بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۱۵

آزمودهای سراسری گاج

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سؤالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

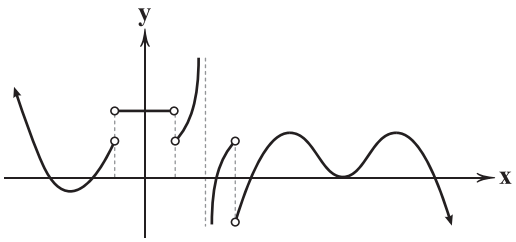
ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱	۱۰	۸۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰		۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰		۲۱	۳۰	
		حسابان ۱	۵		۳۱	۳۵	
		هندسه ۲	۱۰		۳۶	۴۵	
		آمار و احتمال	۱۰		۴۶	۵۵	

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

حسابان (۲)

۱- نمودار تابع $f'(x)$ به شکل زیر است. اگر $f(x)$ تابعی پیوسته باشد، تعداد نقاط max نسبی و min نسبی و بحرانی تابع $f(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۶ – ۴ – ۱۰

۲) ۴ – ۳ – ۱۰

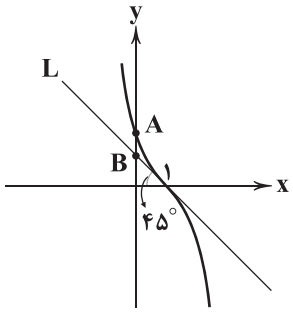
۳) ۴ – ۴ – ۹

۴) ۵ – ۳ – ۹

۲- اگر $x=-۳$ طول تنها نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع $f(x)=ax^۴+۳x^۳-(b+۱)x^۲+۷$ باشد، مجموع مربعات طول‌های نقاط عطف تابع کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۳- خط L در شکل زیر بر تابع $f(x)=-x^۳+ax^۲-bx+c$ در نقطهٔ عطف آن مماس است. اندازهٔ پاره‌خط AB کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴- مجموع طول‌های نقاطی از تابع $f(x)=۱+\cos ۴x+۲\sin ۲x$ در بازهٔ $(۰\ ,\ ۲\pi)$ که اکسترمم نسبی هستند ولی اکسترمم مطلق نیستند، کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۲}$

۵- اگر دامنه تابع $f(x)=\sqrt{-x^۲-ax+b}+x-۱$ بازهٔ $[-۳\ ,\ ۱]$ باشد، برد تابع کدام است؟

۱) $[-۴\ ,\ ۰]$ ۲) $[-۴\ ,\ ۲-۲\sqrt{۲}]$ ۳) $[-۴\ ,\ ۲\sqrt{۲}-۲]$ ۴) $[-۴\ ,\ ۲-\sqrt{۲}]$

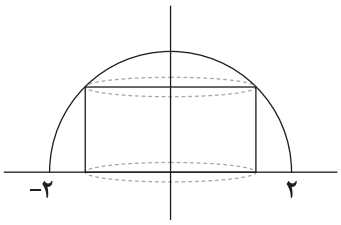
۶- نمودار تابع $f(x)=(۲x-۵)\sqrt[۳]{x^۲}$ در بازه $(a\ ,\ b)$ اکیداً نزولی و تقعر آن رو به بالا است. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷- بیشترین حجم استوانهٔ محاط در یک نیم‌کره به شعاع ۲ کدام است؟



۱) $۲\pi\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۴\pi\sqrt{۳}}{۹}$

۳) $\frac{۸\pi\sqrt{۳}}{۹}$

۴) $\frac{۱۶\pi\sqrt{۳}}{۹}$

۸- حاصل‌ضرب طول‌های نقاط بحرانی تابع $f(x)=۳x|x^۲-۱|$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۹- تابع هموگرافیک $f(x)=ax-۱+\frac{x^۲+x-b}{x+۱}$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. معادله محور تقارن قاطع منحنی کدام است؟

۱) $y=x+۲$ ۲) $y=x$ ۳) $y=-x$ ۴) $y=-x-۲$

۱۰- اگر مرکز تقارن دو تابع $f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$ و تابع هموگرافیک $g(x)=\frac{ax}{cx-۱}+۲$ بر رأس تابع $h(x)=-x^۲+۲x+۳$ منطبق باشند، مقدار $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

ریاضیات گسسته

۱۱- در مجموعهٔ اعداد $\{۱, ۲, ۳, \cdots, ۲۰۰\}$ از بین اعداد بخش‌پذیر بر ۳، ۵ یا ۷ چند عضو فقط بر ۲تا از این اعداد بخش‌پذیر هستند؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۷ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۱۲- در تقسیم اعضای یک مجموعهٔ ۷۴ عضوی بر عدد ۱۵، دست‌کم چند عضو دارای باقی‌ماندهٔ یکسان هستند؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۷

۱۳- از بین اعداد مجموعهٔ $M=\{۱, ۲, ۳, \cdots, ۵۰\}$ دست‌کم چند عضو انتخاب کنیم تا قطعاً سه عدد نسبت به هم اول داشته باشیم؟

۱) ۲۶ ۲) ۲۷ ۳) ۲۵ ۴) ۲۴

۱۴- با بررسی نقشهٔ هوایی یک شهر برای حل معضل ترافیک، راه‌های مواصلاتی بین ۱۱ نقطه از این شهر را با یک گراف $K_{۱۱}$ مدل‌سازی کرده‌ایم، اگر بخواهیم راه‌های پرتردد را با یال رنگ قرمز، با تردد متوسط را با یال رنگ زرد، راه‌های کم رفت‌وآمد را با یال رنگ سبز نشان دهیم و بخواهیم n یال انتخاب کنیم، بزرگ‌ترین مقدار n کدام است به طوری‌که مطمئن شویم حداقل n یال در این گراف هم‌رنگ هستند؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۱۵- می‌خواهیم ۲ کتاب ریاضی، ۲ کتاب فیزیک و ۲ کتاب شیمی یکسان را در یک قفسه کنار هم بچینیم. در چند حالت هیچ دو کتاب با موضوع مشابه در کنار هم قرار نمی‌گیرند؟

۱) ۷۲ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۶- چند تابع اکیداً یکنوا از مجموعهٔ $M=\{-۱,۲,۵\}$ به مجموعهٔ $N=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$ می‌توان نوشت؟

۱) ۵۶ ۲) ۱۱۲ ۳) ۲۸ ۴) ۱۴

۱۷- چند تابع غیر یک‌به‌یک از مجموعهٔ $A=\{a,b,c,d\}$ روی خودش قابل نوشتن است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۳۲ ۳) ۲۵۰ ۴) ۱۲۰

۱۸- حداقل چند عدد طبیعی باید انتخاب کنیم تا با اطمینان تفاضل ۲ تا از آن‌ها مضرب ۷ شود؟

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۶

۱۹- تعداد اعداد طبیعی سه‌رقمی که نسبت به ۹۱ اول هستند، کدام است؟

۱) ۷۱۲ ۲) ۷۱۱ ۳) ۷۱۰ ۴) ۷۱۳

۲۰- به چند طریق می‌توان بین ۴ لامپ یکسان موجود در یک مدار، سیم‌کشی انجام داد به طوری‌که هیچ لامپی بدون سیم نماند؟

۱) ۵۹ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۴۱

هندسه (۳)

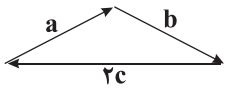
۲۱- $\vec{u}$ و $\vec{v}$ دو بردار هستند که طول آن‌ها به ترتیب ۳ و ۲ و زاویهٔ بین آن‌ها حاده است و مساحت مثلث ایجادشده توسط آن‌ها $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ می‌باشد. زاویهٔ بین بردارهای $۲u-۳v$ و u کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

۲۲- برای سه بردار u، v و $u+۲v$ با اندازه‌های به ترتیب ۱، ۲ و ۵، حاصل $|۲u+v|$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۲۳- اگر سه بردار a، b و $۲c$ مطابق شکل باشند و $|a|=۳$ و $|b|=۴$، آن‌گاه $a.b+b.c+c.a$ کدام است؟



۱) ۲۵− ۲) صفر

۳) ۱ ۴) $-\frac{۲۵}{۲}$

۲۴- دو برابر u و v با اندازه‌های به ترتیب ۱ و ۲ مفروض‌اند. اگر زاویهٔ بین آن‌ها ۶۰° باشد، حاصل $(u+۳v).(۲u-v)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۵− ۴) ۳−

۲۵- اگر $v_۱=(-۱,۱,۲)$ و $v_۲=(۱,-۲,۳)$، آن‌گاه زاویهٔ بردار $v_۱\times v_۲$ با کدام محور بزرگ‌تر است؟

۱) محور xها ۲) محور zها

۳) محور yها ۴) با هر سه محور یکسان است.

۲۶- مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردار $\vec{a}=(۶,-۳,۰)$ و تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}=(۲,-۱,-۲)$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

۲۷- نقاط $(۱,۲,۳)$، $(-۱,۱,۰)$، $(k,۱,۴)$، $(۱,۲,-۱)$ در یک صفحه قرار دارند. مقدار k چقدر است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۱−

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۸- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۲ واحد، حاصل $|\overrightarrow{AB}\times(\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC})|$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۲۹- حجم متوازی‌السطوحی که به وسیلهٔ سه بردار $i+k$، $i+j$ و $j+k$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۰- بردار $\vec{a}=(۷,۳)$ به صورت مجموع دو بردار $\vec{c}$ و $\vec{d}$ است که در آن $\vec{c}$ موازی بردار $\vec{b}=(۵,-۱۲)$ و بردار $\vec{d}$ بر بردار $\vec{c}$ عمود است. مختصات بردار $\vec{c}$ کدام است؟

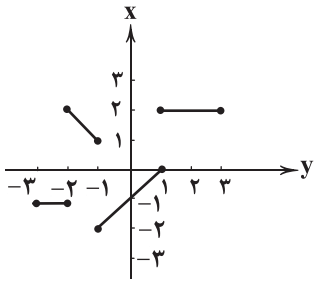
۱) $(-\frac{۵}{۱۶۹},-\frac{۱۲}{۱۶۹})$ ۲) $(-\frac{۵}{۱۶۹},\frac{۱۲}{۱۶۹})$ ۳) $(-\frac{۵}{۱۶۹},\frac{۱۲}{۴۹۵})$ ۴) $(\frac{۵}{۱۶۹},-\frac{۱۲}{۱۶۹})$

حسابان (۱)

۳۱- حاصل $\lim\limits_{x\to۰}\frac{۱-\cos^۲x-\cos x\sin^۲x}{x^۴}$ برابر است با:

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۳۲- اگر تابع $y=f(x)$ در $\mathbb{R}$ پیوسته و معکوس‌پذیر بوده و قسمتی از نمودار تابع $y=(f^{-۱}og)(x)$ به صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to(-۱)^+}g(x)+\lim\limits_{x\to۱^-}g(x)$ برابر است با:



۱) $f(۱)+f(۲)$

۲) $f(-۲)+f(۰)$

۳) $f(-۲)+f(۲)$

۴) $f(-۱)+f(۱)$

۳۳- تابع $f(x)=[\sqrt{۲}(\sin x+\cos x)]$ در نقاط $x=\frac{\pi}{۴}$ و $x=\frac{۵\pi}{۴}$ به ترتیب از راست به چپ از نظر پیوستگی چه وضعی دارند؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) پیوسته، پیوسته ۲) پیوسته، ناپیوسته ۳) ناپیوسته، پیوسته ۴) ناپیوسته، ناپیوسته

۳۴- اگر $\lim\limits_{x\to۰}\frac{a-\sqrt{x^۲+b}}{x^۲}=-\frac{۱}{۶}$ آن‌گاه $a+b$ برابر است با:

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۳ ۴) ۹

۳۵- اگر $\lim\limits_{x\to۰}\frac{(\tan^۲۲x)f(x)}{۳\sin^۲x}=۱۶$ آن‌گاه $\lim\limits_{x\to۰}\frac{۶x+۴}{f(x)}$ برابر است با:

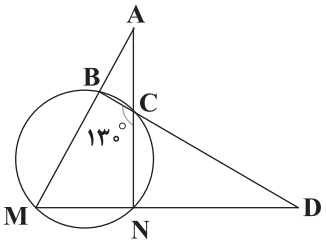
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه (۲)

۳۶- در شکل زیر $\hat{C}=130^\circ$ و $\hat{A}=3\hat{D}$ است. $\hat{A}-\hat{D}$ کدام است؟



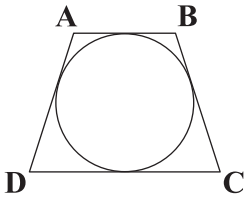
۱) ۴۰

۲) ۲۰

۳) ۶۰

۴) ۸۰

۳۷- یک دایره به قطر ۸ درون ذوزنقه متساوی‌الساقینی که اندازهٔ هر ساق آن ۱۰ واحد است، محاط شده است. مساحت ذوزنقه کدام است؟



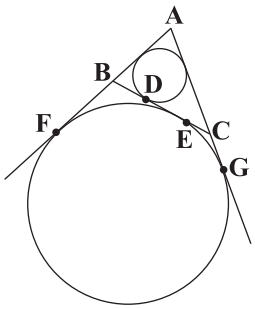
۱) ۷۲

۲) ۸۰

۳) ۹۶

۴) ۱۰۰

۳۸- در شکل زیر یک دایرهٔ محاطی خارجی و دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC رسم شده است. اگر $AB=5$ و $BC=12$ و $AC=11$ باشد، طول DE کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

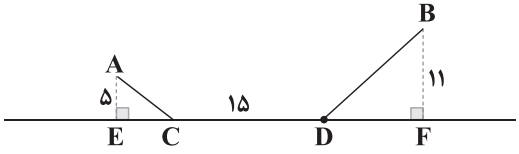
۳) ۵

۴) ۶

۳۹- در مثلث ABC، $AB=4$ و $AC=2$ و $BC=2\sqrt{5}$ است. این مثلث را نسبت به یک خط بازتاب می‌کنیم به طوری‌که نقاط B و C در این بازتاب، نقاط ثابت تبدیل باشند. فاصلهٔ A از تصویرش کدام است؟

۱) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ۲) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۴۰- دو شهر A و B مطابق شکل زیر در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری‌که ۱۵km این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. اگر $EF=27$ باشد، آن‌گاه کوتاه‌ترین مسیر ACDB چند کیلومتر است؟



۱) ۳۵

۲) ۳۰

۳) ۳۳

۴) ۳۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

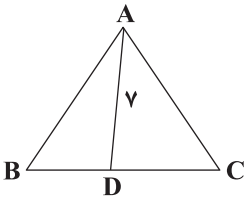
۴۱- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول میانه‌های وارد بر اضلاع قائمه برابر $۵\sqrt{۳}$ و $۲\sqrt{۵}$ است. طول وتر این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{۱۷}$ ۲) $\sqrt{۱۹}$ ۳) $۲\sqrt{۱۷}$ ۴) $۲\sqrt{۱۹}$

۴۲- در مثلث ABC، $AB=۷$ و $AC=۸$ است. اگر زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C برابر ۱۵۰° باشد، اندازهٔ ضلع BC کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۴۳- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع به ضلع ۸ است. اگر $AD=۷$ باشد، $|BD-DC|$ کدام است؟



۱) ۱/۷۵
۲) ۲
۳) ۲/۲۵
۴) ۲/۵

۴۴- در مثلث ABC داریم: $AB=۸$ و $AC=۱۲$ و $BC=۱۴$ است. طول نیمساز AD کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۱۰}\sqrt{۳۴}$ ۲) $\frac{۶}{۱۰}\sqrt{۱۷}$ ۳) $\frac{۶}{۵}\sqrt{۳۴}$ ۴) $\frac{۶}{۵}\sqrt{۱۷}$

۴۵- در مثلثی به اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها از ضلع متوسط کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

آمار و احتمال

۴۶- اگر از بین اعداد فرد $۱, ۳, ۰۰۰, ۲n-۱$، سه عدد ۳، ۷ و ۱۱ انتخاب شود، برآورد نقطه‌ای $۲n-۱$ به کمک میانگین کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۷ ۴) ۲۱

۴۷- ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبهٔ نمونه مقابل تقریباً چقدر است؟ $(\sqrt{\frac{۲}{۵}} \simeq ۰/۶۳)$ $۲, ۳, ۳, ۵, ۶, ۶, ۶, ۷, ۹, ۱۰, ۱۰$

۱) ۰/۱۱۵ ۲) ۰/۱۰۵ ۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۲

۴۸- اگر تعداد فرزندان ۵ خانواده از یک طایفه به صورت $\{۲, ۱, ۲, ۳, ۲\}$ باشد، اگر یک نمونه ۲ عضوی به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد میانگین نمونه از میانگین جامعه بیشتر باشد؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۵

۴۹- اگر میانگین نمرات دانش‌آموزان کلاس با حداکثر نمره ۱۸ برابر ۱۷ باشد و معلم به هر نفر به اندازهٔ ۰/۱ نمره‌اش ارفاق کرده باشد، میانگین نمرات جدید چقدر است؟

۱) ۱۹/۸ ۲) ۱۸/۱ ۳) ۱۸/۸ ۴) ۱۸/۷

۵۰- در نمونهٔ $۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶$ برآورد انحراف معیار میانگین کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۱- در جدول داده‌های آماری زیر، مجموع میانگین ، مد و میانه کدام است؟

حدود دسته‌ها	۰ ـ ۴	۴ ـ ۸	۸ ـ ۱۲	۱۲ ـ ۱۶	۱۶ ـ ۲۰
فراوانی	۳	۵	۶	۷	۳

۱) ۳۴/۳ ۲) ۳۰/۳ ۳) ۳۸/۳ ۴) ۲۸/۳

۵۲- اگر مجموع داده‌های $x_1 , x_2 , x_3 , \cdots , x_n$ برابر $\frac{10n}{11}$ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $x_1+0/1x_1+1 , x_2+0/1x_2+1 , \cdots , x_n+0/1x_n+1$ چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه است؟

۱) ۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۱۱ ۴) ۱/۱

۵۳- در داده‌های ۸ , ۶ , ۵ , ۴ , ۴ , ۳ , ۳ , ۲ , ۱ طول برآورد فاصله‌ای برای میانگین کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{8}{9}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۵۴- چندتا از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟

«میزان آلودگی هوا ـ تعداد برادران ـ رنگ چشم ـ گروه خونی ـ آلاینده‌های هوا»

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۵- در جدول زیر اگر میانه و میانگین به‌ترتیب ۱۰ و ۹ باشد، $a+b$ کدام است؟

مرکز دسته	۶	۷	۸	b	a
فراوانی	۵	۳	۴	۷	۵

۱) ۲۴/۶ ۲) ۲۱/۸ ۳) ۲۴/۴ ۴) ۲۴/۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۱۵

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سؤالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
					از	تا	
۱	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۵۰ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰		۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰		۱۲۶	۱۳۵	

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

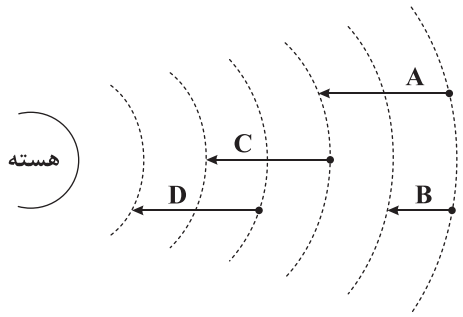
۵۶- اختلاف طول موج دو فوتون مختلف برابر با $5\times10^{-8}\,m$ می‌باشد. اگر انرژی یکی از آن‌ها $\frac{4}{3}$ دیگری باشد، اختلاف بسامد دو فوتون چند هرتز است؟ $(c=3\times10^{8}\,\frac{m}{s})$

