

بروزترین و ابرترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO





آزمون «۸ مهرماه ۱۴۰۱»

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اجباری (دهم و یازدهم): ۱۱۵ دقیقه

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اختیاری (دوازدهم): ۸۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۱۵۰ سوال

نام درس	تعداد سوال	شماره سوال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱	۱-۱۰	۱۵'
	۲	۱۱-۲۰	۱۵'
	۳	۲۱-۳۰	۱۰'
	۴	۳۱-۴۰	۱۵'
	۵	۴۱-۵۰	۱۰'
	۶	۵۱-۶۰	۱۰'
	۷	۶۱-۷۰	۱۵'
	۸	۷۱-۸۰	۱۵'
	۹	۸۱-۹۰	۱۰'
	۱۰	۹۱-۱۱۰	۲۵'
اختیاری	۱۱	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
	۱۲	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
	۱۳	۱۳۱-۱۴۰	۱۵'
	۱۴	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
	۱۵	۱-۱۵۰	۱۹۵'
جمع کل			

جدیدآورندگان

نام درس	نام طراح
ریاضی پایه و حسابان ۲	رضا اکبری-سعید آذرخزین-میثم بهرامی جویا-حامد چوقادی-عادل حسینی-فرامرز سیهری-علی سلامت-علی اصغر شریفی علی شهرابی-نسترن صمدی-علی کردی-بهم کلاتریان-اکبر کلاه ملکی-محمد جواد محسنی-امیر محمودیان-علی مرشد رحمی مشتاق نظم-میلاد منصوری-ابراهیم نجفی-امین نصرالله-جهانبهخش نیکنام-پدرام نیکوکار
هندرس	امیرحسین ایومحبوب-علی ایمانی-سید محمد رضا حسینی-فرید-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-فرشاد فرامرزی احمدرضا فلاج سهام مهدی بور-مجید محمدی نویسی-امیر وفاتی-سرژ یقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گستته	امیرحسین ایومحبوب-علی ایمانی جواد حاتمی-سید محمد رضا حسینی-فرید-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-حسین خزابی سیدوحید ذوالفقاری-احمدرضا فلاج-مرتضی فهیم علوی-بلوفر مهدوی-محمد هجری
فیزیک	عباس اصغری-رضا امامی-زهرا آقامحمدی-امیرحسین برادران-ابوالفضل خالقی-میثم دشتیان-محمدعلی راست یمان-سجاد شهرابی فراهانی علی عاقی-علی قائمی-علیرضا گوهه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا حاجی-ارش مروی-سیدعلی میرنوری-مجتبی نکویان
شیمی	مجتبی اسدزاده-حسن اسامیعیل زاده-نوید آرمات- قادر باخاری-فرزین بوستانی-محمد رضا پور جاوید-علی جدی-مسعود جعفری امیرحسین حسینی-حسن رحمتی کوکنده-محمد رضا زهرونده-رضا سیمایی-میثم شرافتی بور-ساجد شیری-محمد عظیمیان زواره حسن لشکری-محمد حسن محمدزاده مقدم-سید محمد رضا میر قائمی-امین نوروزی-اکبر هرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	گزینشگر
عادل حسینی	امیرحسین ایومحبوب	ایمان حسین نژاد
علی ارجمند	مهرداد ملوندی	پاسر راش
سیده اسكندری	مهرداد ملوندی	محمد حسن محمدزاده مقدم یلدا شیری
عادل حسینی	امیرحسین ایومحبوب	بازیگری نهایی: امیرحسین عزیزی
سمیه اسكندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	امیرحسین مسلمی

کروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنیزاده	مسئول دفترچه
مسئول دفترچه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
میلاد سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی فلمنجی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.اگر α و β ریشه‌های معادله $x^3 - x - 3 = 0$ باشند، ریشه‌های کدامیک از معادله‌های زیر $\alpha^3 - 3\alpha$ و $\beta^3 - 3\beta$ هستند؟

$$x^3 - 7x + 9 = 0 \quad (2)$$

$$x^3 + 7x + 9 = 0 \quad (1)$$

$$x^3 + 7x - 9 = 0 \quad (4)$$

$$x^3 - 7x - 9 = 0 \quad (3)$$

اگر نقاط $A(2, 3)$ ، $B(6, 2k-3)$ و $C(k, -1)$ رئوس مثلث قائم‌الزاویه $\hat{A} = 90^\circ$ باشند، فاصله پای میانه وارد برو و ترا

تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\sqrt{29} \quad (2)$$

$$\sqrt{26} \quad (1)$$

$$\sqrt{37} \quad (4)$$

$$\sqrt{34} \quad (3)$$

اگر $f(x) = \frac{1}{3x} + \infty$ باشد، $\{x \mid f(x) = g(x)\}$ و دامنه تابع $g(x) = \frac{f}{x}$ برابر باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

اگر $f(x) = \frac{1}{\Delta}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ باشد، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda)$ کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

مجموع جواب‌های معادله $\log_{\gamma}^{(\gamma x-1)} - \log_{(\gamma x-1)}^{\gamma} = 1$ کدام است؟

$$8 \quad (2)$$

$$\frac{17}{3} \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$\frac{13}{3} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



-۶ از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{4\pi}{3}$ روی دایره مثلثاتی، مثلثی تشکیل می‌شود. مساحت این مثلث کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

(۱)

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

(۳)

$$\text{اگر } \tan 15^\circ = -\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = -\frac{127}{73} \quad -۷$$

$$0/36 \quad (۲)$$

(۱)

$$0/19 \quad (۴)$$

(۳)

$$\text{ساده شده عبارت } A = \frac{1}{\sin^2 22.5^\circ} + \frac{1}{\cos^2 22.5^\circ} \quad -۸$$

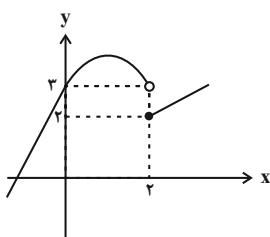
$$\frac{1}{8} \quad (۲)$$

(۱)

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

(۳)

-۹ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است و تابع $g(x) = \frac{x^r + mf(x)}{m[x] + f(x)}$ در $x=2$ حد دارد. مجموع مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟ ([]، نماد جزو صحیح است).



