بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur.info
https://konkur.info

دفترچه شماره ۱

آزمون جامع ۲

پنج‌شنبه ۱۴۰۲/۰۴/۰۱

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمـــون اختصـــاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰	مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	اجباری	۱	۴۰	۴۰ دقیقه

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

ریاضیات

DriQ.com

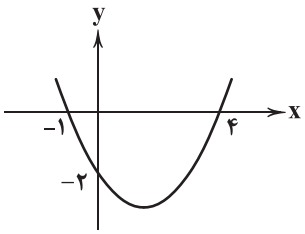
۱- بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ به تعداد ۳ واسطه هندسی درج کرده‌ایم به طوری‌که دنباله صعودی باشد. اگر واسطه اول و سوم این دنباله، جملات اول و دوم یک دنبالهٔ حسابی باشند، مجموع ۱۱ جملهٔ اول این دنباله حسابی چقدر است؟

۱) ۲۶۰۷ ۲) ۲۶۲۷ ۳) ۲۷۰۶ ۴) ۲۷۲۷

۲- اگر $x=\frac{۴\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۷}+\sqrt{۳}}-\sqrt{۷}$، حاصل $\sqrt{\frac{x}{۲-\sqrt{۳}}}$ کدام است؟

۱) $۴+۲\sqrt{۳}$ ۲) $۲+\sqrt{۳}$ ۳) $۲-\sqrt{۳}$ ۴) $۴-۲\sqrt{۳}$

۳- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ یک سهمی به شکل زیر باشد، در دامنهٔ تعریف تابع $g(x)=\sqrt{۳x^۲-f(۲x-۱)}$ چند عدد صحیح قرار ندارند؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) بی‌شمار

۴- اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ باشند و داشته باشیم $\frac{f(۳x-۱)-۲f(۲x)}{f(x)-۳}=۵$، از رابطهٔ $g(x^۲-۱)-g(x+۱)=۴f(x^۲-x-۲)$ حاصلضرب مقادیر ممکن برای x کدام است؟

۱) -۶ ۲) ۶ ۳) -۱۲ ۴) ۱۲

۵- α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۳x+۱=۰$ می‌باشند و معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌هایش $\alpha^۳+\frac{۱}{\alpha^۳}$ و $\sqrt{۲\alpha^۲(۶\beta-۲)}$ باشد، کدام است؟

۱) $x^۲-۳۶x+۲۰=۰$ ۲) $x^۲+۳۶x+۲۰=۰$
۳) $x^۲-۲۰x+۳۶=۰$ ۴) $x^۲+۲۰x+۳۶=۰$

۶- اگر تابع $f(x)=\frac{ax+۳}{x-۲}$ بر وارون خود و تابع $g(x)=bx-۳$ نیز بر وارون خود منطبق باشند، مقدار $((\frac{۲g}{f+۱})og)(-۶)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۵}$ ۲) $-\frac{۶}{۵}$ ۳) $-\frac{۵}{۸}$ ۴) $-\frac{۷}{۱۰}$

۷- معادلهٔ $[\frac{x-۱}{۲}]=\frac{۲x+۱}{۳}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸- اگر $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\cos\frac{x}{4}+\log_{\frac{1}{2}}\cos\frac{x}{2}+\log_{\frac{1}{2}}\cos x+\log_{\frac{1}{2}}\cos 2x+\log_{\frac{1}{2}}\sin\frac{x}{4}$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{16})$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{11}{2}$

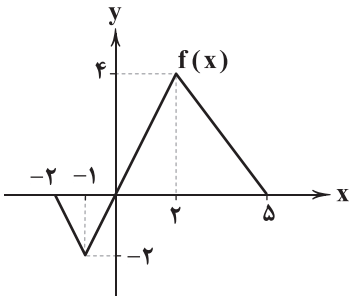
۹- اگر $f(x)=\frac{\sqrt[3]{1+2x}-\sqrt{1+3x}}{\sqrt{1-\cos 2x}}$ ، حاصل $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x^3-x)$ کدام است؟

۱) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ۲) $-\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ۳) $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ ۴) $-\frac{5\sqrt{2}}{12}$

۱۰- اگر $g(x)=[\frac{6x+1}{3}]+[\frac{6x-2}{3}]$ ، تابع $f(x)=(9x^2+3x-2)g(x)$ در بازهٔ $(-\frac{4}{3},\frac{2}{3})$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بیشمار

۱۱- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، تابع $g(x)=-2f(2x-1)+1$ در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟



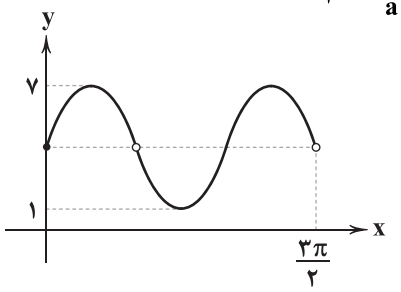
۱) $[0,\frac{3}{2}]$

۲) $[0,2]$

۳) $[-1,2]$

۴) $[1,2]$

۱۲- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\frac{a\tan^2(bx)+c\tan(bx)+a}{1+\tan^2(bx)}$ به صورت زیر باشد، مقدار $\frac{bc}{a}$ کدام است؟



۱) $-\frac{3}{2}$

۲) $\frac{3}{2}$

۳) $-\frac{5}{2}$

۴) $\frac{5}{2}$

۱۳- جواب کلی معادله $\sin(x+\frac{2\pi}{5})+\cos(x-\frac{\pi}{10})=\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$ کدام است؟

۱) $x=k\pi+\frac{5\pi}{19}$ ۲) $x=k\pi+\frac{7\pi}{20}$

۳) $x=k\pi+\frac{7\pi}{30}$ ۴) $x=k\pi+\frac{7\pi}{40}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۴- اگر خطوط $x=۲$ و $y=-۲$ تنها مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x)=\frac{ax^۲-bx}{x^۲+cx-۲}$ باشند، مقدار $f^{-۱}(-۴)$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۴ ۴) ۴

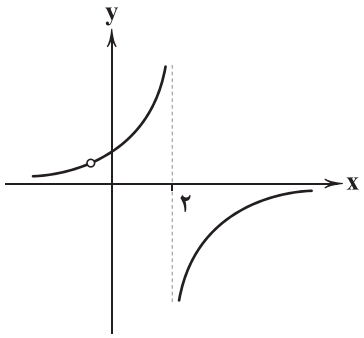
۱۵- اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{|x^۲-۳x+۲|}{x^۳+[-۲x]} & x<۲\\ \frac{|x-۲|}{x^۲-[x]} & x\geq ۲\end{cases}$ ، مقدار $\lim\limits_{h\to ۰^-}\frac{f(۲-۳h)-f(۲)}{h}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ناموجود

۱۶- اگر نقطهٔ $(۱,۲)$ اکسترمم تابع $f(x)=x^۳+ax+b$ باشد، شیب خط مماس در نقطهٔ عطف تابع کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۷- اگر نمودار تابع $f(x)=\frac{-۲x-۲}{x^۲+ax+b}$ به شکل زیر باشد، فاصلهٔ نقطهٔ عطف تابع $g(x)=x^۳+۳ax^۲-bx+۱$ از مبدأ مختصات کدام است؟



۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲

۱۸- برآورد فاصله‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای، بازهٔ $(۱۹/۸, ۱۹)$ است. اگر اختلاف انحراف معیار و اندازهٔ نمونه برابر ۹۸ باشد، اندازهٔ نمونه مضرب کدام عدد است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۱۹- اگر ۴۰ دادهٔ آماری را $\frac{۳}{۲}$ برابر کرده و سپس به هر کدام ۴ واحد اضافه کنیم، ضریب تغییرات نصف خواهد شد. میانگین اولیه چقدر است؟

۱) $\frac{۸}{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) ۳

۲۰- در مجموعهٔ متناهی A، اگر ۳ عضو به اعضای A اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸واحد اضافه می‌شود. مجموعهٔ A چند افـراز ۴ عضوی دارد؟

۱) ۴۵ ۲) ۵۵ ۳) ۶۵ ۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۱- گزاره $\sim p \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)$ با چند تا از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

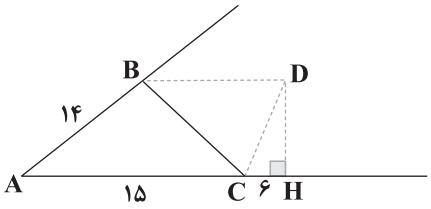
الف) $\sim p \Rightarrow \sim q$ ب) $\sim p \Rightarrow q$ ج) $q \Rightarrow p$ د) $\sim q \Rightarrow p$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲- در پرتاب یک تاس احتمال ظاهر شدن هر وجه متناسب با مربع عدد روی آن وجه است. اگر این تاس را ۵ بار پرتاب کنیم، تقریباً با چه احتمالی هر ۵ بار آن عدد ۳ ظاهر می‌شود؟

۱) $(\frac{۱}{۶})^۵$ ۲) $(\frac{۱}{۸})^۵$ ۳) $(\frac{۱}{۹})^۵$ ۴) $(\frac{۱}{۱۰})^۵$

۲۳- در شکل زیر نیمسازهای زوایای خارجی B و C یک‌دیگر را در نقطهٔ D قطع کرده‌اند. اگر $AB=۱۴$ ، $AC=۱۵$, $CH=۶$ باشد، اندازهٔ مساحت مثلث ABC کدام است؟



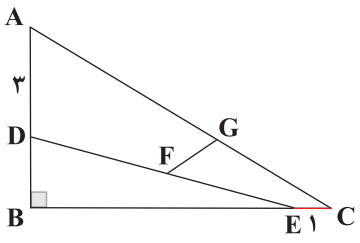
۱) ۸۱

۲) ۸۴

۳) ۹۰

۴) ۹۶

۲۴- در شکل زیر $\frac{AG}{GC}=\frac{DF}{FE}=۲$ است. اندازهٔ FG کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}$

۲) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۳}$

۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۳}$

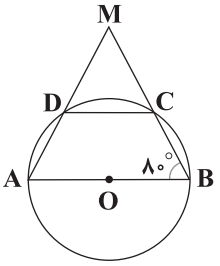
۲۵- در ذوزنقهٔ ABCD، اگر $AB=۱$, $CD=۷$ باشد و نقاط M و N روی ساق‌های AD و BC به گونه‌ای هستند که $MN \| AB$ و مساحت ذوزنقه‌های ABNM و NMDC با هم برابر باشند، طول MN کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۴ ۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۶- در دایرهٔ شکل زیر O مرکز دایره است و $AB = ۲DC$ است. اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{DCB}$ کدام است؟



۱) ۱۱۵

۲) ۸۰

۳) ۱۲۵

۴) ۱۳۰

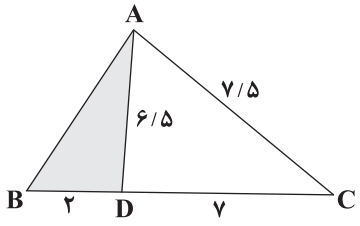
۲۷- نقطهٔ M درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. اگر مجموع فواصل نقطهٔ M از ۳ ضلع مثلث برابر $۶\sqrt{۳}$ باشد، در این مثلث فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محیطی تا هر یک از مراکز دایره‌های محاطی خارجی کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) $۷\sqrt{۳}$ ۳) $۸\sqrt{۳}$ ۴) $۹\sqrt{۳}$

۲۸- دو خط $d_۱ \parallel d_۲$ به فاصلهٔ ۱۲ واحد از هم مفروض هستند و نقاط A و B بین این دو خط به گونه‌ای قرار دارند که فاصلهٔ آن‌ها از $d_۱$ به ترتیب ۸ و ۴ است، اگر تصویر A و B روی خط $d_۱$ را P و Q بنامیم و $PQ = ۹$ باشد، کم‌ترین محیط پنج ضلعی ACBED که C روی خط $d_۱$ و نقاط D و E روی خط $d_۲$ به گونه‌ای باشند که $DE = ۴$ باشد، کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

۲۹- در شکل زیر مساحت مثلث ABD کدام است؟



۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۸

۳۰- اگر $A^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$, $B^۲ = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$, $AB = \begin{bmatrix} -۱ & -۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس BA کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۷ & ۶ \\ -۵ & -۴ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۶ & ۷ \\ -۴ & ۵ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۱ & ۴ \\ -۲ & ۵ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۷ & -۵ \\ -۴ & ۶ \end{bmatrix}$

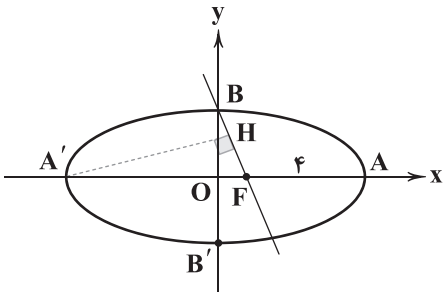
۳۱- اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر از مرتبهٔ ۲، $AB = \begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & ۲ \end{bmatrix}$, $A^{-۱} + B^{-۱} = I$ باشد، حاصل $|(A+B)^۳|$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱ ۳) -۸ ۴) -۱

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۲- مبدأ مختصات مرکز یک بیضی است که طول قطر کوچک آن $۴\sqrt{۱۰}$ می‌باشد. اگر فاصلهٔ کانون از رأس ناکانونی ۴ باشد و از نقطه A' بر خط عبوری از B و F عمود $A'H$ را رسم کنیم، طول BH کدام است؟



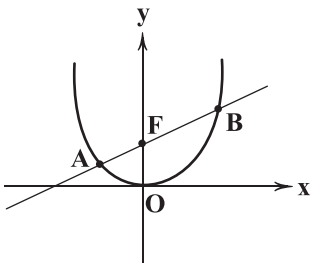
۱) $\frac{۱۷}{۷}$

۲) $\frac{۱۸}{۷}$

۳) $\frac{۱۹}{۷}$

۴) $\frac{۲۰}{۷}$

۳۳- رأس یک سهمی قائم منطبق بر مبدأ مختصات است و یک خط که از کانون سهمی عبور می‌کند، سهمی را در ۲ نقطهٔ A , $B(۶,۹)$ قطع می‌کند. اگر فاصلهٔ نقطهٔ B از خط هادی برابر ۱۰ باشد، مجموع طول و عرض نقطهٔ A کدام است؟ $(a<۲)$



۱) $-\frac{۳}{۴}$

۲) $-\frac{۵}{۹}$

۳) $-\frac{۴}{۵}$

۴) $-\frac{۵}{۴}$

۳۴- اگر نقاط $A(۳,-۱,۰)$, $B(۲,۱,۵)$ دو رأس یک متوازی‌الاضلاع و نقطهٔ $O(۱,۰,۲)$ محل تلاقی قطرهای آن باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $\sqrt{۷۱}$ ۲) $\sqrt{۷۴}$ ۳) $۲\sqrt{۷۱}$ ۴) $۲\sqrt{۷۴}$

۳۵- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد شش رقمی $\overline{۳۴۲ab۷}$ بر ۹۹، عضو کلاس [۳۷] می‌باشد. $a+b$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۳۶- کوچک‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی n که به‌ازای آن معادلهٔ سیالهٔ خطی $(۴a+۳)x+(۳a-۲)y=۵n+۲$ برای هر مقدار صحیح a جواب صحیح داشته باشد، کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۳

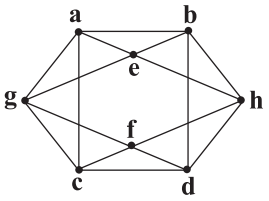
۳۷- گراف G، یک گراف ۳ منتظم از مرتبه ۶ است. اگر گراف $\bar{G}$ ناهمبند باشد، گراف G چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۸- با توجه به گراف مقابل چندتا از جملات زیر صحیح است؟



الف) عدد احاطه‌گری گراف برابر ۴ است.

ب) مجموعهٔ $\{a , b , c , d\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.

پ) مجموعهٔ $\{g , h , e , f\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است ولی مینیمم نیست.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۹- مدیر یک مدرسه می‌خواهد ۵ سکهٔ بهار آزادی را به عنوان پاداش بین سه دانش‌آموز ممتاز A، B و C تقسیم کند. احتمال این‌که به دانش‌آموز A حداقل ۲ سکه پاداش دهد، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۱}$ ۲) $\frac{۸}{۲۱}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۱۰}{۲۱}$

۴۰- در چند گراف ساده با رئوس a، b، c، d و e، هیچ‌یک از رأس‌های a، b و c تنها نیستند؟

۱) ۸۴۸ ۲) ۸۴۴ ۳) ۸۵۴ ۴) ۸۶۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۲

پنج‌شنبه ۱۴۰۲/۰۴/۰۱

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	اجباری	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

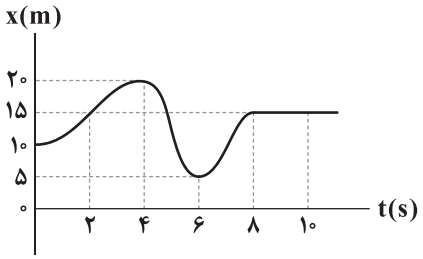
۴۱- متحرکی $\frac{۱}{۴}$ ابتدایی مسیر حرکتش را با سرعت $۲v$ و $\frac{۳}{۴}$ باقی‌مانده را با سرعت v می‌پیماید. سرعت متوسط این متحرک در کل مسیر حرکتش چند برابر v است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۸}{۷}$ ۴) $\frac{۱۱}{۹}$

۴۲- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، پس از طی مسافت ۱۲ متر از $۱\frac{m}{s}$ به $۷\frac{m}{s}$ می‌رسد. متحرک با همین شتاب چند متر دیگر طی کند تا سرعت آن به $۹\frac{m}{s}$ برسد؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۹

۴۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۱۰s$ کدام گزینه در ارتباط با این متحرک صحیح است؟



۱) سرعت متوسط متحرک برابر با $۳/۵\frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن صفر است.

۲) تندی متوسط متحرک برابر با $۰/۵\frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن $۳/۵\frac{m}{s^۲}$ است.

۳) سرعت متوسط متحرک برابر با $۳/۵\frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن $۰/۵\frac{m}{s^۲}$ است.