۱) 2×10^{4} ۲) 2×10^{15} ۳) 5×10^{14} ۴) 5×10^{15}

۵۷- در اتم هیدروژن، الکترونی از تراز $n_1=5$ به تراز $n_2=3$ می‌رود. شعاع مدار و انرژی الکترون به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{5}{3}$ و $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{25}{9}$ و $\frac{9}{25}$ ۴) $\frac{9}{25}$ و $\frac{25}{9}$

۵۸- شکل زیر گسیل‌های متفاوتی را در اتم هیدروژن نشان می‌دهد. بسامد کدام گسیل بیشتر از بقیه است؟



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۵۹- در طیف اتم هیدروژن، بسامد کمینهٔ رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ چند برابر بسامد بیشینهٔ رشتهٔ پفوند $(n'=5)$ می‌باشد؟

۱) $\frac{75}{4}$ ۲) $\frac{4}{75}$ ۳) $\frac{11}{900}$ ۴) $\frac{900}{11}$

۶۰- تعداد فوتون‌هایی که از یک لامپ $100\,W$ در مدت‌زمان $64\,s$ گسیل می‌شود، در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (انرژی هر فوتون گسیل‌شده از لامپ را $2\,eV$ در نظر بگیرید و $e=1/6\times10^{-19}\,C$)

۱) 10^{22} ۲) 10^{21} ۳) 5×10^{21} ۴) 2×10^{22}

۶۱- کدام گزینه را نمی‌توان برای اتم هیدروژن با استفاده از مدل بور توجیه کرد؟

۱) طول موج گسیلی طیف اتم
۲) تبیین پایداری اتم
۳) گسسته بودن ترازهای انرژی الکترون در اتم
۴) متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم

۶۲- بسامد آستانهٔ یک فلز $10^{9}\,MHz$ می‌باشد. اگر نوری با بسامد $1/5\times10^{15}\,Hz$ به سطح این فلز بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون چند ژول خواهد بود؟ $(h=6\times10^{-34}\,J.s\,,\,c=3\times10^{8}\,\frac{m}{s})$

۱) 5×10^{-15} ۲) 2×10^{-19} ۳) 3×10^{-19} ۴) 10^{-15}

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۳- در واکنش هسته‌ای مقابل، تعداد نوترون‌های اتم Y در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (d تعداد پرتو و D نوعی پرتو می‌باشد.) $^{240}_{90}X \rightarrow dD + {}^{A'}_{78}Y$

۱) ۲۱۶ ۲) ۲۱۸ ۳) ۱۳۸ ۴) ۱۴۰

۶۴- تابع کار سه فلز A، B و C به ترتیب برابر با ۲/۱، ۱/۵ و ۳ الکترون‌ولت است. نوری با طول موج ۶۰۰nm به این سه فلز می‌تابد. در کدام فلز پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد؟ $(h = 4\times10^{-15}\,eV.s\,,\ c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s})$

۱) A ۲) B ۳) C ۴) هر سه

۶۵- در اتم هیدروژن، شعاع مدار سوم برابر با r_3 است. شعاع مدار چهارم در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{3}{4}r_3$ ۲) $\frac{7}{3}r_3$ ۳) $\frac{9}{16}r_3$ ۴) $\frac{16}{9}r_3$

۶۶- از تعداد هسته‌های اولیه یک مادهٔ پرتوزا پس از ۱۶ سال، ۶/۲۵ درصد باقی مانده است. نیمه‌عمر این ماده چند سال است؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

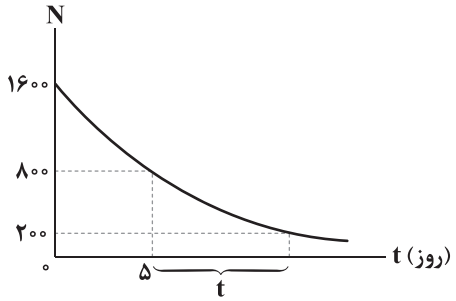
۶۷- کدام گزینه در ارتباط با همهٔ ایزوتوپ‌های یک عنصر درست است؟

۱) نیمه‌عمر یکسانی دارند.
۲) انرژی بستگی یکسانی دارند.
۳) دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند.
۴) دارای عدد جرمی یکسان و عدد اتمی متفاوت هستند.

۶۸- در یک مادهٔ پرتوزا پس از گذشت ۵ نیمه‌عمر، نسبت تعداد هسته‌های باقی‌مانده به تعداد هسته‌های واپاشی‌شده در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{1}{32}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{1}{31}$

۶۹- نمودار تعداد هسته‌های فعال یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان به شکل زیر است. t چند روز است؟



۱) ۱۵
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) ۲۰

۷۰- انرژی فوتون نوری که طول موج آن در شیشه ۴۴۰nm است، چند ژول است؟

$(c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}\,,\ h = 6/6\times10^{-34}\,J.s\,,\ n_{\text{شیشه}} = \frac{3}{2}\,,\ n_{\text{هوا}} = 1)$

۱) 3×10^{-19} ۲) 6×10^{-19} ۳) $3/6\times10^{-19}$ ۴) $1/8\times10^{-19}$

۷۱- طیف گسیلی خطی دارای زمینه‌ای ..... با چند خط باریک ..... است و توسط ..... تشکیل می‌شود.

۱) تاریک ـ رنگی ـ مایعات ۲) رنگی ـ تاریک ـ مایعات ۳) تاریک ـ رنگی ـ گازها ۴) رنگی ـ تاریک ـ گازها

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۲- Rhc از جنس کدام‌یک از کمیت‌های زیر است؟ (R ثابت ریدبرگ، h ثابت پلانک و c تندی نور در خلأ است.)

۱) تندی ۲) مسافت ۳) نیرو ۴) انرژی

۷۳- در اتم هیدروژن، الکترونی در گذار از تراز n به تراز n'، فوتونی در ناحیهٔ مرئی گسیل می‌کند. n و n' به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

۱) ۲ و ۱ ۲) ۴ و ۳ ۳) ۵ و ۲ ۴) ۵ و ۴

۷۴- انرژی لازم برای شکافت هسته‌ای اورانیم از ..... تأمین می‌شود که باعث ..... هسته می‌شود.

۱) تبدیل جرم به انرژی ـ پرتوزایی
۲) جذب نوترون ـ تغییر شکل
۳) جذب نوترون ـ پرتوزایی
۴) تبدیل جرم به انرژی ـ تغییر شکل

۷۵- نوری تکفام به سطح فلزی می‌تابد، اما پدیدهٔ فوتوالکتریک در آن رخ نمی‌دهد، با انجام چند مورد از موارد زیر ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد؟

الف) افزایش تعداد فوتون‌های فرودی به سطح فلز

ب) افزایش مدت‌زمان تابش نور

ج) کاهش طول موج پرتوهای فرودی

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۶- جرم اولیهٔ دو عنصر پرتوزای A و B یکسان است. پس از گذشت ۲ ساعت، $\frac{۱}{۱۶}$ جرم اولیهٔ B و $\frac{۱}{۸}$ جرم اولیهٔ A باقی می‌ماند. نسبت نیمه‌عمر عنصر A به نیمه‌عمر عنصر B در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۷۷- اگر برای ذوب هر $1\,kg$ آهن حدود $500\,kJ$ انرژی نیاز باشد، برای ذوب ۷۲ تن آهن، چند گرم از ماده باید به انرژی تبدیل شود؟

$(c = ۳\times ۱۰^{۸}\,\frac{m}{s})$

۱) ۸×۱۰^{-۵} ۲) ۴×۱۰^{-۷} ۳) ۸×۱۰^{-۷} ۴) ۴×۱۰^{-۴}

۷۸- حاصل واپاشی عنصر مادر $^{۲۳۹}_{۹۲}U$ شامل عنصر دختر $^{۲۳۱}_{۸۷}A$، تعدادی ذرهٔ آلفا، m پوزیترون و n الکترون است. m و n به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

۱) ۲ و ۳ ۲) ۲ و ۴ ۳) ۴ و ۳ ۴) ۵ و ۳

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۹- در فرایند واپاشی مقابل به جای D کدام گزینه می‌تواند قرار بگیرد؟ $^{۱۵۰}_{۹۸}X \rightarrow ^{۱۵۰}_{۹۹}Y + D$

۱) β^+ ۲) β^- ۳) $۲\beta^+$ ۴) $۲\beta^-$

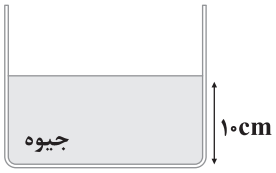
۸۰- کم‌ترین انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلزی برابر با $۴۰eV$ می‌باشد. به سطح این فلز بار اول نوری با بسامد ۲ برابر بسامد آستانهٔ فلز و بار دوم نوری با بسامد ۲/۶۹ برابر بسامد آستانهٔ فلز می‌تابانیم. بیشینهٔ تندی الکترون در حالت دوم چند برابر بیشینهٔ تندی الکترون در حالت اول است؟

۱) ۱/۶۹ ۲) ۱/۳ ۳) ۲/۶۹ ۴) ۲/۳

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شمارهٔ ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شمارهٔ ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

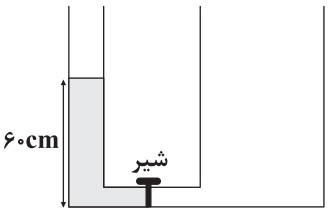
فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰) — زوج درس ۱

۸۱- در ظرفی استوانه‌ای‌شکل که مساحت قاعدهٔ آن $۲cm^۲$ است، $۱۰cm$ جیوه ریخته‌ایم. روی جیوه چند سانتی‌متر مکعب نفت اضافه کنیم تا مجموع فشار حاصل از دو مایع در کف ظرف برابر $۱۲cmHg$ شود؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}, \rho_{نفت} = ۰/۸ \frac{g}{cm^۳}, \rho_{جیوه} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳})$



۱) ۲۴
۲) ۴
۳) ۶۸
۴) ۳۴

۸۲- درون لولهٔ U شکل زیر، سطح مقطع شاخهٔ سمت راست، ۴ برابر سطح مقطع شاخهٔ سمت چپ است. در شاخهٔ سمت چپ تا ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر نفت وجود دارد. اگر شیر ارتباط بین دو لوله باز شود، نفت در شاخهٔ سمت چپ چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟ (حجم لولهٔ افقی بسیار ناچیز است و $\rho_{نفت} = ۰/۸ \frac{g}{cm^۳}$)



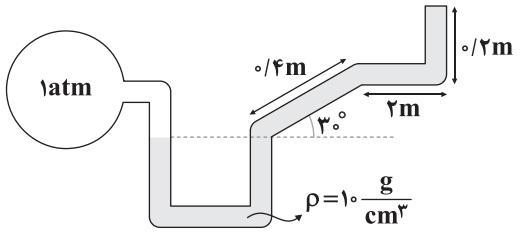
۱) ۱۲
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۴۸

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۳- در شکل زیر، اگر مساحت سطح مقطع لوله برابر با $۲۰cm^۲$ باشد، اندازهٔ نیروی وارد بر انتهای بستهٔ لوله چند نیوتون است؟

$(۱atm = ۱۰^۵ Pa , g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۸۰

۲) ۶۰

۳) ۲۴۰

۴) ۱۲۰

۸۴- جسمی به جرم $۲kg$ را با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جسم با تندی $۱۵\frac{m}{s}$ به سطح زمین باز گردد، حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین تقریباً چند متر بوده است؟ (کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت، نصف کار نیروی مقاومت در مسیر برگشت به سمت زمین است و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۱۷ ۲) ۱/۸ ۳) ۲ ۴) ۱۲

۸۵- جسمی به جرم $۸kg$ با تندی v در حال حرکت است. اگر کار خالصی به اندازهٔ $۸۰۰J$ روی آن انجام شود، تندی آن $۱۰\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد. برای این‌که تندی اولیهٔ این جسم ۵ برابر شود، کار کل انجام‌شده بر روی آن نسبت به حالت قبل که تندی آن $۱۰\frac{m}{s}$ افزایش یافته بود، چند کیلوژول باید افزایش یابد؟

۱) ۲/۶ ۲) ۳/۲ ۳) ۲/۴ ۴) ۱/۶

۸۶- گلوله‌ای با سرعت $۱۰۰\frac{m}{s}$ به تنهٔ درختی برخورد کرده و از طرف دیگر با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ خارج می‌گردد. اگر دمای گلوله در طی عبور از تنهٔ درخت $۲۰^\circ C$ افزایش یابد، گرمای ویژهٔ این گلوله چند $\frac{kJ}{kg.K}$ است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۴۸ ۴) ۰/۹۶

۸۷- ۲۰۰ گرم آب با دمای $۲۰^\circ C$ را با $۰/۵kg$ آب با دمای $۳۰^\circ C$ مخلوط می‌کنیم و دمای نهایی مجموعه برابر با $۲۵^\circ C$ می‌شود. سیستم با خارج چه مقدار گرما مبادله کرده است؟ $(c_{آب} = ۴\frac{kJ}{kg.K})$

۱) صفر

۲) $۶kJ$ گرما وارد سیستم شده است.

۳) $۶kJ$ گرما از سیستم خارج شده است.

۴) $۱۲kJ$ گرما به سیستم وارد شده است.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۸- قطعهٔ یخی به جرم m و دمای $-۱۰^\circ C$ را در ظرف آبی با دمای صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم، به طوری‌که در نهایت ۸۵۰ گرم یخ با دمای $-۲^\circ C$ در ظرف خواهیم داشت. جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ ($L_F = ۳۲۰\frac{kJ}{kg}$ ، $c_{یخ} = ۲\frac{kJ}{kg.K}$ و از اتلاف گرما صرف‌نظر کنید.)

۱) ۷۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۱۰ ۴) ۸۰۰

۸۹- در کدام فرایند ترمودینامیکی زیر، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد؟

۱) تراکم هم‌فشار ۲) انبساط هم‌دما ۳) تراکم هم‌دما ۴) تراکم بی‌دررو

۹۰- اگر یک دستگاه ترمودینامیکی، ۶۲۰ ژول گرما بگیرد و ۱۸۰ ژول کار روی محیط انجام دهد، انرژی درونی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

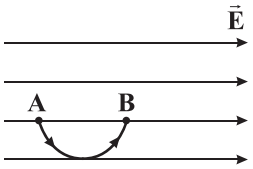
۱) ۸۰۰ ـ افزایش ۲) ۸۰۰ ـ کاهش ۳) ۴۴۰ ـ افزایش ۴) ۴۴۰ ـ کاهش

فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰) — زوج درس ۲

۹۱- جسمی دارای بار الکتریکی منفی است. اگر تعداد ۸×۱۰^{۱۰} الکترون به آن بدهیم، بار الکتریکی آن ۶ برابر بار اولیه می‌شود. بار اولیهٔ جسم چند نانوکولن بوده است؟ ($e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} C$)

۱) $-۲/۵۶\times۱۰^{-۹}$ ۲) $-۲/۵۶$ ۳) $-۵/۱۲$ ۴) $-۵/۱۲\times۱۰^{-۹}$

۹۲- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی $q = +۶nC$ را در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۸\times۱۰^{-۲}\frac{N}{C}$ بر روی نیم‌دایره‌ای با تندی ثابت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌کنیم. اگر طول مسیر AB برابر ۱۲π متر باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B ($V_B - V_A$) چند ولت است؟ ($\pi = ۳$)



۱) ۱/۹۲

۲) $+۳/۸۴$

۳) $-۱/۹۲$

۴) $-۳/۸۴$

۹۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_A = ۵۴\mu C$ و $q_B = ۶\mu C$ در فاصلهٔ ۱۸ سانتی‌متری از یک‌دیگر قرار دارند و برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطهٔ M برابر صفر خواهد بود. اگر بار q_B، ۹ برابر شود، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطهٔ M' برابر صفر می‌شود. فاصلهٔ نقطهٔ M از M' چند سانتی‌متر است؟ ($k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲}$)

۱) ۴/۵ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

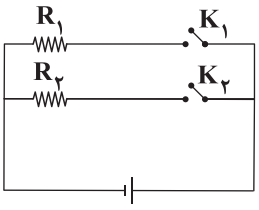
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۴- یک سیم مسی به شعاع ۴mm، ۴۰۰ دور به صورت یک لایه و بدون فاصله به دور استوانه‌ای به شعاع ۴۰cm پیچیده شده است. مقاومت الکتریکی سیم پیچیده‌شده تقریباً چند اهم است؟ ($\rho_{مس} = ۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega.m$)

۱) ۳/۴ ۲) ۰/۳۴ ۳) ۰/۶۸ ۴) ۶/۸

۹۵- در شکل زیر، با توجه به باز یا بسته بودن کلیدهای $K_۱$ و $K_۲$، در هنگام برقراری جریان، سه توان برای مجموعه قابل محاسبه است. اگر بیشترین مقدار توان مجموعه ۶۰ درصد بیش از کم‌ترین مقدار برای آن باشد، مقاومت بزرگ‌تر چند برابر مقاومت معادل مدار است؟



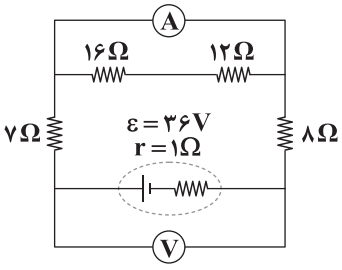
۱) $\frac{۸}{۵}$

۲) $\frac{۵}{۸}$

۳) $\frac{۱۶}{۵}$

۴) $\frac{۵}{۱۶}$

۹۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌ال هستند. به ترتیب از راست به چپ، آمپرسنج و ولت‌سنج چه اعدادی را برحسب آمپر و ولت نشان می‌دهند؟



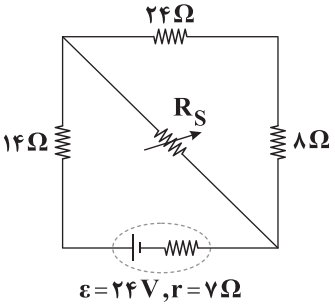
۱) ۲/۲۵ ـ ۳۳/۷۵

۲) ۴/۵ ـ ۳۳/۷۵

۳) ۲/۲۵ ـ ۳۶

۴) ۴/۵ ـ ۳۶

۹۷- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا، توان خروجی باتری چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش می‌یابد.

۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

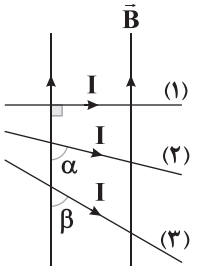
۳) افزایش می‌یابد.

۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۸- مطابق شکل زیر، سه سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های برابر در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار گرفته‌اند. کدام گزینه در مورد نیروی وارد بر سیم‌ها از طرف میدان مغناطیسی صحیح است؟



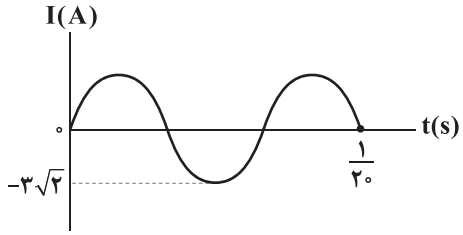
۱) $F_1 = F_2 = F_3$

۲) $F_1 > F_2 > F_3$

۳) $F_1 < F_2 < F_3$

۴) $F_1 = 0$ و $F_3 > F_2$

۹۹- نمودار جریان متناوب عبوری از یک مقاومت ۵ اهمی به صورت زیر است. توان مصرفی در آن در لحظهٔ $t = \frac{1}{120}s$ چند وات است؟



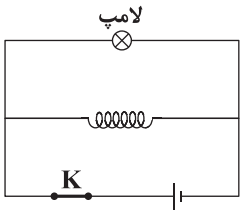
۱) ۴۵

۲) ۹۰

۳) صفر

۴) $15\sqrt{2}$

۱۰۰- در مدار شکل زیر، با باز کردن کلید K، نور لامپ چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ناگهان خاموش می‌شود.

۲) به تدریج خاموش می‌شود.

۳) ابتدا کم و به تدریج زیاد می‌شود.

۴) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

DriQ.com

شیمی

۱۰۱- کاربرد کاتالیزگر در واکنش‌های شیمیایی، موجب چند مورد از تغییرهای زیر می‌شود؟

- **افزایش سرعت واکنش**
- **کاهش مقدار ΔH واکنش**
- **کاهش انرژی فعال‌سازی**
- **افزایش محتوای انرژی فراورده‌ها**
- **افزایش مقدار فراورده‌ها**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

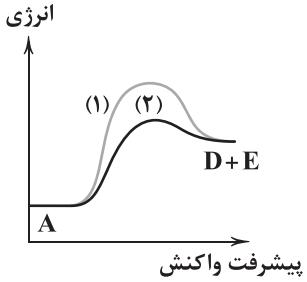
۱) برخی از کاتالیزگرها به بیش از یک واکنش، سرعت می‌بخشند.

۲) در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

۳) در خودروهای بنزینی، یکی از گازهایی که نتیجهٔ عبور آلاینده‌ها از مبدل کاتالیستی است، نیتروژن می‌باشد.

۴) انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز CO برخلاف واکنش تجزیهٔ گاز NO به نسبت بالا است.

۱۰۳- با توجه به نمودار «انرژی ـ پیشرفت» واکنش فرضی: $A \rightarrow D+E$، کدام مطلب دربارهٔ آن نادرست است؟



۱) واکنش گرماگیر و ΔH آن مثبت است.

۲) سرعت واکنش در مسیر (۱) کم‌تر است.

۳) مسیر (۲) در دمای بالاتری انجام می‌گیرد و گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۴) مسیر (۲) به کاربرد کاتالیزگر مربوط است و انرژی فعال‌سازی کم‌تری نیاز دارد.

۱۰۴- در یک واکنش فرضی و گازی استفاده از فلز پلاتین به عنوان کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت را ۵۰ درصد کاهش داد و انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت را به ۶۶/۷ درصد مقدار اولیهٔ خود می‌رساند. چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- **از نظر عددی (مقداری)، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت، $\frac{۴}{۳}$ مقدار گرمای مبادله‌شده در این واکنش است.**
- **مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها است.**
- **اگر با فلز روی بتوان انرژی فعال‌سازی واکنش رفت را ۲۰ کیلوژول کم کرد، انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت بیشتر از ۲۰ کیلوژول کم می‌شود.**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۵- چه تعداد از مطالب زیر دربارهٔ آلاینده‌هایی که بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی از اگزوز خودروها (بنزینی ـ دیزلی) خارج می‌شوند، درست است؟

آ) حداقل دو آلاینده با فرمول XO در بین آن‌ها وجود دارد.

ب) حداقل سه آلاینده با فرمول XO_2 در بین آن‌ها وجود دارد.

پ) برخی از این آلاینده‌ها فاقد عنصر اکسیژن هستند.

ت) وجود مبدل‌های کاتالیستی در خودروها موجب می‌شود که میزان ورودی برخی از این آلاینده‌ها به هواکره تا بیش از ۹۰٪ کاهش یابد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۶- ثابت تعادل یک واکنش تعادلی در دمای $570^\circ C$ برابر ۱۰ و در دمای $650^\circ C$ برابر ۲۵ است. چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ آن درست است؟

- واکنشی گرماگیر است.
- ΔH آن بزرگ‌تر از صفر است.
- با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.
- محتوای انرژی واکنش‌دهنده‌ها در آن در مقایسه با فراورده‌ها بیشتر است.
- سطوح انرژی فراورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها، به سد انرژی نزدیک‌تر است.

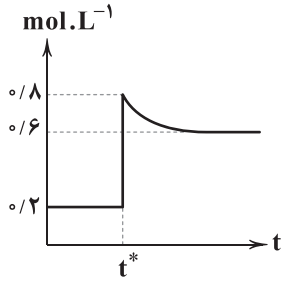
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فرایند هابر درست است؟

- افزایش دما نمی‌تواند برای تولید آمونیاک بیشتر ثمربخش باشد.
- دما و فشار بهینه برای انجام این فرایند ۴۵۰ کلوین و ۲۰۰ اتمسفر است.
- هر چه فشار بیشتر باشد، درصد مولی فراورده در آن بیشتر است.
- افزایش دما باعث می‌شود واکنش با سرعت چشم‌گیری انجام شود، اما با پیشرفت کمی به تعادل می‌رسد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۸- در تعادل گازی $Cl_2(g) + PCl_3(g) \rightleftharpoons PCl_5(g)$، بر اثر یک تغییر اعمال‌شده، نمودار تغییر غلظت گاز کلر به صورت زیر در می‌آید. کدام گزینه در مورد آن درست است؟



۱) تغییر اعمال‌شده موجب کاهش مقدار K می‌شود.

۲) تغییر اعمال‌شده می‌تواند افزایش حجم سامانه باشد.

۳) با برقراری تعادل جدید غلظت PCl_3 می‌تواند کم‌تر یا بیشتر از تعادل اولیه باشد.

۴) اگر غلظت PCl_5 در تعادل اولیه $0/4\,M$ باشد، در تعادل جدید غلظت آن $0/6\,M$ خواهد بود.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش‌های a و b درست است؟

a) $C_6H_6 + H_2SO_4 + NaOH \rightarrow$

b) $C_6H_6 + C_3H_6 + O_2 \rightarrow$

- یکی از فراورده‌های واکنش a در واکنش b نیز تولید می‌شود.
- شمار فراورده‌های واکنش a، کم‌تر از واکنش b است.
- بر اساس اصول شیمی سبز، واکنش a از دیدگاه اتمی صرفهٔ اقتصادی دارد.
- در واکنش a یک حلال صنعتی تولید می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۰- تعادل گازی $2A + B \rightleftharpoons 2C$ با ۱۲ مول A و ۸ مول B در یک ظرف سربستهٔ نیم لیتری آغاز شده است. اگر در لحظهٔ تعادل، ۵۰٪ از کل مول‌های مخلوط تعادلی مربوط به واکنش‌دهنده‌ها باشد، ثابت تعادل واکنش کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۲۵

۱۱۱- تعادل گازی $N_2 + O_2 \rightleftharpoons 2NO ; K = 36$ با ۲ مول از هر یک از واکنش‌دهنده‌ها در یک ظرف سربستهٔ ۶ لیتری آغاز شده است. بازده درصدی این فرایند کدام است؟

۱) ۶۶/۷ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۷۵

۱۱۲- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با ترفتالیک‌اسید درست است؟

- مجموع شمار اتم‌های کربن و اکسیژن مولکول آن، دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن مولکول است.
- یک کربوکسیلیک اسید دو عاملی آروماتیک و از مونومرهای سازنده PET است.
- تفاوت شمار پیوندهای دوگانه و یگانه مولکول آن برابر با شمار اتم‌های کربن مولکول آن است.
- به میزان بسیار کمی در نفت خام وجود داشته که برای استفاده صنعتی مناسب نیست.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۳- کدام مطالب زیر درست هستند؟

آ) در هر واحد تکرارشونده از پلی‌اتیلن ترفتالات، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ب) واکنش پارازایلن با محلول غلیظ پتاسیم منگنات، حتی در دمای بالا، بازدهی مطلوبی ندارد.

پ) برای افزایش سرعت واکنش تهیهٔ اتیلن گلیکول از اتن و محلول پتاسیم پرمنگنات، نمی‌توان غلظت محلول پتاسیم پرمنگنات را افزایش داد.

ت) واکنش تولید مستقیم مایع سمی و بی‌رنگ متانول از گاز متان، نیاز به کاتالیزگر دارد.

۱) «آ»، «ب» و «ت» ۲) «ب» ، «پ» ۳) «آ» ، «ت» ۴) «پ» ، «ت»

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با پارازایلن درست است؟

- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر با ۱۰- است.
- نام آیوپاک آن، ۱، ۴ـ دی‌متیل بنزن است.
- تفاوت شمار پیوندهای دوگانه آن با مولکول نفتالن برابر با تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن این دو ترکیب است.
- از تقطیر نفت خام می‌توان این هیدروکربن را به دست آورد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۵- در صورتی‌که ۸۴/۸ گرم پارازایلن در حضور کاتالیزگر مناسب و گاز اکسیژن به ترفتالیک اسید تبدیل شود، چند گرم فراوردهٔ آلی و چند مول فراوردهٔ معدنی به دست می‌آید؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۱/۶ ـ ۱۳۲/۸ ۲) ۲/۴ ـ ۱۳۲/۸ ۳) ۱/۶ ـ ۱۰۷/۲ ۴) ۲/۴ ـ ۱۰۷/۲

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شمارهٔ ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس۲ (شیمی (۲)، شمارهٔ ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵) — زوج درس ۱

۱۱۶- هیدروژن دارای چندین رادیوایزوتوپ است که پایداری رادیوایزوتوپ‌های A و B به ترتیب بیشتر و کم‌تر از سایر رادیوایزوتوپ‌ها است. مجموع عدد جرمی رادیوایزوتوپ‌های A و B کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۱۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- مجموع عدداتمی دو عنصر نخست جدول دوره‌ای که آرایش الکترونی اتم آن‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند برابر با ۵۳ است.
- عنصرهای با عدد اتمی ۴۶ و ۷۸ در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند.
- حداکثر گنجایش الکترونی لایه سوم یک اتم برابر با شمار عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی است.
- طبق دسته‌بندی چهارگانه عنصرهای جدول (s، p، d و f)، عنصرهای با عدد اتمی ۷۰ و ۱۰۰ متعلق به یک دسته هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- در ساختار لوویس چه تعداد از یون‌های زیر، تمامی پیوندها یگانه است؟

- آمونیوم
- سولفات
- نیترات
- کربنات

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۹- در کدام‌یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، ضریب آب بزرگ‌تر از سه واکنش دیگر است؟

۱) $CH_4 + NH_3 + O_2 \rightarrow HCN + H_2O$
۲) $Ag + H_2S + O_2 \rightarrow Ag_2S + H_2O$
۳) $F_2 + NaOH \rightarrow NaF + OF_2 + H_2O + O_2$
۴) $Br_2 + S + H_2O \rightarrow HBr + SO_2$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۰- واکنش موازنه نشدهٔ زیر در یک ظرف بدون سرپوش در حال انجام است. اگر پس از گذشت مدت زمان معینی ۳۴/۵۶ گرم از جرم مواد درون ظرف کم شود، چند مول گاز اکسیژن در این مدت تولید شده است؟ $(K=۳۹ , N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$KNO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} K_۲O(s)+N_۲(g)+O_۲(g)$$

۱) ۱/۲ ۲) ۱ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۶

۱۲۱- در شرایطی که چگالی گاز گوگرد دی‌اکسید، ۲/۱۲ گرم بر لیتر است، چگالی اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن چند گرم بر لیتر خواهد بود؟ $(N=۱۴ , S=۳۲ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۱۲ ۲) ۱/۵۲ ۳) ۰/۹۸ ۴) ۲/۱۳

۱۲۲- با ۶۰۰ گرم محلول ۳۰ درصد جرمی کلسیم برمید و مقداری آب خالص، چند میلی‌لیتر محلول ۰/۳ مولار آن را می‌توان تهیه کرد؟ $(Ca=۴۰ , Br=۸۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۳۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۳۷۵ ۴) ۳۷۵۰

۱۲۳- ساده‌ترین ترکیب هیدروژن‌دار هر کدام از عنصرهای زیر در دما و فشار اتاق، گازی شکل است. کدام‌یک از آن‌ها آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود؟

۱) ${}_{۱۵}A$ ۲) ${}_{۱۷}X$ ۳) ${}_{۳۳}D$ ۴) ${}_{۳۵}E$

۱۲۴- معادله انحلال‌پذیری نمک A در آب برحسب دما (در مقیاس درجه سلسیوس) به صورت $S=۰/۶\theta+۲۸$ است. در چه دمایی برحسب $^\circ C$ درصد جرمی محلول سیرشده نمک A برابر با ۴۱/۱۷٪ است؟

۱) ۷۰ ۲) ۶۵ ۳) ۶۰ ۴) ۵۵

۱۲۵- «مولالیته» به صورت تعداد مول ماده حل‌شونده در یک کیلوگرم حلال تعریف می‌شود. مولالیته محلول ۱/۴۰ مولار از پتاسیم برمید با چگالی $۱/۲۰ g.mL^{-۱}$ کدام است؟ $(K=۳۹ , Br=۸۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۴۰ ۲) ۱/۳۵ ۳) ۱/۱۲ ۴) ۰/۹۸

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵) — زوج درس ۲

۱۲۶- از سوختن کربن دی‌سولفید، گازهای گوگرد دی‌اکسید و کربن دی‌اکسید به دست می‌آید. اگر در این واکنش به ازای مصرف ۴۵/۶ گرم کربن دی‌سولفید، ۷۷/۴ گرم فراورده تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام و تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده چند گرم است؟ $(C=۱۲ , O=۱۶ , S=۳۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۳۷/۸ ، ۷۵ ۲) ۲۷/۸ ، ۷۵ ۳) ۳۷/۸ ، ۶۰ ۴) ۲۷/۸ ، ۶۰

۱۲۷- جرم مخلوطی از نمک‌های منیزیم نیترات و کلسیم فسفات برابر ۱۸g است. اگر ۲/۸g از این مخلوط را اتم‌های نیتروژن تشکیل داده باشند، درصد خلوص منیزیم نیترات کدام است؟ $(Mg=۲۴ , P=۳۱ , Ca=۲۰ , N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

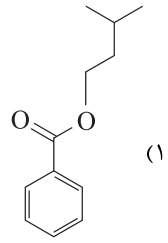
۱) ۷۳ ۲) ۸۲ ۳) ۶۱ ۴) ۸۹

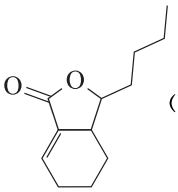
محل انجام محاسبات

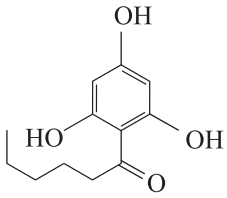
https://konkur.info

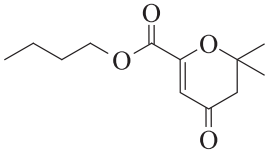
۱۲۸- کدام‌یک از ساختارها را می‌توان به ترکیب A با ویژگی‌های زیر نسبت داد؟

- **شمار اتم‌های کربن مولکول آن، نصف شمار اتم‌های هیدروژن ۳ـ اتیل، ۲ و ۴ دی‌متیل هپتان است.**
- **شمار اتم‌های هیدروژن مولکول آن، سه برابر شمار اتم‌های هیدروژن مولکول بنزوئیک‌اسید است.**
- **شمار اتم‌های اکسیژن مولکول آن برابر با شمار اتم‌های اکسیژن واحد تکرارشونده کولار است.**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۲۹- با توجه به داده‌های جدول زیر، آنتالپی واکنش $C_{۴۰}H_{۸۲}(g) \rightarrow C_{۲۰}H_{۴۲}(g) + ۲C_{۱۰}H_{۲۰}(g)$ چند کیلوژول است؟ (هر سه هیدروکربن، راست‌زنجیر هستند.)

پیوند	H — C	C — C	C = C
آنتالپی ($kJ.mol^{-1}$)	۴۱۵	۳۴۸	۶۱۴

۱) -۱۸۴ ۲) $+۱۸۴$ ۳) -۱۶۴ ۴) $+۱۶۴$

۱۳۰- کدام‌یک از مطالب زیر در ارتباط با واکنش میان گازهای هیدروژن و کلر نادرست است؟

۱) گازهای $H_۲$ و $Cl_۲$ در دمای اتاق به آرامی با هم واکنش می‌دهند.

۲) گرمای مبادله‌شده در این واکنش برابر با تفاوت میان انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها و فراورده است.

۳) در این واکنش سطح انرژی فراورده، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

۴) در صورتی‌که به جای کلر از ید استفاده شود، برای انجام شدن واکنش به دمای بالاتر از $۴۰۰^{\circ}C$ نیاز است.

۱۳۱- ۱۲۰ گرم پتاسیم نیترات در مدت ۶ دقیقه، در دمای پایین‌تر از $۵۰۰^{\circ}C$ مطابق واکنش زیر در یک ظرف بدون سرپوش به طور کامل تجزیه می‌شود. سرعت متوسط کاهش جرم در این مدت چند گرم بر ثانیه است؟ $(K=۳۹ , N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-1})$

$$KNO_۳(s) \rightarrow KNO_۲(s) + O_۲(g)$$

۱) ۰/۰۱۴ ۲) ۰/۰۷۹ ۳) ۰/۰۲۵ ۴) ۰/۰۵۲

۱۳۲- چه تعداد از مقایسه‌های زیر در ارتباط با ساده‌ترین مولکول الکل‌ها (A)، اترها (B) و کتون‌ها (C) نادرست است؟

- **شمار اتم‌های اکسیژن: $A = C = B$**
- **شمار اتم‌های کربن: $A < B < C$**
- **شمار اتم‌های هیدروژن: $A < B = C$**
- **شمار جفت الکترون‌های پیوندی: $A < C < B$**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۳۳- با توجه به اطلاعات زیر، ΔH واکنش: $2C(s)+2H_2(g) \rightarrow C_2H_4(g)$ برحسب کیلوژول کدام است؟

a) $C_2H_4(g)+3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)+2H_2O(l)$ $\quad \Delta H=-1410kJ$

b) $C(s)+O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\quad \Delta H=-394kJ$

c) $2H_2(g)+O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ $\quad \Delta H=-572kJ$

۱) $+50$ ۲) -50 ۳) $+128$ ۴) -128

۱۳۴- برای تهیه نوعی پلاستیک از مخلوط پلی‌اتن و پلی‌وینیل کلرید استفاده شده است. اگر ۷۰ درصد جرمی این پلاستیک را پلی‌اتن تشکیل داده باشد، درصد جرمی کربن در این پلاستیک به تقریب کدام است؟ $(Cl=35/5 , C=12 , H=1:g.mol^{-1})$

۱) ۷۱/۵۲ ۲) ۶۱/۱۹ ۳) ۶۴/۴۸ ۴) ۷۹/۲۸

۱۳۵- در واکنش سوختن کامل استر یک عاملی A، سرعت متوسط تولید گاز کربن دی‌اکسید، ۶ برابر سرعت متوسط مصرف استر A است. در این واکنش سرعت متوسط مصرف اکسیژن، چند برابر سرعت متوسط تولید بخار آب است؟ (زنجیرهای هیدروکربنی استر A سیر شده‌اند.)

