

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸



# آزمون‌های سرانسر کج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

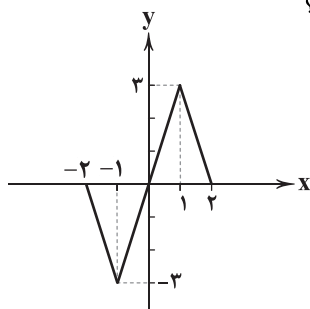
مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۷۰ دقیقه	۱	۱۵	۱۵	حسابان ۲	۱ ریاضیات
	۱۶	۳۰	۱۵	ریاضیات گسسته	
	۳۱	۴۵	۱۵	هندسه ۳	

<https://konkur.info>



## حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع  $y = f(x+2)$  به شکل زیر باشد، نمودار تابع  $y = f(1-x)$  در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



(۱)  $[-2, 1]$

(۲)  $[-3, -2] \cup [0, 1]$

(۳)  $[-2, 0]$

(۴)  $[0, 2]$

۲- اگر دامنه و برد تابع  $g(x) = 2f(3x-1) + 1$  به ترتیب  $D_g = [-1, 3]$  و  $R_g = [-5, 1]$  باشد و دامنه و برد تابع  $h(x) = -f(2x+1) - 2$  به

ترتیب  $D_h = [a, b]$  و  $R_h = [c, d]$  باشد، مقدار  $\frac{a+b}{c+d}$  چقدر است؟

(۴)  $-3$

(۳)  $3$

(۲)  $-1$

(۱)  $1$

۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4ax & x \leq -3 \\ x^2 + 6x + 2 & x > -3 \end{cases}$  اکیداً یکنوا باشد، حدود  $a$  کدام است؟

(۴)  $a \leq -\frac{1}{3}$

(۳)  $a < 0$

(۲)  $a \leq -3$

(۱)  $-\frac{1}{3} \leq a < 0$

۴- اگر باقی مانده تقسیم  $f(2x-1)$  بر  $x^2 - 2x + 1$  برابر  $3x+1$  باشد، باقی مانده تقسیم  $f(x^2 + 3x + 2) - f(x^2 + 3x - 2) - 2f(x^2 + 3x - 1)$  بر  $x^2 + 3x - 1$  کدام است؟

(۴)  $-7$

(۳)  $7$

(۲)  $-5$

(۱)  $5$

۵- اگر  $A = \frac{(x^9 + x^8 + x^7 + \dots + 1)(x^9 - x^8 + x^7 - \dots - 1)}{(x^7 + x^6 + x^5 + \dots + 1)(x^7 - x^6 + x^5 - \dots - 1)}$  باشد، مقدار  $A$  به ازای  $x = \sqrt[4]{2}$  کدام است؟

(۲)  $31 - 8\sqrt{2}$

(۱)  $33 - 8\sqrt{2}$

(۴)  $31 + 8\sqrt{2}$

(۳)  $33 + 8\sqrt{2}$

۶- اگر دوره تناوب توابع  $f(x) = |2\sin(2\pi x)|$ ،  $g(x) = |\sin(2\pi x) + \frac{1}{4}|$  و  $h(x) = \tan(\frac{\pi x}{4}) \cot(\frac{\pi x}{4})$  را به ترتیب  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  بنامیم،

حاصل  $T_1 + T_2 + T_3$  کدام است؟

(۴)  $3/5$

(۳)  $3$

(۲)  $2/5$

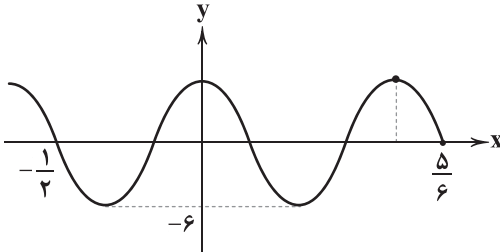
(۱)  $2$



۷- اگر تابع  $y = -2 \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  در بازه  $(b, -\frac{13\pi}{12})$  اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3\pi}{4}$       (۲)  $-\frac{2\pi}{3}$       (۳)  $-\frac{7\pi}{12}$       (۴)  $-\frac{5\pi}{12}$

۸- اگر نمودار تابع  $y = 3 \sin\left(\pi\left(\frac{3}{4} - 2bx\right)\right)$  به شکل زیر باشد، مقدار  $a+b$  کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) -۱  
(۲) -۲  
(۳) -۵/۵  
(۴) -۱/۵

۹- دسته جواب کلی معادله  $\frac{4 \tan x}{\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x} = \frac{1}{\cos^2 x}$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{7\pi}{24}$       (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{7\pi}{24}$       (۳)  $k\pi + \frac{5\pi}{24}$       (۴)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24}$

۱۰- مجموع جواب‌های معادله  $\tan x + \tan\left(x - \frac{\pi}{10}\right) = \cot x + \cot\left(\frac{7\pi}{5} + x\right)$  در بازه  $[0, \pi]$  چقدر است؟

- (۱)  $2\pi$       (۲)  $\frac{8\pi}{5}$       (۳)  $\frac{7\pi}{5}$       (۴)  $\frac{6\pi}{5}$

۱۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x}{ax^3 - bx^2 - x^4} = +\infty$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۱۵      (۲) ۱۲      (۳) ۹      (۴) ۶

۱۲- فرم نمودار تابع  $f(x) = \frac{2 - |x-1|}{|x-1| - |x+2| - 3}$  در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۳- حاصل عبارت  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x + 1} \right] + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{2x - 3}{x + 1} \right]$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر





۱۴- نقاط برخورد تابع  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + x + 2}$  با مجانب افقی خود، با یکدیگر چه فاصله‌ای دارند؟

(۱)  $\frac{\sqrt{56}}{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{61}}{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{63}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{67}}{3}$

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + 2x}{3x^2 - bx + c}$  دارای خط‌های مجانب  $y = 2$  و  $x = -1$  و  $x = 3$  است. مقدار  $f(2)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{14}{9}$  (۲)  $-\frac{14}{9}$  (۳)  $\frac{28}{9}$  (۴)  $-\frac{28}{9}$

### ریاضیات گسسته

۱۶- اگر  $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$  آن‌گاه به ازای چند عدد اول کوچک‌تر از ۵۰ برای  $n$  حاصل  $A$  یک عدد زوج است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۷- کدام عدد کلیت حکم «اگر  $x$  عددی گنگ باشد آن‌گاه  $2 + 27x + 9x^2 - x^3$  عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

(۱)  $3\sqrt{5} - 3$  (۲)  $5\sqrt{3} + 2$  (۳)  $2\sqrt[3]{5} + 3$  (۴)  $2\sqrt[3]{7} + 2$

۱۸- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی  $n$  که دو عدد  $2 + 7n$  و  $5 - 9n$  نسبت به هم اول نباشند، کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۱۱

۱۹- باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح  $a$  بر اعداد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۷ و ۴ است. اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۹۹ برابر  $r$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $5 | r - 1$  (۲)  $13 | r - 1$  (۳)  $19 | r - 1$  (۴)  $23 | r - 1$

۲۰- به ازای چند عدد دو رقمی  $n$ ، رابطه  $(2 + 3n, 5 - 6n) \neq (3 + 5n, 1 + 7n)$  برقرار است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱- از رابطه  $7 | 5k + 2$  می‌توان رابطه  $nk - 45 - 25k^2 + 49$  را نتیجه گرفت. برای  $n$  چند عدد ۳ رقمی وجود دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۲۲- اگر ۷ خرداد در یک سال پنج‌شنبه باشد، اولین شنبه در دی ماه چندم است؟

(۱) ۳ ام (۲) ۴ ام (۳) ۵ ام (۴) ۶ ام

۲۳- اگر  $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 1000!$  و  $B = 2! + 3! + 4! + \dots + 1001!$  باشد، یکان عدد  $(AB)^{(B+A)}$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) صفر

۲۴- ۷۳ کیلوگرم برنج را در کیسه‌های ۲ و ۵ کیلوگرمی بسته‌بندی می‌کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات



۲۵- باقی مانده تقسیم عدد  $3a52a37$  بر عدد ۴۴ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۲۷

۲۶- گراف G از مرتبه ۱۲ یک رأس درجه ۵ و یک رأس درجه ۳ دارد. مکمل این گراف حداکثر چند یال دارد؟

- (۱) ۵۷ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱ (۴) ۶۳

۲۷- در یک گراف ساده از مرتبه ۸، میانگین درجات رئوس برابر ۳ است. این گراف حداکثر چند رأس ایزوله دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۸- اگر  $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  مجموعه رئوس یک گراف کامل باشد، چند مسیر به طول ۴ از a به b وجود دارد که از رأس c عبور کند ولی از رأس d عبور نکند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۲۹- گراف ساده G،  $\delta$  - منتظم از مرتبه p است. اگر  $q = p + 12$  باشد، چند یال به این گراف اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۰- اگر  $V = \{a, b, c, d\}$  مجموعه رئوس یک گراف کامل مرتبه ۴ باشد، این گراف چند زیر گراف ۱ - منتظم دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

### هندسه (۲)

۳۱- اگر  $3AB - BA = O$  و  $kAB^3 = B^3A$  باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۹ (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳) ۲۷ (۴)  $\frac{1}{27}$

۳۲- اگر  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۵۱

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $(A^4 - 2I)^6$  کدام است؟

- (۱) A (۲) I (۳) -A (۴) -I

۳۴- اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $|6A^{-1}|$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۴ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

محل انجام محاسبات



۳۵- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  و وارون پذیر باشند به طوری که  $AB = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A^{-1} + B^{-1} = I$  آنگاه مجموع درایه‌های

ماتریس  $(A+B)^{15}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۶

۳۶- به ازای  $m \in \mathbb{R} - \{a, b\}$  دستگاه  $\begin{cases} (m+1)x + (m-2)y = 7 \\ (3-m)x - 2my = -2 \end{cases}$  جواب منحصر به فرد ندارد. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۷ (۴) -۷

۳۷- مربعی به ضلع ۲ مفروض است. مکان هندسی نقاطی درون مربع که فاصله آن‌ها از رئوس مربع کم‌تر از ۱ باشند، ناحیه‌ای را تشکیل می‌دهد.

محیط این ناحیه کدام است؟

- (۱)  $4 + 2\pi$  (۲)  $8 + 2\pi$  (۳)  $4 + 4\pi$  (۴)  $8 + 4\pi$

۳۸- دایره  $C$  به مرکز  $O$  از نقطه  $A(-1, 3)$  عبور می‌کند و در نقطه  $B(5, 3)$  بر خط  $4y + 3x = 27$  مماس است. مجموع طول و عرض مرکز این

دایره کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۹- مجموع مقادیر  $m$  که به ازای آن، دو دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - m = 0$  و  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + m = 0$  مماس خارج هستند، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

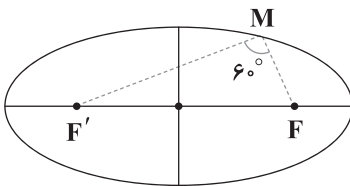
۴۰- اگر نقطه  $A(m, m+2)$  درون دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-3 < m < -1$  (۲)  $-1 < m < 3$  (۳)  $-3 < m < 1$  (۴)  $1 < m < 3$

۴۱- کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه  $A(-1, 4)$  و  $B(3, 2)$  عبور می‌کند، محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۲- در بیضی شکل زیر  $MF = 3$  و  $MF' = 8$  است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



(۱)  $\frac{7}{8}$

(۲)  $\frac{3}{7}$

(۳)  $\frac{3}{8}$

(۴)  $\frac{7}{11}$

محل انجام محاسبات



۴۳- در یک بیضی به اقطار ۲۶ و ۱۰ واحد، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی به شعاع ۱۲ واحد، بیضی را در نقطه  $M$  قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل  $M$  از دو کانون کدام است؟

۶۷۶ (۴)

۶۲۵ (۳)

۵۷۶ (۲)

۴۸۴ (۱)

۴۴- طول قطر بزرگ یک بیضی  $۱۲\sqrt{۳}$  است. خط  $d$  در نقطه  $M$  بر این بیضی مماس است. اگر  $\widehat{FMF'} = ۶۰^\circ$  باشد، مجموع فاصله‌های دو کانون از خط  $d$  کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۴۵- در یک بیضی به کانون‌های  $F$  و  $F'$ ، اندازه قطر کوچک  $۴\sqrt{۵}$  و فاصله کانونی ۸ است. اگر خط  $d$  بر این بیضی مماس و قرینه کانون  $F'$  نسبت به خط  $d$  نقطه  $M$  باشد، اندازه  $MF$  کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

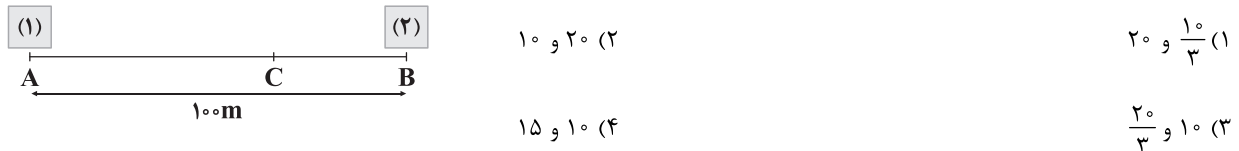
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فیزیک ۳	۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی ۳	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

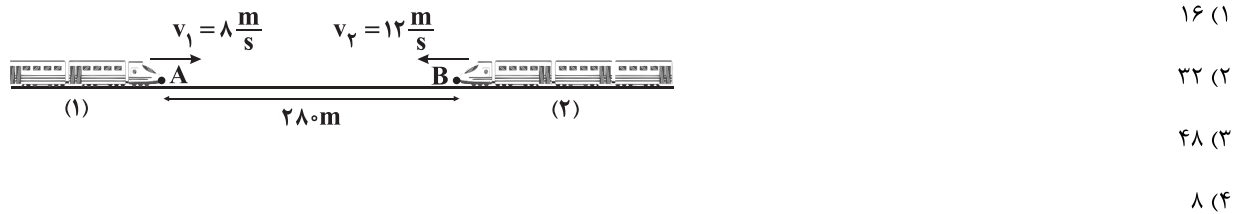
<https://konkur.info>



۴۶- دو متحرک هم‌زمان از نقاط A و B با سرعت‌های ثابت به سمت هم شروع به حرکت می‌کنند و هم‌زمان در نقطه C به هم می‌رسند. پس از آن ۴s طول می‌کشد تا متحرک (۱) فاصله CB را طی کند و ۹s طول می‌کشد تا متحرک (۲) فاصله CA را طی کند. اندازه سرعت متحرک‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ برحسب متر بر ثانیه در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