(۱) صفر

-۱ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

$$\text{تابع } f(x) \text{ در } x=2 \text{ پیوسته است. مقدار } b \text{ کدام است؟} \quad -۱۰$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^r-a} & ; x < 2 \\ b+x & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$-\frac{23}{12} \quad (۲)$$

-۳ (۱)

$$\frac{5}{3} \quad (۴)$$

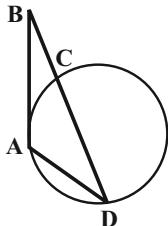
۷/۱۲ (۳)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲ - کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.۱۱ - در شکل زیر $AB = BD = 16$ و $AD = 10$ است. اگر BA بر دایره مماس باشد، محیط مثلث ACD کدام است؟

۲۱ (۱)

۲۴ (۲)

۲۶ (۳)

۳۰ (۴)

۱۲ - دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۸ و طول خط‌المرکزین ۱۳ داریم. اگر از مرکز دایره بزرگتر مماسی بر دایره کوچکتر رسم کنیم، طول

این مماس کدام است؟

۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

۱۰/۵ (۴)

۱۲ (۳)

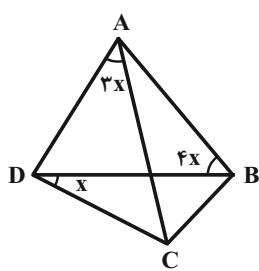
۱۳ - دو دایره $C(O, 4)$ و $C'(O', 3)$ مماس خارج هستند. فاصله مرکز دایره C از نقطه تماس مماس مشترک خارجی دو دایره بادایره C' کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۲ (۴)

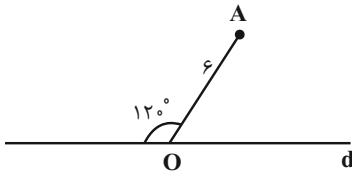
۱۰ (۳)

۱۴ - در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. اندازه زاویه A چند برابر اندازه زاویه B است؟ $\frac{3}{7}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر A' بازتاب نقطه A نسبت به خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟



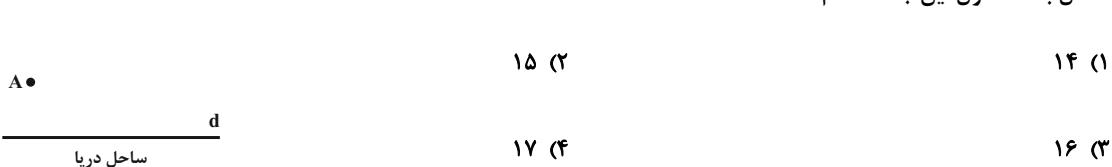
- ۹ (۱)
۹ $\sqrt{3}$ (۲)
۱۸ (۳)
۱۸ $\sqrt{3}$ (۴)

۱۶- دایره C به مرکز O و شعاع ۲ و نقطه A را به فاصله ۶ از O در نظر می‌گیریم. تصویر دایره C را در تجانس به مرکز A و نسبت تجانس (-۳) دایره C' می‌نامیم. طول مماس مشترک داخلی دو دایره کدام است؟

- ۱۶ $\sqrt{2}$ (۲)
۱۵ $\sqrt{2}$ (۱)
۱۸ $\sqrt{2}$ (۴)
۱۷ $\sqrt{2}$ (۳)

۱۷- مطابق شکل زیر، دو شهر A و B به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۹ کیلومتر از ساحل دریا قرار

دارند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین این دو شهر احداث کنیم به گونه‌ای که ۳ کیلومتر از جاده در کنار ساحل باشد، طول این جاده کدام است؟



۱۸- در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = 10$ ، $AB = 6$ باشد، $\sin \hat{C}$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{185}}{14}$ (۴)
 $\frac{3}{14}$ (۳)
 $\frac{13}{14}$ (۲)
 $\frac{3\sqrt{3}}{14}$ (۱)

۱۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{B} = 90^\circ$. AD نیمساز زاویه داخلی A است. اگر $CD = 4$ و $BD = 6$ باشد، طول AD کدام است؟

- $2\sqrt{21}$ (۲)
 $4\sqrt{5}$ (۱)
 $4\sqrt{6}$ (۴)
 $3\sqrt{10}$ (۳)

۲۰- در مثلثی با اضلاع ۹، ۱۰ و ۱۷، طول بلندترین ارتفاع کدام است؟

- ۸ (۲)
۶ (۱)
۱۰ (۴)
۹ (۳)



پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

۲۱- در جدول ارزش گزاره‌های زیر، ارزش ستون‌های خالی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

p	q	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow (p \wedge q)$	
					ن

۱) ن-ن-د-ن ۲) د-ن-د-ن

۳) د-ن-ن-د ۴) د-ن-د-ن

۱) ن-ن-د-ن

۳) ن-د-ن-د

۲۲- کدامیک از گزینه‌های زیر الزاماً درست است؟

$$A \subseteq B, A \subseteq B' \Rightarrow B = \emptyset \quad (1)$$

$$A - B \subseteq B - A \Rightarrow A = B \quad (2)$$

$$A \cup B \subseteq A \cap B \Rightarrow A = B \quad (3)$$

$$B - A \subseteq A \Rightarrow B = \emptyset \quad (4)$$

۲۳- مجموعه $(A - B) \cup (A \cap C)$ همواره با کدامیک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$$A - (B - C) \quad (2)$$

$$(A - B) - C \quad (1)$$

$$A - (B \cup C) \quad (4)$$

$$(A \cap C) - B \quad (3)$$

۲۴- اگر $A = \{2, 5, x+1\}$ و $B = \{3, 2-y, 2z+3\}$ ، $x, y, z \in \mathbb{R}$ باشد، بیشترین مقدار ممکن برای xyz کدام است؟

۱) ۳ (۲)

۱) صفر

۲) ۷ (۴)

۵ (۳)

۲۵- فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ است. اگر $C = \{a_4, a_5\}$ و $B = \{a_1, a_2\}$ ، $A = \{a_3\}$ است. اگر $P(C) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ باشد، احتمال پیشامد $\{a_1\}$ کدام است؟

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{15} \quad (2)$$

$$\frac{1}{10} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$



۲۶- در پرتاب دو تاس می‌دانیم مجموع اعداد رو شده مضرب عدد تاس اول است. با چه احتمالی مجموع اعداد رو شده برابر ۶ است؟

$$\frac{3}{14} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

۲۷- از یک جعبه که شامل ۳ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید است، دو مهره به تصادف و با جایگذاری بیرون می‌آوریم. با

کدام احتمال این دو مهره همنگ نیستند؟

$$\frac{11}{32} \quad (2)$$

$$\frac{9}{32} \quad (1)$$

$$\frac{23}{32} \quad (3)$$

$$\frac{21}{32} \quad (3)$$

۲۸- اگر واریانس داده‌های $y + 2, 4, 4, x - 1, y + 2$ برابر صفر باشد، واریانس داده‌های $x, y, 5, 5, x, y$ کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{27}{16} \quad (1)$$

$$\frac{189}{64} \quad (3)$$

$$\frac{15}{8} \quad (3)$$

۲۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۵، ۱۳، ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۸، ۶، ۳، ۱۴، ۸، ۲۳، ۵، ۹ و ۱۷، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

$$11 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$13 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

۳۰- با انتخاب نمونه‌ای به اندازه n از جامعه‌ای با انحراف معیار ۴، فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت [۱۱, ۱۳] برآورد شده است. اندازه نمونه انتخاب شده کدام است؟

$$36 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$144 \quad (3)$$

$$64 \quad (3)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲- کل کتاب

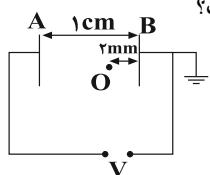
پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