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{6}{5}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۲/۱۵

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰	۸۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	
		حسابان ۱	۵	۳۱	۳۵	
		هندسه ۲	۱۰	۳۶	۴۵	
		آمار و احتمال	۱۰	۴۶	۵۵	
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۵۶	۸۰	۵۰ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	
		فیزیک ۲	۱۰	۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
		شیمی ۲	۱۰	۱۲۶	۱۳۵	

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای کلیه اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

	دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح	محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته ندا فرهختی ـ مینا نظری
	گسسته	خشایار خاکی	
	هندسه (۳)	مفیدابراهیم‌پور	
	حسابان (۱)	سیروس نصیری حسین نادری	
	هندسه (۲)	مجید فرهمندپور	
	آمار و احتمال	علی ایمانی	
	فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی حمیدرضا شیخ‌حسنی
	شیمی	پویا الفتی ـ میلاد عزیزی	ایمان زارعی ـ رضیه قربانی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۶۴۲۰-۰۲۱

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

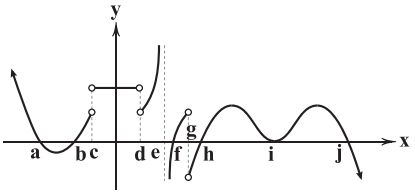
طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی

https://konkur.info

ریاضیات

۱ ۲ تابع مشتق را به این صورت تعیین علامت می‌کنیم:



x	$-\infty$	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	$+\infty$
f'		+	−	+	+	+	−	+	−	+	+	−
f		↗	↘	↗	↗	↗	↘	↗	↘	↗	↗	↘
			max	min				max	min	max	min		max	

تابع در نقاط a، b، c، d، e، f، g، h، i و j (۱۰ نقطه) یا مشتق ندارد و یا مشتق در آن‌ها برابر صفر است بنابراین، این نقاط بحرانی‌اند.

مشتق در نقاط a، e، g و j از + به − تغییر علامت داده و این نقاط max نسبی هستند (۴ نقطه)

مشتق در نقاط b، f و h از − به + تغییر علامت داده و این نقاط min نسبی هستند. (۳ نقطه)

۲ ۳ اگر $x=-3$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ باشد، $f'(-3)=0$ خواهد بود و از طرفی در نقطهٔ اکسترمم نسبی حتماً $f'(x)$ باید تغییر علامت بدهد. داریم:

$$f'(x)=4ax^3+9x^2-2(b+1)x=x(4ax^2+9x-2(b+1))$$

یکی از ریشه‌های مشتق، $x=0$ است بنابراین برای آن‌که تابع $f'(x)$ در $x=0$ تغییر علامت ندهد ($x=-3$ تنها نقطه اکسترمم نسبی است) باید $x=0$ ریشه معادله $4ax^2+9x-2(b+1)=0$ باشد و داریم:

$$-2(b+1)=0\Rightarrow b=-1\Rightarrow f'(x)=x^2(4ax+9)$$

از طرفی $f'(-3)=0$ است و داریم:

$$f'(-3)=9(-12a+9)=0\Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

$$f'(x)=3x^3+9x^2\Rightarrow f''(x)=9x^2+18x=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=0\\x_2=-2\end{cases}\ \text{نقاط عطف}$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=0+4=4$$

۱ ۳ تابع $f(x)$ در $x=1$ (نقطهٔ عطف) دارای خط مماس با شیب -1 است.

$$f'(x)=-3x^2+2ax-b\Rightarrow f''(x)=-6x+2a$$

نقطهٔ $(1,0)$ طول نقطهٔ عطف تابع $f(x)$ است و داریم:

$$\begin{cases}f(1)=0\Rightarrow -1+a-b+c=0 \quad (1)\\ f''(1)=0\Rightarrow -6+2a=0\Rightarrow a=3\xrightarrow{(1)} b-c=2 \quad (2)\end{cases}$$

از طرفی شیب خط مماس در نقطهٔ $x=1$ برابر $\tan 135^\circ=-1$ است یعنی:

$$f'(1)=-1\Rightarrow -3+6-b=-1\Rightarrow b=4\xrightarrow{(2)} c=2$$

نقطهٔ A برخورد تابع $f(x)$ با محور yهاست و داریم: $y_A=f(0)=c=2$

نقطهٔ B عرض از مبدأ خط مماس است و داریم:

$$L: y-0=(-1)(x-1)\Rightarrow y=-x+1\Rightarrow y_B=1$$

بنابراین اندازهٔ پاره‌خط AB برابر است با: $AB=2-1=1$

۱ ۴ ابتدا با مشتق‌گیری و یافتن نقاط بحرانی، نقاط اکسترمم نسبی و مطلق را تعیین می‌کنیم:

$$f'(x)=-4\sin 4x+4\cos 2x=-8\sin 2x\cos 2x+4\cos 2x$$
$$=4\cos 2x(1-2\sin 2x)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos 2x=0\Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}\\ \sin 2x=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{12}\\ \Rightarrow x=\frac{\pi}{12},\frac{13\pi}{12}\\ 2x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\Rightarrow x=k\pi+\frac{5\pi}{12}\\ \Rightarrow x=\frac{5\pi}{12},\frac{17\pi}{12}\end{cases}\end{cases}$$

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{17\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$f'(x)$	+	−	+	−	+	−	+	−	+	
$f(x)$	↗	↘	↗	↘	↗	↘	↗	↘	↗	
		$\frac{5}{2}$ max نسبی و مطلق		$\frac{5}{2}$ max نسبی و مطلق	-2 min نسبی و مطلق	$\frac{5}{2}$ max نسبی و مطلق	2 min نسبی	$\frac{5}{2}$ max نسبی و مطلق	-2 min نسبی و مطلق	

فقط نقاط $x=\frac{\pi}{4}$ و $x=\frac{5\pi}{4}$ اکسترمم نسبی هستند ولی اکسترمم مطلق نیستند و داریم: $\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$

۵ ۳ دامنهٔ $f(x)$ بازهٔ $[-3,1]$ هستند بنابراین $x_1=-3$ و $x_2=1$ ریشه‌های معادله $-x^2-ax+b=0$ هستند و داریم:

$$\begin{cases}x_1+x_2=-2=-a\Rightarrow a=2\\ x_1x_2=-3=-b\Rightarrow b=3\end{cases}\Rightarrow f(x)=\sqrt{-x^2-2x+3}+x-1$$

تابع $f(x)$ در بازه $[-3,1]$ پیوسته است بنابراین با مشتق‌گیری و یافتن نقاط بحرانی و سپس مقایسه عرض نقاط بحرانی (و ابتدا و انتهای بازه) مقادیر max مطلق و min مطلق تابع را به دست آورده و در نهایت $R_f=[\text{min مطلق}, \text{max مطلق}]$ خواهد بود.

$$f'(x)=\frac{-2x-2}{2\sqrt{-x^2-2x+3}}+1=0\Rightarrow\sqrt{-x^2-2x+3}=x+1$$
$$\Rightarrow -x^2-2x+3=x^2+2x+1\Rightarrow 2x^2+4x-2=0$$
$$\Rightarrow x^2+2x-1=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=-1-\sqrt{2}\ \text{غ ق ق}\\ x=-1+\sqrt{2}\ \text{طول نقطه بحرانی}\\ \Rightarrow f(-1+\sqrt{2})=\sqrt{-(-1+\sqrt{2}+1)^2+4}-1+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}-2\end{cases}$$

x	-3	$-1+\sqrt{2}$	1
y	-4	$2\sqrt{2}-2$	0

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{مطلق } \max=2\sqrt{2}-2\\ \text{مطلق } \min=-4\end{cases}$$
$$\Rightarrow R_f=[-4,2\sqrt{2}-2]$$

۶ ۲ برای تعیین وضعیت صعودی یا نزولی بودن تابع $f(x)$، مشتق اول و برای تعیین وضعیت تقعر تابع $f(x)$، مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم.

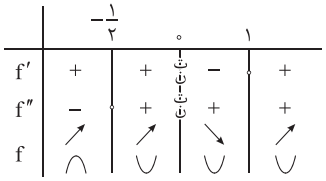
$$f(x)=(2x-5)(x^{\frac{2}{3}})=2x^{\frac{5}{3}}-5x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x)=\frac{10}{3}x^{\frac{2}{3}}-\frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}}=\frac{10\sqrt[3]{x^2}}{3}-\frac{10}{3\sqrt[3]{x}}=\frac{10}{3}\left(\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}}\right)$$

$$f''(x)=\frac{20}{9}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{10}{9}x^{-\frac{4}{3}}=\frac{10}{9}\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}}+\frac{1}{x\sqrt[3]{x}}\right)=\frac{10}{9}\left(\frac{2x+1}{x\sqrt[3]{x}}\right)$$

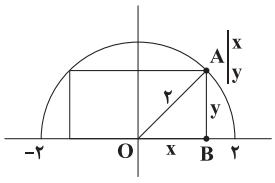
https://konkur.info

حال مشتق‌های اول و دوم را تعیین علامت می‌کنیم.



تابع در بازه $(۰,۱)$ اکیداً نزولی و تقعر در این بازه رو به بالا است بنابراین بزرگترین بازه (a,b) برابر $(۰,۱)$ است و داریم $b-a=۱$

۷ ۴ مرکز نیم‌کره را روی مبدأ مختصات فرض می‌کنیم. سطح مقطع آن با صفحه مختصات یک نیم‌دایره و سطح مقطع استوانه با صفحه مختصات یک مستطیل است. نقطه دلخواه $A(x,y)$ را روی نیم‌دایره فرض می‌کنیم:



ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه

$$V=\pi x^۲\times y=\pi x^۲ y$$

از طرفی با رابطه فیثاغورس در مثلث OAB داریم:

$$x^۲+y^۲=۴\Rightarrow x^۲=-y^۲+۴$$

حال رابطه حجم استوانه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$V=\pi y(-y^۲+۴)=\pi(-y^۳+۴y)$$

با مشتق‌گیری از این تابع، نقاط بحرانی را به دست می‌آوریم:

$$V'=\pi(-۳y^۲+۴)=۰\Rightarrow y^۲=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\begin{cases}x^۲=۴-\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۳}\\ y=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}\end{cases}$$

بنابراین بیشترین مقدار حجم استوانه برابر است با:

$$V_{max}=\pi(\frac{۸}{۳})(\frac{۲\sqrt{۳}}{۳})=\frac{۱۶\pi\sqrt{۳}}{۹}$$

۸ ۳ اگر توابع $p(x)$ و $g(x)$ مشتق‌پذیر باشند، برای یافتن نقاط بحرانی تابع $f(x)=g(x)|p(x)|$ داریم:

۱) ریشه‌های $p(x)=۰$ نقاط بحرانی تابع $f(x)$ هستند.

۲) قدرمطلق را حذف می‌کنیم و نقاط بحرانی تابع $y=g(x)p(x)$ را پیدا می‌کنیم.

برای یافتن نقاط بحران تابع $f(x)=۳x|x^۲-۱|$ داریم:

الف) $x^۲-۱=۰\Rightarrow x=\pm۱$

ب) $y=۳x(x^۲-۱)=۳x^۳-۳x\Rightarrow y'=۹x^۲-۳=۰\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

بنابراین تابع در مجموع ۴ نقطه بحرانی دارد که حاصل‌ضرب طول‌های آن‌ها برابر است با:

$$(۱)(-۱)(\frac{\sqrt{۳}}{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۳})=\frac{۱}{۳}$$

۹ ۲ تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد پس $f(۰)=۰$ است، بنابراین:

$$f(۰)=-۱-b=۰\Rightarrow b=-۱$$

ضابطهٔ تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=ax-۱+\frac{x^۲+x+۱}{x+۱}=\frac{(a+۱)x^۲+ax}{x+۱}$$

در تابع هموگرافیک صورت کسر حداکثر از درجهٔ اول است بنابراین داریم:

$$a+۱=۰\Rightarrow a=-۱\Rightarrow f(x)=\frac{-x}{x+۱}$$

محورهای تقارن در تابع هموگرافیک $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ خط‌های $y=x+\frac{a+d}{c}$ و $y=-x+\frac{a-d}{c}$ می‌باشد که در حالت $y'<۰$ معادلهٔ اول محور تقارن قاطع و در حالت $y'>۰$ معادلهٔ دوم محور تقارن قاطع منحنی خواهد بود.

$$f'(x)=\frac{-۱}{(x+۱)^۲}<۰$$

بنابراین معادله محور تقارن قاطع منحنی برابر است با:

$$y=x+\frac{-۱+۱}{۱}\Rightarrow y=x$$

۱۰ ۴ مختصات رأس سهمی $h(x)=-x^۲+۲x+۳$ برابر است با:

$$\begin{cases}x_S=\frac{-۲}{-۲}=۱\\ y_S=h(۱)=۴\end{cases}$$

مرکز تقارن و نقطهٔ عطف تابع $f(x)$ و همچنین مرکز تقارن تابع $g(x)$ نقطهٔ $(۱,۴)$ است. برای تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x)=\frac{ax+۲cx-۲}{cx-۱}=\frac{(a+۲c)x-۲}{cx-۱}$$

مرکز تقارن هموگرافیک $\begin{vmatrix}\frac{۱}{c}=۱\Rightarrow c=۱\\ \frac{a+۲c}{c}=۴\Rightarrow ۴c=a+۲c\Rightarrow a=۲\end{vmatrix}$

برای تابع $f(x)=۲x^۳+bx^۲+x+d$ داریم:

$$f'(x)=۶x^۲+۲bx+۱\Rightarrow f''(x)=۱۲x+۲b$$

نقطهٔ $(۱,۴)$ نقطهٔ عطف تابع است و داریم:

$$\begin{cases}f(۱)=۴\Rightarrow ۲+b+۱+d=۴\Rightarrow b+d=۱\ \ (۱)\\ f''(۱)=۰\Rightarrow ۱۲+۲b=۰\Rightarrow b=-۶\xrightarrow{(۱)}d=۷\end{cases}$$

حال داریم:

$$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=ad-bc=۱۴-(-۶)=۲۰$$

۱۱ ۱

مجموعهٔ اعداد بخش‌پذیر بر ۳: A

مجموعهٔ اعداد بخش‌پذیر بر ۵: B

مجموعهٔ اعداد بخش‌پذیر بر ۷: C

تعداد حالات مطلوب طبق اصل شمول و عدم شمول عبارتند از:

$$|A\cap B\cap C'|+|A\cap B'\cap C|+|A'\cap B\cap C|$$
$$=|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-۳|A\cap B\cap C|$$
$$=[\frac{۲۰۰}{۱۵}]+[\frac{۲۰۰}{۲۱}]+[\frac{۲۰۰}{۳۵}]-۳[\frac{۲۰۰}{۱۰۵}]$$
$$=۱۳+۹+۵-۳\times۱=۲۴$$

۱۲ ۳ می‌دانیم در تقسیم هر عدد بر ۱۵، باقی‌مانده ۱۵ حالت $(۰\le r<۱۵)$ خواهد داشت. حال اگر اعضای مجموعهٔ مورد نظر را به منزلهٔ کبوتر و هر یک از باقی‌مانده‌ها را به منزلهٔ یک لانه در نظر بگیریم، طبق اصل لانهٔ کبوتری داریم:

تعداد اعضا با باقی‌ماندهٔ یکسان در تقسیم بر ۱۵ $=[\frac{۷۴}{۱۵}]+۱=۵$

https://konkur.info

۱۳ ۲ می‌دانیم هر دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند حال در بین اعداد مجموعهٔ M، ۲۵ عضو، اعداد زوج و ۲۵تای دیگر اعداد فرد هستند اگر در بدترین حالت مثلاً ابتدا تمام حالت‌های انتخابی اعداد زوج باشند ۲۵ عضو انتخاب شده و هیچ‌کدام از آن اعداد نسبت به هم اول نیستند ولی طبق اصل لانهٔ کبوتری عضو ۲۶ اُم به طور قطع عددی فرد و حال ۲ عدد در بین اعداد انتخاب شده نسبت به هم اول هستند و به همین ترتیب عضو ۲۷اُم ما را به هدف مسئله می‌رساند.

۱۴ ۱ چون تنوع رنگ یال‌ها بر ۳ نوع است پس طبق اصل لانهٔ کبوتری ۵۵ یال این گراف به منزلهٔ کبوتر و ۳ رنگ موجود به منزلهٔ لانه هستند. پس داریم:

$$۵۵=۱۸\times۳+۱$$

بنابراین حداکثر مقدار برای n برابر ۱۹ است.

۱۵ ۴

$$\left|\begin{array}{l}\text{هیچ دو کتاب مشابهی کنار هم قرار نگیرند}\\ \text{حداقل ۲ کتاب مشابه کنار هم قرار بگیرند}\end{array}\right|=\left|\text{کل}\right|-\left|\underbrace{\text{کتاب‌های ریاضی کنار هم}}_{C}\cup\underbrace{\text{کتاب‌های فیزیک کنار هم}}_{B}\cup\underbrace{\text{کتاب‌های شیمی کنار هم}}_{A}\right|=\text{کل}$$

$$=\frac{۶!}{۲!\times۲!\times۲!}-|A\cup B\cup C|$$

$$=\frac{۶!}{۲!\times۲!\times۲!}-(\frac{۵!}{۲!\times۲!}+\frac{۵!}{۲!\times۲!}+\frac{۵!}{۲!\times۲!}-\frac{۴!}{۲!}-\frac{۴!}{۲!}-\frac{۴!}{۲!}+۳!)$$

$$=۹۰-(۳۰+۳۰+۳۰-۱۲-۱۲-۱۲+۶)=۳۰$$

۱۶ ۲ باید ۱− و ۲ و ۵ به سه عضو متمایز N به ترتیب صعودی و در حالتی دیگر به ترتیب نزولی نظیر شوند. پس در هر حالت سه عضو از مجموعهٔ N برمی‌داریم و اعضای M را به آن‌ها نظیر می‌کنیم:

$$\binom{۸}{۳}\times۲=۱۱۲$$

۱۷ ۲ روی مجموعهٔ ۴ عضوی A به تعداد $۴^۴=۲۵۶$ تابع قابل تعریف هست هم‌چنین تعداد توابع یک‌به‌یک قابل تعریف روی این مجموعه $۴!=۴\times۳\times۲\times۱=۲۴$ حالت است. بنابراین داریم:

$$\text{یک‌به‌یک‌ها}-\text{کل توابع}=\text{غیر یک‌به‌یک‌ها}=۲۵۶-۲۴=۲۳۲$$

۱۸ ۴ باید تعداد اعدادی که انتخاب می‌کنیم از تعداد حالت‌های باقی‌ماندهٔ تقسیم بر ۷ بیشتر شود تا طبق اصل لانهٔ کبوتری با اطمینان حداقل تفاضل ۲تا از آن‌ها مضرب ۷ شود. می‌دانیم باقی‌ماندهٔ تقسیم اعداد بر عدد ۷ برابر، $r=۰,۱,۲,\cdots,۶$ یعنی ۷ حالت می‌باشد پس اگر حداقل ۸ عدد طبیعی انتخاب کنیم به هدف خود رسیده‌ایم.