۴) تندی متوسط متحرک برابر با $۳/۵\frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن صفر است.

۴۴- در واکنش هسته‌ای مقابل، تعداد نوترون‌های هستهٔ Y کدام است؟ $^{۲۴۰}_{۹۰}X \rightarrow {}^{A}_{۷۸}Y + m\alpha$

۱) ۱۳۸ ۲) ۱۴۰ ۳) ۲۱۶ ۴) ۲۱۸

۴۵- اگر در نیروگاهی هسته‌ای با بازده ۴۰ درصد، انرژی حاصل از تبدیل ۶ گرم ماده به انرژی، به عنوان انرژی ورودی نیروگاه در نظر گرفته شود، با انرژی الکتریکی تولیدی توسط این نیروگاه چند لامپ $۲۰۰W$ را می‌توان به مدت ۳۰ دقیقه روشن کرد؟ $(c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s})$

۱) ۳×۱۰^۸ ۲) ۶×۱۰^۸ ۳) ۶×۱۰^۵ ۴) ۳×۱۰^۵

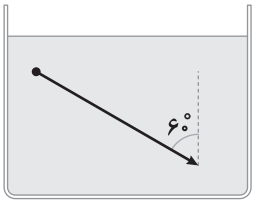
۴۶- در اتم هیدروژن، اتمی در تراز $n=۵$ قرار دارد. پر انرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند گسیل کند، چند ریدبرگ است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۴}$ ۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

محل انجام محاسبات

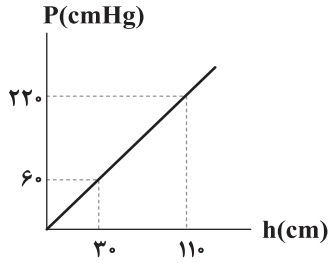
https://konkur.info

۴۷- جسمی درون مایعی با چگالی $۵\frac{g}{cm^۳}$ با تندی $۶\frac{m}{s}$ در مسیری به شکل زیر پایین می‌رود. آهنگ افزایش فشار وارد بر آن چند پاسکال بر ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



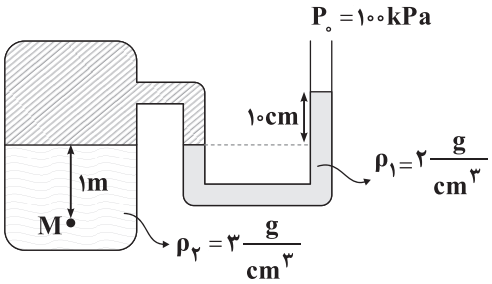
۱) ۱۵۰
۲) ۱۵
۳) ۱۵۰۰۰۰
۴) ۱۵۰۰

۴۸- با توجه به نمودار زیر، که مربوط به فشار کل بر حسب ارتفاع از سطح مایع می‌باشد، چگالی مایع چند برابر چگالی جیوه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) ۴
۴) $\frac{۱}{۴}$

۴۹- در شکل زیر، فشار در نقطهٔ M چند کیلوپاسکال است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۳۲۰۰۰
۲) ۱۲۳۰۰۰
۳) ۱۲۳
۴) ۱۳۲

۵۰- در یک ظرف، مقداری آب صفر درجهٔ سلسیوس قرار دارد. اگر در اثر تبخیر سطحی، آب داخل ظرف منجمد شود و به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود، چند درصد جرم آب در اثر تبخیر سطحی از ظرف خارج شده است؟ (اتلاف انرژی نداریم، $L_F=۸۰\frac{cal}{g}$ و $L_V=۵۶۰\frac{cal}{g}$)

۱) ۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۷۵
۴) ۷۸/۵

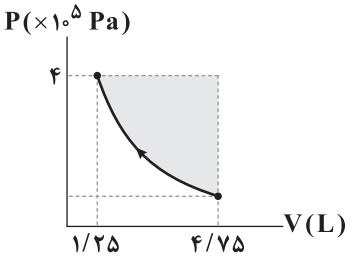
۵۱- درون یک بادکنک کروی‌شکل، مقدار ۳۰ گرم گاز نیتروژن وجود دارد. اگر m گرم نیتروژن به نیتروژن موجود در بادکنک اضافه کنیم، در فشار ثابت، شعاع بادکنک ۲۰ درصد و دمای مطلق آن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. m چند گرم است؟ (گاز نیتروژن را گاز کامل در نظر بگیرید.)

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۴/۵
۴) ۶

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۲- مطابق نمودار زیر، حجم گاز آرمانی را طی یک فرایند هم‌دما تغییر داده‌ایم. اگر اندازهٔ مساحت قسمت هاشورخورده در شکل، ۶۰۰ واحد SI باشد، در این صورت گاز ..... ژول گرما ..... .



۱) ۸۰۰ ـ از دست داده است

۲) ۸۰۰ ـ دریافت کرده است

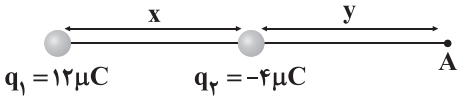
۳) ۱۰۰۰ ـ از دست داده است

۴) ۱۰۰۰ ـ دریافت کرده است

۵۳- اگر بار ذخیره‌شده در خازن تختی را ۸۰ میکروکولن افزایش دهیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این خازن ۶ برابر می‌شود. بار ثانویهٔ این خازن چند میکروکولن است؟

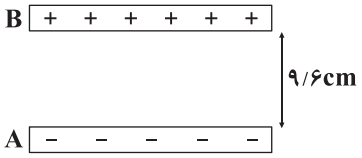
۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۹۶

۵۴- در شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطهٔ A، برابر $\vec{E}$ است. اگر بار الکتریکی q_1 خنثی شود، میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ A برابر $-۴\vec{E}$ می‌شود. x چند برابر y است؟



۱) $\frac{-۵+۲\sqrt{۱۵}}{۵}$ ۲) $\frac{۵-۲\sqrt{۱۵}}{۵}$ ۳) $\frac{۵+۲\sqrt{۱۵}}{۷}$ ۴) $\frac{۵-۲\sqrt{۱۵}}{۷}$

۵۵- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q=-۶/۴\times۱۰^{-۱۹}C$ و به جرم ۴×۱۰^{-۲۰} کیلوگرم با شتاب ثابت از حال سکون و از مجاورت صفحهٔ A حرکت کرده و در مدت‌زمان Δt به صفحهٔ B می‌رسد. اگر از نیروی گرانشی در مقابل نیروی الکتریکی واردشده از طرف میدان الکتریکی به ذرهٔ باردار، چشم‌پوشی کنیم و بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ A و B، ۲۵۰ نیوتون بر کولن باشد، Δt چند میلی‌ثانیه است؟



۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۵}$

۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۵}\times۱۰^{-۲}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $۴/۸\times۱۰^{-۵}$

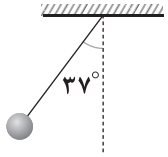
۵۶- گلوله‌ای از بالای ساختمانی به ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی مسافت ۲۰ متر، انرژی جنبشی آن ۲ برابر انرژی پتانسیل آن در همان نقطه می‌شود. ارتفاع h چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

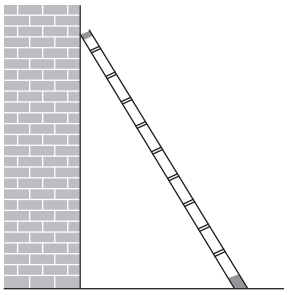
https://konkur.info

۵۷- مطابق شکل زیر، آونگی به طول L به اندازهٔ 37° از وضعیت قائم خارج شده است. اگر آونگ از لحظهٔ رها شدن تا لحظهٔ بیشینه شدن تندی آن، ۳۰ درصد انرژی اولیهٔ خود را در اثر مقاومت هوا از دست بدهد، بیشینهٔ تندی آن چند متر بر ثانیه است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 \, , \, g = 10 \frac{N}{kg})$



۱) $\sqrt{\frac{28}{10}L}$
۲) $\sqrt{\frac{7}{40}L}$
۳) $\sqrt{\frac{40}{7}L}$
۴) $\sqrt{\frac{10}{28}L}$

۵۸- در شکل زیر، اگر نردبان در آستانهٔ سُر خوردن قرار داشته باشد، نسبت اندازهٔ نیرویی که از طرف دیوار قائم بدون اصطکاک به نردبان وارد می‌شود. به اندازهٔ نیرویی که سطح افقی دارای اصطکاک $(\mu_s = 1)$ به نردبان وارد می‌کند، در کدام گزینه به درستی آمده است؟

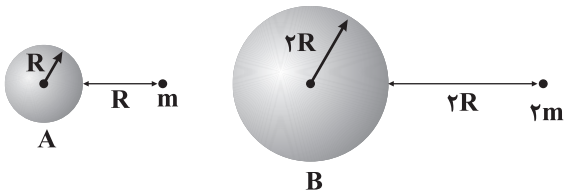


۱) ۱
۲) $\sqrt{2}$
۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۴) $\frac{1}{2}$

۵۹- دو گلوله به جرم‌های $m_1 = 2kg$ و $m_2 = 4kg$ را از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین و از یک نقطه، هم‌زمان رها می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت هوای ثابت و یکسانی به اندازهٔ $10N$ به گلوله‌ها وارد شود، بیشترین فاصلهٔ دو گلوله از هم چند متر خواهد بود؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

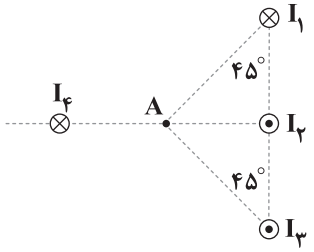
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۶۰- اگر چگالی سیارهٔ کروی B، ۱/۵ برابر چگالی سیارهٔ کروی A باشد، در شکل زیر، اندازهٔ نیروی گرانشی وارد بر جرم $2m$ از طرف سیارهٔ B، چند برابر اندازهٔ نیروی گرانشی وارد بر جرم m از طرف سیارهٔ A است؟



۱) ۱
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۸

۶۱- در شکل زیر، چهار سیم بلند و موازی نشان داده شده است که بر صفحهٔ کاغذ عمودند و از آن‌ها جریان‌های برابر I می‌گذرد. اگر در نقطهٔ A یک عقربهٔ مغناطیسی قرار دهیم، عقربه‌ها کدام جهت را نشان می‌دهد؟



۱) ↗
۲) ↙
۳) ↘
۴) ↖

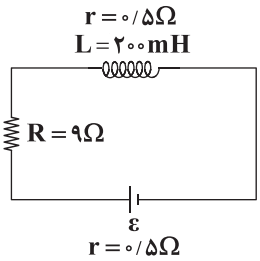
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۲- معادلهٔ جریان متناوب گذرنده از مقاومت $R=\sqrt{2}\,\Omega$ در SI به صورت $I=0/8\sin(5\pi t)$ است. در لحظهٔ $t=\frac{1}{20}s$ به ترتیب (از راست به چپ) توان مصرفی و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت چند واحد SI است؟

۱) $0/16$ ـ $0/32\sqrt{2}$ ۲) $0/32$ ـ $0/16$ ۳) $0/32\sqrt{2}$ ـ $0/8$ ۴) $0/16$ ـ $0/8$

۶۳- در مدار زیر، انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر با ۴۰۰ mJ است. نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟



۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۵

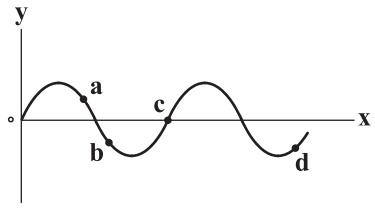
۶۴- طول یک عقربهٔ ساعت‌شمار، $\frac{3}{5}$ طول عقربهٔ دقیقه‌شمار و طول عقربهٔ دقیقه‌شمار، $\frac{4}{5}$ طول عقربهٔ ثانیه‌شمار است. تندی نوک عقربهٔ ساعت‌شمار چند برابر تندی نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار است؟

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{1}{25}$ ۳) $\frac{1}{960}$ ۴) $\frac{1}{1500}$

۶۵- شنونده‌ای در فاصلهٔ r_1 از یک چشمهٔ صوت قرار دارد. اگر شنونده به چشمهٔ صوت نزدیک شود، شدت صوت و تراز شدت صوتی که می‌شنود به ترتیب نسبت به حالت قبل ۴ و ۱/۲ برابر می‌شود. شدت صوت اولیه‌ای که شنونده می‌شنود چند برابر شدت صوت مبنا بوده است؟ $(\log 2=0/3)$

۱) ۳ ۲) 10^3 ۳) ۶ ۴) 10^6

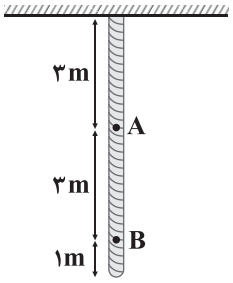
۶۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در یک لحظه نشان می‌دهد که در جهت محور x در حال انتشار است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف) نوع حرکت ذرهٔ a کندشونده است.
ب) ذرهٔ c بیشترین انرژی جنبشی را دارد.
ج) شتاب ذرهٔ b خلاف جهت محور yها است.
د) انرژی جنبشی ذرهٔ d در حال کاهش است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۷- در شکل زیر، ریسمانی همگن از سقف آویزان است. اگر در این ریسمان، امواج عرضی ایجاد کنیم، تندی انتشار این امواج در نقطهٔ A چند برابر تندی انتشار این امواج در نقطهٔ B است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\sqrt{2}$
۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۸- بسامد دو هماهنگ متوالی تار مرتعشی $۶۲۵\,Hz$ و $۵۵۰\,Hz$ است. اگر در طول تار ۳ گره ایجاد شود، بسامد ارتعاش تار چند هرتز است؟

۱) ۷۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۲۵ ۴) ۳۰۰

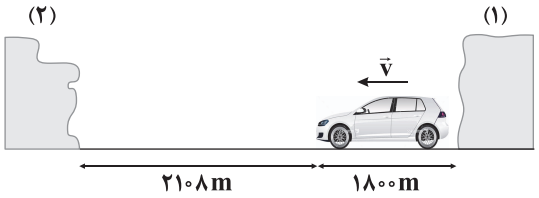
۶۹- طول موج نوری در آب با ضریب شکست $\frac{۴}{۳}$ برابر $۹۰۰\,nm$ است. بسامد این نور در شیشه با ضریب شکست $\frac{۳}{۲}$ چند تراهرتز است؟

$(c = ۳\times ۱۰^{۸}\,\frac{m}{s})$

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۱۰۰۰

۷۰- مطابق شکل زیر، اتومبیلی با تندی ثابت $۷۲\,\frac{km}{h}$ روی جادهٔ صاف و افقی، از مانع (۱) دور و به مانع (۲) نزدیک می‌شود. اگر اتومبیل هنگامی که به فاصلهٔ ۲۱۰۰ متری از مانع (۲) می‌رسد، بوق بزند، اختلاف زمان رسیدن دو پژواک صدای بوق از دو مانع چند ثانیه خواهد بود؟

(تندی صوت در هوا برابر با $۳۲۰\,\frac{m}{s}$ و از هر مانع تنها یک بار پژواک صورت گرفته است.)



۱) ۰/۱
۲) ۰/۴
۳) ۱۲/۴
۴) ۱۲

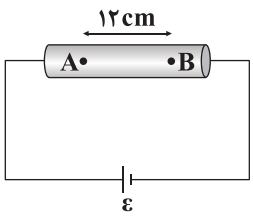
۷۱- اگر بیشینهٔ تندی یک نوسانگر برابر با $\sqrt{۰/۴}\,\frac{m}{s}$ و طول پاره‌خط نوسان برابر با $۲\,cm$ باشد، بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند واحد است؟

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۴ ۳) ۴ ۴) ۴۰

۷۲- در آزمایش یانگ، بسامد نور آزمایش را ۴۰ درصد کاهش داده و آزمایش را به جای هوا در آب با ضریب شکست $\frac{۴}{۳}$ انجام می‌دهیم، ضخامت نوارها چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۷۳- مطابق شکل زیر، استوانه‌ای فلزی توپری را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۳۶ ولت متصل کرده‌ایم. اگر $V_B - V_A = ۶V$ و فاصلهٔ A تا B برابر ۱۲ سانتی‌متر باشد، طول استوانه چند متر است؟

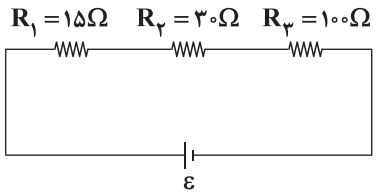


۱) ۰/۹۶
۲) ۰/۱۸
۳) ۰/۷۲
۴) ۰/۳۶

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۴- در مدار شکل زیر، اگر حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی قابل تحمل هر مقاومت $۸۰V$ باشد، حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی کل مدار باید چند ولت باشد تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟



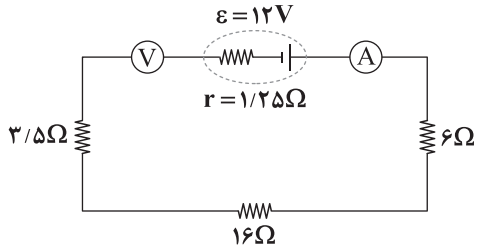
۱) ۵۸

۲) ۲۴۰

۳) ۸۰

۴) ۱۱۶

۷۵- در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده‌ال و ولت‌سنج ایده‌ال به ترتیب از راست به چپ چه اعدادی را در واحد SI نشان می‌دهند؟



۱) صفر ـ ۱۲

۲) ۱۲ ـ صفر

۳) $۱۲ - \frac{۴۸}{۱۰۷}$

۴) $\frac{۵۰۴}{۱۰۷} - \frac{۴۸}{۱۰۷}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۶- با توجه به آرایش الکترونی گونه‌های داده‌شده، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهادشده درست‌اند؟

$A:[Ne]3s^2 3p^1$

$X:[He]2s^2 2p^4$

$D^{3+}:[Ar]3d^{10}$

$E^{2-}:[Kr]$

- A و D در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند.
- تفاوت عدد اتمی X و E برابر با عدد اتمی نخستین عنصر گروه هشتم جدول دوره‌ای است.
- واکنش‌پذیری X بیشتر از E است.
- در ترکیب یونی حاصل از A و X، شمار آنیون‌ها بیشتر از شمار کاتیون‌ها است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در دورهٔ دوم جدول تناوبی، نماد شیمیایی بیشتر عنصرها تک‌حرفی است.
- طول موج نور نارنجی بیشتر از نور زرد است.
- لایهٔ الکترونی چهارم متشکل از چهار زیرلایه بوده که مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن‌ها از ۴ تا ۷ است.
- شیمی‌دان‌ها با تعریف مول موفق شدند جرم اتمی عنصرها و ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصرهای با عدد اتمی ۲۰ و ۵۰ درست است؟ $(_{20}A , _{50}X)$

- برای عنصر X مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی تمام الکترون‌های ظرفیت با هم برابر نیست.
- واکنش‌پذیری $_{20}A$ بیشتر از $_{50}X$ است.
- هر دو عنصر تمایل به تشکیل کاتیون دارند، اما کاتیون X قاعدهٔ هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند.
- هر دو عنصر جزو عنصرهای اصلی جدول بوده و در دو دورهٔ متوالی جای دارند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

۷۹- شمار اتم‌ها در ۰/۱۳ گرم از مونومر سازندهٔ پلی‌استیرن، چند برابر شمار یون‌های سازندهٔ ۰/۰۸ مول از فراورده نامحلول واکنش زیر است؟

$(C=12 , H=1 : g.mol^{-1})$

محلول کلسیم نیترات + محلول سدیم فسفات ← ...