- ۳۱ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 10 cm از هم قرار دارند و میدان الکتریکی حاصل از این بارها در نقطه O به ترتیب $\vec{E}_1 = -5\vec{E}_2$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$q_1 = -\frac{10}{3}q_2 \quad (1)$$

$$q_2 = \frac{9}{5}q_1 \quad (3)$$

- ۳۲ دو صفحه رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل به یک باطری وصل کرده‌ایم. اگر کار میدان الکتریکی در جابه‌جایی بار $q = 2\mu\text{C}$ از نقطه O تا صفحه A برابر با 40 mJ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه O چند ولت است؟



۲۰ (۱)

-۲۰ (۲)

۵ (۳)

-۵ (۴)

- ۳۳ دو صفحه خازنی را که فاصله بین صفحات آن از هوا پرشده است، به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل می‌کنیم. در کدام یک از حالت‌های زیر با فرض ثابت ماندن بقیه شرایط، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن دو برابر می‌شود؟

- (الف) فاصله بین صفحات خازن را نصف کنیم.
 (ب) فاصله بین صفحات خازن را با دیالکتریکی با ثابت ۲ به طور کامل پر کنیم.
 (ج) ابعاد صفحات خازن را دو برابر کنیم.

(۴) الف و ج

(۳) ج

(۲) ب

(۱) الف

- ۳۴ اگر از یک سیم مسی به طول 40 m و سطح مقطع 5 mm^2 ، جریان ثابت 5 A بگذرد، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر این سیم چند ولت است؟ (مقاومت ویژه مس برابر با $\Omega \cdot \text{m} = 1.2 \times 10^{-8}$ و دما ثابت است).

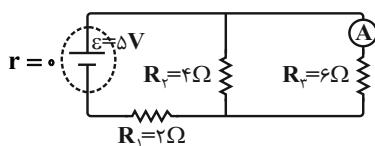
۰/۲ (۱)

۲۰ (۴)

۰/۰۲ (۱)

۲۰ (۳)

- ۳۵ در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و باطری آرمانی را عوض کنیم، عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر تغییر می‌کند؟



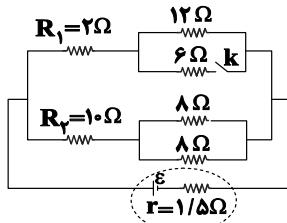
۰/۲۵ (۱)

۰/۵ (۲)

۰/۷۵ (۳)

(۴) تغییر نمی‌کند.

- ۳۶ در شکل زیر، پس از بستن کلید k، توان مصرفی مقاومت R_2 و توان مصرفی مقاومت R_1 می‌باشد.



(۱) کاهش - کاهش

(۲) افزایش - کاهش

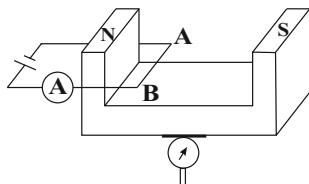
(۳) کاهش - افزایش

(۴) افزایش - افزایش

محل انجام محاسبات



-۳۷ در شکل زیر آهنربا بر روی یک ترازو قرار دارد و سیم افقی AB به طول 20cm عمود بر خطهای میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب معلق و در حال تعادل است و آمپرسنج 40A و ترازو F_1 را نشان می‌دهد. با عوض کردن جای قطب‌های باتری عدد ترازو F_2 خواهد شد. اگر اختلاف F_1 و F_2 برابر 4N باشد، اندازه میدان مغناطیسی آهنربا چند واحد SI است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۰/۲۵ (۳)

۰/۵ (۴)

-۳۸ سیمی فلزی به طول 10 m و مقاومت $6\text{ }\Omega$ را به صورت سیم‌لوله‌ای به قطر 4 cm و طول 10 cm درمی‌آوریم. اگر دو سر سیم‌لوله را به اختلاف پتانسیل 30 V وصل کنیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

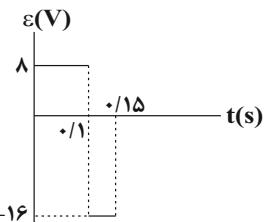
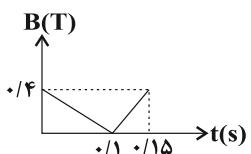
۵۰ (۴)

۵ (۳)

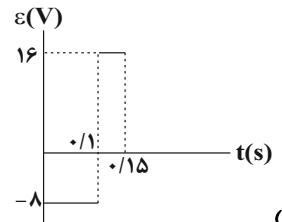
۲۵ (۲)

۲۵۰ (۱)

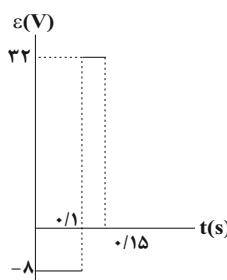
-۳۹ بیچه‌ای دارای 800 g حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن 25cm^2 است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته که خطهای میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه‌اند. اگر نمودار میدان مغناطیسی بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، نمودار نیروی حرکة القایی بر حسب زمان کدام است؟



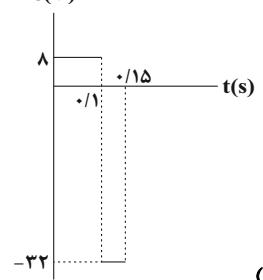
(۲)



(۱)

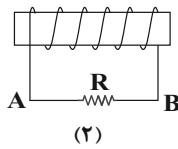


(۴)

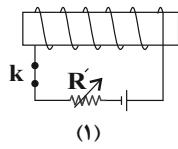


(۳)

-۴۰ در شکل زیر، در کدام یک از حالت‌های گفته شده و تغییر در مدار (۱)، جهت جریان القایی که از مقاومت R (در مدار ۲) عبور می‌کند، از A به B است؟



(۲)



(۱)

b فقط (۲)

c) هیچ‌کدام از حالت‌های a، b و (۴)

k) باز کردن کلید (a)

R' افزایش مقاومت (b)

c) حرکت سیم‌لوله (۱) به طرف راست

c) هر سه حالت a، b و (۱)

c و a (۳)

محل انجام محاسبات

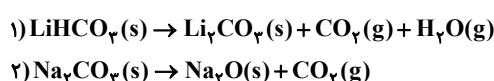


شیمی ۲ - کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

C
Si
Ge
Sn
Pb

- ۴۱ با توجه به عنصرهای روبه رو همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز.....
- (۱) اتم عنصرهای نافلزی و شبه فلزی در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.
 - (۲) در آرایش الکترونی اتم آن‌ها، شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه با نخستین زیرلایه اشغال شده یکسان است.
 - (۳) خواص فیزیکی و شیمیایی یکسانی داشته و خواص فیزیکی آنها بیشتر شبه فلزهای Ge و Si است.
 - (۴) با افزایش شعاع اتمی در این گروه، خصلت فلزی و شمار زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون افزایش می‌یابد.
- ۴۲ بر اثر تجزیه مخلوطی حاوی مول‌های برابری از Na_2CO_3 و LiHCO_3 ، $26/4\text{ g}$ گاز CO_2 و $4/5\text{ g}$ بخار آب تولید می‌شود. بازده درصدی واکنش اول چند برابر بازده درصدی واکنش دوم است؟ (معادله‌ها موازن نشده است.)
(C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-۱})



۴ (۴)

۳/۴ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

-۴۳ همه موارد زیر نادرست‌اند، به جز: (H = ۱, C = ۱۲: g.mol^{-۱})

- (۱) ترکیب «۴-اتیل-۲-دی‌متیل‌هگزان» با ترکیب $\text{C}_7\text{H}_7\text{CH}(\text{C}_2\text{H}_5)\text{CH}_3$ (CH₃)₂CCH₂CH(C₂H₅)CH₃ ایزومر است.