۱۹ ۱ اعدادی که مضرب ۱۳ و یا ۷ باشند، نسبت به ۹۱ اول نخواهند بود، پس طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$\left|\begin{array}{l}\text{اعدادی که نه مضرب ۷ و نه مضرب ۱۳ هستند}\end{array}\right|=\text{اعدادی که نسبت به ۹۱ اولند}$$

$$|A'\cap B'|=|S|-|A\cup B|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)$$

$$|A|=[\frac{۹۹۹}{۱۳}]-[\frac{۹۹}{۱۳}]=۶۹$$

$$|B|=[\frac{۹۹۹}{۷}]-[\frac{۹۹}{۷}]=۱۲۸$$

$$|C|=[\frac{۹۹۹}{۹۱}]-[\frac{۹۹}{۹۱}]=۹$$

$$=۹۰۰-(۶۹+۱۲۸-۹)=۷۱۲$$

۲۰ ۴ طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$\left|\begin{array}{l}\text{هیچ لامپی بدون سیم نباشد}\end{array}\right|=\left|\begin{array}{l}\text{حداقل یکی از لامپ‌ها بدون سیم باشد}\end{array}\right|-\left|\text{کل}\right|=$$

$$=۲^{\binom{۴}{۲}}-(\binom{۴}{۱}\times۲^۳-\binom{۴}{۲}\times۲+\binom{۴}{۳}\times۲^۰-\binom{۴}{۴})$$

$$=۶۴-(۴\times۸-۶\times۲+۴\times۱-۱)=۴۱$$

۲۱ ۲ اگر θ را زاویهٔ بین دو بردار u و v بنامیم.

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{۱}{۲}|u\times v|=\frac{۱}{۲}|u||v|\sin\theta=۳\sin\theta\Rightarrow\sin\theta=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۳}$$

اگر $\vec{a}=۲\vec{u}-۳\vec{v}$، آن‌گاه:

$$|a|^۲=۴|u|^۲+۹|v|^۲-۱۲\vec{u}.\vec{v}=۳۶+۳۶-۳۶\Rightarrow|a|=۶$$

اگر α زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{u}$ باشد، داریم:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{u}.\vec{a}}{|u||a|}=\frac{u.(۲u-۳v)}{۳|a|}=\frac{۱۸-۹}{۳\times۶}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۳}$$

۲۲ ۱

$$|u|=۱\ \text{و}\ |v|=۲$$

$$|u+۲v|=۵\xrightarrow{\text{توان ۲}}|u|^۲+۴|v|^۲+۴u.v=۲۵$$

$$\Rightarrow۱+۴(۲)^۲+۴u.v=۲۵\Rightarrow۴u.v=۸$$

$$|۲u+v|^۲=۴|u|^۲+|v|^۲+۴u.v=۴(۱)^۲+۲^۲+(۸)$$

$$|۲u+v|^۲=۱۶\Rightarrow|۲u+v|=۴$$

۲۳ ۴ با توجه به شکل سؤال داریم:

$$a+b+۲c=۰\Rightarrow a+b+c=-c$$

$$\Rightarrow|a+b+c|=|-c|=|c|$$

$$|a+b+c|^۲=|a|^۲+|b|^۲+|c|^۲+۲(a.b+b.c+c.a)$$

$$\Rightarrow|c|^۲=۹+۱۶+|c|^۲+۲(a.b+b.c+c.a)$$

$$\Rightarrow a.b+b.c+c.a=-\frac{۲۵}{۲}$$

۲۴ ۳

$$|u|=۱\ ,\ |v|=۲\ ,\ \theta=۶۰^\circ$$

$$(۲u-v).(u+۳v)=۲|u|^۲+۶u.v-u.v-۳|v|^۲$$

$$=۲|u|^۲+۵|u||v|\cos۶۰^\circ-۳|v|^۲$$

$$=۲(۱)^۲+۵(۱)(۲)(\frac{۱}{۲})-۳(۲)^۲=-۵$$

۲۵ ۲

$$v_۱\times v_۲=\begin{vmatrix}i & j & k\\ -۱ & ۱ & ۲\\ ۱ & -۲ & ۳\end{vmatrix}=(۷,۵,۱)$$

بدانید که زاویه با محوری بزرگ‌تر است که مؤلفهٔ کم‌تری داشته باشد، بنابراین زاویه با محور zها بیشتر است.

۲۶ ۳ ابتدا تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را روی بردار $\vec{b}$ پیدا می‌کنیم.

$$a'=\frac{a.b}{|b|^۲}\vec{b}=\frac{۰+۳-۱۲}{۴+۱+۴}(۲,-۱,-۲)=(-۲,۱,۲)$$

$$a'\times a=\begin{vmatrix}i & j & k\\ -۲ & ۱ & ۲\\ ۰ & -۳ & ۶\end{vmatrix}=(۱۲,۱۲,۶)$$

$$S=|(۱۲,۱۲,۶)|=\sqrt{۱۲^۲+۱۲^۲+۶^۲}=۱۸$$

https://konkur.info

۲۷ **۱**

$A=(۳,۲,۱), B=(۰,۱,-۱), C=(۴,۱,k), D=(۱,۲,-۱)$

$\overrightarrow{AB}=B-A=(-۳,-۱,-۲)$

$\overrightarrow{AC}=C-A=(۱,-۱,k-۱)$

$\overrightarrow{AD}=D-A=(-۲,۰,-۲)$

اگر سه بردار ساخته‌شده در یک صفحه قرار گیرند، آن‌گاه ضرب مختلط سه بردار برابر صفر است.

$$\overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{AD})=۰\Rightarrow\begin{vmatrix}-۳&-۱&-۲\\۱&-۱&k-۱\\-۲&۰&-۲\end{vmatrix}\begin{matrix}-۳&-۱\\۱&-۱\\-۲&۰\end{matrix}$$

$$=(۶+۲k-۲)-(-۴+۲)=۰\Rightarrow -۸+۲k+۲=۰\Rightarrow k=۳$$

۲۸ **۴** بردار $\vec{u}=\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}$ بر بردارهای $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$ و لذا بر $\overrightarrow{AB}$ عمود است و مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و زاویهٔ بین اضلاع $\frac{\pi}{۳}$ است، بنابراین:

$$|\overrightarrow{AB}\times(\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC})|=|\overrightarrow{AB}||\vec{u}|\sin\frac{\pi}{۲}=۲|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BC}|\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$=۲\times۲\times۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۴\sqrt{۳}$$

۲۹ **۳** $\vec{u}=\vec{i}+\vec{k}=(۱,۰,۱)$ و $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}=(۱,۱,۰)$

$\vec{w}=\vec{j}+\vec{k}=(۰,۱,۱)$

$$|\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})|=\begin{vmatrix}۱&۰&۱\\۱&۱&۰\\۰&۱&۱\end{vmatrix}=۲$$

$۲=|۲|=$ حجم متوازی‌السطوح

۳۰ **۲** در واقع بردار $\vec{c}$ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ در امتداد بردار $\vec{b}$ است، لذا:

$$\vec{c}=\frac{a.b}{|b|^۲}\vec{b}=-\frac{۱}{۱۶۹}(۵,-۱۲)=(-\frac{۵}{۱۶۹},\frac{۱۲}{۱۶۹})$$

۳۱ **۴**

$$\lim_{x\to۰}\frac{۱-\cos^۲x-\cos x\sin^۲x}{x^۴}=\lim_{x\to۰}\frac{\sin^۲x-\cos x\sin^۲x}{x^۴}$$

$$=\lim_{x\to۰}\frac{\sin^۲x(۱-\cos x)}{x^۴}$$

$$=\lim_{x\to۰}\frac{\sin^۲x}{x^۲}\times\lim_{x\to۰}\frac{۱-\cos x}{x^۲}=۱\times\frac{\frac{x^۲}{۲}}{x^۲}=۱\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

۳۲ **۲**

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to۱^-}(f^{-۱}og)(x)=f^{-۱}(\lim\limits_{x\to۱^-}g(x))=۰\\ \Rightarrow f(f^{-۱}\lim\limits_{x\to۱^-}g(x))=f(۰)\Rightarrow\lim\limits_{x\to۱^-}g(x)=f(۰)\\ \lim\limits_{x\to(-۱)^+}(f^{-۱}og)(x)=f^{-۱}(\lim\limits_{x\to(-۱)^+}g(x))=-۲\\ f(f^{-۱}(\lim\limits_{x\to(-۱)^+}g(x)))=f(-۲)\Rightarrow\lim\limits_{x\to(-۱)^+}g(x)=f(-۲)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to۱^-}g(x)+\lim_{x\to(-۱)^+}g(x)=f(۰)+f(-۲)$$

۳۳ **۳** تابع $g(x)=\sqrt{۲}(\sin x+\cos x)=۲\sin(x+\frac{\pi}{۴})$ در نقاط $x=\frac{\pi}{۴}$ و $x=\frac{۵\pi}{۴}$ به ترتیب ماکزیمم و می‌نیمم می‌باشد.

پس تابع $f(x)=[\sqrt{۲}(\sin x+\cos x)]$ در $x=\frac{\pi}{۴}$ ناپیوسته و در $x=\frac{۵\pi}{۴}$ پیوسته است.

۳۴ **۲**

$$\lim_{x\to۰}\frac{a-\sqrt{x^۲+b}}{x^۲}=-\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{a-\sqrt{b}}{۰}=-\frac{۱}{۶}\Rightarrow a=\sqrt{b}\Rightarrow a^۲=b$$

$$\lim_{x\to۰}\frac{(a-\sqrt{x^۲+b})(a+\sqrt{x^۲+b})}{x^۲(a+\sqrt{x^۲+b})}=-\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to۰}\frac{a^۲-x^۲-b}{x^۲(a+\sqrt{x^۲+b})}=-\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{-۱}{\sqrt{b}+\sqrt{b}}=-\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow\sqrt{b}=۳\Rightarrow b=۹\Rightarrow a=۳\Rightarrow a+b=۱۲$$

۳۵ **۴**

$$\lim_{x\to۰}\frac{(\tan^۲۲x)f(x)}{۳\sin^۲x}=۱۶\Rightarrow\lim_{x\to۰}\frac{\tan^۲۲x}{۳\sin^۲x}\times\lim_{x\to۰}f(x)=۱۶$$

$$\Rightarrow\frac{۴}{۳}\times\lim_{x\to۰}f(x)=۱۶\Rightarrow\lim_{x\to۰}f(x)=۱۲$$

$$\lim_{x\to۰}\frac{۶x+۴}{f(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to۰}(۶x+۴)}{\lim\limits_{x\to۰}f(x)}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

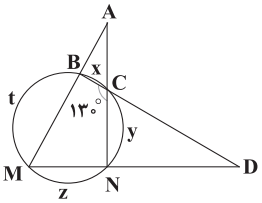
۳۶ **۱**

$\hat{M}+\hat{C}=۱۸۰\Rightarrow\hat{M}=۵۰^\circ$

در این شکل رابطهٔ $۲\hat{M}+\hat{A}+\hat{D}=۱۸۰^\circ$ (*) برقرار است.

$۱۰۰+۳\hat{D}+\hat{D}=۱۸۰\Rightarrow۴\hat{D}=۸۰\Rightarrow\hat{D}=۲۰^\circ$, $\hat{A}=۶۰^\circ$

$\hat{A}-\hat{D}=۶۰^\circ-۲۰^\circ=۴۰^\circ$

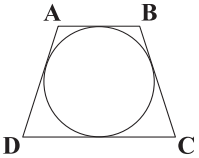


اثبات (*):

$$\left.\begin{aligned}\hat{A}&=\frac{z-x}{۲}\\ \hat{D}&=\frac{t-y}{۲}\\ \hat{M}&=\frac{x+y}{۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\hat{A}+\hat{D}+۲\hat{M}=\frac{z-x+t-y+۲x+۲y}{۲}$$

$$=\frac{x+y+z+t}{۲}=\frac{۳۶۰^\circ}{۲}=۱۸۰^\circ$$

۳۷ **۲**



$AB+CD=AD+BC$

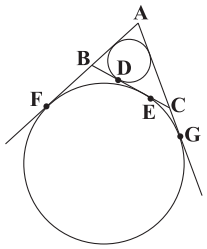
$\Rightarrow AB+CD=۲۰$

$h=۲R=۸$

$$S=\frac{(AB+CD)\times h}{۲}=\frac{۲۰\times۸}{۲}=۸۰$$

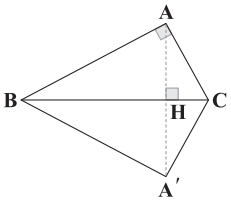
https://konkur.info

۳۸ **۴**



$$2p=5+12+11=28\Rightarrow p=14$$
$$AF=p=14\Rightarrow AB+BF=14$$
$$\Rightarrow 5+BF=14\Rightarrow BF=9$$
$$BF=BE=9$$
$$BD=p-AC=14-11=3$$
$$DE=BE-BD=9-3=6$$

۳۹ **۱**



$$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow \hat{A}=90^\circ$$

چون نقاط B و C نقاط ثابت تبدیل هستند، پس محور بازتاب منطبق بر BC است.

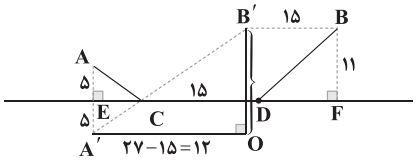
$$AH\times BC=AB\times AC\Rightarrow AH=\frac{4\times 2}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$AA'=2AH=\frac{8\sqrt{5}}{5}$$

۴۰ **۱** ابتدا نقطهٔ B را با برداری موازی ساحل و به طول $15km$ به طرف نقطهٔ A انتقال می‌دهیم تا نقطهٔ B' به دست آید، سپس بازتاب نقطه A را نسبت به ساحل به دست می‌آوریم و A' می‌نامیم و A' را به B' وصل می‌کنیم. طول کوتاه‌ترین مسیر برابر $A'B'+BB'$ است.

$$\overset{\Delta}{A'OB'}: A'B'^2=12^2+16^2\Rightarrow A'B'=20$$

$$35=20+15=\text{کوتاه‌ترین مسیر}$$



۴۱ **۴** در مثلث قائم‌الزاویه اگر m_b و m_c میانه‌های وارد بر اضلاع قائمه و m_a میانه وارد بر وتر باشد، داریم:

$$m_b^2+m_c^2=5m_a^2\Rightarrow 75+20=5m_a^2\Rightarrow m_a^2=19\Rightarrow m_a=\sqrt{19}$$

می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. پس:

$$m_a=\frac{a}{2}\Rightarrow \sqrt{19}=\frac{a}{2}\Rightarrow a=2\sqrt{19}$$

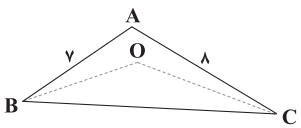
۴۲ **۳** زاویهٔ بین دو نیمساز داخلی B و C برابر $90^\circ+\frac{\hat{A}}{2}$ است.

پس داریم:

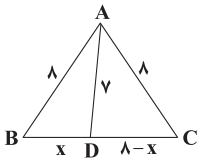
$$150^\circ=90^\circ+\frac{\hat{A}}{2}\Rightarrow \hat{A}=120^\circ$$

بنا به قضیهٔ کسینوس‌ها داریم: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC\cos\hat{A}$

$$\Rightarrow BC^2=49+64-2\times 7\times 8(-\frac{1}{2})=169\Rightarrow BC=13$$



۴۳ **۲** بنا به قضیهٔ استوارت داریم (فرض کنیم $x=BD<DC$ پس $x<4$)



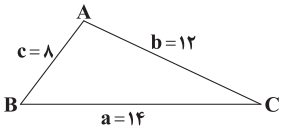
$$BD.AC^2+DC.AB^2=BC(AD^2+BD.DC)$$
$$\Rightarrow 64x+64(8-x)=8(49+x(8-x))$$
$$\xrightarrow{\div 8} 8x+64-8x=49+8x-x^2\Rightarrow x^2-8x+15=0$$
$$\Rightarrow (x-3)(x-5)=0\Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=5 \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

بنابراین $BD=3$ و $CD=5$ است.

$$|BD-CD|=2$$

۴۴ **۳** **روش اول:**

$$2p=a+b+c=14+12+8=34\Rightarrow p=17$$
$$d_a=\frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}=\frac{2}{20}\sqrt{8\times 12\times 17\times 3}$$
$$=\frac{1}{10}\times 12\sqrt{34}=\frac{6}{5}\sqrt{34}$$

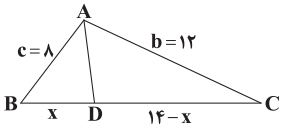


روش دوم:

بنا به قضیهٔ نیمساز: $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}\Rightarrow \frac{8}{12}=\frac{x}{14-x}\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{x}{14-x}$

$$\Rightarrow 3x=28-2x\Rightarrow 5x=28\Rightarrow x=\frac{28}{5}$$

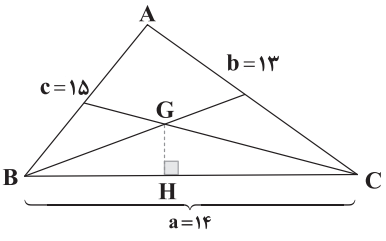
پس $BD=\frac{28}{5}$ و $CD=\frac{42}{5}$ است.



$$AD^2=AB.AC-BD.DC=8\times 12-\frac{1176}{25}=\frac{1224}{25}=\frac{36\times 34}{25}$$
$$\Rightarrow AD=\frac{6}{5}\sqrt{34}$$

۴۵ **۳** با استفاده از قضیهٔ هرون مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم.

$$2p=13+14+15=42\Rightarrow p=21$$
$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{21\times 8\times 7\times 6}=84$$
$$S_{BGC}=\frac{1}{3}S_{ABC}=28$$
$$S_{BGC}=\frac{1}{2}GH\times BC\Rightarrow 28=\frac{1}{2}GH\times 14\Rightarrow GH=4$$



https://konkur.info

۴۶ ۱

$$\frac{۱+۳+۵+\cdots+۲n-۱}{n}=\frac{n^۲}{n}=n$$

$$\frac{۳+۷+۱۱}{۳}=\frac{۲۱}{۳}=۷\Rightarrow n=۷\Rightarrow ۲n-۱=۱۳$$

۴۷ ۲

$$۲,۳,\underset{Q_۱}{۳},۵,۶,\underset{Q_۲}{۶},۶,۷,\underset{Q_۳}{۹},۱۰,۱۰$$

$$\Rightarrow \bar{x}=\frac{۵+۶+۶+۶+۷}{۵}=۶ : \text{داده‌های داخل جعبه}\{۵,۶,۶,۶,۷\}$$

$$\sigma^۲=\frac{۱+۰+۰+۰+۱}{۵}=\frac{۲}{۵}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{۲}{۵}}\simeq ۰/۶۳$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{\frac{۲}{۵}}}{۶}\simeq\frac{۰/۶۳}{۶}=۰/۱۰۵$$

۴۸ ۳

$$n(S)=\binom{۵}{۲}=۱۰\qquad \mu=\frac{۲+۳+۲+۱+۲}{۵}=۲$$

پس میانگین نمونه باید بزرگ‌تر از ۲ باشد. اگر a , b اعضای نمونه باشند:

$$\frac{a+b}{۲}>۲\Rightarrow a+b>۴$$

$$A=\{۲,۳\}\Rightarrow n(A)=۳$$

$$P(A)=\frac{۳}{۱۰}$$

نکته: اگر $a=۲$ و $b=۳$ (یا برعکس) باشد، چون ۳ خانوادهٔ ۲ فرزندی داریم پس تعداد اعضای A برابر ۳ می‌شود.

