در نتیجه داریم:

$$L = \frac{(n+4)(\lambda-1^\circ)}{2} \Rightarrow 4^\circ = \frac{(n+4)(\lambda-1^\circ)}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{n\lambda}{2} = \frac{(n+4)(\lambda-1^\circ)}{2} \Rightarrow n\lambda = n\lambda - 1^\circ n + 4\lambda - 4^\circ$$

$$\Rightarrow 4\lambda - 1^\circ n = 4^\circ$$

$$\frac{n\lambda}{2} = 4^\circ \Rightarrow \lambda = \frac{8^\circ}{n} \rightarrow 4 \times \frac{8^\circ}{n} - 1^\circ n = 4^\circ \Rightarrow 1^\circ n^2 + 4^\circ n - 32^\circ = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=4 \quad (\checkmark) \\ n=-8 \quad (\times) \end{cases}$$

بنابراین تعداد شکم‌های تشکیل شده در حالت دوم برابر با ۸ و در نتیجه تعداد گره‌های تشکیل شده در حالت دوم برابر با ۹ است.

با توجه به رابطه تعریف ضریب شکست داریم:

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{v_B}{v_A} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_B}{4^\circ} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_B \times t}{4^\circ} \Rightarrow v_B = \frac{3^\circ}{t}$$

در انتها مدت زمان طی کردن مسافت  $24^\circ$  متر در محیط B توسط پرتو را به دست می‌آوریم:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3^\circ}{t} = \frac{24^\circ}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 8t$$

### شیمی

۸۱ • مطابق داده‌های سؤال اگر  $100^\circ$  گرم از این خاک رس در

دسترس باشد، شامل  $25^\circ$  گرم  $H_2O$  و  $40^\circ$  گرم  $SiO_2$  است.

• اگر با تبخیر  $300^\circ$  گرم آب، درصد جرمی سیلیس به  $5^\circ$  برسد، می‌توان نوشت:

$$5^\circ = \frac{40^\circ g SiO_2}{(100-m)g \text{ رس خاک}} \times 100 \Rightarrow m = 2^\circ g H_2O \text{ (تبخیر شده)}$$

$$3^\circ g H_2O \times \frac{100^\circ g \text{ رس خاک}}{2^\circ g H_2O} = 300^\circ g H_2O \text{ (نمونه اولیه) رس خاک}$$

$$= 1500^\circ g \text{ رس خاک (نمونه اولیه)}$$

$$3^\circ g H_2O \text{ (در نمونه اولیه)} \times \frac{25^\circ g H_2O}{100^\circ g \text{ رس خاک}} = 1500^\circ g \text{ رس خاک}$$

$$= 375^\circ g H_2O$$

$$3^\circ g H_2O \text{ (در نمونه نهایی)} = 375^\circ g H_2O - 300^\circ g H_2O = 75^\circ g H_2O$$

۸۲ • آنتالپی فروپاشی شبکه  $LiCl$  عددی بین آنتالپی فروپاشی

شبکه  $LiF$  و  $LiBr$  بوده و البته به  $LiBr$  نزدیک‌تر است. با توجه به گزینه‌ها، عدد  $848$  چنین ویژگی دارد.

• آنتالپی فروپاشی شبکه  $KF$  نیز باید از آنتالپی فروپاشی شبکه  $KCl$  و نیز  $NaCl$  بزرگ‌تر باشد که با توجه به گزینه‌ها عدد  $812$  چنین ویژگی دارد.

۷۶ زاویه بین جبهه موج تابش شده و سطح جداکننده، هم‌اندازه زاویه تابش و زاویه بین جبهه موج شکسته شده و سطح جداکننده، هم‌اندازه زاویه شکست است، بنابراین  $\theta_1 = 37^\circ$  است.