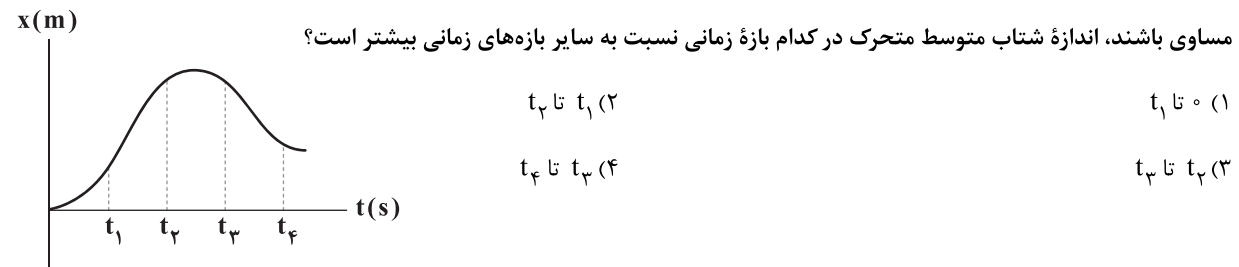
۴۷- روی دو ریل موازی و مستقیم، قطار (۱) به طول ۵۰m و با سرعت ثابت  $8 \frac{m}{s}$  و قطار (۲) با طول ۷۰m و با سرعت ثابت  $12 \frac{m}{s}$  به سمت هم حرکت می‌کنند. در لحظه  $t=0$  جلوی قطار (۱) از نقطه A و ۱۰ ثانیه بعد جلوی قطار (۲) از نقطه B عبور می‌کند. اگر فاصله نقاط A و B از یک‌دیگر ۲۸۰m باشد، چند ثانیه بعد از عبور قطار (۲) از نقطه B، دو قطار به طور کامل از کنار هم عبور می‌کنند؟



۴۸- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



۴۹- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر فواصل زمانی مشخص شده بر روی نمودار مساوی باشند، اندازه شتاب متوسط متحرک در کدام بازه زمانی نسبت به سایر بازه‌های زمانی بیشتر است؟



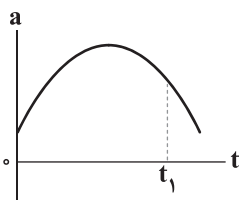


۵۰- معادله سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند در SI به صورت  $v = t^3 - 4t^2 + 3t$  است. اندازه شتاب متوسط این متحرک

در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  و لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۱- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در SI به شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با این متحرک در بازه



زمانی  $t = 0$  تا  $t_1$  درست است؟

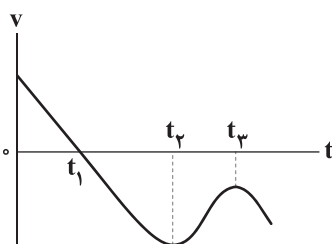
(۱) شتاب متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

(۲) سرعت متحرک پیوسته افزایش می‌یابد.

(۳) اندازه شتاب آن پیوسته زیاد می‌شود.

(۴) اندازه شتاب متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۵۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در شروع حرکت در مبدأ مکان قرار



داشته باشد، کدام گزینه در مورد آن صحیح است؟

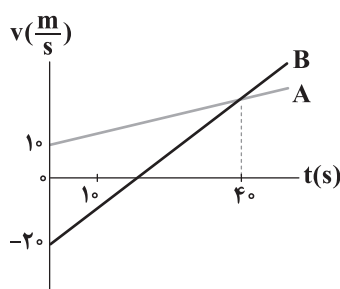
(۱) در لحظه  $t_3$  متحرک در دورترین نقطه نسبت به مبدأ حرکتش قرار دارد.

(۲) متحرک در لحظه  $t_1$  دوباره از نقطه شروع حرکتش عبور می‌کند.

(۳) شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  مثبت است.

(۴) متحرک یک بار دیگر در طول حرکتش از نقطه شروع حرکتش عبور می‌کند.

۵۳- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافت طی شده توسط دو



متحرک از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = 10s$  چند متر است؟

(۱)  $337/5$

(۲) ۶۰۰

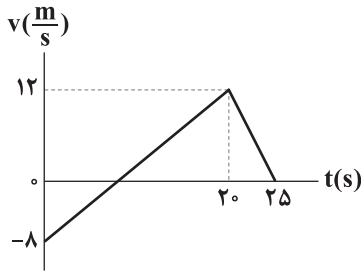
(۳)  $262/5$

(۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات



۵۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در کل مدت زمان حرکتش چند برابر سرعت متوسط آن در کل حرکتش است؟



$$\frac{67}{35} \quad (2)$$

$$\frac{67}{70} \quad (1)$$

$$\frac{77}{35} \quad (4)$$

$$\frac{134}{35} \quad (3)$$

۵۵- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = t^2 - 3t + 2$  است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد حرکت این متحرک درست است؟

(الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(ب) شتاب متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(ج) بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت آن می‌باشد.

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۵۶- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 1$  است. در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 4s$  تندی متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۲

(۳)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱) ۱

۵۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. بین دو لحظه  $t_1 = 3s$  تا  $t_2 = 3/5s$  تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۴) ۹

(۳)  $16/25$

(۲) ۱۸

(۱)  $32/5$

۵۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر در دو ثانیه آخر حرکتش، ۷۵ درصد ارتفاع h را طی کند، گلوله پس از چند ثانیه به سطح زمین می‌رسد؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۵۹- خودرویی با تندی  $72 \frac{km}{h}$  روی یک جاده افقی در حرکت است، راننده ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین چرخ‌های خودرو و سطح برابر با  $0.25$  باشد و از کلیه نیروهای مخالف دیگر در برابر حرکت صرف نظر شود، خودرو

چند ثانیه پس از ترمز متوقف می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات





۶۰- شخصی روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر این شخص تصمیم بگیرد که روی ترازو بنشیند، از لحظه‌ای که شروع به نشستن می‌کند تا

لحظه‌ای که کامل روی ترازو می‌نشیند، عددی که ترازو نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ترازو وزن کم‌تری را نشان می‌دهد. (۲) ترازو وزن بیشتری را نشان می‌دهد.

(۳) ترازو ابتدا وزن بیشتری و در نهایت وزن کم‌تری را نشان می‌دهد. (۴) ترازو ابتدا وزن کم‌تری و در نهایت وزن بیشتری را نشان می‌دهد.

۶۱- فردی یک گاری را به سمت شمال هل می‌دهد. در این حرکت، نیروهای اصطکاک وارد بر فرد و گاری به ترتیب در کدام جهت‌ها هستند؟

(۱) شمال - شمال (۲) شمال - جنوب (۳) جنوب - شمال (۴) جنوب - جنوب

۶۲- داخل محفظه یک کامیون حمل مواد غذایی، جسمی به جرم  $600\text{g}$  توسط نخ سبکی از سقف آویزان است. اگر کامیون با شتاب ثابت  $\frac{5\text{m}}{\text{s}^2}$

در حال حرکت باشد، اندازه نیروی کشش این نخ چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کنید).

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳) ۳ (۴) ۶

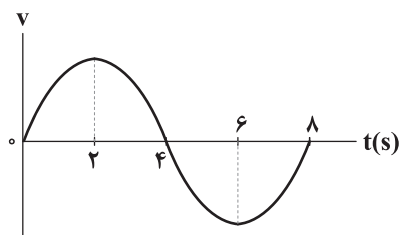
۶۳- سه نیروی  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  به ترتیب با بزرگی‌های  $10\text{N}$ ،  $15\text{N}$  و  $40\text{N}$  به جسمی به جرم  $4\text{kg}$  به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. کدام گزینه

نمی‌تواند اندازه شتاب این جسم برحسب متر بر مجذور ثانیه باشد؟

(۱)  $3/75$  (۲)  $8/25$  (۳)  $16/25$  (۴)  $19/75$

۶۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در کدام بازه زمانی، تکانه متحرک در

جهت محور X و نیروی خالص وارد بر آن در خلاف جهت محور X است؟



(۱) دو ثانیه اول حرکت

(۲) دو ثانیه دوم حرکت

(۳) دو ثانیه سوم حرکت

(۴) دو ثانیه چهارم حرکت

۶۵- یک جسم به جرم  $4\text{kg}$  را روی سطحی با نیروی افقی  $\vec{F} = 25\text{N}$  می‌کشیم. اندازه شتاب حرکت جسم و اندازه نیرویی که سطح بر جسم وارد

می‌کند به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ،  $\mu_s = 0/5$ ،  $\mu_k = 0/4$ )

(۱)  $1/25$  و  $8\sqrt{29}$  (۲)  $2/25$  و  $8\sqrt{29}$  (۳)  $1/25$  و  $8\sqrt{14}$  (۴)  $2/25$  و  $8\sqrt{14}$

۶۶- معادله تکانه برحسب زمان برای جسمی به جرم  $2\text{kg}$  در دستگاه SI به شکل  $p = t^2 - 8t + 7$  می‌باشد. نیروی متوسط وارد بر این جسم از

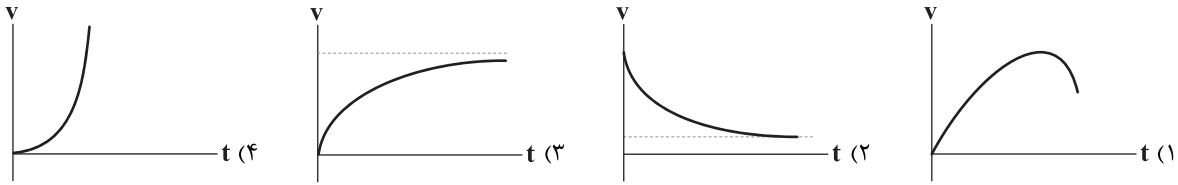
لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای دومین بار متحرک متوقف می‌شود، چند نیوتون است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

محل انجام محاسبات



۶۷- چتربازی از هواپیمایی پایین می‌پرد و پس از مدتی چترش را باز می‌کند. کدام نمودار تندی چترباز را از لحظه باز شدن چتر تا لحظه رسیدن به زمین، به درستی نشان می‌دهد؟ (ارتفاع پرش را خیلی زیاد در نظر بگیرید.)



۶۸- جسمی به جرم  $200\text{g}$ ، توسط فنری بدون جرم با ثابت  $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ، از سقف یک آسانسور آویزان است. ابتدا آسانسور با شتاب  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، در این حالت تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی برابر با  $x$  است. سپس آسانسور با شتاب

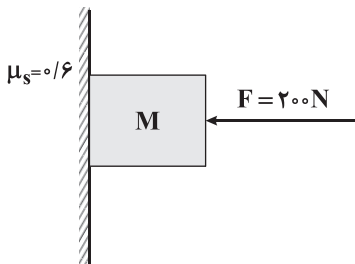
کندشونده  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  در همان جهت می‌ایستد که در این حالت نیز تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی برابر با  $x'$  است. نسبت  $x'$  به  $x$  در

کدام گزینه به درستی آمده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

۶۹- در شکل زیر، جسمی به جرم  $M$ ، توسط نیروی افقی  $\vec{F}$  به بزرگی  $200\text{N}$  به دیوار قائمی فشرده شده است و اندازه نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر با  $80\text{N}$  است. پس از آن که وزنه‌ای به جرم  $m$  را از جسم آویزان می‌کنیم، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. مقدار  $\frac{M}{m}$  در کدام

گزینه به درستی آمده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



(۱)  $\frac{1}{2}$

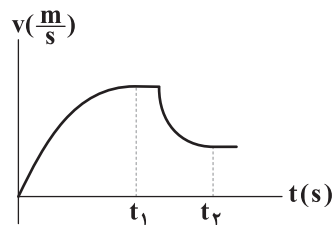
(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۸

۷۰- نمودار سرعت - زمان چتربازی که از ارتفاع  $h$  از سطح زمین سقوط می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در برابر

چترباز در لحظه  $t_1$  را با  $f_1$  و در لحظه  $t_2$  را با  $f_2$  نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $f_1 > f_2$

(۲)  $f_1 < f_2$

(۳)  $f_1 = f_2$

(۴) با توجه به شرایط، هر سه گزینه امکان پذیر است.