۴۹ ۴ اگر x نمرهٔ یکی از دانش‌آموزان باشد.

نمره جدید: $x+۰/۱x=۱/۱x$

پس همهٔ نمرات در ۱/۱ ضرب شده‌اند پس میانگین هم در ۱/۱ ضرب می‌شود بنابراین میانگین جدید $۱۸/۷\times ۱/۱=۱۷$

۵۰ ۳

$$\bar{x}=\frac{۱+۱+۲+۲+۳+۴+۵+۶}{۸}=\frac{۲۴}{۸}=۳$$

$$\sigma^۲=\frac{۲(۱-۳)^۲+۲(۲-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۴-۳)^۲+(۵-۳)^۲+(۶-۳)^۲}{۸}$$

$$\sigma^۲=\frac{۸+۲+۱+۴+۹}{۸}=\frac{۲۴}{۸}=۳\Rightarrow\sigma=\sqrt{۳}$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۶}}{۴}$$

۵۱ ۱

حدود دسته‌ها	۰ ـ ۴	۴ ـ ۸	۸ ـ ۱۲	۱۲ ـ ۱۶	۱۶ ـ ۲۰
فراوانی	۳	۵	۶	۷	۳
نماینده	۲	۶	۱۰	۱۴	۱۸

$$\bar{x}=\frac{۳(۲)+۵(۶)+۶(۱۰)+۷(۱۴)+۳(۱۸)}{۲۴}=\frac{۲۴۸}{۲۴}=۱۰/۳$$

مُد = ۱۴ = داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.

$$\text{میانه}=\frac{x_{۱۲}+x_{۱۳}}{۲}=۱۰$$

$$\Rightarrow \text{میانگین}=\text{میانه}+\text{مُد}=۱۰/۳+۱۴+۱۰=۳۴/۳$$

۵۲ ۲ داده‌های جدید به صورت زیر است:

$$x_۱+۰/۱x_۱+۱,\ x_۲+۰/۱x_۲+۱,\ \cdots,\ x_n+۰/۱x_n+۱$$

که می‌توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$۱/۱x_۱+۱,\ ۱/۱x_۲+۱,\ \cdots,\ ۱/۱x_n+۱$$

پس هر داده در ۱/۱ ضرب و با یک جمع شده است.

$$\bar{x}=\frac{\frac{۱۰n}{۱۱}}{n}=\frac{۱۰}{۱۱}$$

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}}=\frac{\frac{\sigma'}{\bar{x}'}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}}=\frac{\frac{۱/۱\sigma}{۱/۱\bar{x}+۱}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}}=\frac{\frac{۱/۱}{\frac{۱۱}{۱۰}(\frac{۱۰}{۱۱})+۱}}{\frac{۱}{\frac{۱۰}{۱۱}}}=\frac{\frac{۱/۱}{۲}}{\frac{۱۱}{۱۰}}=\frac{۱۱}{۲(۱۱)}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

۵۳ ۱ برآورد فاصلهٔ میانگین $(\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}})$ است.

$$\text{طول بازه}=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}=\frac{۱+۲+۳+۳+۴+۴+۵+۶+۸}{۹}=\frac{۳۶}{۹}=۴$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱-۴)^۲+(۲-۴)^۲+۲(۳-۴)^۲+(۵-۴)^۲+(۶-۴)^۲+(۸-۴)^۲}{۹}$$

$$\sigma^۲=\frac{۹+۴+۲+۱+۴+۱۶}{۹}=۴\Rightarrow\sigma=۲$$

$$\text{طول بازه}=\frac{۴(۲)}{\sqrt{۹}}=\frac{۸}{۳}$$

۵۴ ۴ رنگ چشم ـ گروه خونی و آلاینده‌های هوا متغیر کیفی اسمی هستند.

۵۵ ۲ $\text{میانه}=\frac{x_{۱۲}+x_{۱۳}}{۲}=\frac{۸+b}{۲}=۱۰$ ⇒ تعداد داده‌ها $=۲۴$

$$\Rightarrow b=۱۲$$

$$\bar{x}=\frac{۶(۵)+۷(۳)+۸(۴)+۱۲(۷)+۵a}{۲۴}=۹$$

$$\Rightarrow ۲۱۶=۳۰+۲۱+۳۲+۸۴+۵a\Rightarrow a=۹/۸$$

$$a+b=۱۲+۹/۸=۲۱/۸$$

فیزیک

۵۶ ۳ فوتون با انرژی بیشتر را A و فوتون دیگری را B در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$E_A=\frac{۴}{۳}E_B\qquad (۱)$$

E با f رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$E=hf\xrightarrow[(۱)]{E\propto f}f_A=\frac{۴}{۳}f_B\quad (۲)$$

هرچه انرژی فوتون بیشتر باشد، طول موج آن کم‌تر است. از آن‌جایی که انرژی فوتون A بیشتر است، بنابراین:

$$\lambda_B-\lambda_A=۵\times۱۰^{-۸}\,m\xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}}c(\frac{۱}{f_B}-\frac{۱}{f_A})=۵\times۱۰^{-۸}$$

$$\xrightarrow{(۲)}۳\times۱۰^۸\times(\frac{۱}{f_B}-\frac{۱}{\frac{۴}{۳}f_B})=۵\times۱۰^{-۸}\Rightarrow\frac{۱}{۴f_B}=\frac{۵\times۱۰^{-۸}}{۳\times۱۰^۸}$$

$$\Rightarrow f_B=۰/۱۵\times۱۰^{۱۶}=۱۵\times۱۰^{۱۴}\,Hz$$

https://konkur.info

در آخر به کمک رابطهٔ $f_A = \frac{۴}{۳} f_B$، بسامد فوتون A را محاسبه می‌کنیم:

$$f_A = \frac{۴}{۳} \times ۱۵ \times ۱۰^{۱۴} = ۲۰ \times ۱۰^{۱۴} \, Hz$$

بنابراین:

$$f_A - f_B = ۵ \times ۱۰^{۱۴} \, Hz$$

۵۷ ۴ با توجه به رابطهٔ شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن داریم:

$$r_n = a_۰ n^۲ \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = (\frac{n_۲}{n_۱})^۲ \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = (\frac{۳}{۵})^۲ = \frac{۹}{۲۵}$$

با توجه به رابطهٔ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن داریم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = (\frac{n_۱}{n_۲})^۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = (\frac{۵}{۳})^۲ = \frac{۲۵}{۹}$$

۵۸ ۴ B از بین گزینه‌ها باید کنار گذاشته شود، زیرا بقیهٔ گسیل‌ها شامل دو لایه می‌شوند، اما گسیل B شامل یک لایه است. بین سه گزینهٔ دیگر، در هر کدام که شمارهٔ لایهٔ مقصد کوچک‌تر باشد، فوتون گسیل‌شده پرانرژی‌تر و با بسامد بیشتر است، بنابراین پاسخ گسیل D می‌شود.

۵۹ ۱ کم‌ترین بسامد در هر لایه مربوط به بیشترین طول موج، یعنی حرکت از $n' + ۱$ به n' و بیشترین بسامد مربوط به کم‌ترین طول موج، یعنی حرکت از $n = \infty$ به n' می‌باشد، بنابراین با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \begin{cases} \text{رشتهٔ لیمان}: \frac{۱}{\lambda_{max}} = R(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۲^۲}) \\ \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{max}} = R(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۴}) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۴}{۳R} \\ \text{رشتهٔ پفوند}: \frac{۱}{\lambda_{min}} = R(\frac{۱}{۵^۲} - \frac{۱}{\infty}) \\ \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{min}} = \frac{R}{۲۵} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{۲۵}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f_{min}}{f_{max}} = \frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \frac{\frac{۲۵}{R}}{\frac{۴}{۳R}} = \frac{۷۵R}{۴R} = \frac{۷۵}{۴}$$

۶۰ ۴ برای محاسبهٔ تعداد فوتون، ابتدا باید انرژی گسیل‌شده از لامپ را در مدت‌زمان ۶۴ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$E = P \times t = ۱۰۰ \times ۶۴ = ۶۴۰۰ J$$

سپس به کمک رابطهٔ $E_{لامپ} = nE_{فوتون}$ تعداد فوتون‌ها را محاسبه می‌کنیم.

دقت کنید: انرژی فوتون نیز باید ژول باشد به این منظور عدد انرژی فوتون را در بار الکترون ضرب می‌کنیم.

$$E_{فوتون} = ۲eV \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹} J$$

در نتیجه داریم:

$$n = \frac{E_{لامپ}}{E_{فوتون}} = \frac{۶۴۰۰}{۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۲ \times ۱۰^{۲۲}$$

۶۱ ۴ طبق متن کتاب درسی، مدل اتمی بور قادر به توجیه **متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی** اتم نیست.

۶۲ ۳ بسامد آستانهٔ فلز برابر با $۱۰^{۱۵} Hz$ است، یعنی $f_۰ = ۱۰^{۱۵} Hz$ است و بسامد نور فرودی $f = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۵} Hz$ است، بنابراین K_{max} از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$K_{max} = h(f - f_۰) = ۶ \times ۱۰^{-۳۴} \times (۱/۵ \times ۱۰^{۱۵} - ۱۰^{۱۵}) = ۳ \times ۱۰^{-۱۹} J$$

۶۳ ۳ ابتدا تعداد پرتو و نوع پرتو را تعیین می‌کنیم. از آن‌جایی که عدد جرمی نیز تغییر کرده، پس نوع ذره A برابر α (^۴_۲He) می‌باشد. از طرفی عدد اتمی طی فرایند، ۱۲ واحد کم شده است که نشان می‌دهد ۶ ذرهٔ آلفا تابش شده است.

پس معادله را کامل می‌کنیم:

$$^{۲۴۰}_{۹۰}X \rightarrow ۶^۴_۲\alpha + ^{A'}_{۷۸}Y \Rightarrow ۲۴۰ = ۶ \times ۴ + A' \Rightarrow A' = ۲۱۶$$

از تفاضل عدد جرمی و عدد اتمی تعداد نوترون‌ها حاصل می‌شود، بنابراین:

$$۲۱۶ - ۷۸ = ۱۳۸$$

۶۴ ۱ برای این‌که پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد باید $hf > W_۰$ باشد، بنابراین:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۱۵} \times ۳ \times ۱۰^۸}{۶۰۰ \times ۱۰^{-۹}} = ۲eV$$

بنابراین در فلز A پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

۶۵ ۴ با توجه به رابطهٔ شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن داریم:

$$r_n = a_۰ n^۲ \Rightarrow \frac{r_۴}{r_۳} = (\frac{۴}{۳})^۲ \Rightarrow r_۴ = \frac{۱۶}{۹} r_۳$$

۶۶ ۲ با طی کردن الگوی زیر تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که درصد اولیه ۱۰۰ درصد می‌باشد:

$$۱۰۰ \xrightarrow{T_{\frac{۱}{۲}}} ۵۰ \xrightarrow{T_{\frac{۱}{۲}}} ۲۵ \xrightarrow{T_{\frac{۱}{۲}}} ۱۲/۵ \xrightarrow{T_{\frac{۱}{۲}}} ۶/۲۵$$

بنابراین ۴ نیمه‌عمر سپری شده است، از طرفی ۴ نیمه‌عمر برابر ۱۶ سال شده است، بنابراین:

$$T_{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۶}{۴} = ۴ \text{ سال}$$

۶۷ ۳ تعداد پروتون‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر با هم برابر است. اما تعداد نوترون‌های آن‌ها متفاوت است، **بنابراین عدد جرمی آن‌ها متفاوت و عدد اتمی آن‌ها یکسان است.**

۶۸ ۴ ابتدا تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از گذشت ۵ نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} = \frac{N_۰}{۲^۵} = \frac{N_۰}{۳۲}$$

بنابراین $\frac{۱}{۳۲}$ تعداد هسته‌های اولیه باقی‌مانده است، پس $\frac{۳۱}{۳۲}$ تعداد هسته‌های اولیه واپاشی‌شده است، بنابراین:

$$\frac{N_{باقی}}{N_{واپاشی}} = \frac{\frac{۱}{۳۲} N_۰}{\frac{۳۱}{۳۲} N_۰} = \frac{۱}{۳۱}$$

۶۹ ۲ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال متوجه می‌شویم در مدت ۵ روز، تعداد هسته‌ها نصف شده است، بنابراین نیمه‌عمر این ماده ۵ روز است. با دقت در نمودار متوجه می‌شویم که در مدت‌زمان t، مقدار ماده از ۸۰۰ به ۲۰۰ رسیده است، به عبارتی ۲ بار نصف شده است، یعنی دو نیمه‌عمر سپری شده است، بنابراین **t برابر ۱۰ روز می‌باشد.**

https://konkur.info

۷۰ **۱** برای محاسبهٔ انرژی از رابطهٔ $E=\frac{hc}{\lambda}$ استفاده می‌کنیم. فقط دقت کنید که λ باید طول موج نور در هوا باشد، زیرا c سرعت نور در هوا است. بنابراین ابتدا طول موج فوتون در هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\lambda_{\text{شیشه}}}{\lambda_{\text{هوا}}}=\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{شیشه}}}\Rightarrow \lambda_{\text{هوا}}=۴۴۰\times\frac{۳}{۲}=۶۶۰\text{nm}$$

بنابراین انرژی فوتون برابر است با:

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۰\times۱۰^{-۹}}=۳\times۱۰^{-۱۹}\text{J}$$

۷۱ **۳** طیف گسیلی خطی دارای زمینه‌ای **تاریک** با چند خط باریک **رنگی** است که توسط **گاز**های رقیق داغ تشکیل می‌شود.

۷۲ **۴** با توجه به رابطهٔ زیر، Rhc همان E_R می‌باشد.

$$\frac{E_R}{hc}=R\Rightarrow E_R=Rhc$$

بنابراین Rhc از جنس انرژی است.

۷۳ **۳** در اتم هیدروژن، فوتون‌های تنها در اولین، دومین، سومین و چهارمین خطوط رشتهٔ بالمر، نور مرئی گسیل می‌کنند، پس با توجه به گزینه‌ها، گذار از ۵ به ۲ می‌تواند نور مرئی گسیل کند.

۷۴ **۲** هرگاه نوترونی با هستهٔ اورانیم ۲۳۵ برخورد کرده و جذب شود، هستهٔ اورانیم شروع به ارتعاش می‌کند و تغییر شکل می‌دهد. ارتعاش تا وقتی ادامه می‌یابد که تغییر شکل چنان جدی شود که نیروی جاذبهٔ هسته‌ای دیگر نتواند با نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌های هسته متوازن شود. در این هنگام هسته به پاره‌هایی وامی‌پاشد که حامل انرژی هستند.

۷۵ **۲** وقتی نوری تکفام به سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز بر هم کنش می‌کند. در نتیجه فقط افزایش بسامد و انرژی فوتون‌ها می‌تواند باعث جدا شدن الکترون و اثر فوتوالکتریک شود. هم‌چنین با افزایش طول موج پرتوهای فرودی، بسامد پرتو کاهش می‌یابد و در نتیجه هم‌چنان پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

۷۶ **۴** پس از گذشت ۲ ساعت، $\frac{۱}{۱۶}$ جرم اولیهٔ B باقی مانده است. با توجه به رابطهٔ $m=\frac{m_۰}{۲^n}$ داریم:

$$m=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}m_۰=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow n=۴$$

پس ۴ نیمه‌عمر سپری شده است.

بنابراین نیمه‌عمر عنصر B از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{\frac{۱}{۲}B}=\frac{۲}{۴}=۰/۵\text{h}$$

پس از ۲ ساعت، $\frac{۱}{۸}$ جرم اولیهٔ A باقی مانده است، بنابراین:

$$m=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۸}m_۰=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow n=۳$$

پس ۳ نیمه‌عمر سپری شده است.

بنابراین نیمه‌عمر عنصر A از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$T_{\frac{۱}{۲}A}=\frac{۲}{۳}=\frac{۲}{۳}\text{h}$$

نسبت نیمه‌عمر عنصر A به نیمه‌عمر عنصر B برابر است با:

$$\frac{T_{\frac{۱}{۲}A}}{T_{\frac{۱}{۲}B}}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۴}{۳}$$

۷۷ **۴** ابتدا انرژی مورد نیاز برای ذوب ۷۲ تن آهن را محاسبه می‌کنیم. طبق گفتهٔ سؤال، هر ۱kg آهن ۵۰۰kJ انرژی نیاز دارد، بنابراین:

۱kg	۵۰۰ kJ
۷۲۰۰۰kg	E

$$\Rightarrow E=۵۰۰\times۷۲۰۰۰=۳۶۰۰۰۰۰۰\text{kJ}=۳۶\times۱۰^{۶}\text{kJ}$$

در ادامه از رابطهٔ $E=mc^۲$، جرم مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$۳۶\times۱۰^{۹}=m\times(۳\times۱۰^{۸})^۲$$

$$\Rightarrow m=\frac{۳۶\times۱۰^{۹}}{۹\times۱۰^{۱۶}}=۴\times۱۰^{-۷}\text{kg}=۴\times۱۰^{-۴}\text{g}$$

۷۸ **۳** ابتدا معادلهٔ گفته‌شده را می‌نویسیم:

$${}^{۲۳۹}_{۹۲}U\rightarrow{}^{۲۳۱}_{۸۷}A+x^{۴}_{۲}\alpha+m^{۰}_{+۱}\beta+n^{۰}_{-۱}\beta$$

ابتدا برای محاسبهٔ تعداد ذرهٔ α، عدد جرمی را بررسی می‌کنیم:

$$۲۳۹=۲۳۱+x\times۴\Rightarrow x=۲$$

در ادامه، برای محاسبهٔ m و n، عدد اتمی را بررسی می‌کنیم:

$$۹۲=۸۷+۲\times۲+m\times۱+n\times(-۱)\Rightarrow m-n=۱$$

بنابراین عدد m از n باید یک رقم بیشتر باشد که تنها گزینهٔ با این شرایط گزینهٔ (۳) می‌باشد.

۷۹ **۲** ابتدا معادلهٔ داده‌شده را می‌نویسیم:

$${}^{۱۵۰}_{۹۸}X\rightarrow{}^{۱۵۰}_{۹۹}Y+x^{A}_{Z}D$$

ابتدا عدد جرمی را بررسی می‌کنیم:

$$۱۵۰=۱۵۰+xA\xrightarrow{x\neq۰}A=۰$$

با بررسی عدد اتمی داریم:

$$۹۸=۹۹+xZ\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\Z=-۱\end{cases}$$

بنابراین ذرهٔ D، همان ذرهٔ β^- است.