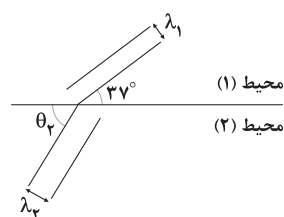
همان‌طور که در شکل می‌بینیم طول موج در محیط دوم بزرگ‌تر از طول موج در محیط اول است، بنابراین تندی موج افزایش یافته است.

$$\hat{D} = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 16^\circ = \theta_2 - 37^\circ \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

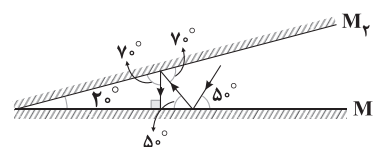
با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{3^\circ} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ}$$

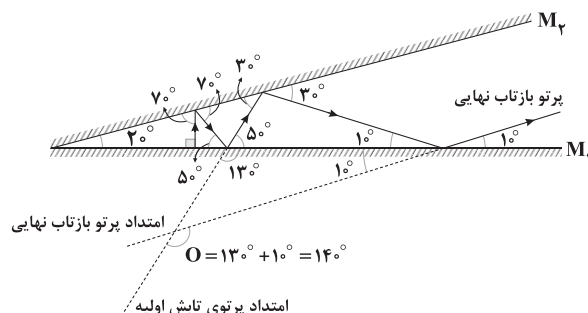
$$\Rightarrow \frac{v_2}{3^\circ} = \frac{4/5}{3/4} \Rightarrow \frac{v_2}{3^\circ} = \frac{4}{3} \Rightarrow v_2 = 4^\circ \frac{m}{s}$$



۷۷ می‌دانیم که زاویه بین پرتوی تابش با سطح مانع برابر با زاویه بین پرتوی بازتاب با سطح مانع است. با رعایت این نکته پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم.



چون دومین بازتاب، عمود بر آینه  $M_1$  است، پس روی خودش بر می‌گردد و چون طول آینه‌ها بلند است، پس داریم:



۷۸ ابتدا تندی موج را در ناحیه عمیق به دست می‌آوریم.

$$v = \lambda f = 16 \times 20 = 320^\circ \frac{cm}{s}$$

در ناحیه کم عمق تندی امواج از تندی امواج در ناحیه عمیق، کم‌تر است و با توجه به گزینه‌ها فقط در گزینه (۴) تندی کم‌تر از  $32^\circ \frac{cm}{s}$  است.

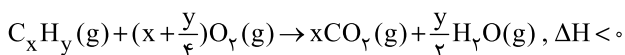
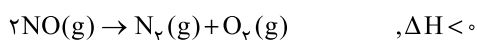
۷۹ با فرض این‌که تعداد شکم‌های تشکیل شده در طول تار  $n$  و طول موج امواج ایستاده  $\lambda$  باشد، داریم:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 40 = \frac{n\lambda}{2} \quad (1)$$

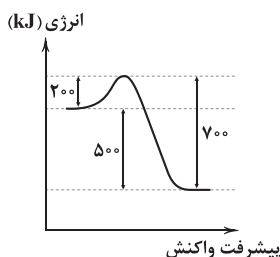


۹۱ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی موجب انجام سه واکنش شیمیایی زیر در کوتاه‌ترین زمان ممکن می‌شوند:

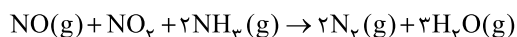


۹۲ ۴ مطابق داده‌های سؤال، نمودار انرژی - پیشرفت واکنش بدون حضور کاتالیزر به صورت زیر است:



اگر فاصله قله تا فراورده‌ها که برابر ۷۰۰ کیلوژول است به میزان ۴۰٪ کاهش یابد به این معنی است که ۲۸۰ کیلوژول سطح انرژی قله پایین بیاید. چنین چیزی ممکن نیست زیرا اگر این اتفاق رخ دهد، سطح انرژی قله تا واکنش‌دهنده‌ها هم باید ۲۸۰ کیلوژول کاهش یابد، در صورتی که تفاوت سطح انرژی قله تا واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر از این مقدار است.