محل انجام محاسبات



۷۱- جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  محیط دایره‌ای به شعاع  $10$  متر را با تندی ثابت طی می‌کند. به طوری که در هر  $1$  دقیقه  $180^\circ$  مرتبه محیط دایره را طی می‌کند. تغییر تکانه این جسم در  $\frac{1}{\pi}$  دوره چند واحد SI است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱)  $180$  (۲)  $360$  (۳)  $180\sqrt{2}$  (۴)  $360\sqrt{2}$

۷۲- اگر بخواهیم دوره نوسان یک آونگ ساده که از سقف آسانسوری آویزان است، در حالی که آسانسور با شتاب  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  به سمت بالا حرکت می‌کند، نسبت به حالتی که آسانسور با همین شتاب به سمت پایین حرکت می‌کند،  $10$  درصد بیشتر شود، طول آن تقریباً چند درصد و چگونه باید تغییر کند؟

- (۱)  $0/1$  - افزایش (۲)  $0/1$  - کاهش (۳)  $1$  - افزایش (۴)  $1$  - کاهش

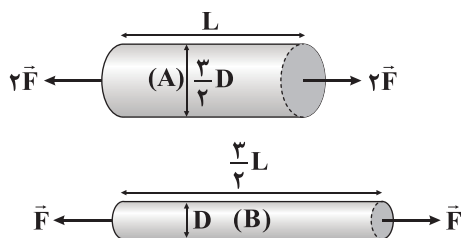
۷۳- یک آونگ ساده را در دو حالت به نوسان در می‌آوریم. در حالت اول، آونگ در آسانسوری که بر روی یک سیاره که جرم آن  $\frac{1}{10}$  جرم زمین و شعاع آن  $\frac{1}{3}$  شعاع زمین است، با شتاب  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  به سمت بالا در حال حرکت است، به نوسان در می‌آید و هم‌چنین دمای آونگ بر روی این سیاره  $500^\circ\text{C}$  از زمین بیشتر است. در حالت دوم، آونگ در آسانسوری که بر روی زمین با شتاب  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  به سمت پایین حرکت می‌کند، به نوسان در می‌آید. دوره نوسان آونگ در حالت دوم چند برابر دوره نوسان آونگ در حالت اول است؟ ( $\alpha = 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ )

- (۱)  $\frac{6}{\sqrt{10}}$  (۲)  $\frac{\sqrt{10}}{6}$  (۳)  $\frac{13}{4\sqrt{5}}$  (۴)  $\frac{4\sqrt{5}}{13}$

۷۴- تار به طول  $4$  متر و جرم یکنواخت  $2$  کیلوگرم که با نیروی کششی به بزرگی  $200$  نیوتون از دو طرف کشیده می‌شود، از یک سو به نوسان در می‌آید. اگر فاصله هر قله تا ذره مجاورش برابر  $2$  سانتی‌متر باشد، از لحظه آغاز نوسان تا لحظه‌ای که اولین نوسان به انتهای تار برسد، نوسانگر حدوداً چند نوسان کامل در تار ایجاد کرده است؟

- (۱)  $50$  (۲)  $75$  (۳)  $100$  (۴)  $150$

۷۵- در شکل زیر، چگالی تار  $B$  دو برابر چگالی تار  $A$  است. تندی انتشار موج عرضی در تار  $B$  چند برابر تندی انتشار موج عرضی در تار  $A$  است؟



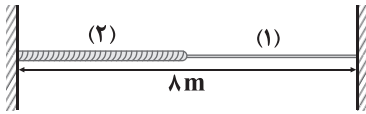
- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

محل انجام محاسبات



۷۶- در شکل زیر، چگالی خطی جرم ریسمان (۲)، ۹ برابر چگالی خطی جرم ریسمان (۱) است. اگر محل اتصال ریسمان‌ها را به سمت بالا کشیده و رها

کنیم، موج‌های عرضی در ریسمان‌ها ایجاد می‌شوند که به صورت هم‌زمان به دو سر دیگر ریسمان‌ها می‌رسند. طول ریسمان (۱) چند متر است؟



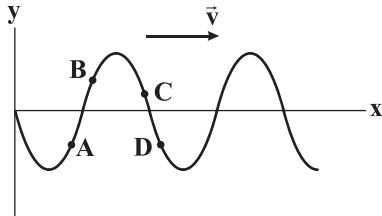
۶ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۷۷- در شکل زیر، یک موج عرضی پیش‌رونده در محیط نشان داده شده است. کدام ذره از محیط دارای حرکت کندشونده رو به بالا است؟



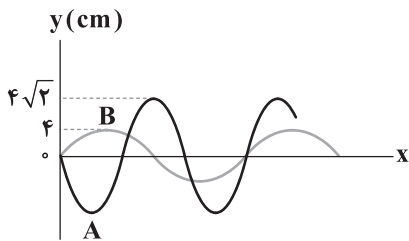
A (۱)

B (۲)

C (۳)

D (۴)

۷۸- در شکل زیر، نقش دو موج عرضی نشان داده شده است. انرژی موج A چند برابر انرژی موج B است؟

 $\frac{2}{9}$  (۱) $\frac{9}{2}$  (۲)

۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۴)

۷۹- کدام گزینه در مورد انتشار امواج مکانیکی صحیح است؟

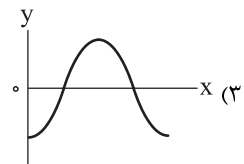
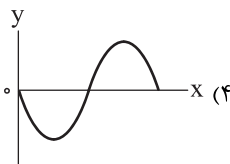
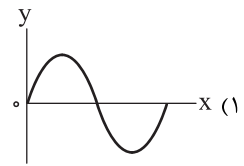
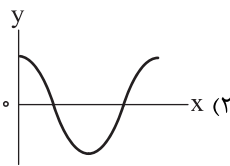
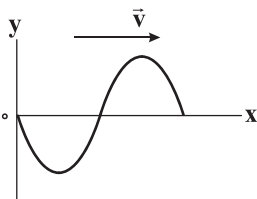
(۱) اگر موجی از یک محیط وارد محیط دیگری شود و سرعت آن ۲ برابر شود، بسامد آن نیز ۲ برابر می‌شود.

(۲) اگر موج از یک محیط وارد محیط دیگری شود، بسامد آن تغییر نمی‌کند.

(۳) اگر دامنه موجی ۲ برابر و طول موج نصف شود، انرژی انتقالی توسط موج تغییر نمی‌کند.

(۴) اگر دامنه موجی ۲ برابر و طول موج آن نصف شود، انرژی انتقالی توسط موج ۴ برابر می‌شود.

۸۰- شکل زیر، شکل یک موج در یک ریسمان را در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد.  $\frac{T}{4}$  ثانیه بعد شکل این موج در کدام گزینه به درستی آمده است؟



محل انجام محاسبات



۸۱-  $۸۵/۲$  گرم از یک صابون جامد را درون  $۱۲$  کیلوگرم محلول کلسیم کلرید می‌اندازیم. اگر جرم نمک خوراکی پس از جداسازی و خشک کردن برابر با  $۳۵/۱$  گرم باشد، غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه چند ppm بوده است؟

( $C=۱۲, H=۱, O=۱۶, Ca=۴۰, Na=۲۳, Cl=۳۵/۵: g.mol^{-1}$ )

۲۷۷۵ (۱)                      ۵۵۵۵ (۲)                      ۲۷۷/۵ (۳)                      ۵۵۵/۵ (۴)

۸۲- در فرمول ساختاری پاک کننده غیرصابونی جامد A، ۴ پیوند  $C=C$  و در فرمول شیمیایی آن، ۳۱ اتم هیدروژن وجود دارد. نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی اکسیژن در این پاک کننده کدام است؟ ( $C=۱۲, O=۱۶: g.mol^{-1}$ )

۴/۷۵ (۱)                      ۷/۵ (۲)                      ۵ (۳)                      ۵/۷۵ (۴)

۸۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در مولکول اوره مجموع شمار اتمهای کربن و اکسیژن برابر با شمار اتمهای نیتروژن است.
- اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی بوده که شمار اتمهای هیدروژن آن و مولکول اتانول با هم برابر است.
- شمار اتمهای کربن مولکول وازلین، بیشتر از ۳ برابر شمار اتمهای کربن مولکول بنزین است.
- در روغن زیتون، شمار اتمهای هیدروژن، دو برابر شمار اتمهای کربن است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۸۴- درجه یونش کدام یک از محلولهای زیر کوچکتر است؟

- (۱) نیتریک اسید  $۰/۲$  مولار                      (۲) نیتریک اسید  $۱/۲$  مولار
- (۳) نیترو اسید  $۰/۲$  مولار                      (۴) نیترو اسید  $۱/۲$  مولار

۸۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

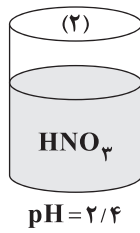
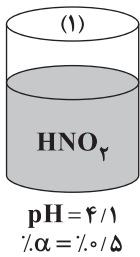
- کلوئیدها و سوسپانسیون در برابر نور، رفتارهای مشابهی دارند.
- کلوئیدها مانند رنگ پوششی، شیر و ژله جزو مخلوطهای پایدار طبقه بندی می‌شوند.
- ذره‌های سازنده سوسپانسیون، یونها یا مولکولهای درشت هستند.
- هنگامی که صابون وارد آب می‌شود، به کمک سر آب دوست خود با آب واکنش می‌دهد.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۸۶- برای خنثی کردن  $a$  میلی لیتر از محلول (۱) به  $23$  میلی لیتر از محلول سود  $M$  مولار و برای خنثی کردن  $b$  میلی لیتر از محلول (۲) به



$69$  میلی لیتر از همان محلول سود نیاز است. نسبت  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{1}{12}$

(۳)  $12$

۸۷- با فرض این که اکسید هر کدام از عنصرهای زیر در آب حل شده و با آب واکنش شیمیایی دهند، در چند مورد، نسبت غلظت یون هیدروکسید به غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاصل، بزرگ تر از یک است؟



(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۸۸- اگر برای پاک کردن  $113/6$  گرم اسید چرب یک عاملی که مسیر لوله آب را مسدود کرده است از  $26/67$  گرم سود  $60\%$  خالص استفاده شود، درصد جرمی کربن در اسید مورد نظر به تقریب کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی اسید چرب، سیر شده است.)

( $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{C} = 12: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۴)  $82/03$

(۳)  $67/60$

(۲)  $71/83$

(۱)  $76/05$

۸۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• آزمایشها نشان می دهند که آب آشامیدنی برخلاف آب خالص، رسانایی الکتریکی دارد.

• پتاس سوزآور، جوهرنمک و محلول سفید کننده، موادی خورنده به شمار می روند.

• در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرۀ معده تولید می شود.

• گل ادریسی در خاکی که غلظت یون هیدرونیوم آن  $2 \times 10^{-5}$  مول بر لیتر است به رنگ آبی شکوفا می شود.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۰-  $432$  میلی گرم دی نیتروژن پنتااکسید را در مقداری آب  $25^\circ \text{C}$  حل کرده و حجم محلول را به  $8$  لیتر می رسانیم. اگر به این محلول،  $480$

میلی گرم سود اضافه کنیم، پس از انجام واکنش  $\text{pH}$  محلول نهایی کدام است؟ ( $\text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۴)  $10/7$

(۳)  $11$

(۲)  $9/7$

(۱)  $10$

۹۱- در محلول  $24$  درصد جرمی نیترواسید با چگالی  $1/034 \text{g.mL}^{-1}$  غلظت یون نیتريت برابر با  $0/132 \text{mol.L}^{-1}$  است. درصد یونش اسید کدام

است؟ ( $\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۴) ۴

(۳)  $2/5$

(۲) ۲

(۱)  $1/25$

محل انجام محاسبات



۹۲- ۸ گرم جوش شیرین ناخالص، چهار دسی لیتر محلول جوهرنمک با  $\text{pH} = 1/1$  را به طور کامل خنثی می‌کند. درصد خلوص جوش شیرین کدام

است؟ (فرض کنید ناخالصی‌ها با جوهرنمک واکنش نمی‌دهند.) ( $\text{Na} = 23, \text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۳/۶ (۳) ۴۷/۵۳ (۴) ۵۰

۹۳- اگر غلظت اسید HA برابر ۰/۰۴ مولار و ثابت یونش آن ۰/۰۲ باشد، pH محلول این اسید کدام است؟

- (۱) ۱/۴ (۲) ۱/۷ (۳) ۲/۴ (۴) ۲/۷

۹۴- در سلول گالوانی «آلومینیم - مس» جرم تیغۀ آندی ۱۲۱/۵g و خلوص آن برابر با ۷۰٪ است. پس از مصرف نیمی از بخش خالص تیغۀ آندی،

چند مول الکترون در مدار بیرونی به قطب مثبت مهاجرت کرده است؟ (ناخالصی‌های تیغۀ آندی در واکنش کلی سلول شرکت

نمی‌کنند.) ( $\text{Al} = 27, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1}$ )

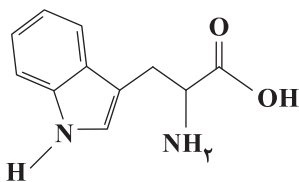
- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۴/۷۲۵ (۴) ۹/۴۵

۹۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- سلول نور الکتروشیمیایی که از آن برای روشنایی و تولید نور استفاده می‌شود، یک سلول گالوانی است.
- در سلول گالوانی آهن - قلع، کاتیون‌های قلع از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.
- بیشترین و کمترین عدد اکسایش عنصرهای A و X مشابه هم است.
- تمامی واکنش‌های انجام شده در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی از نوع اکسایش - کاهش هستند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۶- تفاوت میان بیشترین و کمترین عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب ال - تریپتوفان که ساختار آن به صورت زیر می‌باشد، کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۹۷- در سلول گالوانی آهن - مس، پس از مدت زمان مشخصی، ۱/۱۲ گرم از جرم الکتروود آندی کم می‌شود. اگر الکتروود آهن را با الکتروود نقره جایگزین کنیم،

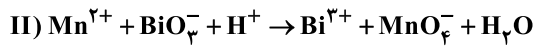
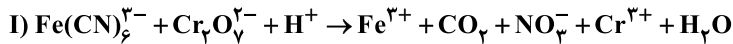
به ازای مبادله‌ی همان مقدار الکترون، چند گرم از جرم الکتروود آندی کم می‌شود؟ ( $\text{Fe} = 56, \text{Cu} = 64, \text{Ag} = 108: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۲/۱۶ (۲) ۴/۳۲ (۳) ۱/۲۸ (۴) ۰/۶۴

محل انجام محاسبات



۹۸- پس از موازنه واکنش‌های زیر، شمار الکترون‌های جابه‌جا شده در واکنش (I) چند برابر شمار الکترون‌های جابه‌جا شده در واکنش (II) است؟



۸/۴ (۴)

۴/۸ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۹۹- اگر بدانیم emf سلول‌های گالوانی استاندارد آلومینیم - آهن و آهن - مس به ترتیب برابر با ۱/۲۲ و ۰/۷۸ ولت است، emf سلول گالوانی

استاندارد آلومینیم - مس چند ولت خواهد بود؟

۰/۴۴ (۴)

۱/۶۱ (۳)

۲/۰۰ (۲)

۱/۰۰ (۱)

۱۰۰- در نوعی سلول سوختی از هیدرازین به عنوان سوخت استفاده می‌شود. به ازای تولید ۲۵/۶ گرم فراورده در این سلول، چند الکترون بین

اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود؟ ( $N=14, H=1, O=16: \text{g.mol}^{-1}$ ) (فراورده‌های این سلول، گاز نیتروژن و  $\text{H}_2\text{O}$  است.)

۴/۸۱۶ × ۱۰<sup>۲۳</sup> (۴)۴/۸۱۶ × ۱۰<sup>۲۲</sup> (۳)۹/۶۳۲ × ۱۰<sup>۲۳</sup> (۲)۹/۶۳۲ × ۱۰<sup>۲۲</sup> (۱)

۱۰۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در واکنش ترمیت، واکنش‌دهنده عنصری نقش اکسنده را دارد.

• در حال حاضر تنها راه اقتصادی تولید گاز هیدروژن، برقکافت آب است.

• محلول هیدروکلریک اسید را می‌توان در ظرف مسی نگهداری کرد.