۱) ۰/۰۲۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

۸۰- یک هیدروکربن به جرم ۲۵/۳ گرم بر اثر سوختن کامل، ۸۴/۷ گرم کربن دی‌اکسید و ۱۹/۸ گرم آب تولید می‌کند. جرم مولی این ترکیب آلی، مضربی صحیح از کدام عدد است؟ $(C=12 , H=1 , O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۶ ۲) ۶۹ ۳) ۶۰ ۴) ۸۴

۸۱- چند گرم آب خالص را باید به ۹۰ گرم محلول ۵ درصد جرمی کلسیم برمید اضافه کنیم تا غلظت یون برمید به ۲۰۰۰ppm برسد؟

$(Ca=40 , Br=80 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۷۱۰ ۲) ۸۱۰ ۳) ۱۵۱۰ ۴) ۷۱۰

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- برای ساخت محلول فرا سیرشدهٔ لیتیم سولفات از محلول سیرنشدهٔ آن، باید دما را به آهستگی افزایش داد.
- پدیده‌های اسمز و اسمز معکوس به طور خودبه‌خودی انجام شده و شرایط انجام آن‌ها متفاوت است.
- بیش از نیمی از آبی که بخش عمدهٔ جرم بدن را تشکیل می‌دهد درون یاخته‌ها جریان دارد.
- ممکن است نقطهٔ جوش ترکیب ناقطبی A بیشتر از ترکیب قطبی B باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در مواد مولکولی با مولکول‌های قطبی برخلاف ناقطبی با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش می‌یابد.
- گازها دارای مولکول‌های مجزا و فاقد برهم‌کنش هستند.
- برای تولید ترکیب یونی سدیم کربنات در صنعت، از نمک خوراکی استفاده می‌شود.
- استون در آب همانند اتانول در آب به طور نامحدود حل می‌شود و هرگز نمی‌توان از این دو ترکیب محلول آبی سیرشده تولید کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۴- در محلولی از اوره در آب، درصد مولی اوره برابر ۵۰٪ است. درصد جرمی اوره در این مخلوط به تقریب کدام است؟

$(C=12 , H=1 , O=16 , N=14 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۴ ۲) ۵۵ ۳) ۶۶ ۴) ۷۷

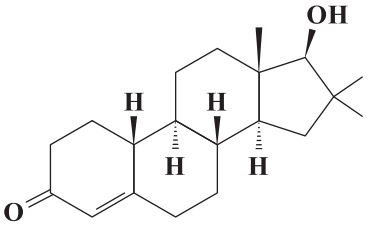
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۵- محلولی از سرب (II) نیترات در دمای $25^\circ C$ و به جرم $40g$ در دسترس است. اگر این محلول شامل ۳/۷۵ گرم یون نیترات باشد، در همین دما، به تقریب چند گرم دیگر از نمک سرب (II) نیترات را می‌توان در این محلول حل کرد؟ (انحلال‌پذیری سرب (II) نیترات در دمای $25^\circ C$ برابر $60g$ در $100g$ آب است.) $(Pb=208 , N=14 , O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۲

۸۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختار زیر درست است؟



- در ساختار آن گروه عاملی اکسیژن‌دار موجود در ویتامین K دیده می‌شود.
- شمار اتم‌های کربن آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن ۳- اتیل ـ ۳- متیل هگزان است.
- شمار اتم‌های هیدروژن آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن ۳ و ۴- دی‌اتیل ـ ۵- متیل نونان است.
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول بنزوئیک اسید است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- مخلوطی از فلزهای آلومینیم و منیزیم به جرم $19/8g$ با مقدار اضافی هیدروکلریک اسید واکنش داده و در نتیجه $2/1g$ گاز تولید می‌شود. درصد خلوص منیزیم در مخلوط اولیه کدام است؟ $(Al=27 , Mg=24 , H=1 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۸/۱۸ ۲) ۲۲/۲۲ ۳) ۲۷/۲۷ ۴) ۳۶/۳۶

۸۸- اگر ۵/۳ گرم پارازایلن با مقدار کافی محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات واکنش دهد و سپس فراوردهٔ آلی این واکنش با مقدار کافی الکل چوب وارد واکنش دیگر شود، چند گرم استر تولید می‌شود؟ (بازده هر کدام از واکنش‌ها ۶۰٪ است.) $(C=12 , H=1 , O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۲/۸۸ ۲) ۴/۸ ۳) ۵/۸۲ ۴) ۳/۴۹

۸۹- بر اثر اضافه‌کردن آب در حضور سولفوریک اسید به ۱- بوتن می‌توان ۱- بوتانول تولید کرد. به‌ازای مصرف ۶/۷۲گرم از ۱- بوتن در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ $(C=12 , H=1 : g.mol^{-1})$

a) $4C(s)+4H_2(g) \rightarrow C_4H_8(g)$ $\Delta H=-8kJ$

b) $4C(s)+5H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow C_4H_{10}O(l)$ $\Delta H=-340kJ$

c) $2H_2(g)+O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$ $\Delta H=-572kJ$

۱) ۹/۹۲ ۲) ۸/۸۲ ۳) ۷/۷۲ ۴) ۵/۵۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۰- داده‌های جدول زیر مربوط به دو ماده از اجزای واکنش اکسایش آمونیاک در حضور اکسیژن است که طی آن، بخار آب و گاز نیتروژن مونوکسید تولید می‌شود. اگر سرعت متوسط واکنش در ۱۰ ثانیهٔ دوم واکنش $3mol.min^{-1}$ و در ثانیهٔ ۲۰اُم واکنش مجموع شمار مول‌های فراورده‌ها، ۵/۴ مول بیشتر از شمار مول‌های آمونیاک باشد، حاصل عبارت $\frac{a+d}{b+c}$ به تقریب کدام است؟

t(s) / مول	۰	۱۰	۲۰	۳۰
مادهٔ (۱)	۱۰	a	b	۴/۴
مادهٔ (۲)	۰	c	d	۸/۴

۱) ۱/۵۴

۲) ۱/۴۶

۳) ۱/۲۹

۴) ۰/۹۱

۹۱- با توجه به داده‌های جدول زیر اگر یک مول متانول گازی‌شکل به طور مستقیم از متان تولید شود چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟

پیوند	C—H	C—O	O=O	O—H
$\Delta H(kJ.mol^{-1})$	۴۱۵	۳۶۰	۴۹۵	۴۶۵

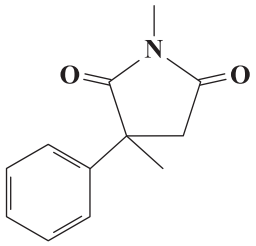
۱) ۱۶۲/۵

۲) ۱۲۶/۵

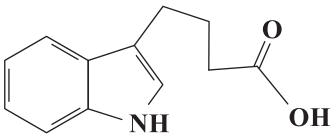
۳) ۴۱۰

۴) ۳۷۴

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختارهای (I) و (II) درست است؟



(I)



(II)

- فرمول مولکولی دو ساختار یکسان است.
- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار (I) برابر با ۳۴ جفت الکترون است.
- شمار اتم‌های کربن ساختار (II) برابر با شمار اتم‌های کربن مولکول مالتوز است.
- ترکیب (II) را می‌توان برای تولید پلی‌آمیدها استفاده کرد.
- در ساختار (I) برخلاف ساختار (II) گروه عاملی آمیدی وجود دارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$

- شرط لازم برای شرکت در واکنش‌های پلیمری‌شدن وجود حداقل یک پیوند $C=C$ در زنجیر کربنی است.
- از واکنش ۳ مول الکل تک‌عاملی با یک مول کربوکسیلیک اسید سه‌عاملی، ۳ مول استر تک‌عاملی تولید می‌شود.
- جرم مولی پروپیل پروپانوات، دو برابر جرم مولی پروپانون (استون) است.
- آهنگ واکنش تجزیهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ساختار مونومرهای سازنده بستگی دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۴- از پلیمر A برای ساخت ظروف نچسب آشپزخانه و از پلیمر B برای ساخت کیسهٔ خون استفاده می‌شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟ $(C=12, H=1, F=19, Cl=35/5: g.mol^{-1})$

- در هر دو پلیمر اتم(های) هالوژن حضور دارند.
- شمار اتم‌های کربن مونومر سازنده دو پلیمر با هم برابر است.
- جرم مولی مونومر سازندهٔ پلیمر A بیشتر از مونومر سازندهٔ پلیمر B است.
- درصد جرمی کربن در پلیمر A، ۰/۵۶ برابر درصد جرمی کربن در پلیمر B است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- pH محلولی از باریم هیدروکسید برابر ۱۰/۱ است. غلظت یون هیدروکسید در این محلول چند برابر غلظت یون هیدرونیوم بوده و برای این‌که pH این محلول به ۹/۵ برسد، حجم محلول را تا چند مرتبه با اضافه کردن آب خالص، باید افزایش داد؟

۱) $4, 6/25\times10^{5}$ ۲) $4, 1/56\times10^{6}$ ۳) $6, 6/25\times10^{5}$ ۴) $6, 1/56\times10^{6}$

۹۶- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی از فورمیک اسید برابر 8×10^{-4} مول بر لیتر است. برای خنثی کردن کامل ۱/۲ لیتر از این محلول به چند میلی‌گرم سود نیاز است؟ $(K_a \simeq 2\times10^{-4})$ $(NaOH=40 g.mol^{-1})$

۱) ۱۹/۲ ۲) ۱۵/۳۶ ۳) ۱۹۲ ۴) ۱۵۳/۶

۹۷- ۸۵/۲ گرم از یک صابون جامد را درون ۱۲ کیلوگرم محلول کلسیم کلرید می‌اندازیم. اگر جرم نمک خوراکی پس از جداسازی و خشک‌کردن برابر با ۳۵/۱ گرم باشد، غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه چند ppm بوده است؟

$(C=12, H=1, O=16, Ca=40, Na=23, Cl=35/5: g.mol^{-1})$

۱) ۲۷۷۵ ۲) ۵۵۵۵ ۳) ۲۷۷/۵ ۴) ۵۵۵/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با تهیهٔ صنعتی فلز سدیم درست است؟

- این فرایند در یک سلول الکترولیتی انجام شده و سدیم کلرید مذاب، برقکافت می‌شود.
- در این فرایند به‌ازای مصرف یک مول واکنش‌دهنده، ۱/۵ مول فراورده تولید می‌شود.
- یونی که شعاع کوچک‌تری دارد در آند، اکسایش می‌یابد.
- اطراف الکترودی که به قطب منفی باتری وصل است، حباب یک گاز دو اتمی مشاهده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۹- در یک سلول گالوانی استاندارد متشکل از فلزهای M و Ag واکنش کلی $M^{3+}(aq)+Ag(s)\rightarrow M(s)+Ag^{+}(aq)$ انجام می‌شود. هنگامی که غلظت کاتیون در نیم‌سلول آندی ۲۰٪ بیشتر از غلظت اولیهٔ آن است، ۶/۵۶۶ گرم بر جرم کاتد افزوده شده است. در این صورت جرم مولی M چند گرم است؟(حجم الکترولیت‌ها در هر نیم‌سلول $5dL$ بوده است و $Ag=108\ g.mol^{-1}$)

۱) ۸۸ ۲) ۱۱۲ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۹۷

۱۰۰- در هر کدام از ترکیب‌های زیر، دو نوع اتم کربن با عدد اکسایش مختلف وجود دارد. تفاوت عدد اکسایش اتم‌های کربن در کدام ترکیب، مقدار بیشتری است؟

۱) وینیل کلرید ۲) اتانول ۳) نفتالن ۴) استیک اسید

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در صورتی که مقدار کافی فلز روی به محلولی از نمک وانادیم (V) اضافه شود، فلز وانادیم و یون روی تولید می‌شود.
- در اکسیدی از تیتانیم که یک رنگدانهٔ معدنی سفید است، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، کوچک‌تر از آنیون است.
- کلروفرم یک مولکول قطبی بوده و اتم مرکزی آن فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.
- در ساختار سیلیس تنها یک نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- خاصیت رسانایی الکتریکی و چکش‌خواری فلز مس را می‌توان با مدل دریای الکترونی فلزها توجیه کرد.
- برای فروپاشی شبکهٔ بلور MgF_2 در مقایسه با Na_2O به انرژی بیشتری نیاز است.
- امکان ندارد بر اثر تشکیل یک مول ترکیب یونی دوتایی، ۵ مول الکترون بین فلز و نافلز سازنده مبادله شود.
- دوده همهٔ طول موج‌ها را جذب می‌کند و به همین دلیل به رنگ سیاه دیده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- با کاهش حجم ظرف سامانهٔ تعادلی $H_2(g)+I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$، سرعت واکنش رفت همانند سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.
- با افزایش حجم ظرف سامانهٔ تعادلی $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$، مخلوط گازی ابتدا کم‌رنگ و سپس پررنگ می‌شود.
- اگر به مخلوط تعادلی فرایند هابر در حجم ثابت، مقداری گاز نئون اضافه شود، فشار کلی سامانه افزایش می‌یابد اما تغییری در سامانهٔ تعادلی رخ نمی‌دهد.
- در دمای اتاق واکنش میان گازهای N_2 و H_2 فقط در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش می‌رود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- تبدیل PET به مونومرهای سازندهٔ آن جزو روش‌های دشوار بازیافت این پلیمر است.
- از اتیل استات، استون و هگزان به ترتیب به عنوان حلال چسب، لاک و رنگ‌های پوششی استفاده می‌شود.
- نفت خام، هوا، فلز آهن و پنبه جزو مواد خام طبقه‌بندی می‌شوند که با استفاده از آن‌ها می‌توان مواد شیمیایی جدید تولید کرد.
- در واکنش‌های سه‌گانه مربوط به حذف آلاینده‌ها از خودروهای بنزینی توسط مبدل‌های کاتالیستی، در هر سه واکنش، O_2 یکی از اجزای واکنش است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۵- تعادل گازی $N_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g); K=196$ با ۴ مول از هر یک از واکنش‌دهنده‌ها در یک ظرف سربستهٔ ۸ لیتری آغاز شده است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۶۴ ۳) ۸۷/۵ ۴) ۷۸/۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۲

پنج‌شنبه ۱۴۰۲/۰۴/۰۱

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۱۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۴۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

https://konkur.info

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری ـ محمدرضا سیاح علی ایمانی ـ مجید فرهمندپور	محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته ندا فرهختی ـ مینا نظری
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی ـ میلاد عزیزی	ایمان زارعی ـ رضیه قربانی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون
مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی ـ ملیکا کاشانی

https://konkur.info

ریاضیات

۱ **۳** بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ به تعداد ۳ واسطه هندسی درج می‌کنیم. پس برای یافتن قدرنسبت داریم:

$$q^{3+1}=\frac{162}{2}\Rightarrow q^4=81\Rightarrow\begin{cases}q=3\\q=-3\end{cases}$$

اگر $q=-3$ باشد، جملات دنباله مثبت و منفی و نوسانی است و دنباله صعودی نیست پس $q=3$ قابل قبول است و دنباله به صورت زیر است.

$$2, 6, 18, 54, 162$$

عدد ۶ واسطهٔ اول و عدد ۵۴ واسطهٔ سوم است و اگر این دو عدد دنباله حسابی بسازند، داریم: $d=54-6=48$

مجموع n جملهٔ اول دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$$

بنابراین مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله حسابی برابر است با:

$$S_{11}=\frac{11}{2}[2(6)+10(48)]=2706$$

۲ **۲** ابتدا مقدار x را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{4\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})-\sqrt{7}}\times\frac{(2+\sqrt{3})+\sqrt{7}}{(2+\sqrt{3})+\sqrt{7}}-\sqrt{7}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})}{4+3+4\sqrt{3}-7}-\sqrt{7}=2+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=2+\sqrt{3}$$

از طرفی می‌دانیم $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$. بنابراین داریم:

$$\sqrt{\frac{x}{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$$

۳ **۲** سهمی $f(x)$ در نقاط $x=-1$ و $x=4$ محور طول‌ها را قطع می‌کند. بنابراین ضابطهٔ آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=a(x+1)(x-4)$$

تابع از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد و داریم:

$$f(0)=-2\Rightarrow -4a=-2\Rightarrow a=\frac{1}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$$

$$\Rightarrow f(2x-1)=\frac{1}{2}(2x)(2x-5)=2x^2-5x$$

حال ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x)=\sqrt{3x^2-(2x^2-5x)}=\sqrt{x^2+5x}$$

برای تعیین دامنهٔ تابع $g(x)$ داریم: $x^2+5x\geq 0\Rightarrow x\leq -5$ یا $x\geq 0$

بنابراین اعداد صحیح $x=-4$ ، $x=-3$ ، $x=-2$ و $x=-1$ در دامنهٔ تعریف $g(x)$ قرار ندارند.