۸۰ **۲** طبق معادله فوتوالکتریک، بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون گسیل‌شده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$K_{max}=hf-W_۰\xrightarrow{W_۰=hf_۰}K_{max}=h(f-f_۰)$$

در هر حالت K_{max} را محاسبه می‌کنیم:

حالت اول: $f=۲f_۰\Rightarrow K_{max}=h(۲f_۰-f_۰)=hf_۰$

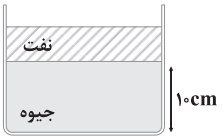
حالت دوم: $f=۲/۶۹f_۰\Rightarrow K_{max}=h(۲/۶۹f_۰-f_۰)=۱/۶۹f_۰$

نسبت تندی بیشینه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{v_{max_۲}}{v_{max_۱}}=\sqrt{\frac{K_{max_۲}}{K_{max_۱}}}=\sqrt{\frac{۱/۶۹f_۰}{f_۰}}=۱/۳$$

https://konkur.info

۸۱ **۳** مجموع فشار حاصل از دو مایع در کف ظرف برابر با ۱۲cmHg است، بنابراین:



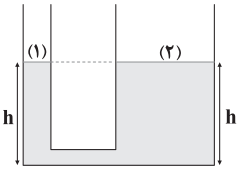
فشار ناشی از ستون نفت برحسب سانتی‌متر جیوه $\Rightarrow ۱۲-۱۰=۲\text{cmHg}$

بنابراین ارتفاع ستون نفت برابر است با:

$$۲\times ۱۳/۶=h_{\text{نفت}}\times(۰/۸)\Rightarrow h_{\text{نفت}}=۳۴\text{cm}$$

حجم ستون نفت برابر است با: $V=Ah\Rightarrow V=۲\times ۳۴=۶۸\text{cm}^۳$

۸۲ **۴** هنگامی که شیر ارتباط بین دو لوله باز می‌شود، ارتفاع آب در دو لوله یکسان می‌شود، زیرا یک نوع مایع در لولهٔ U‌شکل در دو طرف، در یک تراز می‌ایستد.



حجم مایع موجود در شاخهٔ سمت چپ در حالت اولیه $(۶۰A_۱)$ برابر با مجموع حجم مایع‌های دو شاخه در حالت ثانویه خواهد بود.

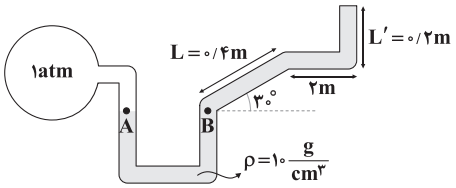
$$۶۰A_۱=A_۱h+A_۲h\xrightarrow{A_۲=۴A_۱}۶۰A_۱=A_۱h+۴A_۱h$$

$$\Rightarrow ۶۰\cancel{A_۱}=۵\cancel{A_۱}h\Rightarrow h=\frac{۶۰}{۵}=۱۲\text{cm}$$

بنابراین تغییر ارتفاع ستون نفت در شاخهٔ سمت چپ برابر است با:

$$۶۰-۱۲=۴۸\text{cm}$$

۸۳ **۴** با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=\rho gh+P_{\text{سطح بسته}}$$

ارتفاع مایع از دو قسمت لولهٔ کج و لولهٔ عمودی تشکیل می‌شود، زیرا لولهٔ افقی تأثیری در ارتفاع لوله ندارد، بنابراین:

$$h=L\sin\alpha+L'=۰/۴\sin ۳۰^\circ+۰/۲=۰/۴\times\frac{۱}{۲}+۰/۲=۰/۴\text{m}$$

بنابراین:

$$P_{\text{مخزن}}=\rho gh+P_{\text{سطح بسته}}\Rightarrow ۱۰^۵=۱۰۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۴+P_{\text{سطح بسته}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{سطح بسته}}=۶\times ۱۰^۴\,\text{Pa}$$

اندازهٔ نیروی وارد بر انتهای بستهٔ لوله برابر است با:

$$F=PA=۶\times ۱۰^۴\times ۲۰\times ۱۰^{-۴}=۱۲۰\text{N}$$

۸۴ **۱** ابتدا مجموع کار نیروی مقاومت هوا در رفت و برگشت گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K=W_{f_D}\Rightarrow\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)=W_{f_D}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times ۲\times((۱۵)^۲-(۲۰)^۲)=W_{f_D}$$

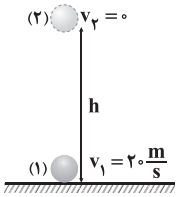
$$\Rightarrow ۲۲۵-۴۰۰=W_{f_D}\Rightarrow W_{f_D}=-۱۷۵\text{J}$$

نیروی مقاومت هوا در مسیر برگشت، دو برابر نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت است، بنابراین:

$$W_{f_{D\text{برگشت}}}+W_{f_{D\text{رفت}}}=-۱۷۵\Rightarrow ۲W_{f_{D\text{رفت}}}+W_{f_{D\text{رفت}}}=-۱۷۵$$

$$\Rightarrow ۳W_{F_{D\text{رفت}}}=-۱۷۵\Rightarrow W_{f_{D\text{رفت}}}=-\frac{۱۷۵}{۳}\text{J}$$

بنابراین می‌توانیم حداکثر ارتفاع گلوله را به دست بیاوریم:



$$E_۲-E_۱=W_{f_{D\text{رفت}}}\Rightarrow mgh-\frac{۱}{۲}mv_۱^۲=-\frac{۱۷۵}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲\times ۱۰\times h-۴۰۰=-\frac{۱۷۵}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲۰h=۴۰۰-\frac{۱۷۵}{۳}\Rightarrow ۲۰h=\frac{۱۲۰۰-۱۷۵}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲۰h=\frac{۱۰۲۵}{۳}\Rightarrow h=\frac{۱۰۲۵}{۶۰}=\frac{۲۰۵}{۱۲}\simeq ۱۷\text{m}$$

۸۵ **۴** ابتدا تندی اولیهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$W_t=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\Rightarrow ۸۰۰=\frac{۱}{۲}\times ۸\times((v+۱۰)^۲-v^۲)$$

$$\Rightarrow ۲۰۰=v^۲+۲۰v+۱۰۰-v^۲\Rightarrow ۱۰۰=۲۰v\Rightarrow v=۵\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای این‌که تندی اولیهٔ جسم ۵ برابر شود، یعنی به $v'_۲=۲۵\frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، داریم:

$$W'_t=\Delta K'=\frac{۱}{۲}m(v_۲'^۲-v_۱^۲)=\frac{۱}{۲}\times ۸\times((۲۵)^۲-۵^۲)$$

$$\Rightarrow W'_t=۴\times(۶۲۵-۲۵)=۲۴۰۰\text{J}$$

افزایش کار کل انجام‌شده بر روی جسم نسبت به حالت قبل برابر است با:

$$W'_t-W_t=۲۴۰۰-۸۰۰=۱۶۰۰\text{J}=۱/۶\text{kJ}$$

۸۶ **۲** تغییرات انرژی جنبشی جسم تبدیل به گرما شده و باعث افزایش دمای گلوله شده است، بنابراین:

$$|\Delta K|=Q\Rightarrow\frac{۱}{۲}m((۲۰)^۲-(۱۰)^۲)=mc\times ۲۰$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times(۴۰۰-۱۰۰)=۲۰c\Rightarrow ۴۸۰=۲۰c$$

$$\Rightarrow c=۲۴۰\,\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}=۰/۲۴\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$$

۸۷ **۳** مجموع گرماهای مبادله‌شده، پس از مدتی صفر می‌شود، بنابراین:

$$\begin{cases}Q(۲۰^\circ\text{C آب})=Q_۱\\ Q(۳۰^\circ\text{C آب})=Q_۲\\ Q_{\text{محیط}}=Q_۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_۱+Q_۲+Q_۳=۰\Rightarrow m_۱c_۱\Delta\theta_۱+m_۲c_۲\Delta\theta_۲+Q_۳=۰$$

$$\Rightarrow ۰/۲\times ۴\times(۲۵-۲۰)+۰/۵\times ۴\times(۲۵-۳۰)+Q_۳=۰$$

$$\Rightarrow(۰/۲\times ۴\times ۵)+(۰/۵\times ۴\times(-۵))+Q_۳=۰$$

$$\Rightarrow ۴+(-۱۰)+Q_۳=۰\Rightarrow Q_۳=۶\text{kJ}$$

با توجه به این‌که علامت $Q_۳$ مثبت به دست آمده است، بنابراین **۶kJ گرما از سیستم خارج شده است.**

https://konkur.info

۸۸ **۳** تعادل بین یخ با دمای $-10^\circ C$ و آب با دمای صفر درجهٔ سلسیوس را می‌نویسیم:

$$\text{یخ } -10^\circ C \xrightarrow{Q_3} \text{یخ } -2^\circ C \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 0^\circ C$$

$$Q_1+Q_2+Q_3=0 \Rightarrow -m'L_F+m'c_{\text{یخ}}\Delta\theta+mc_{\text{یخ}}\Delta\theta=0$$

$$\Rightarrow -m'\times(320)+m'\times2\times(-2-0)+m\times2\times(-2-(-10))=0$$

$$\Rightarrow -320m'+(-4m')+16m=0 \Rightarrow 16m=324m'$$

$$\Rightarrow m=\frac{81}{4}m' \quad (*)$$

از طرفی داریم: $m+m'=850g \xrightarrow{(*)}$

$$\frac{81}{4}m'+m'=850 \Rightarrow \frac{81m'+4m'}{4}=850 \Rightarrow 85m'=850\times4$$

$$\Rightarrow m'=40g \Rightarrow m=\frac{81}{4}\times40=810g$$

۸۹ **۴** در تراکم بی‌دررو، $Q=0$ و $\Delta U=W$ است. چون در تراکم، کار انجام‌شده بر روی گاز مثبت است، پس $\Delta U>0$ است.

۹۰ **۳** طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\begin{cases}\text{گرما گرفته است} \Rightarrow Q=620J\\ \text{کار روی محیط انجام داده است} \Rightarrow W=-180J\end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta U=Q+W=620-180=440J$$

بنابراین انرژی درونی دستگاه $440J$ افزایش می‌یابد.

۹۱ **۲** اگر تعداد 8×10^{10} الکترون به بار اولیهٔ جسم اضافه کنیم، بار الکتریکی ثانویهٔ جسم ۶ برابر بار اولیهٔ آن می‌شود. به کمک رابطهٔ بار الکتریکی جسم $(q=\pm ne)$ می‌توان نوشت:

$$q_2=q_1\pm ne \Rightarrow q_2=q_1+(8\times10^{10}\times(-1/6\times10^{-19}))$$

$$\Rightarrow q_2=q_1+(-12/8\times10^{-9}) \xrightarrow{q_2=6q_1} 6q_1=q_1-12/8\times10^{-9}$$

$$\Rightarrow 5q_1=-12/8\times10^{-9} \Rightarrow q_1=\frac{-12/8\times10^{-9}}{5}=-2/56\times10^{-9}C$$

بار اولیه برحسب نانوکولن خواسته شده است که برابر است با:

$$\Rightarrow q_1=-2/56nC$$

۹۲ **۳** مسیر AB برابر با نصف محیط است، یعنی:

$$\frac{2\pi r}{2}=12\pi \Rightarrow r=12m$$

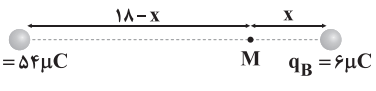
با داشتن شعاع دایره می‌توان فاصلهٔ بین نقطهٔ A تا نقطهٔ B را که برابر با قطر دایره است، محاسبه کرد: $d=2r=2\times12=24m$

برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta V=\frac{-E|q|d\cos\theta}{q}=-Ed\cos\theta$$

$$\xrightarrow[d=24m\ ,\ \theta=0^\circ]{E=8\times10^{-2}\frac{N}{C}} \Delta V=-8\times10^{-2}\times24\times\cos0^\circ=-1/92V$$

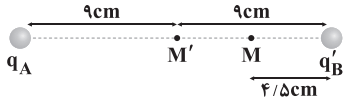
۹۳ **۱** برای این‌که برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام غیر هم‌اندازه صفر شود، نقطهٔ موردنظر باید بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر باشد، بنابراین:



$$E_A=E_B \Rightarrow \frac{54}{(18-x)^2}=\frac{6}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{(18-x)^2}=\frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{3}{18-x}=\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 18-x=3x \Rightarrow 4x=18 \Rightarrow x=4/5cm$$

حال اگر دو بار، هم‌اندازه و همنام باشند، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار دقیقاً بین دو بار صفر خواهد بود.



در نتیجه فاصلهٔ نقطهٔ M از M' برابر است با: $9-4/5=4/5cm$

۹۴ **۲** اگر r_1 شعاع سطح مقطع استوانه و r_2 شعاع سطح مقطع سیم باشد، بنابراین برای محاسبهٔ مقاومت داریم:

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow[A=\pi r_2^2]{L=N\times(2\pi r_1)} R=\frac{\rho N\times(2\pi r_1)}{\pi r_2^2}=\frac{2\rho N r_1}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow R=\frac{2\rho N r_1}{r_2^2}$$

$$\xrightarrow[r_1=40cm\ ,\ r_2=4mm]{\rho=1/7\times10^{-8}\Omega.m\ ,\ N=400}$$

$$R=\frac{2\times1/7\times10^{-8}\times400\times40\times10^{-2}}{(4\times10^{-3})^2}=0/34\Omega$$

۹۵ **۱** حداکثر توان زمانی است که هر دو کلید K_1 و K_2 بسته باشند و داریم:

$$P_{max}=\frac{V^2}{R_{eq}} \quad (1)$$

حداقل توان مربوط به زمانی است که کلید مربوط به مقاومت بزرگ‌تر (مثلاً R_1) بسته و کلید دیگر باز باشد، بنابراین:

$$P_{min}=\frac{V^2}{R_{max}} \quad (2)$$

با توجه به صورت سؤال، بیشترین توان مجموعه ۶۰ درصد بیشتر از کم‌ترین مقدار برای آن است، در نتیجه:

$$P_{max}=P_{min}+\frac{60}{100}P_{min}=\frac{160}{100}P_{min} \Rightarrow P_{max}=1/6P_{min} \quad (3)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$P_{max}=1/6P_{min} \xrightarrow{(1)\text{ و }(2)} \frac{V^2}{R_{eq}}=1/6\frac{V^2}{R_{max}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{max}}{R_{eq}}=1/6=\frac{8}{5}$$

۹۶ **۱** مقاومت آمپرسنج ایده‌ال، صفر است، بنابراین باعث حذف دو مقاومت ۱۲ و ۱۶ اهمی می‌شود.

دو مقاومت ۷ و ۸ اهمی متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=7+8=15\Omega$

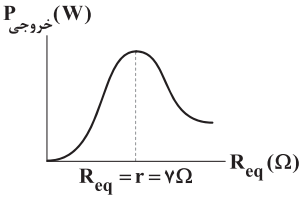
عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد همان جریان کل گذرنده از مدار است که برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{36}{15+1}=\frac{36}{16}=2/25A$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$V=\varepsilon-rI=36-(1\times2/25)=33/75V$$

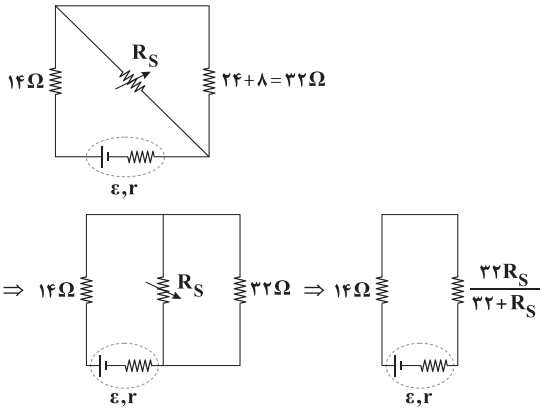
https://konkur.info

۹۷ **۱** نمودار توان خروجی باتری برحسب مقاومت به شکل زیر است:



بدیهی است مقاومت معادل مدار از ۱۴Ω بزرگ‌تر است. دلیل آن هم این است که دو مقاومت ۲۴ و ۸ اهمی با هم متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها که برابر $۲۴+۸=۳۲\Omega$ است، با رئوستا موازی می‌شود.

پس مقاومت معادل مقاومت ۳۲ اهمی و رئوستا که قطعاً عددی بزرگ‌تر از صفر است، با مقاومت ۱۴ اهمی متوالی خواهد شد که حاصل‌جمع عدد ۱۴ با عددی بزرگ‌تر از صفر، قطعاً از خود ۱۴ بزرگ‌تر خواهد شد، به شکل زیر دقت کنید:



با توجه به توضیحات فوق، با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت معادل مدار نیز افزایش می‌یابد و با توجه به نمودار، **توان خروجی باتری کاهش می‌یابد.**

۹۸ **۱** اندازهٔ نیروی وارد بر سیم‌ها از طرف میدان با توجه به رابطهٔ $F=I\ell B\sin\theta$ به دست می‌آید. برای هر سه سیم جریان یکسان I و میدان مغناطیسی یکنواخت B ثابت است. برای سیم‌ها مقدار $\ell\sin\theta$ که همان مؤلفهٔ قائم سیم‌ها در میدان مغناطیسی است، نیز یکسان بوده و به آن‌ها نیروی یکسانی وارد می‌شود.

۹۹ **۲** محاسبهٔ دورهٔ تناوب:

$$\frac{۶T}{۴}=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۳۰}s$$

معادلهٔ جریان ـ زمان جریان عبوری از این مقاومت برابر است با:

$$I=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

$$\Rightarrow I=۳\sqrt{۲}\sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۳۰}}t)\Rightarrow I=۳\sqrt{۲}\sin(۶۰\pi t)$$

جریان عبوری از مقاومت در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۱۲۰}s$ برابر است با:

$$I=۳\sqrt{۲}\sin(۶۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰})=۳\sqrt{۲}\sin(\frac{\pi}{۲})=۳\sqrt{۲}A$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۱۲۰}s$ برابر است با:

$$P=RI^۲=۵\times(۳\sqrt{۲})^۲=۵\times۱۸=۹۰W$$

۱۰۰ **۲** اگر القاگر آرمانی باشد، قبل از قطع کلید K تمام جریان از شاخهٔ مربوط به القاگر عبور می‌کند و لامپ خاموش است. وقتی کلید K باز شود، نیرو محرکهٔ خود ـ القاوری با کاهش جریان مخالفت می‌کند. در این حالت جریان در شاخهٔ لامپ برقرار و لامپ روشن می‌شود، اما به تدریج نیروی محرکه و جریان کاهش یافته و نور لامپ به تدریج کم می‌شود و نهایتاً خاموش می‌شود. اگر القاگر آرمانی نباشد، قبل از قطع کلید K جریان در شاخه‌ها تقسیم می‌شود و لامپ روشن است. با قطع کلید K نیروی محرکه ایجاد می‌شود که با کاهش جریان مخالفت می‌کند، اما به تدریج با کاهش جریان نور لامپ کم می‌شود و نهایتاً خاموش می‌شود.

شیمی

۱۰۱ **۱** استفاده از کاتالیزگر در واکنش‌های شیمیایی، موجب کاهش انرژی فعال‌سازی و افزایش سرعت واکنش می‌شود. با استفاده از کاتالیزگر نمی‌توان مقدار ΔH واکنش، محتوای انرژی فراورده‌ها و مقدار فراورده‌ها را تغییر داد.

۱۰۲ **۴** انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز CO **همانند** واکنش تجزیهٔ NO به نسبت بالا است.

۱۰۳ **۳** مسیر (۲) به کاربرد کاتالیزگر مربوط است. استفاده از کاتالیزگر مقدار ΔH واکنش را تغییر نمی‌دهد.

۱۰۴ **۳** عبارت‌های اول و آخر نادرست هستند.