- (۲) اگر به جای اتم‌های هیدروژن در اتان، یک گروه اتیل و ۵ گروه متیل قرار دهیم، فرمول پیوند - خط ترکیب به دست آمده به صورت روبرو است.

(۳) نام «۵-برمو-۱-کلورو پنتان» می‌تواند نام درستی برای یک ترکیب آلی باشد.

(۴) بیش از ۹۰ درصد جرم ترکیب «۲، ۲، ۳-ترامتیل‌پنتان» را اتم‌های کربن تشکیل می‌دهد و با نونان ایزومر است.

- ۴۴ اگر آنتالپی سوختن گرافیت برابر 393 kJ - کیلوژول بر مول باشد، ارزش سوختی این ماده چند کیلوژول بر گرم است و برای تأمین گرمای لازم برای تجزیه 171 g آلومینیم سولفات با خلوص ۸۰٪ مطابق واکنش زیر، چند گرم گرافیت باید سوزانده شود؟
(Gزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(از گرمای جذب شده توسط ناخالصی‌های آلومینیم سولفات صرف نظر کنید.)



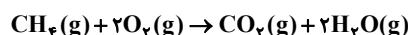
۶/۴، ۳/۱/۷۵ (۴)

۴/۶، ۳/۲/۷۵ (۳)

۶/۴، ۳/۲/۷۵ (۲)

۴/۶، ۳/۱/۷۵ (۱)

- ۴۵ اگر میانگین آنتالپی پیوند H - C به اندازه $50\text{ kJ.mol^{-1}}$ از میانگین آنتالپی پیوند O - H کمتر و میانگین آنتالپی پیوند C = O به اندازه $302\text{ kJ.mol^{-1}}$ از میانگین آنتالپی پیوند O = O بیشتر باشد، ΔH واکنش زیر برابر چند کیلوژول است؟



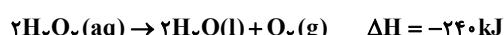
-۸۳۲ (۴)

-۸۰۴ (۳)

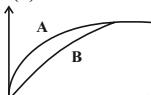
-۷۸۴ (۲)

-۷۵۶ (۱)

- ۴۶ در دو ظرف A و B به طور همزمان و در شرایط یکسان مقدار 100 میلی‌لیتر محلول $2/0\text{ مولار}$ آب اکسیژن (هیدروژن پراکسید) قرار داده شده است، اگر به ظرف A چند قطره پتاسیم یدید اضافه شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



حجم گاز (L)



نمودار تغییرات حجم گاز حاصل در دو ظرف به صورت روبرو است:

● با گرم کردن محلول‌ها، واکنش در ظرف A با سرعت بیشتری پیش می‌رود.

● در صورت تکرار آزمایش با همان حجم محلول $1/0\text{ مولار}$ ، گرمای آزاد شده به نصف کاهش خواهد یافت.

● سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ظرف A، قطعاً بیشتر از سرعت متوسط تولید H_2O در ظرف B است.

۴ (۴)

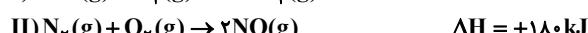
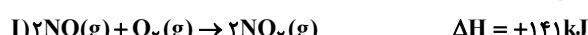
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



-۴۷ با توجه به واکنش‌های زیر، اگر ۲۰۰ گرم N_2O_5 با خلوص ۷۵ درصد در اثر واکنش: $2N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2(g) + 5O_2(g)$ تجزیه شود، به تقریب چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (بازده این واکنش ۸۰ درصد است و $N = 14, O = 16: g/mol^{-1}$)



۲۹۵/۵ (۴)

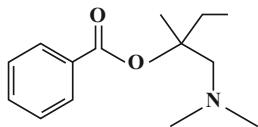
۳۵۲/۶ (۳)

۲۸۲/۵ (۲)

۳۶۹/۴ (۱)

-۴۸ چند مورد از مطالب داده شده، درباره ماده‌ای با ساختار زیر درست است؟ ($C = 12, H = 1: g/mol^{-1}$)

(آ) درصد جرمی اتم‌های کربن ۸ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن است.



(ب) پیوند اشتراکی بین اتم‌ها در ساختار آن وجود دارد.

(پ) شمار الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر با شمار الکترون‌های پیوندی در مولکول نیتریک اسید است.

(ت) مولکول‌های این ترکیب، یک گروه عاملی مشترک با مولکول ویتامین (ث) دارند و هر دو ترکیب می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی ایجاد کنند.

(ث) این مولکول می‌تواند از سمت گروه عاملی آمینی خود با کربوکسیلیک اسیدها واکنش بدهد.

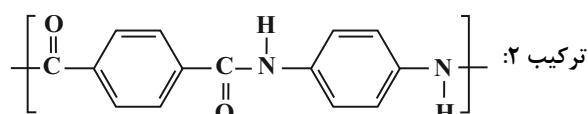
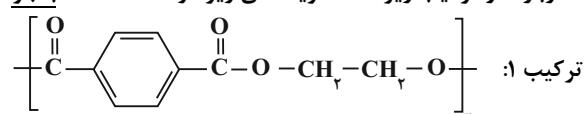
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

-۴۹ درباره دو ترکیب زیر، همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز: ($C = 12, H = 1, O = 16, N = 14: g/mol^{-1}$)



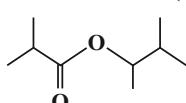
(۱) ترکیب‌های (۱) و (۲) به ترتیب از دسته پلی‌استرها و پلی‌آمیدها هستند.

(۲) ترکیب (۲)، از دی‌آمین و دی‌اسید و ترکیب (۱) از دی‌الکل و دی‌اسید ساخته شده است.

(۳) تفاوت مجموع شمار پیوندهای موجود در یک مولکول از مونومرهای تشکیل‌دهنده ترکیب (۱)، در مقایسه با ترکیب (۲)، برابر ۱۱ است.

(۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده این دو ترکیب برابر ۴۶ گرم بر مول است.