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند. ۹۳ ۲



### بررسی عبارت‌های نادرست:

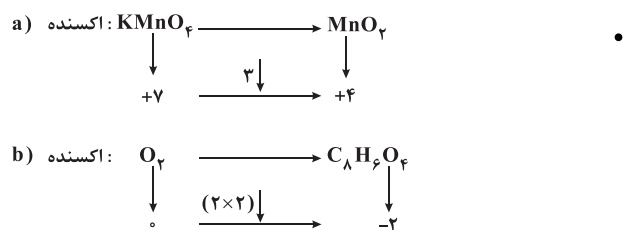
- این واکنش مربوط به کاهش مقدار اکسیدهای نیتروژن در میدل کاتالیستی خودروهای دیزل است.

$$\begin{aligned} ?e^- &= 10.2 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{3 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol NH}_3} \times \frac{9.0 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} \cdot \\ &= 1.08 \times 10^{24} e^- \end{aligned}$$

۹۴ ۲ واکنش میان گازهای  $H_2$  و  $O_2$  در حضور توری پلاتینی و با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود.

۹۵ ۲ فقط عبارت آخر درست است.

### بررسی عبارت‌های نادرست:



- اکسایش پارازایلین به کمک گاز  $O_2$  و در مجاورت کاتالیزگر، آسان تر از اکسایش آن توسط محلول غلیظ یتاسیم پرمگنات است.

۹۶ ۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارات‌ها درست هستند.

تولید آمونیاک به روش هابر موجب طولانی‌تر شدن جنگ جهانی اول شد.

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند. ۲ ۸۳

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- در جامد کووالانسی مانند  $\text{SiO}_2$ ، اتم عنصر O دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.
- برای هر ماده خالص، می‌توان از واژه «جرم مول» استفاده کرد.

عنصرهای A، X، D و E به ترتیب F، O، Al، ۳ ۸۴

و  $\text{Ga}^{3+}$  هستند. در بین کاتیون‌ها ( $\text{Ga}^{3+}$ ,  $\text{Al}^{3+}$ ) بیشترین چگالی بار مربوط به  $\text{Al}^{3+}$  و در بین آنیون‌ها ( $\text{F}^{-}$ ,  $\text{O}^{2-}$ ) نیز بیشترین چگالی بار مربوط به  $\text{O}^{2-}$  است. بنابراین آنتالپی فروپاشی شبکه بلور حاصل از  $\text{Al}$  و  $\text{O}$  در مقایسه با سه ترکیب دیگر بیشتر است.

۸۵ ۲ مطابق داده‌های سؤال فرمول یون‌های بایدار، عناصرهای مورد

نظر به صورت  $Se^{2-}_{34}$  و  $V^{3+}_{23}$  است.

$$\frac{\text{Se}^{2-} \text{ جگالی بار}}{\text{V}^{3+} \text{ جگالی بار}} = \frac{\frac{2}{(195)^3}}{\frac{3}{(78)^3}} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{78}{195}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0.042$$

۸۶ ۳ اتم سه عنصر  ${}_{52}A$ ،  ${}_{35}D$  و  ${}_{7}G$  که جزو نافلزها هستند، هنگامی که به یون یابدار تبدیل می‌شوند، شعاع آن‌ها افزایش می‌یابد.

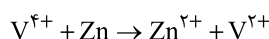
۸۷ ۲ عبارتهای سوم و چهارم درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- عدد کوئوردیناسیون هر یون در ترکیب‌های یونی مختلف می‌تواند متفاوت باشد.
- در بلورهای کوارتز ( $\text{SiO}_2$  خالص)، هر اتم O به دو اتم دیگر (Si) متصل است.

۸۸ ۳ عدد اکسایش و وانادیم در  $\text{VO}^{2+}$  برابر ۴+ است. فلز: Zn

حداکثر می‌تواند و نادیم را از عدد اکسایش  $+4$  به  $+2$  کاهش دهد.



$$\frac{0.1 \text{ L} \times 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{V}^{2+}}{1} = \frac{x \text{ g Zn}}{1 \times 65} \Rightarrow x = 0.13 \text{ g Zn}$$

۱۹ ۲ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارات‌ها درست هستند.