• در باتری‌های روی - نقره، فلز روی و ترکیب نقره اکسید به فلز نقره و ترکیب روی اکسید تبدیل می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۲- در واکنش کلی سلول مارتین هال به ازای مصرف یک تن از مجموع واکنش‌دهنده‌ها، چند کیلوگرم از جرم تیغه آندی کاسته

می‌شود؟ ( $\text{Al}=27, \text{C}=12, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$ )

۲۴۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• با ایجاد خراش در حلبی و آهن سفید، نیم‌واکنش‌های کاهش مشابه هم هستند.

• پتانسیل کاهش یون  $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$  از هر کدام از یون‌های  $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$  و  $\text{Sn}^{2+}(\text{aq})$  منفی‌تر است.

• فرایند هال با انتشار گاز گلخانه‌ای همراه است و به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینه بالایی دارد.

• برخی فلزها مانند طلا و پلاتین اکسایش نمی‌یابند، اما فلزهایی که اکسایش می‌یابند، سرانجام خورده می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات







# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه‌دو سراسری انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۷۰ دقیقه	۱۵	۱	۱۵	حسابان ۲	۱ ریاضیات
	۳۰	۱۶	۱۵	ریاضیات گسسته	
	۴۵	۳۱	۱۵	هندسه ۳	
۴۵ دقیقه	۸۰	۴۶	۳۵	فیزیک ۳	۲
۲۵ دقیقه	۱۰۵	۸۱	۲۵	شیمی ۳	۳

# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح
	گسسته	مجدد فرهمندپور
	هندسه (۲)	
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته ندا فرهختی - مینا نظری
		مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی حمیدرضا شیخ‌حسینی
شیمی	پویا الفتی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی - رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

## حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

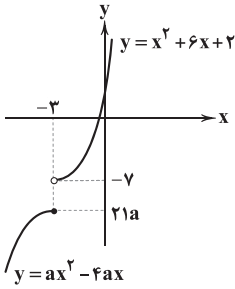


در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۲) تابع  $f(x)$  برای ورود از تابع  $y = a(x-2)^2 - 4a$  به تابع  $y = (x+3)^2 - 7$  اصطلاحاً باید پرش صعودی داشته باشد. برای بررسی این حالت از یک شکل فرضی استفاده می‌کنیم و باید داشته باشیم:



$$21a \leq -7 \Rightarrow a \leq -\frac{1}{3}$$

$$a \leq -\frac{1}{3}$$

از اشتراک شرط‌های (۱) و (۲) داریم:

۴) اگر خارج قسمت تقسیم  $f(2x-1)$  بر  $x^2 - 2x$  را  $Q(x)$  بنامیم داریم:

$$f(2x-1) = (x^2 - 2x)Q(x) + 3x + 1$$

با جایگذاری اعداد  $x=0$  و  $x=2$  (ریشه‌های  $x^2 - 2x = 0$ ) در طرفین رابطه تقسیم داریم:

$$x=0 \Rightarrow f(-1) = 1$$

$$x=2 \Rightarrow f(3) = 7$$

برای یافتن باقی‌مانده تقسیم  $2f(x^2 + 3x - 2) - f(x^2 + 3x + 2)$  بر  $x^2 + 3x - 1$  داریم:

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 1$$

حال با قرار دادن مقدار  $x^2 + 3x = 1$  در مقسوم، باقی‌مانده را به دست می‌آوریم:

$$2f(1-2) - f(1+2) = 2f(-1) - f(3) = 2(1) - 7 = -5$$

۵) اگر  $n$  زوج باشد برای عبارت  $a^n - b^n$  دو معادل خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \\ a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - b^{n-1}) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x^1 - 1 = (x-1)(x^0 + x^0 + \dots + 1) \\ x^1 - 1 = (x+1)(x^0 - x^0 + x^0 - \dots - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 1 = (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) \\ x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1) \end{cases}$$

اگر صورت و مخرج کسر را در  $x^2 - 1$  ضرب کنیم، داریم:

$$A = \frac{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)(x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)}{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)(x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)}$$

$$= \frac{(x^1 - 1)(x^1 - 1)}{(x^4 - 1)(x^4 - 1)} = \frac{(x^1 - 1)^2}{x^4 - 1} = \frac{(4\sqrt{2} - 1)^2}{9} = \frac{33 - 8\sqrt{2}}{9}$$

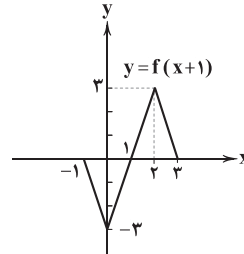
$$\Rightarrow 9A = 33 - 8\sqrt{2}$$

## ریاضیات

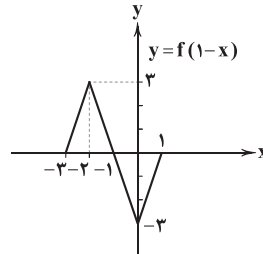
۱) ۳

مرحله تبدیل داریم:

مرحله اول: با تبدیل  $x$  به  $x-1$  تابع  $y = f(x+2)$ ، واحد به راست منتقل می‌شود و به تابع  $y = f(x+1)$  تبدیل می‌شود.



مرحله دوم: با تبدیل  $x \rightarrow -x$  تابع  $y = f(x+1)$  نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌شود و به تابع  $y = f(1-x)$  تبدیل می‌شود.



بنابراین تابع  $y = f(1-x)$  در بازه  $[-2, 0]$  اکیداً نزولی است.

۲) ابتدا از دامنه و برد تابع  $g(x)$  به دامنه و برد تابع  $f(x)$  می‌رسیم:

$$D_g = [-1, 3] \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -4 \leq 3x - 1 \leq 8$$

$$\Rightarrow D_{f(x)} = [-4, 8]$$

$$R_g = [-5, 1] \Rightarrow -5 \leq 2f(3x-1) + 1 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq f(3x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow R_{f(x)} = [-3, 0]$$

حال از دامنه و برد تابع  $f(x)$  به دامنه و برد تابع  $h(x)$  می‌رسیم:

$$D_f = [-4, 8] \Rightarrow -4 \leq 2x + 1 \leq 8 \Rightarrow -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow D_{h(x)} = [-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$$

$$R_f = [-3, 0] \Rightarrow -3 \leq f(2x+1) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq -f(2x+1) - 2 \leq 1$$

$$\Rightarrow R_h = [-2, 1]$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{-2/5 + 3/5}{-2+1} = \frac{1}{-1} = -1$$

۳) ۴

در تابع  $f(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 - 4a & x \leq -3 \\ (x+3)^2 - 7 & x > -3 \end{cases}$  سهمی

در بازه  $(-3, +\infty)$  اکیداً صعودی است. بنابراین تابع  $f(x)$  باید اکیداً صعودی باشد.

برای این کار باید داشته باشیم:

۱) سهمی  $y = a(x-2)^2 - 4a$  در بازه  $(-\infty, -3)$  اکیداً صعودی باشد،

بنابراین باید داشته باشیم  $a < 0$





۹ ۴ از روابط  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$  و  $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$  داریم:

$$\frac{2 \tan x}{\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x} = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2x = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin 2x = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + 2x + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ 2x = 2k\pi + \pi - 2x - \frac{\pi}{6} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \end{cases}$$

۱۰ ۲ ابتدا با جابه‌جایی در طرفین معادله داریم:

$$\tan x - \cot x = \cot(\frac{2\pi}{5} + x) - \tan(x - \frac{\pi}{10})$$

از رابطه  $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$  و با توجه به این‌که زوایای  $x - \frac{\pi}{10}$

و  $\frac{2\pi}{5} + x$  متمم یک‌دیگرند، داریم:

$$-(\cot x - \tan x) = \cot(\frac{2\pi}{5} + x) + \tan(\frac{\pi}{10} - x)$$

$$\Rightarrow -2 \cot 2x = \tan(\frac{\pi}{10} - x) + \tan(\frac{\pi}{10} - x)$$

$$\Rightarrow -2 \cot 2x = 2 \tan(\frac{\pi}{10} - x) \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{10} + 2x) = \tan(\frac{\pi}{10} - x)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{10} + 2x = k\pi + \frac{\pi}{10} - x \Rightarrow 3x = k\pi - \frac{2\pi}{5} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} - \frac{2\pi}{15}$$

برای یافتن جواب‌های بازه  $[0, \pi]$  داریم:

$$\left. \begin{aligned} k=1 &\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{15} \\ k=2 &\Rightarrow x_2 = \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{15} \\ k=3 &\Rightarrow x_3 = \pi - \frac{2\pi}{15} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2\pi - \frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{5}$$

۱۱ ۱ با ساده کردن عبارت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-5)}{x^2 - x^2(x^2 - ax + b)} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-5}{-x(x^2 - ax + b)} = +\infty$$

حدهای چپ و راست در  $x=3$  بی‌نهایت‌های هم‌علامت هستند

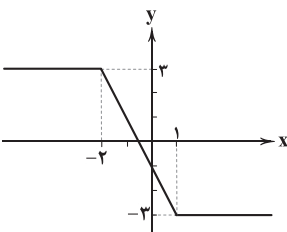
بنابراین  $x=3$  ریشه مضاعف عبارت  $x^2 - ax + b$  است و داریم:

$$x^2 - ax + b = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=9 \end{cases} \Rightarrow a+b=15$$

۱۲ ۲ مجانب قائم تابع، ریشه مخرج است. برای یافتن ریشه مخرج

کسر ابتدا نمودار  $y = |x-1| - |x+2|$  را که یک تابع آبشاری است بدین

صورت رسم می‌کنیم:



۶ ۲ نکته (۱): در تابع  $y = |a \sin(bx)|$  حضور قدرمطلق دوره

تناوب تابع سینوس را نصف می‌کند و داریم:

$$T = \frac{\frac{2\pi}{|b|}}{2} = \frac{\pi}{|b|}$$

نکته (۲): در تابع  $y = |a \sin(bx) + c|$  با شرط  $c \neq 0$  حضور قدرمطلق

دوره تناوب تابع سینوس را تغییر نمی‌دهد و داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

نکته (۳): تابع ثابت، متناوب است ولی دوره تناوب ندارد ولی توابع ثابت با

نقاط تعریف‌نشده (نقاط تو خالی در نمودار) متساوی‌الفاصله، دوره تناوب آن‌ها

فاصله بین دو نقطه تعریف‌نشده متوالی است.

بنابراین داریم:

$$f(x) = |2 \sin(2\pi x)| \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

$$g(x) = |\sin(2\pi x) + \frac{1}{2}| \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$h(x) = \tan \frac{\pi x}{2} \cot \frac{\pi x}{2} \Rightarrow D_{h(x)} = \mathbb{R} - \{x \mid \frac{\pi x}{2} = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\} \\ \Rightarrow D_h = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

در تابع  $h(x)$  فاصله دو نقطه تعریف‌نشده متوالی یک واحد است

بنابراین  $T_3 = 1$  خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} + 1 + 1 = \frac{5}{2}$$

۷ ۳ تابع تناوبات در بازه‌ای اکیداً یکنواست که بین دو مجانب قائم

متوالی قرار داشته باشد. برای یافتن مجانب‌های قائم تابع داریم:

$$2x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12}$$

یکی از مجانب‌های قائم تابع به ازای  $k=-3$  خط عمودی  $x = \frac{-13\pi}{12}$

خواهد بود، بنابراین بیشترین مقدار  $b$  به ازای  $k=-2$  به دست می‌آید

و داریم:

$$b_{\max} = -\pi + \frac{5\pi}{12} = \frac{-7\pi}{12}$$

۸ ۳ ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = 3a \sin(\frac{2\pi}{3} - 2b\pi x) = -3a \cos(2b\pi x)$$

با توجه به نمودار تابع، کم‌ترین مقدار تابع برابر  $-6$  است و می‌توان نوشت:

$$-|-3a| = -6 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

تابع کسینوس در شروع از  $x=0$  نزولی است، بنابراین داریم:

$$-3a > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -2$$

از طرفی با توجه به نمودار در مورد دوره تناوب تابع داریم:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5T}{4} = \frac{5}{6} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b\pi|} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2}$$

هر دو مقدار به دست آمده برای  $b$  قابل قبول است.

$$\begin{cases} a+b = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \\ a+b = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2} \end{cases}$$



۱۶ نکته: ۲

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

با توجه به نکته فوق  $A = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  باید زوج باشد پس جذر A نیز یک

$$n(n+1) = 4k \text{ یا } \frac{n(n+1)}{2} = 2k \text{ یعنی زوج است}$$

A زمانی زوج است که  $n = 4k$  یا  $n = 4k - 1$  باشد و چون  $4k$  عدد اول نیست بنابراین  $n = 4k - 1$  را می‌یابیم:

$$1 \leq 4k - 1 < 50 \Rightarrow 2 \leq 4k < 51 \Rightarrow 0.5 \leq k < 12.75$$

$$\Rightarrow k \in \{1, 2, 3, \dots, 12\}$$

$$\Rightarrow 4k - 1 = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47\}$$

چون باید  $n = 4k - 1$  اول باشد پس:

$$n \in \{3, 7, 11, 19, 23, 31, 43, 47\}$$

بنابراین ۸ مقدار برای n وجود دارد.

۱۷ نکته: ۳

$$x^3 - 9x^2 + 27x + 2 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27 + 29 = (x-3)^3 + 29$$

اگر  $(a, b \in \mathbb{Q})x = a\sqrt{b} + 3$  حاصل عبارت بالا یک عدد گویا می‌شود

بنابراین به ازای  $x = 2\sqrt{5} + 3$  حاصل گویا است.