۴ **۳** اگر f تابع ثابت باشد، این مقدار ثابت را k فرض می‌کنیم و داریم:

$$f(3x-1)=f(2x)=f(x)=k$$

بنابراین می‌توان نوشت: $\frac{k-2k}{k-3}=5\Rightarrow 5k-15=-k\Rightarrow k=\frac{5}{2}$

از طرفی g تابعی همانی است و داریم:

$$\begin{cases}g(x^2-1)=x^2-1\\g(x+1)=x+1\end{cases}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2-1-(x+1)=4(\frac{5}{2})\Rightarrow x^2-x-2=10$$

$$\Rightarrow x^2-x-12=0\Rightarrow x_1x_2=\frac{c}{a}=-12$$

۵ **۳** α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-3x+1=0$ هستند بنابراین داریم:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=3\ ,\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=1$$

از طرفی α و β ریشه‌ها هستند، پس:

$$\alpha^2-3\alpha+1=0$$

$$\beta^2-3\beta+1=0$$

از آنجایی‌که $\alpha\beta=1$ بنابراین داریم $\beta=\frac{1}{\alpha}$ یعنی $\beta^3=\frac{1}{\alpha^3}$. بنابراین:

$$\alpha^3+\frac{1}{\alpha^3}=\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS=27-9=18$$

از طرفی داریم: $\beta^2-3\beta+1=0\Rightarrow 3\beta-1=\beta^2$

و می‌توان نوشت:

$$\sqrt{2\alpha^2(6\beta-2)}=\sqrt{4\alpha^2(3\beta-1)}=\sqrt{4\alpha^2\beta^2}=\sqrt{4(1)^2}=2$$

بنابراین می‌خواهیم معادله‌ای را بنویسیم که ریشه‌هایش ۱۸ و ۲ باشند و داریم:

$$S_{\text{جدید}}=18+2=20$$

$$P_{\text{جدید}}=18\times 2=36$$

معادلهٔ جدید به صورت $x^2-Sx+P=0$ خواهد بود و داریم:

$$x^2-20x+36=0$$

۶ **۲** **نکته۱: تابع** $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ وقتی بر وارون خود منطبق است که $a=-d$ بنابراین اگر $f(x)=\frac{ax+3}{x-2}$ بر وارون خود منطبق باشد داریم:

$$a=2$$

نکته۲: خط $y=mx+h$ با شرط $h\neq 0$ وقتی بر وارون خود منطبق است که $m=-1$ باشد، بنابراین اگر تابع $g(x)=bx-3$ بر وارون خود منطبق باشد، داریم: $b=-1$

بنابراین توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر هستند:

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-2}$$

$$g(x)=-x-3$$

بنابراین داریم:

$$g(-6)=-(-6)-3=3$$

$$((\frac{2g}{f+1})og)(-6)=(\frac{2g}{f+1})(3)=\frac{2g(3)}{f(3)+1}=\frac{-12}{9+1}=-\frac{6}{5}$$

۷ **۳** عبارت $\frac{2x+1}{3}$ باید عددی صحیح باشد پس آن را k فرض می‌کنیم $(k\in\mathbb{Z})$ و داریم:

$$\frac{2x+1}{3}=k\Rightarrow 2x=3k-1\Rightarrow x=\frac{3k-1}{2}$$

بنابراین معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$[\frac{\frac{3k-1}{2}-1}{2}]=k\Rightarrow[\frac{3k-3}{4}]=k$$

$$\Rightarrow k\leq\frac{3k-3}{4}<k+1\Rightarrow 0\leq\frac{3k-3}{4}-k<1$$

$$\Rightarrow 0\leq\frac{-k-3}{4}<1\Rightarrow 0\leq -k-3<4$$

$$\Rightarrow 3\leq -k<7\Rightarrow -7<k\leq -3$$

https://konkur.info

k باید عددی صحیح باشد پس داریم:

$$k=-۶\Rightarrow \frac{۲x+۱}{۳}=-۶\Rightarrow x=-\frac{۱۹}{۲}$$

$$k=-۵\Rightarrow \frac{۲x+۱}{۳}=-۵\Rightarrow x=-۸$$

$$k=-۴\Rightarrow \frac{۲x+۱}{۳}=-۴\Rightarrow x=-\frac{۱۳}{۲}$$

$$k=-۳\Rightarrow \frac{۲x+۱}{۳}=-۳\Rightarrow x=-۵$$

بنابراین معادله دارای ۴ جواب است.

۸ ۲ از قانون $\log_c a+\log_c b=\log_c(ab)$ داریم:

$$f(x)=\log_{\frac{۱}{۲}}(\sin\frac{x}{۴}\cos\frac{x}{۴}\cos\frac{x}{۲}\cos x\cos۲x)$$

از اتحاد $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin۲\alpha$ داریم:

$$\sin\frac{x}{۴}\cos\frac{x}{۴}\cos\frac{x}{۲}\cos x\cos۲x=\frac{۱}{۲}\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}\cos x\cos۲x$$

$$=\frac{۱}{۴}\sin x\cos x\cos۲x=\frac{۱}{۸}\sin۲x\cos۲x=\frac{۱}{۱۶}\sin۴x$$

بنابراین داریم:

$$f(x)=\log_{\frac{۱}{۲}}(\frac{۱}{۱۶}\sin۴x)\Rightarrow f(\frac{\pi}{۱۶})=\log_{\frac{۱}{۲}}(\frac{۱}{۱۶}\sin\frac{\pi}{۴})$$

$$=\log_{\frac{۱}{۲}}(\frac{\sqrt{۲}}{۳۲})=\log_{۲^{-۱}}(۲^{\frac{۱}{۲}}\times۲^{-۵})=\log_{۲^{-۱}}۲^{-\frac{۹}{۲}}=\frac{-\frac{۹}{۲}}{-۱}\log_۲ ۲=\frac{۹}{۲}$$

۹ ۳ وقتی $x\to۰^+$ عبارت $x^۳-x$ از مقادیر کم‌تر از صفر به صفر نزدیک می‌شود. یعنی:

$$\lim_{x\to۰^+} f(x^۳-x)=\lim_{x\to۰^-} f(x)=\lim_{x\to۰^-}\frac{\sqrt[۳]{۱+۲x}-\sqrt{۱+۳x}}{\sqrt{۱-\cos۲x}}$$

از هم‌ارزی $۱-\cos u\overset{u\to۰}{\sim}\frac{u^۲}{۲}$ داریم:

$$\sqrt{۱-\cos۲x}\overset{x\to۰^-}{\sim}\sqrt{۲x^۲}\sim\sqrt{۲}|x|\sim-\sqrt{۲}x$$

حال برای $\lim_{x\to۰^-}\frac{\sqrt[۳]{۱+۲x}-\sqrt{۱+۳x}}{-\sqrt{۲}x}$ دو روش زیر را داریم:

روش اول :

$$\lim_{x\to۰^-}\frac{\sqrt[۳]{۱+۲x}-۱+۱-\sqrt{۱+۳x}}{-\sqrt{۲}x}=\lim_{x\to۰^-}\frac{\sqrt[۳]{۱+۲x}-۱}{-\sqrt{۲}x}+\lim_{x\to۰^-}\frac{۱-\sqrt{۱+۳x}}{-\sqrt{۲}x}$$

$$=\lim_{x\to۰^-}\frac{(\sqrt[۳]{۱+۲x}-۱)(\sqrt[۳]{(۱+۲x)^۲}+\sqrt[۳]{۱+۲x}+۱)}{(-\sqrt{۲}x)\times۳}$$

$$+\lim_{x\to۰^-}\frac{(۱-\sqrt{۱+۳x})(۱+\sqrt{۱+۳x})}{(-\sqrt{۲}x)\times۲}$$

$$=\lim_{x\to۰^-}\frac{۲x}{-۳\sqrt{۲}x}+\lim_{x\to۰^-}\frac{-۳x}{-۲\sqrt{۲}x}=\frac{-\sqrt{۲}}{۳}+\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۲}$$

روش دوم: از هم‌ارزی $\sqrt[n]{۱\pm u}\overset{u\to۰}{\sim}۱\pm\frac{u}{n}$ داریم:

$$\lim_{x\to۰^-}\frac{۱+\frac{۲}{۳}x-(۱+\frac{۳}{۲}x)}{-\sqrt{۲}x}=\lim_{x\to۰^-}\frac{-\frac{۵}{۶}x}{-\sqrt{۲}x}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۲}$$

۱۰ ۱ ابتدا تابع $g(x)$ را به صورت زیر ساده‌تر می‌کنیم.

$$g(x)=[۲x+\frac{۱}{۳}]+[۲x-\frac{۲}{۳}]=[۲x+\frac{۱}{۳}]+[۲x+\frac{۱}{۳}-۱]$$

$$=[۲x+\frac{۱}{۳}]+[۲x+\frac{۱}{۳}]-۱=۲[۲x+\frac{۱}{۳}]-۱$$

بنابراین تابع $g(x)$ در نقاطی ناپیوسته است که عبارت داخل براکت یعنی $۲x+\frac{۱}{۳}$ عدد صحیح شود. برای یافتن این نقاط داریم:

$$-\frac{۴}{۳}<x<\frac{۲}{۳}\Rightarrow-\frac{۸}{۳}<۲x<\frac{۴}{۳}\Rightarrow-\frac{۷}{۳}<۲x+\frac{۱}{۳}<\frac{۵}{۳}$$

در این بازه مقادیر صحیح برای عبارت $۲x+\frac{۱}{۳}$ به صورت زیر است:

$$۲x+\frac{۱}{۳}=-۲\Rightarrow x=-\frac{۷}{۶}$$

$$۲x+\frac{۱}{۳}=-۱\Rightarrow x=-\frac{۲}{۳}$$

$$۲x+\frac{۱}{۳}=۰\Rightarrow x=-\frac{۱}{۶}$$

$$۲x+\frac{۱}{۳}=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}$$

از بین این ۴عدد، اعداد $x=-\frac{۲}{۳}$ و $x=\frac{۱}{۳}$ عبارت $۹x^۲+۳x-۲$ را برابر صفر می‌کنند، بنابراین در این ۲ عدد تابع $f(x)$ پیوسته است. پس تابع $f(x)$ فقط در نقاط $x=-\frac{۷}{۶}$ و $x=-\frac{۱}{۶}$ در بازه $(-\frac{۴}{۳},\frac{۲}{۳})$ ناپیوسته است.

۱۱ ۱ در تابع $g(x)=-۲f(۲x-۱)+۱$ به دلیل ضریب (-۲) وضعیت یکنوایی تابع $g(x)$ برعکس وضعیت تابع $f(x)$ است. یعنی در بازه‌ای که تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است در بازه نظیر آن در $g(x)$ تابع اکیداً نزولی است.

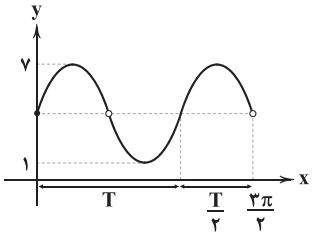
تابع $f(x)$ در بازه $[-۱,۲]$ اکیداً صعودی است. این بازه در تابع $g(x)$ تبدیل به بازه مقابل خواهد شد. $[\frac{-۱+۱}{۲},\frac{۲+۱}{۲}]=[۰,\frac{۳}{۲}]$

بنابراین تابع $g(x)$ در بازه $[۰,\frac{۳}{۲}]$ اکیداً نزولی است.

۱۲ ۲ ابتدا ضابطهٔ تابع را با استفاده از اتحاد $\sin۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$ ساده می‌کنیم.

$$f(x)=\frac{c\tan(bx)}{۱+\tan^۲(bx)}+\frac{a(\tan^۲(bx)+۱)}{۱+\tan^۲(bx)}=\frac{c}{۲}\sin(۲bx)+a$$

$(x\neq\frac{k\pi}{b}+\frac{\pi}{۲b})$ از روی نمودار داریم:



$$T+\frac{T}{۲}=\frac{۳T}{۲}=\frac{۳\pi}{۲}$$
$$\Rightarrow T=\pi$$

با استفاده از ضابطهٔ تابع می‌توان نوشت:

$$T=\frac{۲\pi}{|۲b|}=\pi\Rightarrow|b|=۱\Rightarrow b=\pm۱$$

$$\begin{cases}\min f(x)=۱\Rightarrow-|\frac{c}{۲}|+a=۱\\ \max f(x)=۷\Rightarrow|\frac{c}{۲}|+a=۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۴\\|\frac{c}{۲}|=۳\Rightarrow|c|=۶\Rightarrow c=\pm۶\end{cases}$$

https://konkur.info

تابع سینوس در $x=0$ شروع صعودی دارد، پس داریم:

$$\frac{c}{2}(2b)>0\Rightarrow bc>0\Rightarrow\begin{cases}b=1\Rightarrow c=6\\ b=-1\Rightarrow c=-6\end{cases}\Rightarrow bc=6$$

بنابراین مقدار $\frac{bc}{a}$ برابر است با:

$$\frac{bc}{a}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

توجه کنید که تابع به صورت $f(x)=3\sin 2x+4$ تبدیل و در نقاط $k\pi+\frac{\pi}{2}$ تعریف نمی‌شود و دوره تناوب را بدون در نظر گرفتن حفره محاسبه می‌کنیم.

۱۳ ۴ اگر زاویه $\alpha=x+\frac{2\pi}{5}$ و $\beta=x-\frac{\pi}{10}$ باشد، داریم:

$$\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}+\beta\Rightarrow\sin\alpha=\sin(\frac{\pi}{2}+\beta)=\cos\beta$$

$$\Rightarrow\sin(x+\frac{2\pi}{5})=\cos(x-\frac{\pi}{10})$$

از طرفی $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ و خواهیم داشت:

$$\sin(x+\frac{2\pi}{5})+\sin(x+\frac{2\pi}{5})=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow 2\sin(x+\frac{2\pi}{5})=2\sin(x+\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{2\pi}{5}=2k\pi+x+\frac{\pi}{4}\Rightarrow\text{جواب ندارد}\\ x+\frac{2\pi}{5}=2k\pi+\pi-(x+\frac{\pi}{4})\end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{4}-\frac{2\pi}{5}\Rightarrow 2x=2k\pi+\frac{7\pi}{20}$$

$$\Rightarrow x=k\pi+\frac{7\pi}{40}$$

۱۴ ۴ اگر خط $x=2$ تنها مجانب قائم تابع $f(x)$ باشد، یکی از دو حالت زیر را داریم:

حالت (۱): مخرج که ریشهٔ مضاعف $x=2$ داشته باشد یعنی:

$$\text{مخرج}=(x-2)^2=x^2-4x+4$$

مخرج کسر در این حالت نمی‌تواند قرار بگیرد پس حالت ۱ برقرار نیست.

حالت (۲): مخرج کسر دارای دو ریشه باشد که یکی از آن‌ها با صورت کسر ساده شود. در این حالت داریم:

$$2^2+c(2)-2=0\Rightarrow c=-1\Rightarrow\text{مخرج}=x^2-x-2$$

$$\Rightarrow\text{مخرج}=(x-2)(x+1)=0\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ x=-1\end{cases}$$

پس $x=-1$ باید ریشهٔ صورت کسر هم باشد و داریم:

$$a(-1)^2-b(-1)=0\Rightarrow a+b=0\quad(1)$$

از طرفی $y=-2$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است.

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2}{x^2}=a=-2\xrightarrow{(1)}b=2$$

پس تابع $f(x)$ به شکل زیر خواهد بود:

$$f(x)=\frac{-2x^2-2x}{(x-2)(x+1)}=\frac{-2x}{x-2}$$

برای یافتن $f^{-1}(-4)$ داریم:

$$\frac{-2x}{x-2}=-4\Rightarrow 2x=4x-8\Rightarrow x=4\Rightarrow f^{-1}(-4)=4$$

۱۵ ۱

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(2-3h)-f(2)}{h}=-3f'_+(2)$$

برای یافتن مشتق راست در $x=2$ ابتدا پیوستگی راست را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x^2-[x]}=0\\ f(2)=0\end{cases}$$

بنابراین $f(x)$ در $x=2$ پیوستگی راست دارد.