-۵۰ چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($N = 14, C = 12, Cl = 35/5, F = 19, H = 1, O = 16: g/mol^{-1}$)



(آ) درصد جرمی کربن در وینیل کلرید بیشتر از درصد جرمی کربن در تترافلورواتن است.

(ب) در اثر آبکافت استر رویه‌رو، جرم برابری از فراورده‌ها تولید می‌شود.

(پ) درصد جرمی اکسیژن در آمید حاصل از واکنش ساده‌ترین آمین و بنزوئیک اسید، به تقریب برابر ۲/۱۳٪ است.

(ت) پلی‌استرها فقط از واکنش دی‌اسیدها با دی‌الکل‌ها تولید می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

ریاضی ۱- کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

- ۵۱- یک کتاب فروشی اینترنتی برای فروش کتاب‌های کمک درسی ریاضی (۱) و هندسه (۱) در یک روز خاص ۱۴۰ نفر مراجعه کننده داشته است. ۸۰ نفر کتاب کمک درسی ریاضی (۱) و ۳۰ نفر کتاب کمک درسی هندسه (۱) خریداری کردند و ۵۰ نفر هیچ کتابی نخریدند. چند نفر فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند؟

۶۰ (۲)

۷۰ (۱)

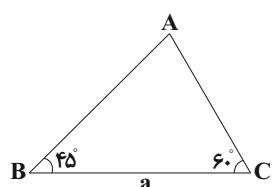
۴۰ (۴)

۵۰ (۳)

- ۵۲- با اضافه کردن یک مقدار ثابت به هر یک از عددهای ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سه عدد حاصل با همین ترتیب (از راست به چپ) تشکیل دنباله هندسی می‌دهند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

 $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳)

- ۵۳- مساحت مثلث مقابل بر حسب a کدام است؟



$$\frac{a^2}{2(1+\sqrt{3})} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{1+\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})} \quad (3)$$

$$\frac{a^2}{1+\sqrt{3}} \quad (4)$$

- ۵۴- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{5+2}}{2} \times (\sqrt{5}-\sqrt{3}) \frac{1}{\sqrt{5-2}}$ کدام است؟

 $2\sqrt{5}$ (۲)

(۱)

۱۶ (۴)

 $4\sqrt{5}$ (۳)

محل انجام محاسبات



- ۵۵ اگر مجموعه جواب نامعادله $x + 5 < 1 - x < 1 - 3x + a$ بازه (a, b) باشد، مجموعه جواب نامعادله $|3x + a| < b + 1$ کدام است؟

$$\left(\frac{1}{3}, 1\right) \quad (2)$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 1\right) \quad (1)$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 1\right) \quad (4)$$

$$\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad (3)$$

- ۵۶ رابطه $\{(x+2, x^2), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

۱ (۲)

(۱) هیچ مقدار

۳ (۴)

۲ (۳)

- ۵۷ از بین n کتاب ریاضی و $n-1$ کتاب شیمی، به ۱۶ حالت می‌توانیم ۲ کتاب هم‌مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم ۳

کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

۱۲۰ (۲)

۸۴ (۱)

۱۰ (۴)

۵۶ (۳)

- ۵۸ چند عدد سه رقمی وجود دارد که «یکان > دهگان ≥ صدگان» باشد؟

۱۲۰ (۲)

۹۰ (۱)

۱۶۵ (۴)

۱۴۵ (۳)

- ۵۹ در جعبه‌ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، با کدام احتمال دقیقاً ۲ مهره

همزنگ هستند؟

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{7} \quad (3)$$

- ۶۰ در ظرفی ۳ مهره آبی و تعدادی مهره سبز داریم. به تصادف ۲ مهره از این ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال همنگ‌بودن دو مهره

$$\frac{1}{2}$$
 باشد، تعداد مهره‌های سبز کدام می‌تواند باشد؟

۶ (۲)

۸ (۱)

۵ (۴)

۷ (۳)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱- کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

۶۱- در مثلث ABC نیمساز داخلی زوایه A باشد، کدام نامساوی همواره درست است؟

$AC > AD > CD \text{ (۲)}$

$AC > CD > AD \text{ (۱)}$

$CD > AC > AD \text{ (۳)}$

$AD > AC > CD \text{ (۴)}$

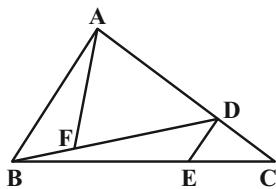
۶۲- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 3$ و $AC = 10$ و $BM = 4$ ، محل برخورد ارتفاع‌های مثلث کجا قرار دارد؟

(۲) بیرون مثلث

(۱) درون مثلث

(۳) روی ضلع بزرگتر مثلث

(۴) روی یکی از رؤوس مثلث

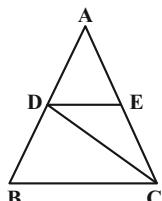
۶۳- در شکل زیر دو مثلث ABF و BDE هم مساحت‌اند. اگر $\frac{BF}{BD} = \frac{3}{2}$ و $AD = 3DC$ باشد، نسبت کدام است؟

$\frac{2}{7} \text{ (۲)}$

$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$

$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$

$\frac{1}{5} \text{ (۴)}$

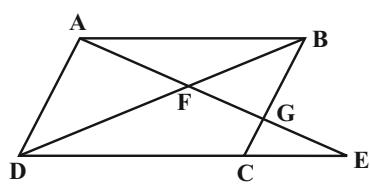
۶۴- در شکل زیر، اگر $S_{BDC} = 3$ و $S_{ADE} = 4$ ، $DE \parallel BC$ کدام است؟

$\frac{3}{2} \text{ (۲)}$

$\frac{5}{3} \text{ (۱)}$

$\frac{5}{2} \text{ (۳)}$

2 (۴)

۶۵- در شکل زیر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع، $CE = 2$ و $AB = 2AD = 10$ است. اندازه BG کدام است؟

$\frac{25}{6} \text{ (۱)}$

$\frac{15}{4} \text{ (۲)}$

$\frac{24}{5} \text{ (۳)}$

4 (۴)

محل انجام محاسبات



۶۶- در چهارضلعی $ABCD$ ، امتداد اضلاع غیرمجاور $AD = 6$ و $BC = 10$ بر هم عمودند. مساحت چهارضلعی حاصل از وصل

کردن وسطهای دو قطر چهارضلعی $ABCD$ و وسطهای اضلاع AB و CD کدام است؟

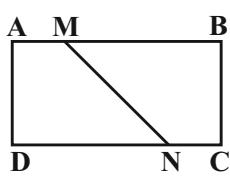
۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

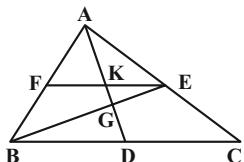
۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۶۷- در مستطیل $ABCD$ ، نسبت مساحت ذوزنقه $AMND$ به مساحت ذوزنقه $BMNC$ کدام است؟