۱۸ نکته: ۴ با فرض  $d = (9n - 5, 7n + 2)$  داریم:

$$\left. \begin{aligned} d | 9n - 5 &\Rightarrow d | -63n + 35 \\ d | 7n + 2 &\Rightarrow d | 63n + 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d | 53 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \text{ غ ق ق} \\ d = 53 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} 53 | 9n - 5 &\Rightarrow 53 | -27n + 15 \\ 53 | 7n + 2 &\Rightarrow 53 | 28n + 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 53 | n + 23 \Rightarrow n + 23 = 53k \\ \Rightarrow n = 53k - 23$$

$$n < 100 \Rightarrow 53k - 23 < 100 \Rightarrow 53k < 123$$

$$\Rightarrow k < \frac{123}{53} \Rightarrow k_{\max} = 2$$

$$n = 53(2) - 23 = 106 - 23 = 83$$

$$\text{مجموع ارقام} = 8 + 3 = 11$$

۱۹ نکته: ۴ می‌دانیم اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  و  $a \equiv b \pmod{n}$  باشد آن‌گاه  $a \equiv b \pmod{[m, n]}$

$$\left. \begin{aligned} a \equiv 7 \pmod{9} &\Rightarrow a \equiv 70 \pmod{9} \\ a \equiv 4 \pmod{11} &\Rightarrow a \equiv 70 \pmod{11} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \equiv 70 \pmod{99} \Rightarrow r = 70 \Rightarrow r - 1 = 69 \Rightarrow 23 | r - 1$$

۲۰ نکته: ۲ اگر  $d = (5n + 3, 3n + 2)$  باشد

$$\left. \begin{aligned} d | 5n + 3 &\Rightarrow d | -15n - 9 \\ d | 3n + 2 &\Rightarrow d | 15n + 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d | 1 \Rightarrow d = 1$$

بنابراین  $d' \neq 1$   $(7n + 1, 6n - 5) = d'$

$$\left. \begin{aligned} d' | 7n + 1 &\Rightarrow d' | 42n + 6 \\ d' | 6n - 5 &\Rightarrow d' | -42n + 35 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d' | 41 \Rightarrow \begin{cases} d' = 1 \text{ غ ق ق} \\ d' = 41 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} 41 | 7n + 1 \\ 41 | 6n - 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 41 | n + 6 \Rightarrow n + 6 = 41k \Rightarrow n = 41k - 6 \Rightarrow k = 1, 2$$

به ازای  $n = 35$  و  $n = 76$  شرط مسئله برقرار است.

بنابراین جواب‌های معادله  $|x-1| - |x+2| - 3 = 0$  همه اعداد بازه  $[-2, -\infty)$  هستند که اعداد بازه  $(-\infty, -2)$  در مخرج صفر مطلق ایجاد کرده و مجانب قائم تولید نمی‌کنند. در بررسی وضعیت تابع در  $x = -2$  داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \frac{-1}{\text{مطلق}} = \text{تعریف نشده} \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \frac{-1}{3^- - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$$

بنابراین تابع در همسایگی چپ  $x = -2$  تعریف نشده و در همسایگی

راست  $x = -2$  به صورت می‌باشد.

۱۳ نکته: ۳ هر یک از حدها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{2x-3}{x+1} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{2(x+1)-5}{x+1} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ 2 - \frac{5}{x+1} \right]$$

$$= [2 - (0^-)] = [2^+] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x + 1} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{(x^2 + x + 1) + (x - 2)}{x^2 + x + 1} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 1 + \frac{x-2}{x^2+x+1} \right] = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x}{x^2} \right] = 1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{x} \right]$$

$$= 1 + [0^+] = 1 + 0 = 1$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = 2 + 1 = 3$$

۱۴ نکته: ۲ ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3}{x^3} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ مجانب افقی}$$

برای یافتن نقاط برخورد تابع  $f(x)$  و مجانب افقی خود داریم:

$$f(x) = 2 \Rightarrow \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + x + 2} = 2$$

$$\Rightarrow 2x^3 + x^2 + x - 1 = 2x^3 - 2x^2 + 2x + 4 \Rightarrow 3x^2 - x - 5 = 0$$

فاصله نقاط برخورد تابع  $f(x)$  با مجانب افقی خود فاصله ریشه‌های این معادله است، بنابراین داریم:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{61}}{3}$$

۱۵ نکته: ۴ خط  $y = 2$  مجانب افقی تابع  $f(x)$  است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6$$

خطهای  $x = 3$  و  $x = -1$  مجانب‌های قائم تابع  $f(x)$  هستند بنابراین ریشه‌های مخرج کسر هستند و داریم:

$$3(x+1)(x-3) = 3(x^2 - 2x - 3) = 3x^2 - 6x - 9$$

با مقایسه این عبارت با مخرج کسر داریم  $b = 6$  و  $c = -9$  و در نتیجه:

$$f(x) = \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 - 6x - 9} \Rightarrow f(2) = \frac{-28}{9}$$



۲۶ ۲

$$d_G(a) + d_{\bar{G}}(a) = p - 1 \Rightarrow 5 + d_{\bar{G}}(a) = 11 \Rightarrow d_{\bar{G}}(a) = 6$$

$$d_G(b) + d_{\bar{G}}(b) = p - 1 \Rightarrow 3 + d_{\bar{G}}(b) = 11 \Rightarrow d_{\bar{G}}(b) = 8$$

می‌دانیم مرتبه هر گراف و مکمل آن با هم برابر است.

گراف  $\bar{G}$  دارای ۱۲ رأس است که درجه ۲ رأس آن ۸ و ۶ است اگر این دو رأس را کنار بگذاریم ۱۰ رأس داریم که  $\max$  تعداد یال‌ها در آن

برابر ۴۵  $\frac{p(p-1)}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$  است که این دو رأس را با ۸ و ۶ یال به این

بخش وصل می‌کنیم پس:

$$q_{\max} = 45 + 6 + 8 = 59$$

۲۷ ۳ میانگین درجات رئوس هر گراف ساده برابر  $\frac{2q}{p}$  است پس:

$$\frac{2q}{8} = 3 \Rightarrow q = 12$$

۱۲ یال را می‌توان بین ۶ رأس پخش کرد بنابراین در این گراف حداکثر ۲ رأس ایزوله داریم.

۲۸ ۲ یک مسیر از  $a$  به  $b$  به طول ۴ به صورت  $a---b$  است که چون باید از رأس  $c$  عبور کنیم یکی از جاهای خالی  $c$  است و ۲ جای خالی باید با رئوس  $\{e, f, g\}$  پر شود (از رأس  $d$  نباید عبور کنیم)

$$\text{تعداد حالات} = \binom{3}{2} \times 3! = 3 \times 6 = 18$$

۲۹ ۱ در گراف  $\Gamma$  - منتظم مرتبه  $p$  داریم:

$$rp = 2q \Rightarrow 5p = 2q \Rightarrow q = \frac{5}{2}p$$

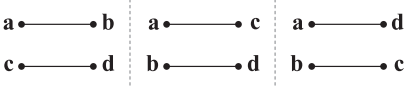
$$q = p + 12 \Rightarrow \frac{5}{2}p = p + 12 \Rightarrow \frac{3}{2}p = 12 \Rightarrow p = 8, q = 20$$

$$\text{کامل } q = \frac{p(p-1)}{2} = 28$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 28 - 20 = 8$$

۳۰ ۳ چون در گراف ۱- منتظم مرتبه  $p$ ، حتماً  $p$  زوج است بنابراین

$p = 2$  یا  $p = 4$  است. اگر  $p = 4$  باشد، ۳ زیر گراف ۱- منتظم داریم.



اگر  $p = 2$  باشد، شکل به صورت گراف  $\bullet \text{---} \bullet$  است که رئوس باید نام‌گذاری

شود که به  $\binom{4}{2} = 6$  حالت می‌توان آن‌را نام‌گذاری کرد.

$$\text{تعداد زیر گراف‌های ۱- منتظم} = 3 + 6 = 9$$

$$3AB - BA = 0 \Rightarrow 3AB = BA$$

$$B^3 A = B^2 (BA) = B^2 (3AB) = 3B^2 AB = 3B(BA)B$$

$$= 3B(3AB)B = 9(BA)B^2$$

$$= 9(3AB)B^2 = 27AB^3$$

۲۱ ۳

$$\left. \begin{aligned} 7|5k+2 &\Rightarrow 7^2|(5k+2)^2 \Rightarrow 49|25k^2+20k+4 \\ &49|49 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &49|25k^2+20k-45 \\ &49|49mk \quad (m \in \mathbb{N}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 49|25k^2 + (\underbrace{20+49m}_n)k - 45$$

$$100 \leq 20 + 49m < 1000 \Rightarrow 80 \leq 49m < 980$$

$$\Rightarrow \frac{80}{49} \leq m < \frac{980}{49} \Rightarrow m \in \{2, 3, 4, \dots, 19\}$$

به ازای هر  $m$ ، یک عدد سه‌رقمی برای  $n$  به دست می‌آید. بنابراین ۱۸ مقدار برای  $n$  وجود دارد.

$$22 \quad 3 \text{ پنج‌شنبه } 6 \equiv 2(31) + 7 \equiv 2(3) + 0 \equiv 2(3) + 0 \equiv 6 \text{ هفت‌خرداد}$$

بررسی می‌کنیم اول دی چند شنبه است.

$$B \equiv 6(31) + 3(30) + 1 \equiv 6(3) + 3(2) + 1 \equiv 18 + 6 + 1 \equiv 25 \equiv 4$$

یعنی اول دی ۲ روز عقب‌تر از پنج‌شنبه یعنی ۳ شنبه است بنابراین اولین شنبه در دی ماه ۵ است.

$$23 \quad 1 \text{ یکان هر عدد به صورت } n! \text{ که } n \geq 5 \text{ باشد، برابر صفر است.}$$

$$A = 1! + 2! + 3! + \dots + 1000! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 + 0 + \dots + 0$$

$$\Rightarrow A \equiv 3$$

$$B = 2! + 3! + 4! + \dots + 1000! \equiv 2 + 6 + 24 + 0 + 0 + \dots + 0$$

$$\Rightarrow B \equiv 2$$

$$\Rightarrow AB \equiv 6$$

اگر یکان عددی برابر ۶ باشد به هر توانی برسد یکان آن ثابت می‌ماند پس:

$$(AB)^{(A+B)!} \equiv 6$$

$$24 \quad 3 \text{ اگر تعداد کیسه‌های } 2\text{kg} \text{ برابر } x \text{ و تعداد کیسه‌های } 5\text{kg}$$

$$2x + 5y = 73$$

برابر  $y$  باشد. داریم:

$$5y \equiv 73 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k + 1$$

$$2x + 10k + 5 = 73 \Rightarrow x = 34 - 5k$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow k \leq \frac{34}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow k \geq -\frac{1}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, \dots, 6\}$$

بنابراین به ۷ حالت می‌توان این کار را انجام داد.

$$25 \quad 1 \text{ ابتدا باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۴ و ۱۱ را محاسبه می‌کنیم.}$$

$$\overline{3a52a37} \equiv 37 \equiv 1 \equiv 21$$

$$\overline{3a52a37} \equiv 7 - 3 + a - 2 + 5 - a + 3 \equiv 10 \equiv 21$$

$$\overline{3a5237} \equiv 21$$

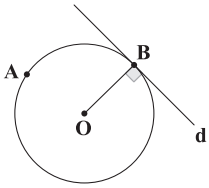




۳۸ اگر  $O(\alpha, \beta)$  مرکز دایره باشد  $OA=OB=R$

$$OA=OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha+1)^2 + (\beta-3)^2} = \sqrt{(\alpha-5)^2 + (\beta-3)^2}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha + 1 = \alpha^2 - 10\alpha + 25 \Rightarrow 12\alpha = 24 \Rightarrow \alpha = 2$$



شیب خط  $d$  برابر  $-\frac{3}{4}$  است و چون  $OB$  بر  $d$  عمود است، شیب آن  $\frac{4}{3}$  است.

$$m_{OB} = \frac{y_O - y_B}{x_O - x_B} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\beta - 3}{2 - 5} \Rightarrow \beta - 3 = -4 \Rightarrow \beta = -1$$

بنابراین  $O(2, -1)$  مرکز دایره است و در نتیجه  $\alpha + \beta = 1$  است.

۳۹

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - m = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = m + 5$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = m+5$$

$$O(1, -2), \quad R = \sqrt{m+5}$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + m = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 8 - m$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8 - m$$

$$O'(-2, 2), \quad R' = \sqrt{8 - m}$$

$$OO' = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

اگر دو دایره مماس خارج باشند  $OO' = R + R'$ ، بنابراین:

$$5 = \sqrt{m+5} + \sqrt{8-m} \Rightarrow 5 - \sqrt{m+5} = \sqrt{8-m}$$

$$\Rightarrow 25 + m + 5 - 10\sqrt{m+5} = 8 - m$$

$$\Rightarrow 11 + m = 5\sqrt{m+5} \Rightarrow 121 + m^2 + 22m = 25m + 125$$

$$\Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 3$$

۴۰

$$m^2 + (m+2)^2 - 2m + 6(m+2) - 1 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + m^2 + 4m + 4 - 2m + 6m + 12 - 1 < 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 8m + 16 < 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 8 < 0 \Rightarrow -3 < m < -1$$

۴۱ کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه  $A(-1, 4)$  و  $B(3, 2)$

عبور می‌کند، دایره‌ای به قطر  $AB$  است پس مرکز دایره وسط  $AB$

یعنی  $O(1, 3)$  است.

$$OA = R = \sqrt{(1+1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

$$x=0 \Rightarrow 1 + (y-3)^2 = 5 \Rightarrow (y-3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} y=5 \\ y=1 \end{cases}$$

$$y=0 \Rightarrow (x-1)^2 + 9 = 5 \Rightarrow (x-1)^2 = -4$$

فاقد ریشه حقیقی  $-4$  فایده حقیقی  $1$  است.

دایره در  $2$  نقطه  $(0, 1)$  و  $(0, 5)$  محور مختصات را قطع می‌کند.

۳۲

$$D = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|B| = 8 - 7 = 1 \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|C| = 10 - 9 = 1 \Rightarrow C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}DC^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -16 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & -50 \\ -113 & 183 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های  $A = 51$

۳۳

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^4 = I$$

$$(A^4 - 2I)^6 = (I - 2I)^6 = (-I)^6 = I^6 = I$$

۳۴

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

$$|6A^{-1}| = 36|A^{-1}| = 36 \times \frac{1}{|A|} = \frac{36}{2} = 18$$

۳۵

$$A^{-1} + B^{-1} = I \Rightarrow A(A^{-1} + B^{-1}) = AI \Rightarrow AA^{-1} + AB^{-1} = A$$

$$\Rightarrow I + AB^{-1} = A \Rightarrow (I + AB^{-1}) \cdot B = AB$$

$$\Rightarrow IB + AB^{-1}B = AB \Rightarrow B + A = AB = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A+B)^2 = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = O$$

$$\Rightarrow (A+B)^{15} = O$$

۳۶

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \text{ زمانی جواب منحصر به فرد ندارد که } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ دستگاه}$$

بنابراین داریم:

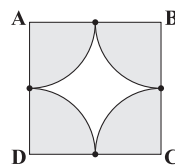
$$\frac{m+1}{3-m} = \frac{m-2}{-2m} \Rightarrow -2m^2 - 2m = 5m - 6 - m^2 \Rightarrow m^2 + 7m - 6 = 0$$

$$P = ab = \frac{-6}{1} = -6$$

۳۷

مکان هندسی نقاطی که از یک نقطه به فاصله  $1$  باشد،

دایره‌ای است به مرکز آن نقطه و شعاع  $1$ .