حال مشتق راست را محاسبه می‌کنیم:

$$x\to 2^+\Rightarrow f(x)=\frac{x-2}{x^2-2}\Rightarrow f'(x)=\frac{x^2-2-2x(x-2)}{(x^2-2)^2}$$

$$=\frac{-x^2+4x-2}{(x^2-2)^2}\Rightarrow f'_+(2)=\frac{-4+8-2}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

تذکر: برای یافتن مشتق تابع $f(x)=\frac{x-2}{x^2-2}$ می‌توانیم فقط از عامل صفر کننده یعنی $x-2$ مشتق بگیریم. یعنی:

$$f(x)=\frac{x-2}{x^2-2}\Rightarrow f'_+(2)=\frac{1}{x^2-2}\Big|_{x=2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -3f'_+(2)=-\frac{3}{2}$$

۱۶ ۲ اگر نقطه (m,n) اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ باشد داریم:

$$\begin{cases}f(m)=n\\ f'(m)=0\end{cases}$$

بنابراین برای تابع $f(x)$ خواهیم داشت:

$$f(x)=x^3+ax+b\Rightarrow f'(x)=3x^2+a$$

$$\begin{cases}f(1)=2\Rightarrow 1+a+b=2\Rightarrow a+b=1\quad(1)\\ f'(1)=0\Rightarrow 3+a=0\Rightarrow a=-3\xrightarrow{(1)}b=4\end{cases}$$

ضابطهٔ تابع $f(x)$ مشخص است و نقطهٔ عطف آن را به دست می‌آوریم:

$$f''(x)=6x=0\Rightarrow x=0$$

برای یافتن شیب مماس در نقطهٔ عطف، طول نقطهٔ عطف را در مشتق اول قرار می‌دهیم:

$$f'(x)=3x^2+a=3x^2-3\Rightarrow f'(0)=-3$$

۱۷ ۲ تابع $f(x)$ در محدودهٔ $x<0$ در یک نقطه تعریف نشده است (نقطه توخالی) یعنی طول این نقطه ریشهٔ مشترک صورت و مخرج کسر است. پس $x=-1$ که ریشهٔ صورت کسر است باید ریشه مخرج کسر هم باشد. بنابراین داریم:

$$(-1)^2+a(-1)+b=0\Rightarrow -a+b=-1\quad(1)$$

از طرفی $x=2$ مجانب قائم تابع است و ریشهٔ مخرج کسر است.

$$2^2+a(2)+b=0\Rightarrow 2a+b=-4\quad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}-a+b=-1\\ 2a+b=-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=-2\end{cases}$$

بنابراین تابع $g(x)$ به صورت زیر است و داریم:

$$g(x)=x^3-3x^2+2x+1\Rightarrow g'(x)=3x^2-6x+2$$

$$\Rightarrow g''(x)=6x-6\Rightarrow x=1\Rightarrow g(1)=1$$

یعنی نقطهٔ $(1,1)$ نقطهٔ عطف تابع $g(x)$ است و فاصلهٔ این نقطه از مبدأ مختصات برابر است با:

$$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

https://konkur.info

۱۸ ۳

$$(\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}})=(۱۹\,,\,۱۹/۸)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۱۹\\ \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۱۹/۸\end{cases}\Rightarrow ۲\bar{x}=۳۸/۸\Rightarrow\bar{x}=۱۹/۴$$

$$\Rightarrow ۱۹/۴+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۱۹/۸\Rightarrow\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۴}{۱۰}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow\sqrt{n}=۵\sigma\Rightarrow n=۲۵\sigma^{۲}$$

$$n-\sigma=۹۸\Rightarrow ۲۵\sigma^{۲}-\sigma-۹۸=۰$$

$$\Rightarrow\sigma=۲\Rightarrow n=۱۰۰$$

۱۹ ۱

$$y=\frac{۳}{۲}x+۴\Rightarrow\bar{y}=\frac{۳}{۲}\bar{x}+۴$$

$$\sigma_y=\frac{۳}{۲}\sigma_x\Rightarrow CV_{\text{جدید}}=\frac{۱}{۲}CV_{\text{قدیم}}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_y}{\bar{y}}=\frac{۱}{۲}\frac{\sigma_x}{\bar{x}}\Rightarrow\frac{\frac{۳}{۲}\sigma_x}{\frac{۳}{۲}\bar{x}+۴}=\frac{۱}{۲}\frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{\frac{۳}{۲}\bar{x}+۴}=\frac{۱}{\bar{x}}\Rightarrow ۳\bar{x}=\frac{۳}{۲}\bar{x}+۴\Rightarrow ۳\frac{\bar{x}}{۲}=۴\Rightarrow\bar{x}=\frac{۸}{۳}$$

۲۰ ۳

$$۲^{n+۳}-۲^{n}=۴۴۸\Rightarrow ۲^{n}(۸-۱)=۴۴۸$$

$$\Rightarrow ۲^{n}=۶۴\Rightarrow n=۶$$

تعداد افرازهای ۴ عضوی آن برابر است با:

۳	۲
۱	۲
۱	۱
۱	۱

$$\frac{\binom{۶}{۱}\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۱}}{۳!}+\frac{\binom{۶}{۱}\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۲!۲!}$$

$$=۲۰+۴۵=۶۵$$

۲۱ ۲

$$(\sim p\wedge q)\Leftrightarrow\sim p\equiv[(\sim p\wedge q)\Rightarrow\sim p)]\wedge[\sim p\Rightarrow(\sim p\wedge q)]$$

$$\equiv T\wedge[\sim p\Rightarrow(\sim p\wedge q)]$$

$$\equiv\sim p\Rightarrow\sim p\wedge q$$

$$\equiv p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q$$

گزاره $p\vee q$ با دو گزاره $\sim q\Rightarrow p\,,\,\sim p\Rightarrow q$ هم‌ارز است.

۲۲ ۴

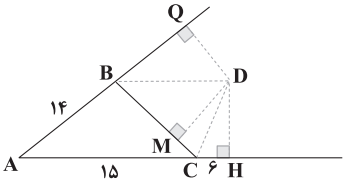
x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P(x)	x	۴x	۹x	۱۶x	۲۵x	۳۶x

$$P(۳)=\frac{۹x}{x+۴x+۹x+۱۶x+۲۵x+۳۶x}=\frac{۹}{۹۱}\sim\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow P=(\frac{۱}{۱۰})^{۵}$$

۲۳ ۲

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از ۲ ضلع آن زاویه به یک فاصله است و نیمساز داخلی هر زاویه با دو نیمساز خارجی مثلث همرسند.

از نقطهٔ D به امتداد AB و ضلع BC عمودی رسم می‌کنیم.



A روی نیمساز زاویهٔ D $\Rightarrow AQ=AH\Rightarrow AB+BQ=AC+CH$

$\Rightarrow ۱۴+BQ=۱۵+۶\Rightarrow BQ=۷$

$\begin{cases}B\text{ روی نیمساز خارجی }D\Rightarrow BQ=BM=۷\\ C\text{ روی نیمساز خارجی }D\Rightarrow CH=CM=۶\end{cases}$

$\Rightarrow BM+MC=۷+۶\Rightarrow BC=۱۳$

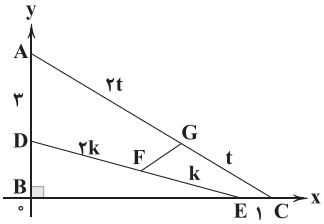
به کمک قضیهٔ هرون مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم.

$۲P=۱۴+۱۵+۱۳=۴۲\Rightarrow P=۲۱$

$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۲۱\times۸\times۷\times۶}=۸۴$

۲۴ ۴

مثلث ABC را روی محور مختصات به گونه‌ای که نقطهٔ B روی مبدأ باشد در نظر می‌گیریم در این صورت $C(x+۱\,,\,۰)\,,\,E(x\,,\,۰)\,,\,A(۰\,,\,y+۳)\,,\,D(۰\,,\,y)$ است.



$\overrightarrow{DF}=۲\overrightarrow{FE}\Rightarrow F-D=۲E-۲F\Rightarrow ۳F=۲E+D$

$\Rightarrow ۳F=(۲x\,,\,y)\Rightarrow F=(\frac{۲}{۳}x\,,\,\frac{۱}{۳}y)$

$\overrightarrow{AG}=۲\overrightarrow{GC}\Rightarrow G-A=۲C-۲G\Rightarrow ۳G=۲C+A$

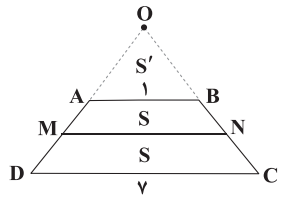
$\Rightarrow ۳G=(۲x+۲\,,\,y+۳)\Rightarrow G=(\frac{۲}{۳}x+\frac{۲}{۳}\,,\,\frac{۱}{۳}y+۱)$

$FG=\sqrt{(x_G-x_F)^{۲}+(y_G-y_F)^{۲}}=\sqrt{(\frac{۲}{۳})^{۲}+(۱)^{۲}}=\sqrt{\frac{۱۳}{۹}}$

$\Rightarrow FG=\frac{\sqrt{۱۳}}{۳}$

۲۵ ۱

روش اول: اگر $MN=x$ باشد:



$AB\|DC\Rightarrow\overset{\Delta}{OAB}\sim\overset{\Delta}{ODC}\Rightarrow\frac{S_{OAB}}{S_{ODC}}=(\frac{AB}{DC})^{۲}$

$\Rightarrow\frac{S'}{S'+۲S}=\frac{۱}{۴۹}\Rightarrow ۴۹S'=S'+۲S\Rightarrow ۴۸S'=۲S\Rightarrow S=۲۴S'$

$AB\|MN\Rightarrow\overset{\Delta}{AOB}\sim\overset{\Delta}{OMN}\Rightarrow\frac{S_{AOB}}{S_{OMN}}=(\frac{AB}{MN})^{۲}$

$\Rightarrow\frac{S'}{S+S'}=\frac{۱}{x^{۲}}\Rightarrow\frac{S'}{۲۵S'}=\frac{۱}{x^{۲}}\Rightarrow x^{۲}=۲۵\Rightarrow x=۵$

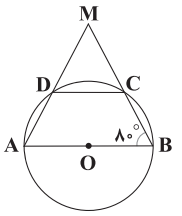
روش دوم:

اگر پاره‌خط MN موازی قاعده‌های ذوزنقهٔ ABCD باشد و ذوزنقه را به دو ذوزنقهٔ هم‌مساحت تقسیم کند $MN=\sqrt{\frac{AB^{۲}+CD^{۲}}{۲}}$ است.

$MN=\sqrt{\frac{(۱)^{۲}+(۷)^{۲}}{۲}}=\sqrt{۲۵}=۵$

https://konkur.info

۲۶ **۲**



$$\begin{cases} AB = ۲CD \\ AB = ۲R \end{cases} \Rightarrow CD = R \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = ۶۰^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{ADC}}{۲} \Rightarrow ۸۰^\circ = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DC}}{۲} \Rightarrow ۱۶۰^\circ = \overset{\frown}{AD} + ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۱۰۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۶۰^\circ + ۱۰۰^\circ + \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۲۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{DCB} = \overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ + ۲۰^\circ = ۸۰^\circ$$

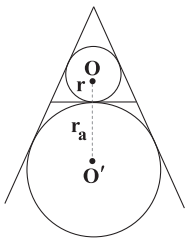
۲۷ **۳**

نکته ۱: فاصلهٔ هر نقطهٔ دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a از ۳ ضلع مثلث $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است.

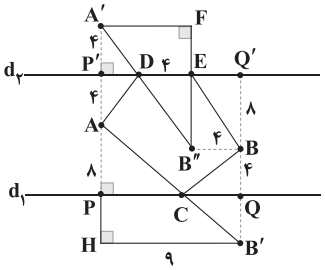
نکته ۲: در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a، دو دایرهٔ محاطی داخلی و محیطی هم‌مرکز هستند و دایرهٔ محاطی داخلی با تمام دایره‌های محاطی خارجی، مماس برون هستند و شعاع دایرهٔ محاطی داخلی $\frac{\sqrt{۳}}{۶}a$ و شعاع دایره محاطی خارجی $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است.

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲}a = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۱۲$$

$$OO' = r + r_a = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a + \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = ۲\sqrt{۳} + ۶\sqrt{۳} = ۸\sqrt{۳}$$



۲۸ **۴**



ابتدا بازتاب نقطهٔ B را نسبت به $d_۱$ (یعنی B') به دست می‌آوریم و B' را به A وصل می‌کنیم تا $d_۱$ را در C قطع کند، $B'H$ را موازی PQ رسم می‌کنیم.

با توجه به طولپا بودن بازتاب داریم:

$$AB' = AC + B'C$$

$$\overset{\Delta}{AHB'}: AB'^۲ = AH^۲ + HB'^۲ = (۸+۴)^۲ + ۹^۲ = ۱۴۴ + ۸۱ = ۲۲۵$$

$$AB' = ۱۵ \Rightarrow AC + CB = ۱۵$$

نقطهٔ B را با برداری موازی $d_۲$ به طول ۴ انتقال می‌دهیم تا به نقطه B'' برسیم و بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط $d_۲$ را A' می‌نامیم و A' را به B'' وصل می‌کنیم تا $d_۲$ را در D قطع کند و روی خط $d_۲$، $DE = ۴$ را جدا می‌کنیم، مسیر ADEBC جواب مسئله است.

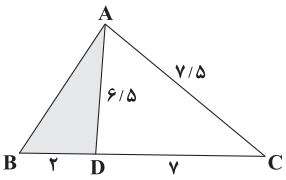
$$\overset{\Delta}{A'FB''}: A'B''^۲ = A'F^۲ + B''F^۲ = (۹-۴)^۲ + (۸+۴)^۲$$

$$= ۲۵ + ۱۴۴ = ۱۶۹ \Rightarrow A'B'' = ۱۳ \Rightarrow AD + EB = ۱۳$$

$$\text{محیط ۵ ضلعی} = \underbrace{AC + CB}_{۱۵} + \underbrace{BE + AD}_{۱۳} + \underbrace{DE}_{۴} = ۳۲$$

۲۹ **۳** مساحت مثلث ADC را به کمک قضیهٔ هرون محاسبه می‌کنیم.

$$۲P = ۶/۵ + ۷ + ۷/۵ = ۲۱ \Rightarrow P = \frac{۲۱}{۲} = ۱۰/۵$$



$$S_{ADC} = \sqrt{P(P-AC)(P-AD)(P-DC)}$$

$$= \sqrt{۱۰/۵ \times ۳ \times ۳/۵ \times ۴} = ۲۱$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{۲۱} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow S_{ABD} = ۶$$

۳۰ **۱**

$$BA = (\underbrace{B^۲.B^{-۱}}_{B}).(\underbrace{A^{-۱}A^۲}_{A}) = B^۲(B^{-۱}A^{-۱})A^۲$$

$$= B^۲.(AB)^{-۱}.A^۲$$

معکوس ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم.

$$|AB| = -۴ + ۶ = ۲ \Rightarrow (AB)^{-۱} = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ -۳ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$BA = B^۲.(AB)^{-۱}.A^۲ = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ -۳ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$= \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۱۴ & ۱۲ \\ -۱۰ & -۸ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۷ & ۶ \\ -۵ & -۴ \end{bmatrix}$$

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند، جمع قطر اصلی ماتریس‌های AB و BA با هم برابرند و تنها گزینهٔ (۱) چنین شرایطی را دارد.

۳۱ **۱**

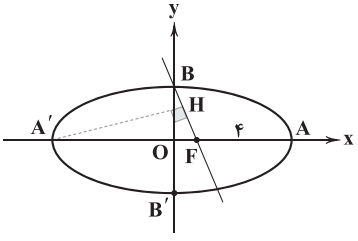
$$A^{-۱} + B^{-۱} = I \Rightarrow A(A^{-۱} + B^{-۱}) = AI \Rightarrow I + AB^{-۱} = A$$

$$\Rightarrow (I + AB^{-۱})B = AB \Rightarrow B + A(B^{-۱}B) = AB$$

$$\Rightarrow B + A = AB \Rightarrow |B + A| = |AB| = ۸ - ۶ = ۲$$

$$\Rightarrow |(B+A)^۳| = ۲^۳ = ۸$$

۳۲ **۳**



https://konkur.info

$BB' = ۴\sqrt{۱۰} \Rightarrow ۲b = ۴\sqrt{۱۰} \Rightarrow b = ۲\sqrt{۱۰}$

$AF = ۴ \Rightarrow a - c = ۴ \Rightarrow a = ۴ + c$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow (۴+c)^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۱۶ + ۸c + c^۲ = ۴۰ + c^۲$

$\Rightarrow ۸c = ۲۴ \Rightarrow c = ۳ , a = ۷$

در این صورت $A'(-۷ , ۰) , F(۳ , ۰) , B(۰ , ۲\sqrt{۱۰})$ است.

$m_{BF} = \frac{۲\sqrt{۱۰} - ۰}{۰ - ۳} = -\frac{۲}{۳}\sqrt{۱۰}$

معادلهٔ خط BF : $y - ۲\sqrt{۱۰} = -\frac{۲}{۳}\sqrt{۱۰}(x - ۰)$

$\Rightarrow ۳y + ۲\sqrt{۱۰}x - ۶\sqrt{۱۰} = ۰$

$A'H = \frac{|۱۴\sqrt{۱۰} + ۶\sqrt{۱۰}|}{\sqrt{۹ + ۴۰}} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۷}$

$\overset{\Delta}{A'FH} : A'F^۲ = A'H^۲ + FH^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۴۰۰۰}{۴۹} + FH^۲$

$\Rightarrow FH^۲ = \frac{۹۰۰}{۴۹} \Rightarrow FH = \frac{۳۰}{۷}$

$BF = a = ۷$

$BH = BF - FH = ۷ - \frac{۳۰}{۷} = \frac{۱۹}{۷}$

۳۳ **۲** مختصات کانون سهمی به صورت $F(۰ , a)$ است و فاصلهٔ هر نقطه روی سهمی از کانون برابر فاصلهٔ آن نقطه تا خط هادی است.

$BF = ۱۰ \Rightarrow \sqrt{(۶ - ۰)^۲ + (۹ - a)^۲} = ۱۰$

$\Rightarrow (۹ - a)^۲ = ۶۴ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ a = ۱۷ \end{cases}$

بنابراین $F(۰ , ۱)$ است.

$m_{BF} = \frac{۹ - ۱}{۶ - ۰} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$

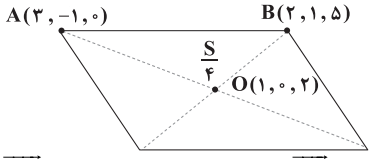
$\begin{cases} y - ۱ = \frac{۴}{۳}(x - ۰) \Rightarrow y = \frac{۴}{۳}x + ۱ \\ \text{معادلهٔ سهمی} : x^۲ = ۴y \end{cases} \Rightarrow x^۲ = \frac{۱۶}{۳}x + ۴$

$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۶x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (x - ۶)(۳x + ۲) = ۰$

$\Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \text{ غ ق ق} \\ x = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow y = \frac{۴}{۳}(-\frac{۲}{۳}) + ۱ = \frac{۱}{۹} \end{cases}$

پس: $A(-\frac{۲}{۳} , \frac{۱}{۹}) \Rightarrow x_A + y_A = -\frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۹} = -\frac{۵}{۹}$

۳۴ **۴** قطرهای متوازی‌الاضلاع آن را به چهار مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند که مساحت هر مثلث $\frac{۱}{۴}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است.