 $\frac{19}{17}$ (۲) $\frac{13}{11}$ (۱) $\frac{31}{29}$ (۴) $\frac{29}{27}$ (۳)

۶۸- در شکل زیر نقاط D ، E و F وسطهای اضلاع مثلث ABC هستند. اگر $KG = 3$ باشد، طول AD کدام است؟



۱۲ (۲)

۹ (۱)

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۶۹- صفحه P کره‌ای به مرکز O را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل 64π و فاصله مرکز کره تا صفحه P برابر ۶

باشد، شعاع کره کدام است؟

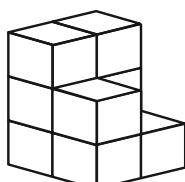
۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۷۰- ۹ مکعب مطابق شکل کنار یکدیگر و روی زمین قرار گرفته‌اند. اگر روی تمام وجهه این مکعب‌ها حرف A نوشته شود، چند حرف



قابل مشاهده خواهد بود؟

۲۶ (۲)

۲۴ (۱)

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱- کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

۷۱- اگر در رابطه فیزیکی $A = \frac{B}{C} + \frac{D}{B}$ ، کمیت A بر حسب نیوتون (N) و کمیت B بر حسب متر (m) باشد، یکی کمیت

$$\frac{1}{\sqrt{C \times D}} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{m}{N^2}$$

$$\frac{N}{m^2}$$

$$\frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{N}$$

۷۲- چگالی مایع B، $\frac{4}{5}$ برابر چگالی مایع A است و حجم ۲۰۰ گرم از مایع A برابر با ۶۵۰ سانتیمتر مکعب است. حجم ۳۲ گرم

از مایع B چند سانتیمتر مکعب است؟

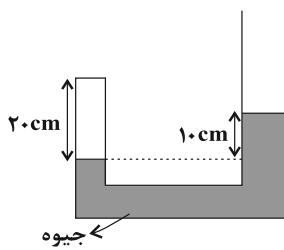
$$130$$

$$150$$

$$250$$

$$3250$$

۷۳- در لوله U شکل زیر مقداری گاز کامل در سمت چپ لوله محبوس شده است و مساحت مقطع لوله در سمت راست دو برابر مساحت مقطع لوله در سمت چپ است. به شاخه سمت راست چند سانتیمتر جیوه اضافه کنیم تا فشار پیمانه‌ای گاز ۳ برابر

شود? (P₀ = ۷۰ cmHg و دما ثابت است).

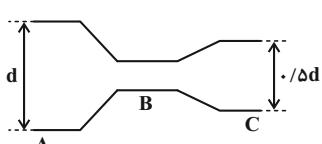
$$30$$

$$28$$

$$32$$

$$26$$

۷۴- درون محفظه شکل زیر، آب به صورت لایه‌ای جریان دارد. در این صورت فشار آب در حال حرکت از مقطع A به قطر d تا مقطع C به قطر $5d$ می‌باشد و تندي جریان آب در مقطع C برابر تندي جریان آب در مقطع A است.



(۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش - ۲

(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش - ۴

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش - ۴

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش - ۲

۷۵- اتومبیلی در مسیری افقی در حال حرکت است و تندي آن در مدت ۱۵ ثانیه از $1 \frac{m}{s}$ به $5 \frac{m}{s}$ می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد

تا با همان توان، تندي اتومبیل از $6 \frac{m}{s}$ به $10 \frac{m}{s}$ برسد؟ (نیروی اصطکاک ناچیز است).

$$15$$

$$49/2$$

$$40$$

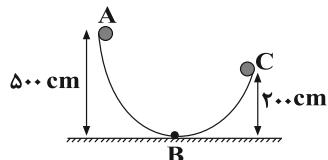
$$98/4$$

محل انجام محاسبات



- ۷۶- مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A بدون تندی اولیه به پایین می‌لغزد و در نقطه C متوقف می‌شود. اگر کار نیروی اصطکاک در

مسیر AB، $1/5$ برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر BC باشد، تندی جسم در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۸ (۱)

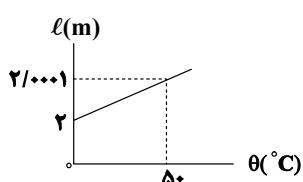
۶۴ (۲)

۲۷۵ (۳)

۸۰ (۴)

- ۷۷- نمودار تغییرات طول بر حسب دمای یک میله فلزی مطابق شکل زیر است. اگر دمای کره توپری به قطر 10 cm از جنس همین

فلز را 40°C افزایش دهیم، حجم کره چند میلی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟ ($\pi = 3$)



۶۰ (۱)

۶ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۲ (۴)

- ۷۸- درون دو ظرف A و B، مقداری آب با دمای 30°C وجود دارد. یک گرمکن الکتریکی با توان گرمایی معین، می‌تواند در مدت

زمان ۱۵ دقیقه، دمای آب ظرف‌ها را به ترتیب 20°C و 32°C بالا ببرد. اگر همه آب دو ظرف A و B را در ظرف خالی C

بریزیم، همان گرمکن، دمای آب ظرف C را در مدت $19/5$ دقیقه، چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟ (از اتصال انرژی

صرف نظر شود و گرمایی به ظرف‌ها منتقل نمی‌شود).

۴۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

- ۷۹- در رابطه قانون اول ترمودینامیک برای یک فرایند ایستاوار، $(\Delta U = Q + W)$ ، کمیت‌های W و Q به ترتیب از راست به چپ چه چیزهایی را نشان می‌دهند؟

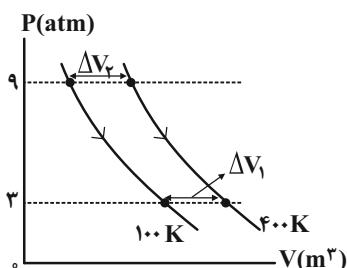
۱) کاری که دستگاه انجام می‌دهد و گرمایی که دستگاه می‌گیرد.

۲) کاری که روی دستگاه انجام می‌شود و گرمایی که دستگاه می‌گیرد.

۳) کاری که روی دستگاه انجام می‌شود و گرمایی که دستگاه از دست می‌دهد.

۴) کاری که دستگاه انجام می‌دهد و گرمایی که دستگاه از دست می‌دهد.

- ۸۰- نمودار دو فرایند همدما مجزا که مقدار معینی گاز کامل در دو دمای متفاوت طی



می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نسبت $\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}$ کدام است؟

۱ (۱)

۳ (۴)

۱ (۱)

۴ (۳)



شیوه ۱ - کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اجباری است.

-۸۱ همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جزء

- (۱) برخی دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده و طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.
- (۲) اولین عناصری که پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتومی پا به عرصه جهان گذاشتند، همان دو عنصر فراوان‌تر سیاره مشتری بودند.
- (۳) نسبت شمار رادیوایزوتوپ (های) طبیعی هیدروژن به ایزوتوپ‌های ساختگی آن برابر $\frac{2}{25}$ است.