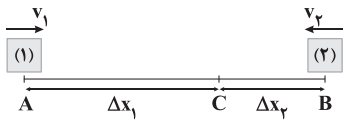
محیط مورد نظر برابر مجموع محیط مربع و دایره‌ای به شعاع  $1$  است.

$$\text{محیط} = 4(2) + 2\pi(1) = 8 + 2\pi$$



**فیزیک**

۴۶ دو متحرک هم‌زمان به نقطه C می‌رسند، بنابراین:



$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_1 \times \Delta t_1 \\ \Delta x_2 = v_2 \times \Delta t_2 \end{cases} \xrightarrow{\Delta t_1 = \Delta t_2} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad (1)$$

با توجه به این‌که متحرک (۱) در مدت ۴s فاصله CB را طی می‌کند و متحرک (۲) در مدت ۹s فاصله CA را طی می‌کند، داریم:

$$\begin{cases} \Delta x_2 = v_1 \times \Delta t_1' - \Delta t_1' = 4s \rightarrow \Delta x_2 = v_1 \times 4 \\ \Delta x_1 = v_2 \times \Delta t_2' - \Delta t_2' = 9s \rightarrow \Delta x_1 = v_2 \times 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \quad (2)$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \xrightarrow{(1)} \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3}v_1 \quad (*)$$

مجموع جابه‌جایی‌ها برابر ۱۰۰m است، بنابراین:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 100 \text{ m} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta x_1 = 9v_2}{\Delta x_2 = 4v_1} \rightarrow 9v_2 + 4v_1 = 100$$

$$\xrightarrow{(*)} 9\left(\frac{2}{3}v_1\right) + 4v_1 = 100 \Rightarrow 10v_1 = 100 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

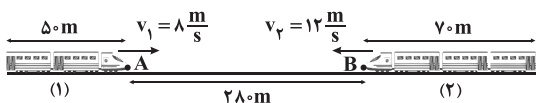
$$v_2 = \frac{2}{3}v_1 = \frac{2}{3} \times 10 = \frac{20}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

۴۷ چون قطار (۲)، ۱۰ ثانیه دیرتر شروع به حرکت می‌کند، ابتدا

حساب می‌کنیم قطار (۱) در این مدت چند متر جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_1 = v_1 \times \Delta t_1 = 8 \times 10 = 80 \text{ m}$$



چون قطار (۱)، ۸۰m جلو آمده، پس فاصله دو قطار از یکدیگر به ۲۰۰m می‌رسد. برای آن‌که دو قطار کامل از کنار هم عبور کنند، باید به اندازه فاصله بین آن‌ها به‌علاوه مجموع طول دو قطار جابه‌جا شوند:

$$\Delta x = 200 + 70 + 50 = 320 \text{ m}$$

چون دو قطار به سمت هم حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با مجموع اندازه سرعت‌های آن‌ها، بنابراین:

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2 = 8 + 12 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

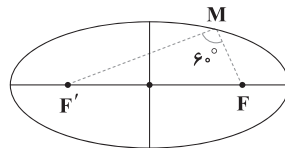
$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 320 \text{ m}, v_{\text{نسبی}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 320 = 20 \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = 16 \text{ s}$$

در مثلث FMF' بنا به قضیه COSها داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \cdot MF' \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow FF'^2 = 9 + 64 - 2(3)(8)\left(\frac{1}{2}\right) = 49 \Rightarrow FF' = 7$$



$$FF' = 2c = 7 \Rightarrow c = 7/2$$

$$MF + MF' = 2a$$

$$\Rightarrow 8 + 7 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 15/2$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{7/2}{15/2} \Rightarrow e = \frac{7}{15}$$

$$AA' = 2a = 15 \Rightarrow a = 15/2$$

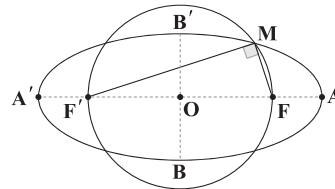
$$BB' = 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 169 = 25 + c^2 \Rightarrow c = 12$$

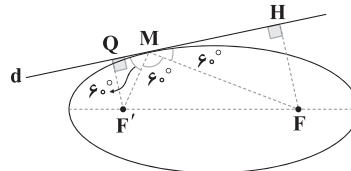
چون  $r = c = 12$  است پس دایره از کانون‌های بیضی عبور می‌کند.

M محاطی رو به قطر است پس  $\hat{M} = 90^\circ$

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = (2c)^2 = 24^2 = 576$$



۴۴ زاویه‌های  $\hat{QMF}' = \hat{FMH} = 60^\circ$  هستند از F' و F بر خط عمود می‌کنیم.



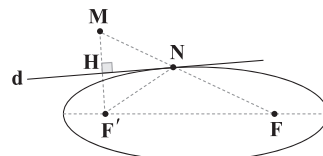
$$\Delta QMF': \sin 60^\circ = \frac{QF'}{MF'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{QF'}{MF'} \Rightarrow QF' = \frac{\sqrt{3}}{2} MF'$$

$$\Delta MFH: \sin 60^\circ = \frac{HF}{MF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{HF}{MF} \Rightarrow HF = \frac{\sqrt{3}}{2} MF$$

$$HF + QF' = \frac{\sqrt{3}}{2} (MF + MF') = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (2a) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{3} = 18$$

۴۵ اگر d در نقطه N بر بیضی مماس باشند کم‌ترین فاصله‌ای که از کانون F بر خط d برویم و سپس به کانون F' برویم برابر  $FN + NF' = 2a$  است و بنا به قضیه هرون حتماً MF از N عبور می‌کند و بنا به طولی بودن بازتاب  $NF' = MN$  است بنابراین:

$$MF = MN + NF = F'N + NF = 2a$$



$$BB' = 2b = 4\sqrt{5} \Rightarrow b = 2\sqrt{5}$$

$$FF' = 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

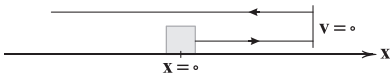
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 20 + 16 = 36 \Rightarrow a = 6$$

$$MF = 2a = 12$$

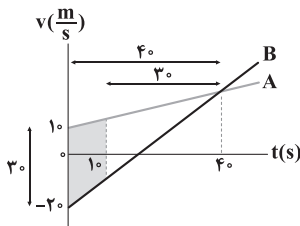


## ۴ ۵۲ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) در لحظه تغییر جهت حرکت، یعنی لحظه  $t_1$  که  $v=0$  شده متحرک در دورترین فاصله از مبدأ حرکتش قرار می‌گیرد. (✖)
- (۲) متحرک ابتدا در مبدأ مکان ( $x=0$ ) قرار داشته و چون نمودار سرعت از  $t=0$  تا  $t_1$  بالای محور افقی  $t$  است، پس  $v>0$  است و متحرک ابتدا در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند. در لحظه  $t_1$  متحرک تغییر جهت داده، پس در این لحظه از نقطه شروع حرکتش عبور نمی‌کند. (✖)
- (۳) شتاب متوسط برابر شیب خطی است که لحظات  $t_1$  و  $t_3$  را روی نمودار سرعت - زمان به هم وصل می‌کند. با توجه به این‌که این خط نزولی است، بنابراین شیب آن منفی است، پس  $a_{av} < 0$ . (✖)
- (۴) متحرک پس از تغییر جهت مطابق شکل زیر یک بار دیگر از نقطه شروع حرکتش می‌گذرد. (✓)



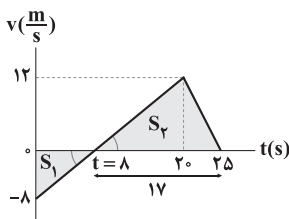
- ۳ ۵۳ مجموع مسافت طی شده توسط متحرک از لحظه  $t=0$  تا لحظه  $t=10$ s برابر است با مجموع اندازه مساحت‌های زیر دو نمودار تا این لحظه که در شکل مشخص شده است.



- مساحت مثلث بزرگ که از لحظه  $t=0$  تا لحظه  $t=40$ s بین نمودار تشکیل شده است، برابر است با:
- $$S = \frac{30 \times 40}{2} = 600 \text{ m}$$
- مساحت مثلث کوچک‌تر که از لحظه  $t=10$ s تا لحظه  $t=40$ s تشکیل شده را به کمک تشابه مثلثات با مثلث بزرگ به دست می‌آوریم. نسبت مساحت‌ها برابر است با نسبت توان ۲ ارتفاع آن‌ها، بنابراین:
- $$\frac{S'}{S} = \left(\frac{30}{40}\right)^2 \Rightarrow \frac{S' = 600 \text{ m}}{600} = \frac{9}{16} \Rightarrow S' = 337.5 \text{ m}$$
- حال مساحت مثلث کوچک را از کل مساحت مثلث بزرگ کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگ‌شده به دست آید:
- $$S - S' = 600 - 337.5 = 262.5 \text{ m}$$

- ۲ ۵۴ ابتدا به کمک تشابه مثلث‌های متقابل به رأس مقدار  $t$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t}{20-t} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{t}{20-t} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3t = 40 - 2t \Rightarrow t = 8$$

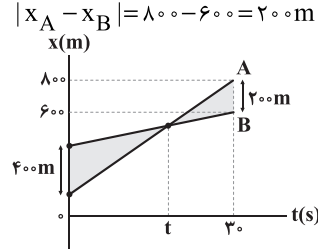


مساحت کل زیر نمودار سرعت را به دست می‌آوریم.

$$S_1 = \frac{8 \times (-8)}{2} = -32 \text{ m}$$

$$S_2 = \frac{12 \times 12}{2} = 72 \text{ m}$$

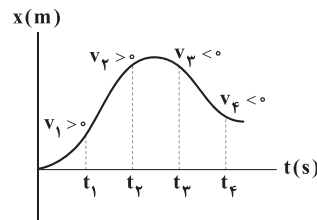
- ۳ ۴۸ با توجه به نمودار مکان - زمان دو متحرک، فاصله آن‌ها در لحظه  $t=30$ s برابر است با:



تشابه را بین دو مثلث رنگ‌شده می‌نویسیم و لحظه رسیدن آن‌ها به هم  $(t)$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{400}{200} = \frac{t}{30-t} \Rightarrow 2 = \frac{t}{30-t} \Rightarrow 60 - 2t = t \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

- ۳ ۴۹ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه سرعت متحرک در همان لحظه را نشان می‌دهد.



- شتاب متوسط برابر است با  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . چون طول بازه‌های زمانی یکسان است، شتاب متوسط وقتی بیشینه می‌شود که  $\Delta v$  بیشینه می‌شود. اندازه یا قدرمطلق تغییرات سرعت وقتی بیشینه می‌شود که علامت سرعت‌های اولیه و ثانویه مخالف هم باشد، پس بیشینه  $\Delta v$  در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$  است که  $v_2 > 0$  و  $v_4 < 0$  است.

- ۳ ۵۰ ابتدا باید حساب کنیم متحرک در چه لحظاتی تغییر جهت می‌دهد، یعنی در چه لحظاتی  $v=0$  می‌شود، بنابراین:

$$v = t^3 - 4t^2 + 3t = 0 \Rightarrow t(t^2 - 4t + 3) = 0$$

$$\Rightarrow t(t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1 \text{ s} \\ t=3 \text{ s} \end{cases}$$

- $t=0$  لحظه تغییر جهت محسوب نمی‌شود، زیرا لحظه شروع حرکت است. در لحظه  $t=1$ s متحرک برای اولین بار و در لحظه  $t=3$ s برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد.

- شتاب متوسط متحرک را بین لحظات  $t_1=2$ s و  $t_2=3$ s به کمک رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  به دست می‌آوریم.

$$v = t^3 - 4t^2 + 3t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_2 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{0 - (-2)}{3 - 2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

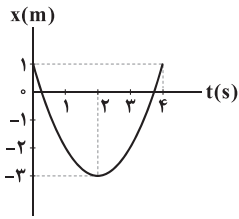
بنابراین:

## ۲ ۵۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نمودار شتاب - زمان، محور  $t$  را قطع نکرده، پس شتاب متحرک صفر نشده و تغییر جهت نمی‌دهد. (✖)
- (۲) نمودار شتاب - زمان، پیوسته بالای محور افقی است، پس  $a > 0$  است، یعنی سرعت متحرک همواره افزایش می‌یابد. (✓)
- (۳ و ۴) نمودار شتاب - زمان ابتدا صعودی و سپس نزولی است، پس اندازه شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. (✖)



حال نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم می‌کنیم.



مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی  $t_1=1s$  تا  $t_2=4s$  برابر است با:

$$\begin{cases} t_1=1s \Rightarrow x_1=1^2-4 \times 1+1=-2m \\ t_2=4s \Rightarrow x_2=4^2-4 \times 4+1=1m \end{cases}$$

بنابراین با توجه به نمودار بالا، مسافت طی شده برابر است با:  $l=1+4=5m$   
حال به راحتی می‌توان تندی متوسط را به دست آورد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

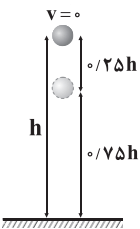
۵۷ | با توجه به رابطه  $v = -gt$ ، اندازه سرعت گلوله را در این دو لحظه محاسبه می‌کنیم.

$$v = -gt \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -1 \times 3 = -3 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_1| = 3 \frac{m}{s} \\ v_2 = -1 \times 2/5 = -3/5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_2| = 3/5 \frac{m}{s} \end{cases}$$

با توجه به این‌که حرکت با شتاب ثابت است، بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{3 + 3/5}{2} = 32/5 \frac{m}{s}$$

۵۸ | با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:



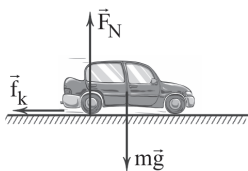
$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{25}{100}h = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \\ \Rightarrow \frac{25}{100} \frac{h}{h} &= \frac{1}{2} \frac{g(t-2)^2}{\frac{1}{2}gt^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{(t-2)^2}{t^2} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{t-2}{t}$$

$$\Rightarrow 5t = 10t - 20 \Rightarrow 5t = 20 \Rightarrow t = 4s$$

۵۹ | پس از ترمز، تنها نیروی مؤثر وارد بر خودرو در راستای افقی،

نیروی اصطکاک جنبشی است. در این صورت با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} a &= \frac{F_{net}}{m} = \frac{-f_k}{m} = \frac{-\mu_k mg}{m} = -\mu_k g \\ \Rightarrow a &= -0.25 \times 10 = -2.5 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2.5t + 20 \Rightarrow t = 8s$$

۶۰ | شخص برای شروع به حرکت ابتدا شتابی رو به پایین می‌گیرد، در

نتیجه وزن ظاهری وی کاهش می‌یابد و ترازو وزن کم‌تری را نشان می‌دهد و در نهایت برای توقف، شتابی رو به بالا می‌گیرد و در نتیجه ترازو وزن بیشتری را نشان خواهد داد.