$\overrightarrow{OA} = (۲ , -۱ , -۲) \qquad \overrightarrow{OB} = (۱ , ۱ , ۳)$

$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ ۲ & -۱ & -۲ \\ ۱ & ۱ & ۳ \end{vmatrix} = \vec{i}(-۳ + ۲) - \vec{j}(۶ + ۲)$

$+ \vec{k}(۲ + ۱) = (-۱ , -۸ , ۳)$

$\frac{S}{۴} = \frac{۱}{۲}|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| \Rightarrow S = ۲|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}|$

$= ۲\sqrt{(-۱)^۲ + (-۸)^۲ + (۳)^۲} = ۲\sqrt{۷۴}$

۳۵ **۴** **نکته:** برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ تقسیم بر ۹۹ کافی است از سمت راست دو رقم، دو رقم جدا کرده و با هم جمع کنیم و حاصل را بر ۹۹ تقسیم کنیم.

$\overline{۳۴۲ab۷} \overset{۹۹}{\equiv} \overline{b۷} + \overline{۲a} + ۳۴ \overset{۹۹}{\equiv} ۳۷$

$\Rightarrow ۱۰b + ۷ + ۲۰ + a + ۳۴ \overset{۹۹}{\equiv} ۳۷ \Rightarrow ۱۰b + a + ۶۱ \overset{۹۹}{\equiv} ۳۷$

$\Rightarrow ۱۰b + a \overset{۹۹}{\equiv} -۲۴ \Rightarrow ۱۰b + a \overset{۹۹}{\equiv} -۲۴ + ۹۹ \Rightarrow ۱۰b + a \overset{۹۹}{\equiv} ۷۵$

$\Rightarrow \overline{ba} = ۷۵ \Rightarrow \begin{cases} b = ۷ \\ a = ۵ \end{cases} \Rightarrow a + b = ۱۲$

۳۶ **۳** شرط این‌که معادلهٔ $ax + by = c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a , b) | c$ بنابراین: $(۴a + ۳ , ۳a - ۲) | ۵n + ۲$

$(۴a + ۳ , ۳a - ۲) = d \Rightarrow \begin{matrix} d | ۴a + ۳ \\ d | ۳a - ۲ \end{matrix}$

$\xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d | ۳(۴a + ۳) - ۴(۳a - ۲) \Rightarrow d | ۱۷ \Rightarrow d = ۱ \text{ یا } ۱۷$

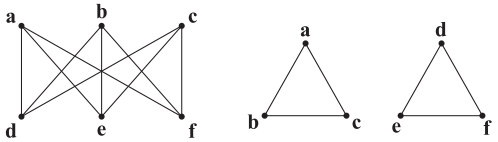
از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عددی را عاد می‌کند. بنابراین: $۱۷ | ۵n + ۲$

$۱۷ | ۵n + ۲ \Rightarrow ۵n \overset{۱۷}{\equiv} -۲ \Rightarrow ۵n \overset{۱۷}{\equiv} -۲ + ۱۷ \Rightarrow ۵n \overset{۱۷}{\equiv} ۱۵$

$\xrightarrow[(۵ , ۱۷) = ۱]{\div ۵} n \overset{۱۷}{\equiv} ۳ \Rightarrow n = ۱۷k + ۳$

$\xrightarrow{k=۱} n \text{ کم‌ترین مقدار دو رقمی} = ۲۰$

۳۷ **۳** تنها گراف ۳ منتظم مرتبه ۶، که گراف مکمل آن ناهمبند است به صورت زیر است.



تنها مجموعه‌های ۲ عضوی از رئوس گراف G که یک عضو آن a یا b یا c و عضو دیگر آن d یا e یا f باشند احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی است $(۳ \times ۳ = ۹)$ و دو مجموعه $\{d , e , f\} , \{a , b , c\}$ مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی هستند بنابراین ۱۱ مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد.

۳۸ **۱** **بررسی جملات:**

الف) عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ است، زیرا مجموعهٔ $\{e , f\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است که ۲ عضو دارد. (نادرست)

ب) مجموعهٔ $\{a , b , c , d\}$، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم نیست. زیرا مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دو عضوی وجود دارد. (نادرست)

پ) نادرست است.

بنابراین هر سه جمله نادرست است.

۳۹ **۴** تعداد کل راه‌های پاداش‌دهی از حل معادلهٔ $x_i \geq ۰$ و $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۵$ به دست می‌آید پس $n(S) = \binom{۳ + ۵ - ۱}{۳ - ۱} = ۲۱$. اگر A پیشامد این باشد که دانش‌آموز A حداقل ۲ سکه دریافت کند، آن‌گاه تعداد راه‌های ممکن از حل معادلهٔ $x_۱ \geq ۲$ و $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۵$ حاصل می‌شود. بنابراین:

$۵ - ۲ = ۳ \xrightarrow{\text{توزیع بین ۳ نفر}} n(A) = \binom{۳ + ۳ - ۱}{۳ - ۱} = ۱۰$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۲۱}$

https://konkur.info

۴۰ **۳**

$|S| = ۲^{\binom{۵}{۲}} = ۲^{۱۰}$ = تعداد کل گراف‌ها

$|A|$ = تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس a تنها باشد

$= ۲^{\binom{۴}{۲}} = ۲^{۶} = |B| = |C|$

$|A \cap B|$ = تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های a , b تنها باشند

$= ۲^{\binom{۳}{۲}} = ۲^{۳} = |A \cap C| = |B \cap C|$

$|A \cap B \cap C|$ = تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های a، b و c تنها باشند ۲

$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C|$

$= ۲^{۱۰} - ۳ \times ۲^{۶} + ۳ \times ۸ - ۲ = ۸۵۴$

فیزیک

۴۱ **۳** اگر طول کل مسیر را x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \frac{\frac{x}{۴}}{۲v} \Rightarrow t_۱ = \frac{x}{۸v} \\ t_۲ = \frac{\frac{۳x}{۴}}{\frac{v}{۱}} \Rightarrow t_۲ = \frac{۳x}{۴v} = \frac{۶x}{۸v} \end{cases}$$

بنابراین کل مدت‌زمان حرکت برابر است با:

$$\Delta t_{کل} = t_۱ + t_۲ \Rightarrow \frac{x}{۸v} + \frac{۶x}{۸v} + \frac{۷x}{۸v}$$

سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکتش برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x}{\frac{۷x}{۸v}} \Rightarrow v_{av} = \frac{۸}{۷}v$$

۴۲ **۲** با توجه به معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_۱$$

$$\Rightarrow ۷^۲ - ۱^۲ = ۲ \times a \times ۱۲ \Rightarrow a = \frac{۴۸}{۲۴} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

دوباره همین رابطه را برای سرعت $۷\frac{m}{s}$ تا $۹\frac{m}{s}$ می‌نویسیم، بنابراین:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x_۲ \Rightarrow ۹^۲ - ۷^۲ = ۲ \times ۲ \times \Delta x_۲ \Rightarrow ۸۱ - ۴۹ = ۴\Delta x_۲$$

$$\Rightarrow ۳۲ = ۴\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۳۲}{۴} \Rightarrow \Delta x_۲ = ۸m$$

۴۳ **۴** سرعت متوسط متحرک را به کمک رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$$\xrightarrow[t_۱ = ۰ \, , \, t_۲ = ۱۰s]{x_۱ = ۱۰m \, , \, x_۲ = ۱۵m} v_{av} = \frac{۱۵ - ۱۰}{۱۰ - ۰} = ۰/۵ \frac{m}{s}$$

متحرک از مکان $x = ۱۰m$ شروع به حرکت کرده و تا مکان $x = ۲۰m$ بالا رفته، یعنی $۱۰m$ را طی کرده، سپس از مکان $x = ۲۰m$ تا مکان $x = ۵m$ پایین آمده و $۱۵m$ طی کرده و از مکان $x = ۵m$ به مکان $x = ۱۵$ رفته، یعنی $۱۰m$ بالا رفته. پس کل مسافت طی‌شده برابر است با:

$$l = ۱۰ + ۱۵ + ۱۰ = ۳۵m$$

و تندی متوسط برابر است با: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۵}{۱۰} = ۳/۵ \frac{m}{s}$

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان نشان‌دهندهٔ سرعت متحرک است. چون شیب مماس در لحظات $t = ۰$ و $t = ۱۰s$، افقی است، پس $v = ۰$ است، پس شتاب متوسط هم $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = ۰$ است.

۴۴ **۱** می‌دانیم که ذرهٔ آلفا همان هستهٔ هلیم دو بار مثبت $(_۲^۴He^{۲+})$ است، بنابراین با موازنهٔ اعداد جرمی و اتمی در دو طرف واکنش داریم:

$$۹۰ = ۷۸ + ۲m \Rightarrow ۲m = ۹۰ - ۷۸ = ۱۲ \Rightarrow m = \frac{۱۲}{۲} = ۶ \Rightarrow m = ۶$$

$$۲۴۰ = A + ۴m \xrightarrow{m=۶} A = ۲۴۰ - ۲۴ \Rightarrow A = ۲۱۶$$

بنابراین: $N = A - Z \xrightarrow[Z=۷۸]{A=۲۱۶} N = ۲۱۶ - ۷۸ = ۱۳۸$

۴۵ **۲** ابتدا انرژی حاصل از تبدیل ۶ گرم ماده به انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$E_{ورودی} = mc^۲ = ۶ \times ۱۰^{-۳} \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲$$

$$\Rightarrow E_{ورودی} = ۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۹ \times ۱۰^{۱۶} = ۵/۴ \times ۱۰^{۱۴} J$$

با توجه به تعریف بازده (Ra) می‌توان نوشت:

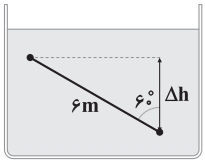
$$Ra = \frac{E_{خروجی}}{E_{ورودی}} = \frac{nPt}{E_{ورودی}} \xrightarrow[t=۳۰min \, , \, E_{ورودی} = ۵/۴ \times ۱۰^{۱۴} J]{Ra = ٪۴۰ \, , \, P = ۲۰۰W}$$

$$\frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{n \times ۲۰۰ \times ۳۰ \times ۶۰}{۵/۴ \times ۱۰^{۱۴}} \Rightarrow n = ۶ \times ۱۰^۸$$

۴۶ **۳** پرانرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند گسیل کند، حالتی است که الکترون به لایهٔ $n' = ۱$ برود، بنابراین:

$$\Delta E = -E_R \left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) = -E_R \left(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۵^۲}\right) = -\frac{۲۴}{۲۵} E_R$$

۴۷ **۳** برای محاسبه آهنگ تغییر فشار، میزان تغییر فشار را در یک مدت معین به دست می‌آوریم. برای راحتی کار، مدت‌زمان را یک ثانیه در نظر می‌گیریم. بنابراین جسم در این مدت، ۶m پایین می‌رود.



از طرفی برای محاسبهٔ تغییرات فشار، باید Δh را داشته باشیم، بنابراین به کمک روابط مثلثاتی، Δh را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta h = L\cos\alpha = ۶ \times \cos ۶۰^\circ = ۳m$$

در ادامه تغییرات فشار را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = ۵۰۰۰ \times ۱۰ \times ۳ = ۱۵۰۰۰۰ Pa$$

بنابراین آهنگ تغییرات فشار برابر است با:

$$\text{آهنگ تغییر فشار} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{۱۵۰۰۰۰}{۱} = ۱۵۰۰۰۰ \frac{Pa}{s}$$

۴۸ **۲** ابتدا اختلاف فشار بین دو نقطه را بر حسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم: $\Delta P = P_۲ - P_۱ = ۲۲۰ - ۶۰ = ۱۶۰ cmHg$

در ادامه این فشار را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = \rho_{جیوه} \times ۱۰ \times \frac{۱۶۰}{۱۰۰} = ۱۶\rho_{جیوه} \qquad (*)$$

در آخر به کمک رابطهٔ اختلاف فشار، نسبت چگالی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

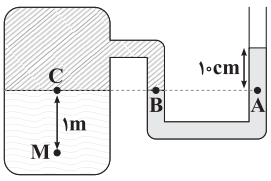
$$\Delta P = \rho_{مایع} g \Delta h_{مایع}$$

$$\xrightarrow{(*)} ۱۶\rho_{جیوه} = \rho_{مایع} \times ۱۰ \times \left(\frac{۱۱۰ - ۳۰}{۱۰۰}\right) \Rightarrow ۱۶\rho_{جیوه} = ۸\rho_{مایع}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{مایع}}{\rho_{جیوه}} = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

https://konkur.info

۴۹ **۴** نقاط A و B هم‌فشار و نقاط C و B نیز هم‌فشار یک‌دیگرند، بنابراین می‌توان این سه نقطه را هم‌فشار در نظر گرفت، در نتیجه داریم:



$$P_A = P_B = P_C$$

بنابراین:

$$P_C = P_A = \rho_1 g h_1 + P_\circ = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + ۱۰^۵ = ۱۰۲۰۰۰ Pa$$

به کمک فشار در نقطهٔ C، فشار نقطهٔ M را محاسبه می‌کنیم:

$$P_M = \rho_۲ g h_۲ + P_C = ۳۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱ + ۱۰۲۰۰۰ = ۱۳۲۰۰۰ Pa = ۱۳۲ kPa$$

۵۰ **۲** مقدار گرمای موردنیاز برای تبخیر سطحی آب برابر با گرمایی است که آب باید از دست بدهد تا منجمد شود.

m: جرم اولیهٔ آب

m': جرم آب تبخیرشده

$$Q_V = Q_F \Rightarrow m' L_V = (m - m') L_F$$

$$\Rightarrow m' \times ۵۶۰ = (m - m') \times ۸۰ \Rightarrow m - m' = ۷m' \Rightarrow m = ۸m'$$

$$\Rightarrow m' = \frac{۱}{۸} m$$

بنابراین درصد جرم آبی که در اثر تبخیر سطحی از ظرف خارج شده است، برابر است با:

$$\frac{۱}{۸} \times ۱۰۰ = ٪۱۲/۵$$

۵۱ **۴** با توجه به قانون گاز کامل داریم:

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow \frac{P_۲ V_۲}{P_۱ V_۱} = \frac{n_۲}{n_۱} \times \frac{T_۲}{T_۱} \xrightarrow[V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳]{\text{ثابت : P}} \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_۲^۳}{\frac{۴}{۳}\pi r_۱^۳} = \frac{n_۲}{n_۱} \times ۱/۴۴$$

$$\Rightarrow (۱/۲)^۳ = \frac{n_۲}{n_۱} \times ۱/۴۴$$

$$\Rightarrow \frac{n_۲}{n_۱} = ۱/۲ \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} \frac{m_۲}{m_۱} = ۱/۲ \Rightarrow \frac{m_۲}{۳۰} = ۱/۲ \Rightarrow m_۲ = ۳۶ g$$

بنابراین:

$$\Delta m = ۳۶ - ۳۰ = ۶ g$$

۵۲ **۱** در نمودار $P - V$، مساحت محصور بین نمودار و محور افقی برابر کار انجام‌شده توسط گاز است، بنابراین مساحت مستطیل را محاسبه و قسمت هاشورخورده را کم می‌کنیم: $|W| = (۴ \times ۱۰^۵ \times ۳/۵ \times ۱۰^{-۳}) - ۶۰۰ = ۸۰۰ J$

همان‌طور که می‌دانیم در فرایند هم‌دما، $\Delta U = ۰$ است، بنابراین $Q = -W$ می‌باشد. از طرفی به علت تراکمی بودن فرایند، $W > ۰$ و در نتیجه $Q < ۰$ است، پس **گاز ۸۰۰J گرما از دست داده است.**

۵۳ **۴** طبق رابطهٔ ظرفیت خازن $(C = \frac{Q}{V})$، بدیهی است که بار ذخیره‌شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن رابطهٔ مستقیمی با هم دارند. وقتی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی، ۶ برابر شده است، بنابر نکتهٔ گفته‌شده، بار خازن نیز باید ۶ برابر شده باشد، بنابراین:

$$Q_۲ = ۶Q_۱ \Rightarrow \Delta Q = Q_۲ - Q_۱ = ۶Q_۱ - Q_۱ = ۵Q_۱$$

می‌دانیم تغییرات بار ۸۰ میکروکولن بوده است، بنابراین:

$$\Delta Q = ۵Q_۱ \xrightarrow{\Delta Q = ۸۰ \mu C} ۵Q_۱ = ۸۰ \Rightarrow Q_۱ = ۱۶ \mu C$$

$$\xrightarrow{Q_۲ = ۶Q_۱} Q_۲ = ۶ \times ۱۶ = ۹۶ \mu C$$

۵۴ **۱** اگر بار الکتریکی $q_۱$ خنثی شود، فقط بار الکتریکی $q_۲$ باقی می‌ماند و در نتیجه میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ در نقطهٔ A برابر $-۴\vec{E}$ می‌باشد و میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ A برابر است با:

$$\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_۱ + (-۴\vec{E}) = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_۱ = ۵\vec{E}$$

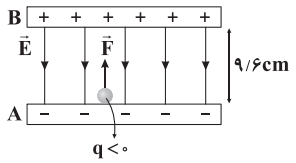
به کمک رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^۲}$ و نوشتن یک تناسب ساده، نسبت $\frac{x}{y}$ را به دست می‌آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۴E}{۵E} = \frac{۴}{۱۲} \times (\frac{x+y}{y})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{۱}{۳} \times (\frac{x+y}{y})^۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{۵} = (\frac{x+y}{y})^۲ \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم.}}$$

$$\frac{\sqrt{۱۲}}{\sqrt{۵}} = \frac{x+y}{y} \Rightarrow \sqrt{۱۲}y = \sqrt{۵}x + \sqrt{۵}y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-۵ + ۲\sqrt{۱۵}}{۵}$$

۵۵ **۳** اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذره برابر است با:



$$F = |q| E = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} \times ۲۵۰$$

$$\Rightarrow F = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۶} N$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۶} = ۴ \times ۱۰^{-۲۰} \times a \Rightarrow a = \frac{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۶}}{۴ \times ۱۰^{-۲۰}}$$

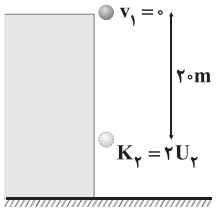
$$\Rightarrow a = ۴۰۰۰ \frac{m}{s^۲}$$

چون نیروی خالص، ثابت است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است، در نتیجه داریم:

$$\Delta y = \frac{۱}{۲} a t^۲ + v_\circ t = ۹/۶ \times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۲} \times ۴۰۰۰ t^۲ + ۰$$

$$\Rightarrow t^۲ = \frac{۹/۶ \times ۱۰^{-۲}}{۲۰۰۰} = ۴۸ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow t = ۴\sqrt{۳} \times ۱۰^{-۳} s = ۴\sqrt{۳} ms$$