(۴) در یک نمونه طبیعی از عنصر لیتیم، ایزوتوپی از لیتیم که در آن نسبت $\frac{Z}{N}$ بیشتر است، درصد فراوانی بیشتری دارد.

-۸۲ عنصر M در حالت آزاد به صورت مولکول‌های دو اتمی بوده و جرم $^{30}M \times 10^{18}$ مولکول آن برابر 0.805 g است. اگر عنصر M دارای دو ایزوتوپ M^8 و M^{12} باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر چند برابر درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر است؟ (عدد جرمی را هم‌ارز جرم اتمی در نظر بگیرید).

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & 1/5 & & 2/3 & & 1/3 & 3 \\ & (4) & & (3) & & (2) & (1) \end{array}$$

-۸۳ چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد عناصر با نمادهای A_{۲۵} و B_{۴۵} درست است؟

● برای رسم آرایش الکترونی فشرده اتم B_۶ از گاز نجیب Kr_۶ استفاده می‌شود.

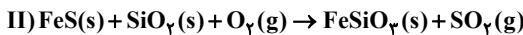
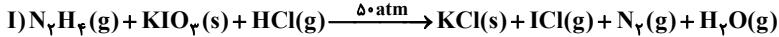
● اتم A_{۲۵} در شرایط مناسب به یون پایدار A⁺ تبدیل می‌شود.

● فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از واکنش اتم A_{۲۵} با B_۶ به صورت AB_۶ است.

● نسبت تعداد الکترون‌های با n = ۳ به تعداد الکترون‌های با n = ۲ در اتم A_{۲۵}، برابر $\frac{2}{25}$ است.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & 4/4 & & 3/3 & & 2/2 & 1/1 \\ & (4) & & (3) & & (2) & (1) \end{array}$$

-۸۴ کدام گزینه نادرست است؟ (واکنش‌ها موازن‌شوند).



(۱) مجموع ضرایب مواد فراورده در واکنش (I)، $1/5$ برابر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های جامد واکنش (II) است.

(۲) با انجام واکنش (I) در یک ظرف در بسته، فشار داخل ظرف افزایش می‌یابد و شرط شروع واکنش، فراهم نمودن فشار ۵۰ اتمسفری است.

(۳) انجام واکنش (II) و ورود گاز تولیدی به هواکره، می‌تواند باعث ایجاد باران اسیدی شود.

(۴) تفاوت مجموع ضرایب فراوردها و واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II)، برابر مجموع اتم‌ها در یک مولکول فسفر تری‌یدید است.

-۸۵ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

● نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار انواع عنصرها در هر واحد فرمولی آ蒙یوم سولفات، بزرگ‌تر از همین نسبت در مس (II) نیترات است.

● در تقطیر جزء‌به‌جزء هوای مایع با دمای $-200^\circ C$ ، به ترتیب گازهای هلیم، نیتروژن، آرگون و اکسیژن از ستون تقطیر خارج می‌شوند.

● فقط گازهایی که دارای مولکول‌های قطبی هستند، در آب حل می‌شوند.

● با انجام واکنش (O_۷(g) + O(g) → O_۸(g)) در لایه اوزون، انرژی آزاد می‌شود.

● در ارتفاع بالاتر از ۷۵ کیلومتر از سطح زمین، همه گازهای موجود در هواکره به دلیل تابش‌های پرانرژی به صورت یون درمی‌آیند.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & 5/4 & & 4/3 & & 3/2 & 2/1 \\ & (4) & & (3) & & (2) & (1) \end{array}$$



-۸۶ از واکنش بین N_2O_4 و KI طبق معادله زیر برای تولید گاز NO استفاده می‌شود:



از واکنش ۵/۲ گرم N_2O_4 با مقدار کافی KI , چند لیتر گاز NO در شرایط STP تولید می‌شود و برای تولید همین مقدار NO , چند

گرم گاز آمونیاک باید با مقدار کافی O_2 در شرایط STP مطابق معادله زیر واکنش دهد؟ ($g \cdot mol^{-1}$)

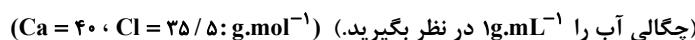


$$(1) ۱۳/۴۴ - ۱۰/۲ - ۶/۷۲ \quad (2) ۱۳/۴۴ - ۱۰/۲ - ۶/۷۲ \quad (3) ۵/۱ - ۱۳/۴۴ \quad (4) ۵/۱ - ۱۳/۴۴$$

-۸۷ مخلوطی از گازهای SO_2 و NO به جرم ۲۵۶ گرم, در دمای معین, حجمی معادل ۲/۲ لیتر را اشغال می‌کند, اگر در این مخلوط درصد جرمی عنصر اکسیژن برابر با ۲۵٪ باشد, فشار مخلوط گازی برابر با چند اتمسفر است؟ (در شرایط آزمایش, هر مول گاز, فشاری معادل ۳/۰ اتمسفر دارد.) ($g \cdot mol^{-1}$)

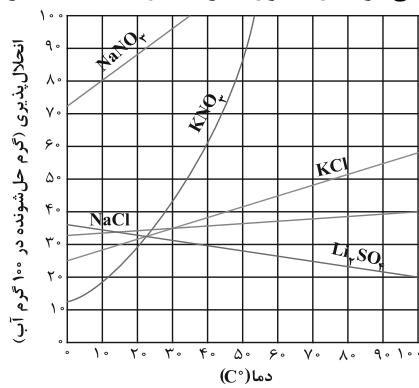
$$(1) ۰/۷ \quad (2) ۱/۵ \quad (3) ۱/۰۵ \quad (4) ۲/۱$$

-۸۸ در یک واحد صنعتی روزانه از ۵ مخزن آب مکعبی شکل به ضلع ۴ متر استفاده می‌شود. اگر غلظت یون کلرید در هر یک از این مخازن برابر ۱۴۲ ppm باشد; مقدار کل کلسیم کلرید حل شده در آب درون این مخازن روزانه در حدود چند کیلوگرم است؟



$$(1) ۷۱ \quad (2) ۷/۱ \quad (3) ۱۴۲ \quad (4) ۱۴/۲$$

-۸۹ محلول سیرشده‌ای از نمک KNO_3 را از دمای $52^{\circ}C$ تا $45^{\circ}C$ تا $34^{\circ}C$ سرد می‌کنیم. از انحلال رسوب تشکیل شده در $30^{\circ}C$ گرم آب با دمای $52^{\circ}C$ محلول سیرشده حاصل می‌شود. در محلول سیرشده اولیه، اختلاف جرم آب و KNO_3 چند گرم است؟



$$(1) ۷۶/۵ \quad (2) ۴۰/۵ \quad (3) ۲۰۲/۵ \quad (4) ۱۹۳/۵$$

-۹۰ چند مورد از مطالب زیر درباره مولکولهای اتانول و استون درست است؟

- هر دو ترکیب جزو حللهای آلی اکسیژن دار هستند.

- از بین این دو, تنها استون می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار نماید.