**دقت کنید:** توجه داشته باشید که می‌توان این سؤال را مشابه با حالتی فرض کرد که شخص داخل آسانسور ساکن قرار دارد و آسانسور از طبقات بالای ساختمان به طبقات پایین‌تر می‌رود.

اگر مساحت‌ها را با هم جمع کنیم، جابه‌جایی به دست می‌آید و اگر قدر مطلق آن‌ها را جمع کنیم، مسافت طی شده به دست می‌آید:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = (-32) + 102 = 70m$$

$$l = |S_1| + |S_2| = 32 + 102 = 134m$$

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{\Delta x} = \frac{134}{70} = \frac{67}{35}$$

۵۵ | با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با فرم کلی معادله

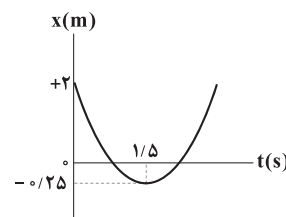
مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t + 2 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -3 \frac{m}{s} \\ x_0 = 2m \end{cases}$$

می‌دانیم در رأس سهمی، سرعت متحرک برابر صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -3 \frac{m}{s}]{a = 2 \frac{m}{s^2}} v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}s$$

حال نمودار مکان - زمان متحرک موردنظر را رسم می‌کنیم.



**بررسی عبارت‌ها:**

(الف) با توجه به نمودار بالا، تندی متحرک از لحظه  $t=0$  تا لحظه  $t=1/5s$  کاهش و از لحظه  $t=1/5s$  به بعد افزایش می‌یابد. (✓)

(ب) شتاب متحرک، ثابت و برابر  $2 \frac{m}{s^2}$  است. (✗)

(ج) با توجه به نمودار بالا، بردار مکان متحرک ابتدا در جهت محور X، سپس در خلاف جهت محور X و پس از مدتی مجدد در جهت محور X است. (✗)

۵۶ | با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با فرم کلی معادله

مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

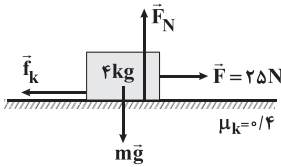
$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 1 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ x_0 = +1m \end{cases}$$

می‌دانیم در رأس سهمی، سرعت متحرک برابر صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -4 \frac{m}{s}]{a = 2 \frac{m}{s^2}} v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$



۶۵ ۲ ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net_x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{\mu_k = 0.4} 25 - (0.4 \times 40) = 4a$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{4} = 2.25 \frac{m}{s^2}$$

سطح بر جسم دو نیروی  $\vec{F}_N$  و  $\vec{f}_k$  را وارد می‌کند، بنابراین نیرویی که بر جسم از طرف سطح وارد می‌شود برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_k = 16N, F_N = 40N} R = \sqrt{(16)^2 + (40)^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{16^2 + 40^2} \Rightarrow R = 8\sqrt{29} N$$

**دقت کنید:** چون اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه از اندازه نیروی  $\vec{F}$  کم‌تر است، بنابراین جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است.

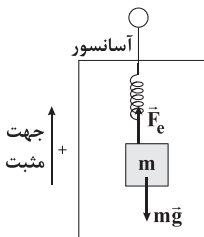
۶۶ ۳ در لحظه توقف، تکانه متحرک صفر است و تکانه متحرک در

لحظه شروع حرکت برابر با  $\frac{kg \cdot m}{s}$  است، بنابراین نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 7}{7} = -1N$$

۶۷ ۲ پس از باز شدن چتر، حرکت چتر باز، کندشونده می‌شود تا تندی آن به تندی حدى برسد و پس از آن حرکت با تندی ثابت خواهد بود.

۶۸ ۱ ابتدا شکلی از شرایط سؤال رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow kx - mg = ma$$

برای قسمت اول حرکت می‌توان نوشت:

$$400x - (0.2 \times 10) = 0.2 \times 2$$

$$\Rightarrow 400x - 2 = 0.4 \Rightarrow x = 0.006m = 0.6cm$$

در قسمت دوم حرکت، چون حرکت کندشونده است،  $a = -2 \frac{m}{s^2}$  بوده و

$$400x' - 0.2 \times 10 = 0.2 \times (-2) \Rightarrow 400x' - 2 = -0.4$$

$$\Rightarrow x' = 0.004m \Rightarrow x' = 0.4cm$$

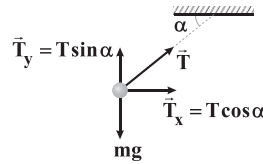
بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{x'}{x} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۶۱ ۲ فرد، گاری را به سمت شمال هل می‌دهد، در نتیجه نیروی اصطکاک وارد بر گاری که در خلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود، به سمت جنوب خواهد بود.

از طرفی دیگر، چون فرد گاری را به سمت شمال هل می‌دهد، گاری هم به فرد نیرویی به سمت جنوب وارد می‌کند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر فرد به سمت شمال خواهد بود.

۶۲ ۲ در ابتدا شکل ساده‌ای از شرایط سؤال را رسم می‌کنیم:



برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر است، بنابراین:

$$T_y = mg = 0.6 \times 10 = 6N$$

شتاب حرکت گلوله همان شتاب حرکت کامیون است، پس با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای محور X خواهیم داشت:

$$F_{net_x} = ma \Rightarrow T_x = ma = 0.6 \times 5 = 3N$$

اندازه نیروی کشش نخ برابر است با:

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \Rightarrow T = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} \Rightarrow T = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Rightarrow T = 3\sqrt{5}N$$

۶۳ ۴ در صورت سؤال، هیچ زاویه‌ای بین نیروها گفته نشده است، بنابراین کم‌ترین حالت نیروی خالص و بیشترین حالت نیروی خالص را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{min} = 40 - 15 - 10 = 15N \\ F_{max} = 40 + 15 + 10 = 65N \end{cases}$$

$$15N \leq F_{net} \leq 65N$$

بنابراین:

طبق قانون دوم نیوتون ( $F_{net} = ma$ ) داریم:

$$15 \leq F_{net} \leq 65 \xrightarrow{F_{net} = ma} 15N \leq ma \leq 65N$$

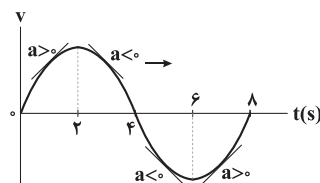
$$\xrightarrow{m = 4kg} 15N \leq 4a \leq 65N \xrightarrow{\div 4} 3.75 \frac{m}{s^2} \leq a \leq 16.25 \frac{m}{s^2}$$

در نتیجه تنها گزینه (۴) که مقدار شتاب را  $19.75 \frac{m}{s^2}$  بیان می‌کند، خارج از بازه فوق بوده و غیرقابل قبول است.

**دقت کنید:** بیشترین نیروی وارد بر جسم زمانی است که هر سه نیرو هم‌راستا و هم‌جهت باشند و کم‌ترین نیروی وارد بر جسم زمانی است که هر سه نیرو هم‌راستا اما دو نیروی کوچک‌تر، هم‌جهت با هم و در جهت مخالف نیروی بزرگ‌تر باشند.

۶۴ ۲ از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = 4s$ ، سرعت متحرک مثبت بوده و تکانه متحرک در جهت محور Xها می‌باشد.

شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه نشان‌دهنده شتاب متحرک در آن لحظه است. در دو ثانیه دوم حرکت این شیب منفی بوده، بنابراین شتاب متحرک در این بازه زمانی در خلاف جهت محور X است. از سوی دیگر، جهت نیروی خالص وارد بر متحرک نیز طبق قانون دوم نیوتون ( $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ) هم‌جهت با شتاب آن می‌باشد.





چرخش در  $\frac{1}{4}$  دوره برابر  $90^\circ$  درجه می‌باشد، بنابراین تکانه اولیه و ثانویه برهم عمودند، بنابراین:

$$\Delta p = \sqrt{v} p_1 \xrightarrow{p=mv} \Delta p = \sqrt{v} \times 2 \times 180 = 360 \sqrt{v} \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

اندازه شتاب وارد بر آونگ زمانی که آسانسور به سمت بالا حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_1 = 10 - 1 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اندازه شتاب وارد بر آونگ زمانی که آسانسور به سمت پایین حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_2 = 10 + 1 = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \quad (1)$$

از طرفی در سؤال گفته شده است که دوره تناوب آونگ  $10\%$  درصد بیشتر شود، بنابراین:

$$T_1 = T_2 + \frac{10}{100} T_2 = 1.1 T_2$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{11}{10} \quad (2)$$

با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$\frac{11}{10} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{11}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{121}{100} \times \frac{9}{11} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 0.99$$

طول آونگ باید  $1\%$  درصد کاهش یابد.

ابتدا شتاب گرانش سیاره موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \times M}{\left(\frac{1}{3} R\right)^2} = \frac{G \times 10M}{R^2} = 9$$

$$\Rightarrow g_{\text{سیاره}} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اندازه شتاب وارد شده به آونگ در دو حالت برابر است با:

$$g_1 = g_{\text{سیاره}} - 4 = 9 - 4 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$g_2 = g_{\text{زمین}} + 2 = 10 + 2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با در نظر گرفتن ضریب انبساط طولی، نسبت طول آونگ بر روی دو سیاره برابر است با:

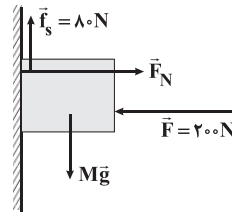
$$L_1 = L_2 \times (1 + \alpha \Delta \theta) = L_2 \times (1 + 10^{-3} \times (50 - 0)) = 1.05 L_2$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1.05$$

نسبت دوره نوسان آونگ در دو حالت برابر است با:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{1.05} \times \sqrt{\frac{12}{5}} = \sqrt{1.8} = \frac{\sqrt{18}}{6}$$

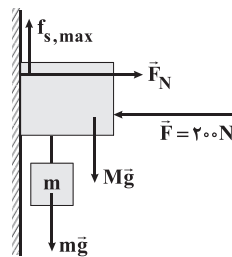
با توجه به شکل زیر، چون جسم به جرم  $M$  در راستای قائم در حال تعادل قرار دارد، داریم:



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow f_s = Mg \xrightarrow{f_s = 80 \text{ N}} Mg = 80$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} M \times 10 = 80 \Rightarrow M = \frac{80}{10} = 8 \text{ kg}$$

بعد از آویزان کردن وزنه به جرم  $m$ ، جسم در آستانه حرکت قرار گرفته و در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به جسم وارد می‌شود. چون جسم در راستای قائم و افقی در حال تعادل قرار دارد، می‌توان نوشت:



$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 200 \text{ N}$$

$$F'_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = Mg + mg$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = Mg + mg \xrightarrow{\mu_s = 0.6, M = 8 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, F_N = 200 \text{ N}}$$

$$0.6 \times 200 = 8 \times 10 + 10m \Rightarrow 120 = 80 + 10m \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{M}{m} = \frac{8}{4} = 2$$

در هر دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$ ، سرعت چتر باز ثابت بوده و در نتیجه

شتاب وارد بر چتر باز و هم‌چنین برآیند نیروهای وارد بر او در هر دو لحظه صفر است، در نتیجه طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a=0} F_{\text{net}} = f - mg = 0 \Rightarrow f = mg$$

در هر دو وضعیت، با اعمال شرایط فوق، اندازه نیروی مقاومت هوا با مجموع وزن شخص و چتر برابر است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f_1 = mg \\ f_2 = mg \end{cases} \Rightarrow f_1 = f_2$$

ابتدا به کمک  $t = nT$ ، دوره را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

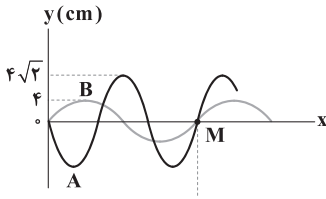
به کمک رابطه  $v = \frac{v\pi r}{T}$  داریم:

$$v = \frac{v\pi r}{T} = \frac{2 \times 3 \times 10}{\frac{1}{3}} = 180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۷۸ ۲ با توجه به شکل، دامنهٔ امواج برابر هستند با:

$$A_A = 4\sqrt{2} \text{ cm} \quad \text{و} \quad A_B = 4 \text{ cm}$$



با در نظر گرفتن نقطه‌ای مثل  $M$  که دو موج روی محور  $x$  یک‌دیگر را قطع می‌کنند، رابطهٔ طول موج‌ها را به دست می‌آوریم. تا نقطهٔ  $M$  برای موج  $B$

$$\lambda_B = \frac{2}{3} \lambda_A \quad \text{یک} \quad \text{و} \quad \text{برای موج} \quad A \quad \text{مقدار} \quad \frac{3\lambda_A}{4} \quad \text{گذشته است، در نتیجه:}$$

$$f_B = \frac{2}{3} f_A \quad \text{بسامد با طول موج رابطهٔ عکس دارد، بنابراین:}$$

انرژی موج با مجذور دامنه و مجذور بسامد رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \quad \xrightarrow{A_A = 4\sqrt{2} \text{ cm}, A_B = 4 \text{ cm}} \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$

۷۹ ۲ بررسی گزینه‌ها:

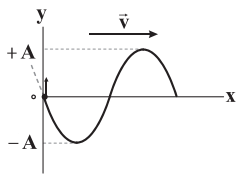
۱ و ۲) اگر موجی از یک محیط وارد محیط دیگر شود، بسامد ثابت می‌ماند، زیرا بسامد به شرایط محیط وابسته نیست.