۵۶ **۱** با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + \overset{\circ}{\cancel{K_۱}} = U_۲ + K_۲$$

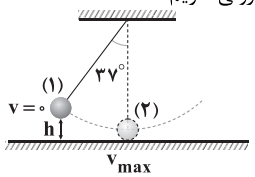
$$\Rightarrow U_۱ = U_۲ + ۲U_۲ = ۳U_۲$$

$$\Rightarrow mgh = ۳mg(h - ۲۰)$$

$$\Rightarrow h = ۳h - ۶۰ \Rightarrow ۲h = ۶۰$$

$$\Rightarrow h = ۳۰ m$$

۵۷ **۱** با توجه به قضیهٔ کار و انرژی درونی داریم:



مبدأ پتانسیل

$$E_۲ - E_۱ = W_{f_D} \xrightarrow{W_{f_D} = -۰/۳E_۱} E_۲ - E_۱ = -۰/۳E_۱$$

$$\Rightarrow E_۲ = ۰/۷E_۱ \Rightarrow \overset{\circ}{\cancel{U_۲}} + K_۲ = ۰/۷(U_۱ + \overset{\circ}{\cancel{K_۱}})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۲^۲ = ۰/۷ \cancel{m} g h$$

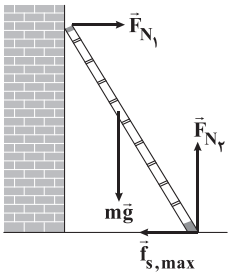
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times v_۲^۲ = ۰/۷ \times ۱۰ \times (L - ۰/۸L)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} v_۲^۲ = ۱/۴L \Rightarrow v_۲^۲ = \frac{۲۸}{۱۰} L \Rightarrow v_۲ = \sqrt{\frac{۲۸}{۱۰} L} \frac{m}{s}$$

https://konkur.info

۵۸ **۳** اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند را F_{N_1} بنامیم، می‌توان نوشت:

$$F_{N_1} = f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = \mu_s mg$$



اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را R بنامیم، خواهیم داشت:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + (\mu_s F_{N_2})^2} \xrightarrow{F_{N_2} = mg} R = mg\sqrt{1+\mu_s^2}$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{N_1}}{R} = \frac{\mu_s mg}{mg\sqrt{1+\mu_s^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۹ **۲** قانون دوم نیوتون را برای هر دو گلوله به صورت جداگانه می‌نویسیم:

$$m_1 g - f_D = m_1 a_1 \xrightarrow{m_1 = 2kg} 2\times 10 - 10 = 2a_1$$

$$\Rightarrow 10 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 5\frac{m}{s^2}$$

$$m_2 g - f_D = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 = 4kg} 4\times 10 - 10 = 4a_2$$

$$\Rightarrow 30 = 4a_2 \Rightarrow a_2 = 7/5\frac{m}{s^2}$$

بیشترین فاصلهٔ بین دو گلوله زمانی رخ می‌دهد که گلولهٔ دوم به زمین برسد، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$h = \frac{1}{2}a_2 t^2 \xrightarrow[a=7/5\frac{m}{s^2}]{h=15m} 15 = \frac{1}{2}\times 7/5 \times t^2 \Rightarrow 30 = 7/5t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{30}{7/5} = 4 \Rightarrow t = \sqrt{4} = 2s$$

در این لحظه داریم:

$$|\Delta y_1| = \frac{1}{2}a_1 t^2 \Rightarrow |\Delta y_1| = \frac{1}{2}\times 5 \times 2^2 \Rightarrow |\Delta y_1| = 10m$$

بنابراین در این لحظه فاصلهٔ بین دو گلوله برابر است با:

$$d = h - |\Delta y_1| = 15 - 10 = 5m$$

۶۰ **۳** ابتدا نسبت جرم سیاره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$M = \rho V = \rho(\frac{4}{3}\pi R^3) \Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A}\times(\frac{R_B}{R_A})^3$$

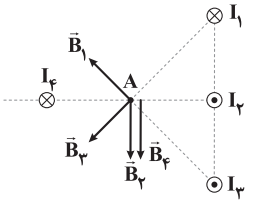
$$\Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = (1/5)\times(\frac{2R}{R})^3 = 12$$

حال نسبت اندازهٔ نیروهای گرانشی را محاسبه می‌کنیم:

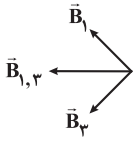
$$F = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{M_B}{M_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = 2\times 12\times(\frac{1}{2})^2 = 2\times 12\times\frac{1}{4} = 6 \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = 6$$

۶۱ **۲** با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها را رسم می‌کنیم:

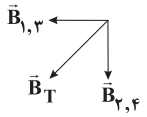


بردارهای $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_3$ بر هم عمودند، پس برایند آن‌ها به شکل زیر است:



بردارهای $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_4$ هم‌راستا و هم‌جهت هستند، پس برایند آن‌ها به شکل زیر است:

در نهایت برایند و جهت میدان مغناطیسی به شکل زیر است:



پس عقربهٔ مغناطیسی در نقطهٔ A هم جهت با بردار $\vec{B}_T$ قرار می‌گیرد.

۶۲ **۳** جریان عبوری از مقاومت در لحظهٔ $t = \frac{1}{20}s$ برابر است با:

$$I = 0/8\sin(5\pi\times\frac{1}{20}) = 0/8\sin(\frac{\pi}{4}) = 0/8\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 0/4\sqrt{2}\,A$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت در این لحظه برابر است با:

$$P = RI^2 = \sqrt{2}\times(0/4\sqrt{2})^2 = \sqrt{2}\times\frac{16}{100}\times 2 = 0/32\sqrt{2}\,W$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت در این لحظه برابر است با:

$$V = IR = 0/4\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 0/8V$$

۶۳ **۱** با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 400\times 10^{-3} = \frac{1}{2}\times 200\times 10^{-3}\times I^2 \Rightarrow I = 2A$$

با توجه به رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ داریم:

$$2 = \frac{\varepsilon}{9+0/5+0/5} \Rightarrow \varepsilon = 20V$$

۶۴ **۴** ابتدا رابطهٔ بین طول عقربهٔ ثانیه‌شمار و ساعت‌شمار را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} L_{ساعت} = \frac{3}{5}L_{دقیقه} \\ L_{دقیقه} = \frac{4}{5}L_{ثانیه} \end{cases} \Rightarrow L_{ساعت} = \frac{3}{5}\times\frac{4}{5}L_{ثانیه} = \frac{12}{25}L_{ثانیه}$$

سپس با استفاده از رابطهٔ $v = L\times\frac{2\pi}{T}$، نسبت تندی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{v_{ساعت}}{v_{ثانیه}} = \frac{L_{ساعت}}{L_{ثانیه}}\times\frac{T_{ثانیه}}{T_{ساعت}} = \frac{12}{25}\times\frac{60}{3600\times 12} = \frac{1}{1500}$$

https://konkur.info

۶۵ **۲** شدت صوت ۴ برابر شده است، بنابراین:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=۴=۲^۲$$

تراز شدت صوت ۱/۲ برابر شده است، بنابراین:

$$\Delta\beta=\beta_۲-\beta_۱ \xrightarrow{\beta_۲=۱/۲\beta_۱} \Delta\beta=۱/۲\beta_۱-\beta_۱=۰/۲\beta_۱$$

با توجه به رابطهٔ تراز شدت صوت داریم:

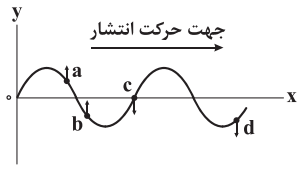
$$\Delta\beta=\log\frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow{\Delta\beta=۰/۲\beta_۱\ ,\ \frac{I_۲}{I_۱}=۲^۲} ۰/۲\beta_۱=\log ۲^۲$$

$$\Rightarrow ۰/۲\beta_۱=۲\log ۲ \xrightarrow{\log ۲=۰/۳} ۰/۲\beta_۱=۲\times ۰/۳\Rightarrow\beta_۱=\frac{۰/۶}{۰/۲}=۳B$$

به کمک رابطهٔ تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۱=\log\frac{I_۱}{I_۰} \xrightarrow{\beta_۱=۳B} ۳=\log\frac{I_۱}{I_۰}\Rightarrow\frac{I_۱}{I_۰}=۱۰^۳=۱۰۰۰$$

۶۶ **۳** ابتدا با توجه به جهت انتشار موج و با توجه به قبل هر نقطه، جهت نوسان هر نقطه را تعیین می‌کنیم.



بررسی عبارت‌ها:

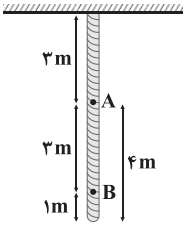
الف) حرکت ذرهٔ a کندشونده است، زیرا در حال دور شدن از وضع تعادل (محور x) است. (✓)

ب) ذرهٔ c در نقطهٔ تعادل قرار دارد و دارای بیشترین انرژی جنبشی است. (✓)

ج) ذرهٔ b در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل است، پس شتاب آن در جهت حرکت آن، یعنی به سمت بالا است و در نتیجه در جهت محور yها است. (✗)

د) ذرهٔ d در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل است، پس انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. (✓)

۶۷ **۲** مطابق شکل زیر، در نقطهٔ B، جرمی به اندازهٔ ۱m از طناب آویزان نگه داشته شده است، ولی در نقطهٔ A جرمی به اندازهٔ ۴m از طناب آویزان نگه داشته شده است، بنابراین اندازهٔ نیروی کشش در نقطهٔ A، ۴ برابر اندازهٔ نیروی کشش در نقطهٔ B است ($F_A=۴F_B$).



چون جرم واحد طول (چگالی خطی جرم) در کل طناب، ثابت است. طبق رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$، رابطهٔ بین تندی در دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \xrightarrow{F_A=۴F_B} \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{۴F_B}{F_B}}=\sqrt{۴}=۲$$

۶۸ **۲** با توجه به این‌که $f_۱=f_{n+۱}-f_n$ است، ابتدا بسامد هماهنگ اول را محاسبه می‌کنیم:

$$f_۱=۶۲۵-۵۵۰=۷۵Hz$$

از طرفی بسامد هماهنگ n ام برابر با $f_n=nf_۱$ است و هنگامی‌که ۳ گره در تار ایجاد می‌شود، هماهنگ دوم در تار ایجاد می‌شود، بنابراین:

$$f_۲=۲f_۱=۲\times ۷۵=۱۵۰Hz$$

۶۹ **۱** ابتدا تندی نور در آب را به دست می‌آوریم:

$$n=\frac{c}{v}\Rightarrow n_{آب}=\frac{c}{v_{آب}}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۳\times ۱۰^۸}{v_{آب}}$$

$$\Rightarrow v_{آب}=\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۸\frac{m}{s}$$

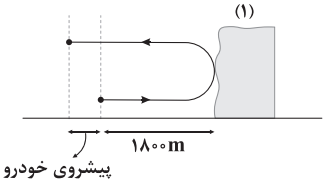
حال بسامد نور را در آب محاسبه می‌کنیم.

$$\lambda_{آب}=\frac{v_{آب}}{f_{آب}}\Rightarrow f_{آب}=\frac{\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۸}{۹\times ۱۰^{-۷}}=\frac{۱}{۴}\times ۱۰^{۱۵}=۲۵\times ۱۰^{۱۳}Hz$$

$$\Rightarrow f_{آب}=۲۵۰THz$$

با توجه به این‌که بسامد نور از ویژگی‌های چشمهٔ نور است، بنابراین بسامد این نور در آب و شیشه یکسان است.

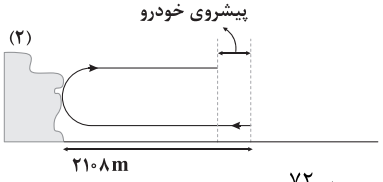
۷۰ **۲** در مدتی که اتومبیل بوق را به صدا در می‌آورد تا زمانی که صدای پژواک از صخرهٔ (۱) را بشنود، صوت مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر این زمان $\Delta t_۱$ باشد، داریم:



پیشروی خودرو + ۲×۱۸۰۰ = مسافت موج صوتی

$$\Rightarrow l=۳۶۰۰+\frac{۷۲}{۳/۶}\times\Delta t_۱=۳۶۰۰+۲۰t_۱$$

صدای پژواک از صخرهٔ (۲) از لحظهٔ بوق زدن تا لحظهٔ رسیدن به اتومبیل مسیر زیر را طی می‌کند.



$$۲\times ۲۱۰۸-\frac{۷۲}{۳/۶}\Delta t_۱=۴۲۱۶-۲۰t_۲=\text{مسافت موج صوتی}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ مسافت $(l=v\Delta t)$ داریم:

$$\begin{cases}۳۶۰۰+۲۰t_۱=۳۲۰t_۱\Rightarrow ۳۰۰t_۱=۳۶۰۰\Rightarrow t_۱=۱۲s\\ ۴۲۱۶-۲۰t_۲=۳۲۰t_۲\Rightarrow ۳۴۰t_۲=۴۲۱۶\Rightarrow t_۲=۱۲/۴s\end{cases}$$

بنابراین: $t_۲-t_۱=۱۲/۴-۱۲=۰/۴s$

۷۱ **۴** با توجه به رابطهٔ شتاب بیشینهٔ نوسانگر داریم:

$$a_{max}=A\omega^۲ \xrightarrow{v_{max}=A\omega} a_{max}=\frac{v_{max}^۲}{A}$$

$$\xrightarrow[A=۱cm]{v_{max}=\sqrt{۰/۴}\frac{m}{s}} a_{max}=\frac{۰/۴}{۱\times ۱۰^{-۲}}=۴۰\frac{m}{s^۲}$$

۷۲ **۳** از طرفی می‌دانیم ضخامت نوارها (W) متناسب با طول موج نور خروجی است:

$$\frac{W_{آب}}{W_{هوا}}=\frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}} \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}}=\frac{v_{آب}}{v_{هوا}}\times\frac{f_{هوا}}{f_{آب}}$$

$$\xrightarrow{\frac{v_{آب}}{v_{هوا}}=\frac{n_{هوا}}{n_{آب}}} \frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}}=\frac{n_{هوا}}{n_{آب}}\times\frac{f_{هوا}}{f_{آب}}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}\times\frac{۱}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow\frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۴}$$

بنابراین **ضخامت نوارها ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.**

https://konkur.info

۷۳ **۳** ابتدا با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ مقاومت برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی و جریان الکتریکی، مقاومت الکتریکی حد فاصل A تا B را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{BA}=\frac{V_{AB}}{I}=\frac{۶}{I} \qquad (۱)$$

می‌دانیم همان جریانی که از حدفاصل A تا B عبور می‌کند، از کل استوانه نیز می‌گذرد، بنابراین:

$$R_{کل}=\frac{V_{کل}}{I}=\frac{۳۶}{I} \qquad (۲)$$

چون سطح مقطع استوانه ثابت است، پس مقاومت الکتریکی هر قسمت از استوانه با طول آن متناسب است، بنابراین به کمک روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{R_{BA}}{R_{کل}}=\frac{L_{BA}}{L_{کل}}\Rightarrow\frac{\frac{۶}{I}}{\frac{۳۶}{I}}=\frac{۱۲}{L_{کل}}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۱۲}{L_{کل}}\Rightarrow L_{کل}=۱۲\times۶$$

$$\Rightarrow L_{کل}=۷۲cm=۰/۷۲m$$

۷۴ **۴** می‌دانیم در مقاومت‌های متوالی، بیشترین اختلاف پتانسیل الکتریکی مربوط به بیشترین مقاومت است.

با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی ۸۰V روی مقاومت $R_۳=۱۰۰\Omega$، جریان گذرنده از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V=RI\xrightarrow[R_۳=۱۰۰\Omega]{V=۸۰V}۸۰=۱۰۰I\Rightarrow I=\frac{۸۰}{۱۰۰}=۰/۸A$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۱$ را نیز به ازای جریان $I=۰/۸A$ محاسبه می‌کنیم:

$$V=RI\Rightarrow\begin{cases}V_۱=R_۱I=۱۵\times۰/۸=۱۲V\\V_۲=R_۲I=۳۰\times۰/۸=۲۴V\end{cases}$$

حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی کل مدار برابر حاصل‌جمع حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی تمام مقاومت‌ها است، بنابراین:

$$V_T=V_۱+V_۲+V_۳=۱۲+۲۴+۸۰=۱۱۶V$$

۷۵ **۱** چون ولت‌سنج ایده‌ال که به صورت متوالی در مدار قرار گرفته است، دارای مقاومت بی‌نهایت است، پس هیچ جریانی در مدار برقرار نخواهد شد و بنابراین آمپرسنج ایده‌ال عدد صفر را نشان خواهد داد. (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

بدین ترتیب، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز برابر با نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری خواهد شد و طبق داده‌های سؤال، $\varepsilon=۱۲V$ است، پس ولت‌سنج ایده‌ال عدد ۱۲V را نشان می‌دهد.

شیمی

۷۶ **۱** هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصرهای A، X، D و E به ترتیب $_{۱۳}Al$، $_{۸}O$، $_{۳۱}Ga$ و $_{۳۴}Se$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- Al و Ga در گروه سیزدهم جدول دوره‌ای جای دارند.
- تفاوت عدد اتمی O و Se برابر با ۲۶ بوده که برابر با عدد اتمی نخستین عنصر گروه هشتم جدول دوره‌ای است.
- O و Se دو نافلز و هم‌گروه بوده و در نافلزهای هم‌گروه با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.
- در ترکیب یونی $Al_۲O_۳$، نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها برابر $\frac{۳}{۲}$ است.

۷۷ **۲** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

شیمی‌دان‌ها با تعریف **amu** موفق شدند جرم اتمی دیگر عنصرها و ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.