• ترکیب حاصل از عنصرهای A و X (همان S و O) می تواند  $\text{SO}_2$  (قطبی) یا  $\text{SO}_3$  (ناقطی) باشد.

• آلیاژی از دو عنصر D و E (همان Ti و Ni) به نیتینول معروف بوده که برای ساخت سازه فلزی در ارتودنسی به کار می‌رود.

• تاکنون هیچ یون تک‌اتمی از عنصرهای G و J (همان C و Si) شناخته نشده است.

• برای عنصر L (همان V) در ترکیبات مختلف، چهار نوع عدد اکسایش  $(+2, +3, +4, +5)$  می‌توان در نظر گرفت.

• ترکیبی از A و D ( $\text{TiO}_2$ ) وجود دارد که همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.

۹۰ ۲ عبارتهای دوم و سوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

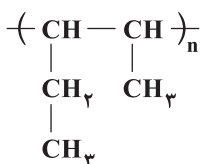
- در آب دریا، تیتانیم ماندگاری بیشتری در مقایسه با فولاد دارد.

- از نظر مقاومت در برابر خوردگی، وضعیت تیتانیوم، عالی و فولاد، ضعیف است.





- ترکیب D همان  $\text{HCOOC}_5\text{H}_{11}$  بوده که هر مولکول آن شامل  $20^\circ$  اتم است.  
• ساختار X به صورت زیر است:



- جرم مولی A، E و G به ترتیب ۸۸، ۷۲ و ۱۵۱ گرم بر مول است.

### ۱۰۲ ۱ بررسی عبارتهای نادرست:

- پ (ب) اغلب مواد آلی شامل گروه(های) عاملی هستند.  
ت (خامروشی برای منابع کشاورزی مانند پنبه نیز صادق است.

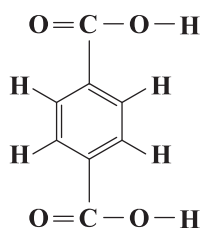
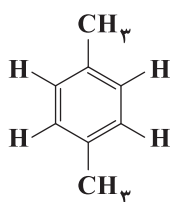
### ۱۰۳ ۴ فقط دو عبارت آخر درست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

- مونومرهای سازنده PET، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید ( $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ ) هستند.  
• برای ساخت بطریهای آب، نخست PET را تهیه کرده، سپس این پلیمر را به همراه برخی افزودنیها در قالبهای ویژه‌ای می‌ریزند تا به شکل بطری درآید.  
• نام کامل PET به صورت پلی‌اتیلن ترفتالات است.

- ۱۰۴ ۳ نقطه ذوب، انحلال‌پذیری در آب، شمار جفت الکترون‌های پیوندی و مجموع اعداد اکسایش کربن در پارازایلین ( $\text{C}_8\text{H}_{10}$ ) در مقایسه با ترفتالیک اسید ( $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ ) کم‌تر است.

- پارازایلین برخلاف ترفتالیک اسید از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده و جرم مولی آن نیز کم‌تر است بنابراین نقطه ذوب آن کم‌تر بوده و به میزان کم‌تری نیز در آب حل می‌شود.  
• هر مولکول پارازایلین و ترفتالیک اسید به ترتیب دارای ۲۱ و ۲۳ جفت الکترون پیوندی است:



- مجموع اعداد اکسایش کربن در پارازایلین و ترفتالیک اسید به ترتیب برابر با  $-10$  و  $+2$  است.