۳ و ۴) انرژی با مجذور دامنه و بسامد رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \quad \xrightarrow{\frac{A_2}{A_1} = 2 \quad \text{و} \quad \frac{f_2}{f_1} = 2} \quad \frac{E_2}{E_1} = 2^2 \times 2^2 = 16$$

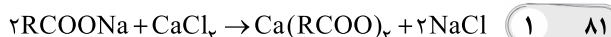
پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۸۰ ۲ کافی است نقطهٔ شروع موج را بررسی کرده و ابتدا جهت نوسان آن را تعیین کنیم. چون موج به سمت راست می‌رود، به چپ نقطهٔ شروع دقت می‌کنیم که در نتیجه جهت نوسان آن رو به بالا است.



نقطهٔ شروع در وضع تعادل است (روی محور  $x$ ) و  $\frac{T}{4}$  ثانیه بعد به  $+A$  می‌رسد، پس گزینهٔ (۲) صحیح است که نقطهٔ شروع آن  $+A$  است.

شیمی



گرم سدیم کلرید = گرم کلسیم کلرید  
جرم مولی  $\times$  ضریب      جرم مولی  $\times$  ضریب

$$\Rightarrow \frac{x \text{ g CaCl}_2}{1 \times 111} = \frac{35 / 1 \text{ g NaCl}}{2 \times 58 / 5} \Rightarrow x = 33 / 3 \text{ g CaCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم کلسیم کلرید}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{33 / 3}{12000} \times 10^6 = 2775$$

۷۴ ۳ تندی انتشار موج در این تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{200 \times 4}{2}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

هر نوسان در این تار با تندی محاسبه شده حرکت می‌کند. در نتیجه مدت زمان لازم برای پیمودن طول تار توسط نوسان اول برابر است با:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{4}{20} = 0.2 \text{ s}$$

فاصلهٔ هر قله تا درهٔ مجاور برابر با نصف طول موج است، در نتیجه طول موج برابر با  $4$  سانتی متر است. در نتیجه فرکانس نوسان این نوسانگر برابر است با:

$$v = \lambda f \Rightarrow 0.4 \times f = 20 \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

بنابراین نوسانگر در هر ثانیه  $50$  نوسان انجام می‌دهد، بنابراین تعداد نوسان‌ها در بازهٔ زمانی موردنظر برابر است با:

$$n = \Delta t \times f = 0.2 \times 50 = 10$$

۷۵ ۲ رابطهٔ سرعت انتشار موج در تار به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad m = \rho V \rightarrow v = \sqrt{\frac{FL}{\rho V}}$$

$$\xrightarrow{V = AL} \quad v = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \quad v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

نسبت تندی انتشار موج در دو تار برابر است با:

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{D_A}{D_B} \times \sqrt{\frac{F_B}{F_A}} \times \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} = \frac{3}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

۷۶ ۲ چون محل اتصال هر دو ریسمان را به سمت بالا می‌کشیم،

نیروی کشش برای هر دو یکسان است. به کمک رابطهٔ  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  رابطهٔ بین تندی انتشار موج در دو ریسمان را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \quad \mu_2 = 9\mu_1 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{9\mu_1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{3} v_1 \quad (*)$$

چون موج هر دو ریسمان هم‌زمان به انتهای طناب‌ها می‌رسند، پس  $t$  برای هر دو ریسمان، یکسان است و جابه‌جایی هر موج نیز روی هر ریسمان برابر طول آن ریسمان است.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} L_1 = v_1 t \\ L_2 = v_2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{(*)} \frac{L_1}{L_2} = 3$$

با توجه به شکل سؤال، مجموع طول دو ریسمان برابر  $8 \text{ m}$  است، بنابراین:

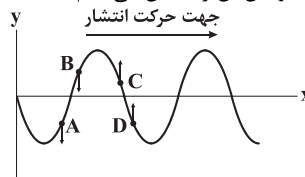
$$L_1 + L_2 = 8 \text{ m} \quad \xrightarrow{L_1 = 3L_2} \quad 3L_2 + L_2 = 8 \Rightarrow L_2 = 2 \text{ m}$$

$$L_1 = 3L_2 \Rightarrow L_1 = 6 \text{ m}$$

۷۷ ۳ برای تشخیص جهت نوسان هر نقطه روی شکل موج کافی

است به قبل نقطه نگاه کنیم. در این سؤال چون موج به سمت راست می‌رود،

به سمت چپ هر نقطه توجه کرده و جهت نوسان آن را تعیین می‌کنیم:

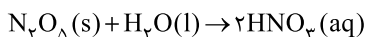


نقاط  $C$  و  $D$  رو به بالا می‌روند، ولی نقطهٔ  $C$  در حال دور شدن از وضع تعادل (محور  $x$ ) است، پس حرکت آن کندشونده است، ولی نقطهٔ  $D$  در حال نزدیک شدن به وضع تعادل (محور  $x$ ) است، پس حرکت آن تندشونده است.





۸۹ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارات درست هستند. آزمایش‌های دقیق نشان می‌دهند که آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.



۹۰ ۴

$$\frac{432 \times 10^{-3} \text{ g}}{1 \times 10^8} = \frac{x \text{ mol}}{2} \Rightarrow x = 0.008 \text{ mol HNO}_3$$

$$? \text{ mol NaOH} = 480 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g}} = 0.012 \text{ mol NaOH}$$

$$0.012 - 0.008 = 0.004 \text{ mol NaOH}$$

$$[NaOH] = \frac{0.004}{1} = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow [OH^-] = 4 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-4}} = \frac{1}{4} \times 10^{-10} = 2.5 \times 10^{-11}$$

$$pH = -\log(2.5 \times 10^{-11}) = 10.7$$

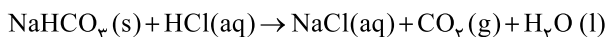
۹۱ ۳ ابتدا از رابطهٔ مقابل، غلظت مولی محلول نیترواسید را به دست می‌آوریم:

$$[HNO_3] = \frac{\text{چگالی محلول (درصد جرمی)}}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$$

$$= \frac{10 \times 24 \times 10^{-3}}{47} = 5.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{0.132 \text{ mol.L}^{-1}}{5.1 \text{ mol.L}^{-1}} \times 100 = 2.6\%$$

۹۲ ۲



$$HCl: pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} = 10^{-9-2} = (10^{-3})^2 \times 10^{-2}$$

$$= 8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [HCl] = 8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{0.4 \text{ L} \times 8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} HCl}{1} = \frac{\Delta g NaHCO_3 \times \frac{P}{100}}{1 \times 84}$$

$$\Rightarrow \%P = 33.6$$

۹۳ ۲

$$K_a = \frac{\alpha^2 [HA]}{1 - \alpha} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = \frac{\alpha^2 (4 \times 10^{-2})}{1 - \alpha}$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = 2\alpha^2 \Rightarrow 2\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-1)}}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0.5 \checkmark \\ \alpha_2 = -1 \times \end{cases}$$

$$[H^+] = \alpha [HA] = \frac{1}{2} \times 0.04 = 0.02$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(0.02) = 1.7$$

۹۴ ۳ در سلول گالوانی «آلومینیم - مس»، تیغهٔ آلومینیمی در نقش آند ظاهر می‌شود. می‌دانیم هر مول Al با تبدیل به  $Al^{3+}$ ، سه مول الکترون از دست می‌دهد.



$$\frac{121/5 \times \frac{70}{100} \times \frac{50}{100}}{1 \times 27} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 4.725 \text{ mole}^-$$

۸۲ ۳ مطابق داده‌های سؤال در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی مورد نظر یک پیوند  $C=C$  و در حلقهٔ بنزنی آن، سه پیوند

$C=C$  وجود دارد. به این ترتیب فرمول کلی پاک‌کنندهٔ A به صورت  $C_n H_{2n-1} C_6 H_4 SO_3 Na$  خواهد بود.

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت:

$$(2n-1) + 4 = 31 \Rightarrow n = 14$$

$$\frac{\%C}{\%O} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{12(n+6)}{16(3)} = \frac{12(14+6)}{16(3)} = 5$$

۸۳ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارات درست هستند.

در روغن زیتون ( $C_{57}H_{104}O_6$ )، شمار اتم‌های هیدروژن، کم‌تر از دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

۸۴ ۴ نیتریک اسید ( $HNO_3$ ) یک اسید قوی است و در آب تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابد ( $\alpha \approx 1$ )، نیترواسید یک اسید ضعیف است و در آب به‌طور جزئی یونش می‌یابد. هرچه غلظت نیترواسید بیشتر باشد، امکان یونش کم‌تر شده و درجهٔ یونش کوچک‌تر می‌شود.

۸۵ ۲ عبارات اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارات نادرست:

• ذره‌های سازندهٔ سوسپانسیون، ذره‌های ریزماده هستند.

• صابون‌ها با آب و آلاینده‌ها هیچ‌گونه واکنش شیمیایی نمی‌دهند.

$$[HNO_3] = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{10^{-PH}}{\alpha} = \frac{10^{-4/1}}{0.5 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{10^{-4-5}}{5 \times 10^{-3}} = \frac{8 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-3}} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[HNO_3] = [H^+] = 10^{-PH} = 10^{-2/4} = 10^{-0.5} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به این‌که حجم محلول سود لازم برای خنثی کردن محلول نیترواسید،  $\frac{1}{3}$  حجم محلول سود لازم برای خنثی کردن محلول نیتریک اسید است می‌توان نوشت:

$$n_1 M_1 V_1 = \frac{1}{3} n_2 M_2 V_2 \Rightarrow 1 \times 16 \times 10^{-2} \times a = \frac{1}{3} \times 1 \times 4 \times 10^{-3} \times b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{12}$$

۸۷ ۲ مطابق داده‌های سؤال، اکسید مورد نظر بازی است.

اغلب اکسیدهای فلزی خاصیت بازی دارند. سه عنصر A، X و G که به ترتیب همان Ba، Na و Sr هستند، جزو فلزها طبقه‌بندی می‌شوند و اکسید آن‌ها خاصیت بازی دارد.



$$\frac{\text{جرم اسید چرب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم سود ناخالص} \times \frac{P}{100}}{1 \times M} \Rightarrow \frac{26/67 \times \frac{60}{100}}{1 \times 40} = \frac{113/6}{1 \times M}$$

$$\Rightarrow M = 284 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow C_n H_{2n+1} COOH: 284 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 1 = 284 \Rightarrow n = 17$$

$$\%C = \frac{(17+1) \times 12}{284} \times 100 = 76.05$$



عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند. **۲ ۱۰۱****بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

- در واکنش ترمیت ( $2\text{Fe} + \text{Al}_2\text{O}_3 \rightarrow 2\text{Fe} + \text{Al}_2\text{O}_3$ )، واکنش دهنده عنصری (Al) با تبدیل به  $\text{Al}_2\text{O}_3$  اکسایش یافته و نقش کاهنده را دارد.
- برای تولید گاز  $\text{H}_2$ ، روش‌های دیگری علاوه بر برقکافت آب، مانند سلول نور الکتروشیمیایی وجود دارد.



درصد جرمی تیغه آندی (C) در مخلوط واکنش دهنده‌ها  $= \frac{3\text{C}}{2\text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{C}} \times 100$

$$= \frac{3(12)}{2(102) + 3(12)} \times 100 = \frac{36}{246} \times 100 = 14.6\%$$

$$14.6\% \times 1000 \text{ kg} = 146 \text{ kgC}$$

به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. **۳ ۱۰۳**

برخی فلزها مانند Al با این‌که اکسایش می‌یابند اما خورده نمی‌شوند.

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند. **۴ ۱۰۴**فقط عبارت نخست، نادرست است. **۱ ۱۰۵**

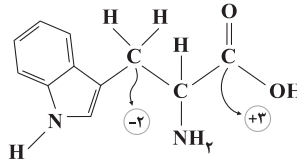
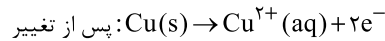
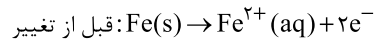
در سلول‌های الکترولیتی، آند به قطب مثبت باتری متصل است.

فقط عبارت آخر درست است. **۱ ۹۵****بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

- برای انجام واکنش اکسایش - کاهش در سلول نور الکتروشیمیایی از نور استفاده می‌شود.
- در سلول گالوانی آهن - قلع، کاتیون‌های قلع در نیم‌سلول کاتدی قرار دارند.
- کم‌ترین عدد اکسایش A ۳ و X ۲ به ترتیب برابر با ۱- و صفر است.

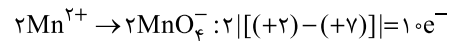
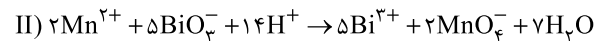
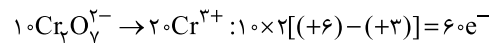
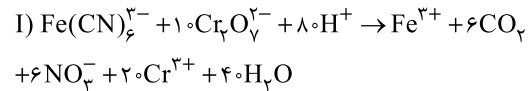
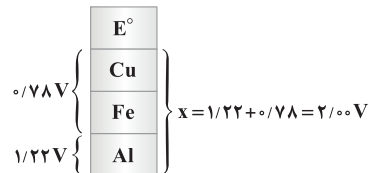
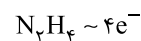
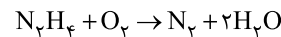
**۳ ۹۶** بیشترین و کم‌ترین عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب مورد

نظر برابر ۳+ و ۲- بوده که تفاوت آن‌ها برابر با ۵ است.

**۳ ۹۷** نیم‌واکنش‌های آندی در دو حالت مختلف به صورت زیر است:

مطابق فرض سؤال مقدار الکترون مبادله شده در دو حالت یکسان در نظر گرفته شده است:

$$\text{Fe} \sim \text{Cu} \Rightarrow \frac{1/12}{1 \times 56} = \frac{x}{1 \times 64} \Rightarrow x = 1/28 \text{ gCu}$$

**۲ ۹۸**نسبت مورد نظر برابر است با:  $\frac{60}{10} = 6$ برای حل این سؤال کفایت مطابق شکل زیر عمل کنید. **۲ ۹۹****۲ ۱۰۰** عدد اکسایش اتم نیتروژن در هیدرازین ( $\text{N}_2\text{H}_4$ ) برابر ۲- ودر مولکول نیتروژن ( $\text{N}_2$ ) برابر با صفر است. بنابراین تغییر عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر با ۲ و برای دو اتم نیتروژن برابر با ۴ است.

$$\frac{25/6 \text{ g}}{(2 \times 14) + 2(18)} = \frac{x}{4 \times 6 / 0.2 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 9.632 \times 10^{23} e^-$$

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**

<https://konkur.info>