ابتدا میزان کاهش انرژی فعال‌سازی در هر دو جهت را مشخص می‌کنیم:

$$(E_a)\ \text{میزان کاهش انرژی فعال‌سازی رفت}=\frac{۵۰}{۱۰۰}\times E_a$$

$$(E'_a)\ \text{میزان کاهش انرژی فعال‌سازی برگشت}=(\frac{۱۰۰-۶۶/۷}{۱۰۰})\times E'_a$$

$$=\frac{۳۳/۳}{۱۰۰}E'_a$$

از آن‌جا که استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی رفت و برگشت را به یک میزان کاهش می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$\frac{۵۰}{۱۰۰}E_a=\frac{۳۳/۳}{۱۰۰}E'_a\Rightarrow\frac{۳}{۶}E_a=\frac{۲}{۶}E'_a\Rightarrow E_a=\frac{۲}{۳}E'_a$$

بررسی عبارت‌ها:

- $\Delta H=E_a-E'_a=\frac{۲}{۳}E'_a-E'_a=-\frac{۱}{۳}E'_a$

$$\frac{|\Delta H|}{E_a}=\frac{|-\frac{۱}{۳}E'_a|}{\frac{۲}{۳}E'_a}=\frac{۱}{۲}\quad\text{یا}\quad\frac{E_a}{|\Delta H|}=۲$$

- از آن‌جا که $\Delta H<۰$ است، این واکنش گرماده بوده و در واکنش‌های گرماده، مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها است.
- کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی رفت و برگشت را به یک مقدار کاهش می‌دهد.

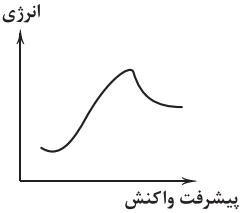
۱۰۵ **۱** هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انواع آلاینده‌ها مانند CO، NO (با فرمول XO)، $NO_۲$، $SO_۲$، $CO_۲$ (با فرمول $XO_۲$) و هیدروکربن‌های نسوخته (C_xH_y) وارد هواکره می‌شود.

https://konkur.info

۱۰۶ (۲) **بررسی عبارت‌ها:**

• از آن‌جا که با افزایش دما، مقدار K افزایش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که با یک واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) سروکار داریم. در واکنش‌های گرماگیر که نمودار انرژی ـ پیشرفت آن به صورت زیر است، سطح انرژی فراورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها به سد انرژی نزدیک‌تر است.



• در واکنش‌های گرماگیر، با افزایش دما، واکنش در جهت مصرف گرما یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

• مطابق نمودار بالا، محتوای انرژی واکنش‌دهنده‌ها در مقایسه با فراورده‌ها کم‌تر است.

به این ترتیب عبارت‌های اول، دوم و پنجم درست هستند.

۱۰۷ (۳) به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

دمای بهینه برای فرایند هابر $450^\circ C$ است.

۱۰۸ (۳) مطابق نمودار سؤال غلظت گاز کلر در لحظه‌ای اعمال تغییر به طور ناگهانی افزایش یافته است. این موضوع می‌تواند ناشی از یکی از دلایل زیر باشد:

۱) مقداری گاز کلر به سامانه تزریق شده باشد.

۲) حجم سامانه کاهش یافته باشد (فشار افزایش یافته باشد).

در هر دو حالت، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت گاز PCl_3 کاهش می‌یابد. اما در حالت دوم چون تعادل نمی‌تواند به طور کامل افزایش فشار واردشده را جبران کند، غلظت PCl_3 در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود. در صورتی‌که در حالت اول، با برقراری تعادل جدید، غلظت PCl_3 کم‌تر از تعادل اولیه است.

۱۰۹ (۱) فقط عبارت نخست درست است.

معادله‌های شیمیایی موازنه نشدهٔ زیر تهیهٔ مادهٔ A را به دو روش نشان می‌دهد:

$$a)\ C_6H_6 + H_2SO_4 + NaOH \rightarrow A + \underbrace{X + Y}_{\text{پسماند}}$$

$$b)\ C_6H_6 + C_3H_6 + O_2 \rightarrow A + \underbrace{Z}_{\text{حلال صنعتی}}$$

بر اساس اصول شیمی سبز، واکنش b از دیدگاه اتمی صرفهٔ اقتصادی بیشتری دارد، زیرا همهٔ اتم‌های مواد واکنش‌دهنده، به مواد ارزشمند تبدیل شده‌اند.

۱۱۰ (۲)

$$2A + B \rightleftharpoons 2C$$

مول اولیه	۱۲	۸	۰
مول تعادلی	$12-2x$	$8-x$	$2x$

مطابق داده‌های سؤال، ۵۰٪ از کل مول‌های مخلوط تعادلی مربوط به واکنش‌دهنده‌هاست، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{(12-2x)+(8-x)}{(12-2x)+(8-x)+(2x)} = \frac{50}{100} \Rightarrow x = 4\,mol$$

$$K = \frac{[C]^2}{[A]^2[B]} = \frac{(\frac{2(4)}{0/5})^2}{(\frac{12-2(4)}{0/5})^2(\frac{8-4}{0/5})} = \frac{16\times16}{8\times8\times8} = 0/5$$

۱۱۱ (۴) حجم ظرف در مقدار K بی‌تأثیر است. بنابراین محاسبه‌ها را بر مبنای مول انجام می‌دهیم.

$$N_2 + O_2 \rightleftharpoons 2NO$$

مول اولیه	۲	۲	۰
مول تعادلی	$2-x$	$2-x$	$2x$

$$K = \frac{[NO]^2}{[N_2][O_2]} \Rightarrow 36 = \frac{(2x)^2}{(2-x)(2-x)} \xrightarrow{\sqrt{\ }} 6 = \frac{2x}{2-x}$$

$$\Rightarrow 12-6x = 2x \Rightarrow 12 = 8x \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

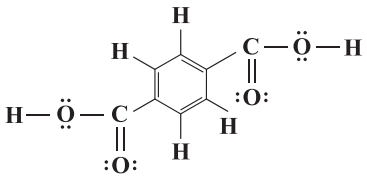
$$\text{مول تعادلی NO} = 2x = 2(\frac{3}{2}) = 3\,mol$$

با برقراری تعادل، ۳ mol از مادهٔ NO در ظرف واکنش وجود دارد (مقدار عملی) در صورتی‌که اگر واکنش کامل باشد، با توجه به این‌که ضریب NO، دو برابر ضریب هر یک از واکنش‌دهنده‌هاست، با داشتن ۲ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها، باید ۴ مول NO تولید شود (مقدار نظری). پس خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{3}{4} \times 100 = \%75$$

۱۱۲ (۳) به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

ترفتالیک‌اسید $(C_8H_6O_4)$ در نفت خام وجود ندارد.



۱۱۳ (۴) **بررسی عبارت‌ها:**

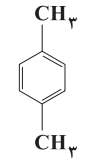
آ) PET یک پلی‌استر بوده و در هر واحد تکرارشونده از آن، ۴ اتم اکسیژن و در نتیجه ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

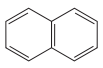
ب) واکنش پارازایلن با محلول غلیظ پتاسیم **پرمنگنات** حتی در دمای بالا، بازدهی مطلوبی ندارد.

پ) با افزایش غلظت محلول پتاسیم پرمنگنات، ممکن است به جای این‌که اتیلن گلیکول تولید شود، اتن به مادهٔ دیگری تبدیل شود.

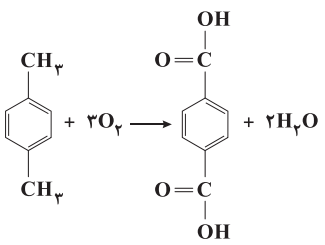
ت) واکنش $2CH_4 + O_2 \rightarrow 2CH_3OH$ در حضور کاتالیزگر انجام می‌شود.

۱۱۴ (۴) هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با پارازایلن (C_8H_{10}) درست هستند.


[پارازایلن]
(C_8H_{10})


[نفتالن]
$(C_{10}H_8)$

۱۱۵ (۱)



$$\frac{84/8\,g\ C_8H_{10}}{1\times106} = \frac{x\,g\ C_8H_6O_4}{1\times166} = \frac{y\,mol\ H_2O}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 132/8\,g\ C_8H_6O_4 \\ y = 1/6\,mol\ H_2O \end{cases}$$

https://konkur.info

۱۱۶ **۳** ترتیب پایداری رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن به صورت زیر است:

$${}_1^3H > {}_1^5H > {}_1^6H > {}_1^4H > {}_1^7H$$: پایداری

مطابق داده‌های سؤال ایزوتوپ‌های A و B به ترتیب ${}_1^3H$ و ${}_1^7H$ هستند:

$$3+7=10$$

۱۱۷ **۴** هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

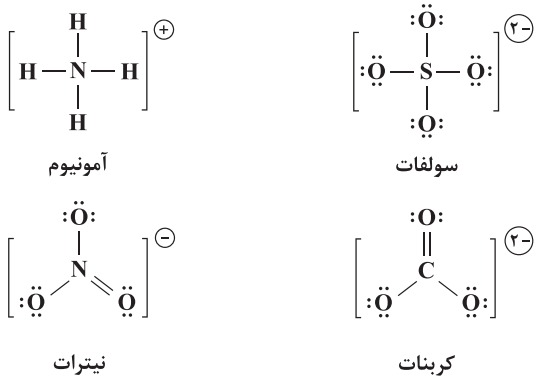
- دو عنصر نخست جدول دوره‌ای که آرایش الکترونی اتم آن‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند عبارتند از ${}_{24}Cr$ و ${}_{29}Cu$.
- عنصرهای با عدد اتمی ۴۶ و ۷۸ متعلق به گروه ۱۰ جدول دوره‌ای هستند.
- گنجایش لایه سوم برابر با ۱۸ الکترون است:

$$2n^2 = 2(3)^2 = 18$$

دوره چهارم جدول تناوبی نیز شامل ۱۸ عنصر است.

- عنصرهای با عدد اتمی ۷۰ و ۱۰۰ متعلق به دسته f جدول تناوبی هستند.

۱۱۸ **۳** در ساختار لوویس یون‌های آمونیوم (NH_4^+) و سولفات (SO_4^{2-})، تمامی پیوندها یگانه است.



۱۱۹ **۱** معادلهٔ موازنه‌شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:

۱) $2CH_4 + 2NH_3 + 3O_2 \rightarrow 2HCN + 6H_2O$

۲) $4Ag + 2H_2S + O_2 \rightarrow 2Ag_2S + 2H_2O$

۳) $6F_2 + 8NaOH \rightarrow 8NaF + 2OF_2 + 4H_2O + O_2$

۴) $2Br_2 + S + 2H_2O \rightarrow 4HBr + SO_2$

۱۲۰ **۳** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$4KNO_3(s) \rightarrow 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$$

کاهش جرم مواد درون ظرف مربوط به خروج گازهای N_2 و O_2 از ظرف واکنش است:

$$?molO_2 = 34/56g\ (\text{کاهش جرم}) \times \frac{5molO_2}{\underbrace{(2\times28)}_{N_2} + \underbrace{(5\times32)}_{O_2}\ g\ (\text{کاهش جرم})}$$

$$= 0/8molO_2$$

۱۲۱ **۲** نسبت چگالی دو گاز، با فرض شرایط یکسان برابر با نسبت جرم مولی آن‌ها است:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{M_{W_1}}{M_{W_2}} \Rightarrow \frac{d_{SO_2}}{d_{NO_2}} = \frac{64}{46} \Rightarrow d_{NO_2} = \frac{46\times2/12}{64} = 1/52g.L^{-1}$$

۱۲۲ **۲**

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x\,gCaBr_2}{600g} \times 100 \Rightarrow x = 180gCaBr_2$$

$$?mL\,CaBr_2(aq) = 180gCaBr_2 \times \frac{1molCaBr_2}{200gCaBr_2} \times \frac{1LCaBr_2(aq)}{0/3molCaBr_2}$$

$$\times \frac{1000mLCaBr_2(aq)}{1LCaBr_2(aq)} = 3000mLCaBr_2(aq)$$

۱۲۳ **۳** عنصرهای A، X، D و E به ترتیب همان P، Cl، As و Br هستند.

بالاترین نقطه جوش در بین ترکیب‌های مورد نظر مربوط به AsH_3 است. هر چه نقطه جوش یک ماده بالاتر باشد، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۱۲۴ **۱** فرض می‌کنیم ۱۰۰ گرم از محلول سیرشده نمک A در دمای θ در دسترس است.

$$?gA = 100g\ \text{محلول} \times \frac{41/17gA}{100g\ \text{محلول}} = 41/17gA$$

$$?gH_2O = 100 - 41/17 \simeq 58/83gH_2O$$

اکنون انحلال‌پذیری نمک A را به ازای ۱۰۰g آب به دست می‌آوریم:

$$?gA = 100gH_2O \times \frac{41/17gA}{58/83gH_2O} \simeq 70gA$$

$$S = 0/6\theta + 28 \Rightarrow 70 = 0/6\theta + 28 \Rightarrow \theta = 70^\circ C$$

۱۲۵ **۲** فرض می‌کنیم یک لیتر (1000mL) از محلول KBr در دسترس باشد.

$$?g\ \text{محلول} = 1000mL\ \text{محلول} \times \frac{1/20g\ \text{محلول}}{1mL\ \text{محلول}} = 1200g\ \text{محلول}$$

$$?gKBr(\text{حل شونده}) = 1L\ \text{محلول} \times \frac{1/40molKBr}{1L\ \text{محلول}} \times \frac{119gKBr}{1molKBr}$$

$$= 166/6gKBr$$

$$?gH_2O(\text{حلال}) = 1200 - 166/6 = 1033/4gH_2O$$

$$\text{مولالیته} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{کیلوگرم حلال (آب)}} = \frac{1/40molKBr}{1/0334kgH_2O} \simeq 1/35$$

۱۲۶ **۱** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$CS_2 + 3O_2 \rightarrow CO_2 + 2SO_2$$

اگر یک مول کربن دی‌سولفید $(76gCS_2)$ با فرض بازده ۱۰۰٪ بسوزد، یک مول کربن دی‌اکسید $(44gCO_2)$ و ۲ مول گوگرد دی‌اکسید $(128gSO_2)$ و در مجموع 172g فراورده تولید می‌شود.

$$?g\ \text{فراورده (مقدار نظری)} = 45/6gCS_2 \times \frac{172g\ \text{فراورده}}{76gCS_2}$$

$$= 103/2g\ \text{فراورده}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{77/4g}{103/2g} \times 100 = \%75$$

$$\begin{matrix} & \text{تفاوت جرم فراورده‌ها} & \text{جرم فراورده‌ها} \\ \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} 128-44 & 172 \\ x & 77/4 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 37/8$$

https://konkur.info

۱۲۷ **۲**

$$?g\,Mg(NO_3)_2 = 2/8\,N \times \frac{1\,mol\,N}{14\,g\,N} \times \frac{1\,mol\,Mg(NO_3)_2}{2\,mol\,N}$$

$$\times \frac{148\,g\,Mg(NO_3)_2}{1\,mol\,Mg(NO_3)_2} \simeq 14/8\,g\,Mg(NO_3)_2$$

$$\text{درصد خلوص منیزیم نیترات} = \frac{14/8\,g}{18\,g} \times 100 \simeq \%82/22$$

۱۲۸ **۲**

- فرمول مولکولی ۳ـ اتیل، ۲ و ۴ دی‌متیل هپتان به صورت $C_{11}H_{24}$ است. بنابراین شمار اتم‌های کربن مولکول A برابر با ۱۲ است.
- فرمول مولکولی بنزوئیک‌اسید به صورت $C_7H_6O_2$ بوده و در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن مولکول A برابر با ۱۸ است.
- هر واحد تکرارشونده از کولار که یک پلی‌آمید است شامل ۲ اتم اکسیژن است.
- تنها در گزینهٔ (۲) فرمول مولکولی ساختار به صورت $C_{12}H_{18}O_2$ است.

۱۲۹ **۴**

$$C_{40}H_{82}(g) \rightarrow C_{20}H_{42}(g) + 2C_{10}H_{20}(g)$$

- در هر سمت از واکنش فوق، ۸۲ پیوند $C-H$ وجود دارد.
- شمار پیوندهای $C-C$ در سمت چپ واکنش برابر با ۳۹ و شمار همین پیوندها در سمت راست برابر با $19+2(8)=35$ پیوند است.
- در سمت راست واکنش دو پیوند $C=C$ نیز وجود دارد.

بنابراین ΔH واکنش برابر است با:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [(39-35)\Delta H(C-C)] - [2\Delta H(C=C)]$$

$$= [4(348)] - [2(614)] = +164\,kJ$$

۱۳۰ **۲** گرمای مبادله‌شده در هر واکنش شیمیایی **به طور عمده** وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

۱۳۱ **۴** معادله موازنه شده واکنش داده شده به صورت زیر است:

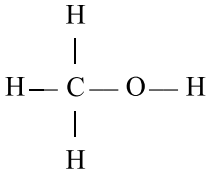
$$2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$$

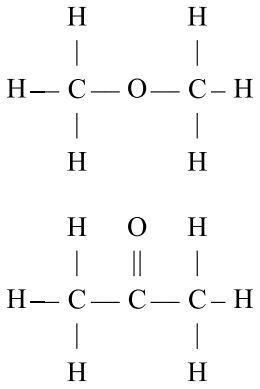
کاهش جرم مربوط به خروج گاز اکسیژن از ظرف واکنش است.

$$\frac{120\,g\,KNO_3}{2\times101} = \frac{x\,g}{(1\times32)} \Rightarrow x = 19\,gO_2$$

$$\bar{R}_{\text{کاهش جرم}} = \frac{19\,g}{(6\times60)\,s} = 0/052\,g.s^{-1}$$

۱۳۲ **۴** مولکول‌های A، B و C به ترتیب همان CH_3OH، CH_3OCH_3 و CH_3COCH_3 شمار جفت الکترون‌های پیوندی این سه مولکول به ترتیب برابر با ۵، ۸ و ۱۰ جفت الکترون است.





به این ترتیب فقط مقایسه آخر نادرست است.

۱۳۳ **۱** معادلهٔ واکنش هدف به صورت زیر است:

$$2C(s) + 2H_2(g) \rightarrow C_2H_4(g)$$

برای رسیدن به واکنش فوق؛ باید ضرایب واکنش (b) را در عدد ۲ ضرب کنیم، واکنش (c) را به همان صورت نوشته و واکنش (a) را وارونه کنیم. سپس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H(\text{واکنش هدف}) = 2\Delta H_b + (+\Delta H_c) + (-\Delta H_a)$$

$$= 2(-394) + (-572) + (-(-1410)) = 50\,kJ$$

۱۳۴ **۱** فرمول مولکولی پلی‌اتن و پلی‌وینیل کلرید به ترتیب به صورت $+C_2H_4+_n$ و $+C_2H_3Cl+_n$ است.

$$\text{درصد جرمی کربن} = [(\frac{70}{100} \times \frac{2(12)}{2(12)+4(1)})$$

$$+ (\frac{30}{100} \times \frac{2(12)}{2(12)+3(1)+35/5})] \times 100 = 60 + 11/52 = 71/52$$

۱۳۵ **۲** مطابق داده‌های سؤال فرمول مولکولی استر A به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. واضح است که بر اثر سوختن کامل یک مول از استری با n اتم کربن، n مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. به این ترتیب با توجه به داده‌های سؤال می‌توان نوشت: $\frac{\bar{R}_{CO_2}}{\bar{R}_A} = 6 \Rightarrow \frac{n}{1} = 6 \Rightarrow n = 6$

به این ترتیب معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل استر A به صورت زیر است:

$$C_6H_{12}O_2 + 8O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$$

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{\bar{R}_{H_2O}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info