### ۱۰۵ ۱ معادله موازنه‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

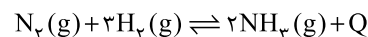
- a)  $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{CO}(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g})$   
b)  $\text{CO}(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_3\text{OH}(\text{l})$   
t)  $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_3\text{OH}(\text{l}) + \text{H}_2(\text{g})$   
c)  $2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$

- اگر ضرایب واکنش t را در عدد ۲ ضرب کنیم، در این صورت ضریب ماده مشترک این واکنش و واکنش c یعنی  $\text{H}_2$  یکسان می‌شود و می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد:

$$2\text{CH}_4 \sim 2\text{H}_2 \sim \text{O}_2$$

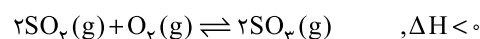
$$\frac{56 \times 10^3 \text{ kg CH}_4}{2 \times 22/4} = \frac{x \text{ kg O}_2}{1 \times 32} \Rightarrow x = 400 \text{ kg}$$

- ۹۷ ۳ برای افزایش درصد مولی آمونیاک در فرایند هابر، باید کاری کرد که تعادل در جهت رفت جابه‌جا شود:



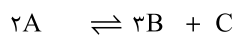
- کاهش حجم سامانه معادل افزایش فشار است که موجب می‌شود، تعادل در جهت رفت (تعداد مول گازی کم‌تر) جابه‌جا شود.  
• خارج کردن مداوم فراورده از ظرف واکنش، موجب جابه‌جایی تعادل در جهت رفت می‌شود.  
• کاهش دمای سامانه موجب جابه‌جا شدن تعادل در جهت رفت (جهت آزاد کردن گرما) می‌شود.

### ۹۸ ۳ به‌جز مورد سوم، سایر موارد رخ می‌دهند.



- با کاهش دما، تعادل در جهت آزادکردن گرما یعنی در جهت رفت جابه‌جا شده و در نتیجه مقدار فراورده‌ها افزایش و مقدار واکنش‌دهنده‌ها کاهش می‌یابد. به این ترتیب موارد دوم و چهارم تأیید می‌شوند.  
• با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت یعنی سمت تعداد مول گازی کم‌تر، فشار سامانه کاهش می‌یابد.  
• با کاهش دما، سرعت واکنش در هر دو جهت کاهش می‌یابد.

### ۹۹ ۱



مول:  $0/8$  آغازی

مول:  $0/8 - 2x$  تعادلی

پیشرفت  $40^\circ$  درصدی به این معنا است که  $40^\circ$  درصد واکنش‌دهنده (A) مصرف شده است.

$$2x = \frac{40}{100} \times 0/8 \Rightarrow x = 0/16$$

$$K = \frac{[\text{B}]^3 [\text{C}]}{[\text{A}]^2} = \frac{\left(\frac{3(0/16)}{2}\right)^3 \left(\frac{0/16}{2}\right)}{\left(\frac{0/8 - 2(0/16)}{2}\right)^2} = \frac{(0/24)^3 (0/08)}{(0/24)^2}$$

$$= 0/24 \times 0/08 = 1/92 \times 10^{-2}$$

مجموع شمار مول‌های گازی در تعادل = فشار تعادلی  
مجموع شمار مول‌های گازی آغازی = فشار آغازی

$$= \frac{0/48 + 0/48 + 0/16}{0/80} = 1/4$$

### ۱۰۰ ۲ عبارتهای اول و آخر درست هستند.

### بررسی عبارتهای نادرست:

- علاوه بر  $\text{NH}_3$ ، ترکیب‌های نیتروژن‌دار دیگری نیز مانند اوره وجود دارد که می‌تواند برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی به خاک اضافه شود.  
• در دمای اتاق، واکنش میان گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{H}_2$ ، حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش نمی‌رود.

### ۱۰۱ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

- ترکیب‌های E، G و X به ترتیب  $\text{C}_5\text{H}_{11}$  (آلکان)،  $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{Br}$  (هالوآلکان) و  $(\text{C}_5\text{H}_9)_n$  (پلیمر) هستند که تمامی پیوندهای آن‌ها یگانه است.



بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

**WWW.KONKUR.INFO**



<https://konkur.info>