۷۸ **۴** هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصرهای A و X به ترتیب فلزهای $_{۲۰}Ca$ و $_{۵۰}Sn$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- برای $_{۵۰}Sn$ مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیت دو عدد ۵ و ۶ است:

$$_{۵۰}Sn:[Kr]۴d^{۱۰}۵s^{۲}۵p^{۲}\begin{cases}۵s:n+l=۵+۰=۵\\۵p:n+l=۵+۱=۶\end{cases}$$

- فلز قلیایی خاکی Ca واکنش‌پذیرتر از فلز Sn است.
- تمامی فلزها تمایل به تشکیل کاتیون دارند، کاتیون فلز کلسیم برخلاف قلع، قاعدهٔ هشت‌تایی را رعایت می‌کند.
- فلزهای Ca و Sn به ترتیب در دوره‌های چهارم و پنجم جدول جای دارند.

۷۹ **۲** • منظور از مونومر سازندهٔ پلی‌استیرن همان استیرن $(C_۸H_۸)$ است.

- فراورده نامحلول واکنش مورد نظر کلسیم فسفات $(Ca_۳(PO_۴)_۲)$ است.

$$?atom=۰/۱۳gC_۸H_۸\times\frac{۱molC_۸H_۸}{۱۰۴gC_۸H_۸}\times\frac{۱۶N_A\,atom}{۱molC_۸H_۸}$$

$$=۰/۰۲N_A\,atom$$

$$?ion=۰/۰۸molCa_۳(PO_۴)_۲\times\frac{۵N_A\,ion}{۱molCa_۳(PO_۴)_۲}$$

$$=۰/۴N_A\,ion$$

$$\frac{۰/۰۲N_A}{۰/۴N_A}=۰/۰۵$$

۸۰ **۱**

$$C_xH_y+(x+\frac{y}{۴})O_۲\rightarrow xCO_۲+\frac{y}{۲}H_۲O$$

$$?gC=۸۴/۷gCO_۲\times\frac{۱molCO_۲}{۴۴gCO_۲}\times\frac{۱molC}{۱molCO_۲}\times\frac{۱۲gC}{۱molC}$$

$$=۲۳/۱gC$$

$$?gH=۲۵/۳-۲۳/۱=۲/۲gH$$

$$?molC=۲۳/۱gC\times\frac{۱mol}{۱۲gC}=۱/۹۲۵molC$$

$$?molH=۲/۲gH\times\frac{۱mol}{۱gH}=۲/۲molH$$

$$\frac{y}{x}=\frac{۲/۲}{۱/۹۲۵}=\frac{۸\times۰/۲۷۵}{۷\times۰/۲۷۵}=\frac{۸}{۷}$$

فرمول مولکولی هیدروکربن مضربی از $C_۷H_۸$ خواهد بود و جرم مولی آن نیز مضربی از $۹۲=(۸\times۱)+(۷\times۱۲)$ گرم بر مول است.

۸۱ **۱** ابتدا جرم یون برمید در محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$?gBr^-=۹۰gCaBr_۲(aq)\times\frac{۵gCaBr_۲}{۱۰۰gCaBr_۲(aq)}\times\frac{۱molCaBr_۲}{۲۰۰gCaBr_۲}$$

$$\times\frac{۲molBr^-}{۱molCaBr_۲}\times\frac{۸۰gBr^-}{۱molBr^-}=۳/۶gBr^-$$

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰^۶\Rightarrow۲۰۰۰=\frac{۳/۶gBr^-}{\text{محلول }xg}\times۱۰^۶$$

$$\Rightarrow x=۱۸۰۰g\text{ محلول}$$

$$\text{جرم آب اضافه‌شده}=۱۸۰۰-۹۰=۱۷۱۰gH_۲O$$

https://konkur.info

۸۲ ۳ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

اسمز معکوس یک پدیده غیرخودبه‌خودی است و به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

۸۳ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در مواد مولکولی با مولکول‌های قطبی **همانند** مولکول‌های ناقطبی با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش می‌یابد.

• گازها دارای مولکول‌های مجزا با **کم‌ترین برهم‌کنش‌ها** هستند.

۸۴ ۴ فرض می‌کنیم مخلوط مورد نظر در مجموع شامل ۱۰۰ مول اوره و آب است. مطابق داده‌های سؤال، شمار مول‌های اوره در این مخلوط برابر ۵۰ است. واضح است که شمار مول‌های آب نیز برابر با ۵۰ خواهد بود.

$$?gCO(NH_2)_2 = 50mol \times \frac{60g}{1mol} = 3000gCO(NH_2)_2$$

$$?gH_2O = 50mol \times \frac{18g}{1mol} = 900gH_2O$$

$$\text{درصد جرمی اوره} = \frac{3000g}{(3000+900)g} \times 100 \simeq \%77$$

۸۵ ۱ ابتدا از روی جرم یون NO_3^-، جرم نمک موجود در محلول را به دست می‌آوریم:

$$?gPb(NO_3)_2 = 3/75gNO_3^- \times \frac{1molNO_3^-}{62gNO_3^-} \times \frac{1molPb(NO_3)_2}{2molNO_3^-}$$

$$\times \frac{332gPb(NO_3)_2}{1mol\ Pb(NO_3)_2} \cong 10gPb(NO_3)_2$$

$$\text{جرم آب موجود در محلول} = 40-10 = 30gH_2O$$

اکنون حساب می‌کنیم این مقدار آب $25^\circ C$ توانایی حل کردن چند گرم نمک را دارد:

$$?gPb(NO_3)_2 = 30gH_2O \times \frac{60gPb(NO_3)_2}{100gH_2O} = 18gPb(NO_3)_2$$

$$\text{جرم نمکی که می‌توان اضافه کرد} = 18-10 = 8gPb(NO_3)_2$$

۸۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• در ترکیب مورد نظر همانند ویتامین K گروه عاملی کربونیل $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-)$ دیده می‌شود.

•• فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{20}H_{30}O$ است:

✓ فرمول مولکولی ۳- اتیل ـ ۳- متیل هگزان به صورت C_9H_{20} است و فرمول مولکولی ۳، ۴ ـ دی اتیل ـ ۵- متیل نونان به صورت $C_{14}H_{30}$ است.

• در این ترکیب همانند بنزوئیک اسید $(C_7H_6O_2)$، چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۸۷ ۱

$$Mg(s)+2HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq)+H_2(g)$$

$$2Al(s)+6HCl(aq) \rightarrow 2AlCl_3(aq)+3H_2(g)$$

اگر جرم منیزیم را برحسب گرم با a نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{1\times24} = \frac{x}{1\times2} \Rightarrow a = 12x$$

$$\frac{(19/8-a)}{2\times27} = \frac{(2/1-x)}{3\times2} \Rightarrow \frac{19/8-a}{9} = 2/1-x$$

$$\xrightarrow{a=12x} \frac{19/8-12x}{9} = 2/1-x$$

$$\Rightarrow x = 0/3gH_2 \Rightarrow a = 12(0/3) = 3/6gMg$$

$$\%Mg = \frac{3/6g}{19/8g} \times 100 = \%18/18$$

۸۸ ۴

$$I)\ C_8H_{10}+KMnO_4 \rightarrow C_8H_6O_4+\dots$$

$$II)\ C_8H_6O_4+2CH_3OH \rightarrow \underset{[\text{استر}]}{C_{10}H_{10}O_4}+2H_2O$$

مطابق معادله‌های بالا می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

$$C_8H_{10} \sim C_8H_6O_4 \sim C_{10}H_{10}O_4$$

$$\frac{5/3g \times \frac{60}{100} \times \frac{60}{100}}{1\times106} = \frac{x\ g}{1\times194} \Rightarrow x = 3/492g$$

۸۹ ۴ معادلهٔ واکنش هدف به صورت زیر است:

$$C_4H_8(g)+H_2O(l) \rightarrow C_4H_{10}O(l) \quad \Delta H_t = ?$$

برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کرد:

✓ واکنش a را وارونه کرد.

✓ واکنش c را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرد.

✓ واکنش b را به همان صورت نوشت.

سپس این سه واکنش را با هم جمع کرد.

$$\Delta H_t = -\Delta H_a - \frac{1}{2}\Delta H_c + \Delta H_b = -(-8) - \frac{1}{2}(-572)$$

$$+(-340) = -46kJ$$

$$?kJ = 6/72gC_4H_8 \times \frac{1molC_4H_8}{56gC_4H_8} \times \frac{46kJ}{1molC_4H_8} = 5/52kJ$$

۹۰ ۱

$$4NH_3(g)+5O_2(g) \rightarrow 4NO(g)+6H_2O(g)$$

واضح است که مادهٔ (۱) واکنش‌دهنده و مادهٔ (۲) فراورده است. از آن‌جا که تغییرات مول مادهٔ (۱) در ۳۰ ثانیه برابر با ۵/۶ و برای مادهٔ (۲) برابر با ۸/۴ است می‌توان نتیجه گرفت که ضریب فراوردهٔ (۲)، ۱/۵ برابر ضرایب واکنش‌دهندهٔ (۱) است. یعنی ماده‌های (۱) و (۲) به ترتیب NH_3 و H_2O هستند.

$$4NH_3+5O_2 \rightarrow 4NO+6H_2O$$

$$10-4x \quad A-5x \quad 4x \quad 6x$$

$$\Rightarrow \text{ثانیه ۲۰ام}: (4x+6x)-5/4 = 10-4x$$

$$\Rightarrow x = 1/1mol \Rightarrow b = 10-4(1/1) = 5/6,\ d = 6(1/1) = 6/6$$

$$\text{ثانیه دوم}\ 10: \bar{R}_{NH_3} = 4\bar{R}_{\text{واکنش}} \Rightarrow 4(3) = \frac{a-b}{\frac{10}{60}} \Rightarrow a-b = 2$$

$$\Rightarrow a = 5/6+2 = 7/6$$

$$\bar{R}_{H_2O} = 6\bar{R}_{\text{واکنش}}$$

$$\Rightarrow 6(3) = \frac{d-c}{\frac{10}{60}} \Rightarrow d-c = 3 \Rightarrow c = 6/6-3 = 3/6$$

$$\frac{a+d}{b+c} = \frac{7/6+6/6}{5/6+3/6} \simeq 1/54$$

https://konkur.info

۹۱ **۱**

$$CH_4(g)+\frac{1}{2}O_2(g)\rightarrow CH_3OH(g)$$

$$\Delta H=\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{پیوندهای تشکیل‌شده}\end{matrix}\right]-\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{پیوندهای شکسته‌شده}\end{matrix}\right]$$

$$\Delta H=[4\Delta H(C-H)+\frac{1}{2}\Delta H(O=O)]-[3\Delta H(C-H)+\Delta H(C-O)+\Delta H(O-H)]$$

$$\Delta H(C-H)\quad \Delta H(C-H)=0$$

$$=[415+\frac{1}{2}(495)]-[(360)+(465)]=-162/5\,kJ$$

۹۲ **۴** تمامی عبارت‌های پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- فرمول مولکولی هر کدام از دو ترکیب به صورت $C_{12}H_{13}NO_2$ است.
- در هر کدام از ساختارها، ۳۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد:

$$\frac{12(4)+13(1)+1(3)+2(2)}{2}=34$$

- شمار اتم‌های کربن هر کدام از ساختارها همانند مولکول مالتوز $(C_{12}H_{22}O_{11})$ برابر با ۱۲ اتم کربن است.
- ترکیب (II) دارای گروه‌های عاملی آمینی و اسیدی بوده و برای تولید پلی‌آمیدها مناسب است.
- در ساختار (I) برخلاف ساختار (II)، گروه عاملی آمیدی $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\overset{|}{N}-)$ وجود دارد.

۹۳ **۲** عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- برای شرکت کردن در واکنش‌های تولید پلی‌استر و پلی‌آمید، وجود پیوند $C\equiv C$ ضروری نیست.
- از واکنش ۳ مول الکل تک‌عاملی با یک مول کربوکسیلیک اسید سه‌عاملی، **یک مول استر سه‌عاملی** تولید می‌شود.

۹۴ **۳** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

پلیمرهای A و B به ترتیب تفلون $(-C_2F_4-)_n$ و پلی‌وینیل کلرید $(-C_2H_3Cl-)_n$ هستند.

$$\%C_A=\frac{2(12)}{2(12)+4(19)}\times 100=\%24$$

$$\%C_B=\frac{2(12)}{2(12)+3+35/5}\times 100=\%38/4$$

$$\frac{\%C_A}{\%C_B}=0/625$$

۹۵ **۲**

$$pH=10/1\Rightarrow [OH^-]=10^{-(10/1-14)}=10^{-3/9}=10^{-3-0/9}$$

$$=10^{-0/3}\times\frac{1}{10^{0/9}}=10^{-3}\times\frac{1}{(10^{0/3})^3}=\frac{1}{8}\times 10^{-3}$$

$$[H^+]=\frac{10^{-14}}{[OH^-]}=\frac{10^{-14}}{\frac{1}{8}\times 10^{-3}}=8\times 10^{-11}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]}=\frac{\frac{1}{8}\times 10^{-3}}{8\times 10^{-11}}=\frac{1}{64}\times 10^{8}=1/5625\times 10^{6}$$

برای این‌که pH محلول مورد نظر از ۱۰/۱ به ۹/۵ برسد باید ۰/۶ واحد کاهش یابد. به این ترتیب حجم محلول باید $10^{0/6}$ مرتبه افزایش یابد.

$$10^{0/6}=(10^{0/3})^2=2^2=4$$

۹۶ **۳**

$$K_a=\frac{\alpha^2.M}{1-\alpha}\Rightarrow K_a=\frac{\alpha(\alpha.M)}{1-\alpha}\Rightarrow 2\times 10^{-4}=\frac{\alpha(8\times 10^{-4})}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 4\alpha=1-\alpha\Rightarrow 1=5\alpha\Rightarrow \alpha=0/2$$

$$[H^+]=\alpha M\Rightarrow 8\times 10^{-4}=0/2M\Rightarrow M=4\times 10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$HCOOH+NaOH\rightarrow HCOONa+H_2O$$

$$\frac{0/004\times 1/2}{1}=\frac{x}{1\times 40}\Rightarrow x=0/192g\equiv 192mg$$

۹۷ **۱**

$$2RCOONa+CaCl_2\rightarrow Ca(RCOO)_2+2NaCl$$

$$\frac{\text{گرم کلسیم کلرید}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{گرم سدیم کلرید}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow\frac{x\ g\ CaCl_2}{1\times 111}=\frac{35/1\ g\ NaCl}{2\times 58/5}\Rightarrow x=33/3\ g\ CaCl_2$$

$$ppm=\frac{\text{گرم کلسیم کلرید}}{\text{گرم محلول}}\times 10^6\Rightarrow ppm=\frac{33/3g}{12000}\times 10^6=2775$$

۹۸ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

تولید صنعتی فلز سدیم، برقکافت سدیم کلرید مذاب است:

$$2NaCl(l)\rightarrow 2Na(l)+Cl_2(g)$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

- یون Na^+ شعاع کوچک‌تری دارد و در **کاتد**، کاهش یافته و تبدیل به فلز Na می‌شود.
- اطراف الکترود آند که به قطب **مثبت** باتری وصل است، حباب‌های گاز Cl_2 مشاهده می‌شود.

۹۹ **۴** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش کلی سلول $Ag-M$ به صورت زیر است:

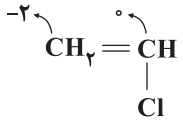
$$M^{3+}(aq)+3Ag(s)\rightarrow M(s)+3Ag^+(aq)$$

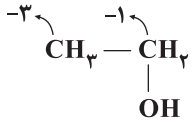
$$\frac{6/566g\,M}{1\times x}=\frac{(\frac{20}{100}\times 1mol.L^{-1})Ag^+\times 0/5L}{3}\Rightarrow x=197g.mol^{-1}$$

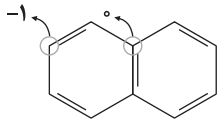
در سلول گالوانی استاندارد، غلظت اولیهٔ هر کدام از الکترولیت‌ها $1mol.L^{-1}$ است. از طرفی در سلول مورد نظر، فلزهای Ag و M به ترتیب نقش آند و کاتد را دارند.

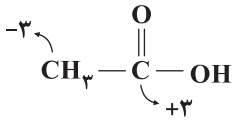
https://konkur.info

۱۰۰ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**

۱)  $[۰-(-۲)=۲]$

۲)  $[-۱-(-۳)=۲]$

۳)  $[۰-(-۱)=۱]$

۴)  $[+۳-(-۳)=۶]$

۱۰۱ **۲** عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فلز روی نمی‌تواند وانادیم (V) را به فلز وانادیم کاهش دهد.
- در $TiO_۲$ که یک رنگدانهٔ معدنی سفید، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، دو برابر عدد کوئوردیناسیون آنیون است.

۱۰۲ **۳** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

دوده همهٔ طول موج‌های **مرئی** را جذب می‌کند.

۱۰۳ **۳** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در دمای اتاق واکنش میان گازهای $N_۲$ و $H_۲$ حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش نمی‌رود.

۱۰۴ **۳** به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. فلز آهن جزو مواد خام طبقه‌بندی نمی‌شود.

۱۰۵ **۳** حجم ظرف در مقدار K بی‌تأثیر است. بنابراین محاسبه‌ها را بر مبنای مول انجام می‌دهیم:

$$N_۲ + O_۲ \rightleftharpoons ۲NO$$

مول اولیه	۴	۴	۰
مول تعادلی	$۴-x$	$۴-x$	$۲x$

$$K=\frac{[NO]^۲}{[N_۲][O_۲]} \Rightarrow ۱۹۶=\frac{(۲x)^۲}{(۴-x)(۴-x)} \xrightarrow{\sqrt{\ }} ۱۴=\frac{۲x}{۴-x}$$

$$\Rightarrow ۵۶-۱۴x=۲x \Rightarrow ۵۶=۱۶x \Rightarrow x=۳/۵$$

در صورتی که تمام ۴ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شود، بازده فرایند ۱۰۰٪ خواهد بود. با توجه به مصرف ۳/۵ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها بازده درصدی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{۳/۵}{۴} \times ۱۰۰ = ٪۸۷/۵$$

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur.info
https://konkur.info