- از اتانول در صنایع آرایشی و بهداشتی و از استون به عنوان حلal برخی چربی‌ها, رنگ‌ها و لاک‌ها, استفاده می‌شود.

- تفاوت شمار پیوندهای کووالانسی در مولکول آن‌ها برابر ۲ است.

- مجموع شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی اتانول و استون, برابر شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی هگزان است.

$$(1) ۲ \quad (2) ۳ \quad (3) ۴ \quad (4) ۵$$



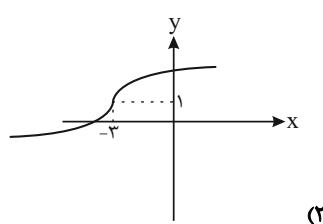
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

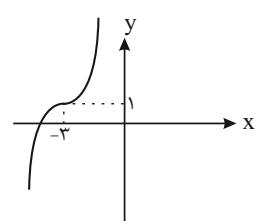
پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اختیاری است.

- ۹۱- نقطه A(۳,۱) روی نمودار تابع f به نقطه A' روی نمودار تابع $g(x) = f(1-2x)-3$ تبدیل می‌شود. فاصله این دو نقطه از هم کدام است؟

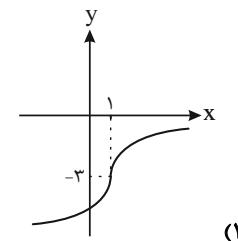
۵ (۴)

 $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۱)

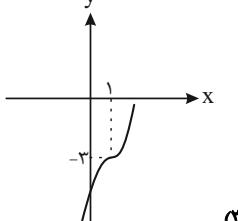
(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

- ۹۲- نمودار وارون تابع $y = (x+3)^3 + 1$ کدام است؟

- ۹۳- اگر $y = \sqrt{(gof)(x)}$ و $g(x) = 3x+5$ و $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2x + 9$ باشد که از مبدأ مختصات می‌گذرد، دامنه تابع کدام است؟

[۰, +∞) (۴)

 $(-\infty, -\frac{5}{3}]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۲) $[-\frac{5}{3}, +\infty)$ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

- ۹۴- طول بازه جواب نامعادله $9^{3-x^2} \geq 9^x$ کدام است؟

۲۰ (۴)

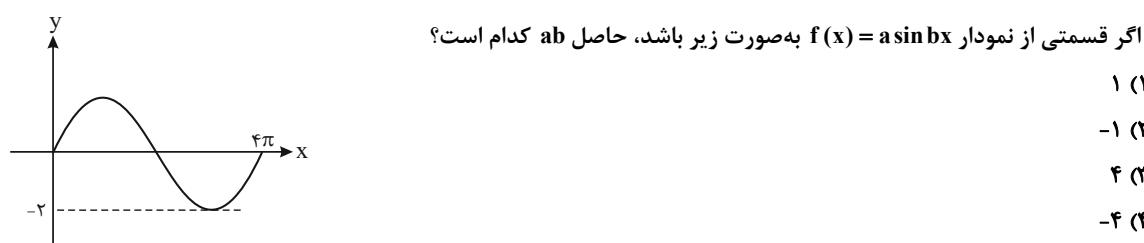
۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

- ۹۵- باقیمانده تقسیم $x^3 + 4x^2 + 2x + 9$ بر $x+1$ برابر ۳ است. باقیمانده تقسیم $(2x-1)f(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

- ۹۶- اگر قسمتی از نمودار $f(x) = a \sin bx$ به صورت زیر باشد، حاصل ab کدام است؟



۱ (۱)

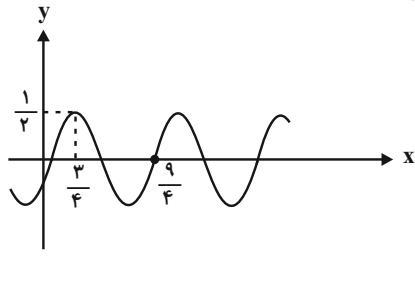
-۱ (۲)

۴ (۳)

-۴ (۴)

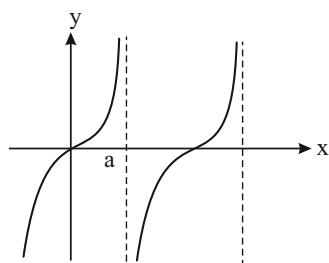
محل انجام محاسبات

۹۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. کم ترین مقدار مثبت حاصل $a + b + c$ کدام است؟



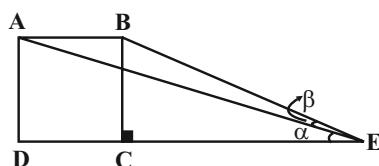
- $\frac{1}{4}$ (1)
 $\frac{3}{2}$ (2)
 $\frac{3}{4}$ (3)
 $\frac{7}{4}$ (4)

- ۹۸ با توجه به نمودار $a = f(x) = \tan \frac{x}{2}$ کدام است؟



- $$\frac{\pi}{4}(\gamma)$$

۹۹- در شکل زیر مربع ABCD به طول ضلع ۱ و مثلث قائم الزاویه BCE کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر $\tan \beta = \sqrt{5}$ باشد، مقدار



کدام است؟

- $$\begin{array}{r} \frac{1}{4} (2) \\ \frac{2}{3} (4) \end{array} \qquad \begin{array}{r} \frac{1}{5} (1) \\ \frac{1}{7} (3) \end{array}$$

- مجموع جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos 2x = 1 - \sin x + \cos x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- $$\frac{r\pi}{r}(r) \quad \frac{r\pi}{s}(r) \quad r\pi(r) \quad \frac{\delta\pi}{r}(1)$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

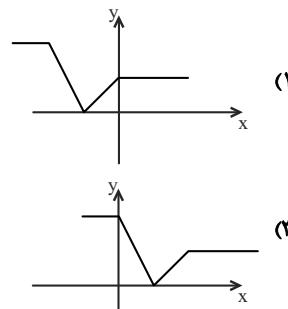
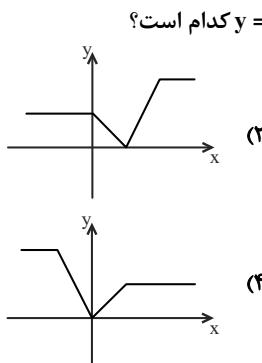
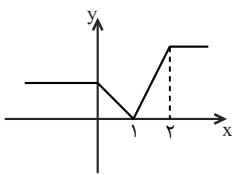
حساوان ۲ - آشنا

۱۰- فرض کنید $\sqrt{x} = f(x)$ باشد. تابع f از روی تابع f ، با انتقال یک واحد به چپ و قرینه نمودار حاصل نسبت به محور x ها در

انتهیا با انتقال $\frac{1}{2}$ واحد به بالا به دست می‌آید. x در معادله $= g(2x)$ کدام است؟

- $$\begin{array}{r} \frac{-3}{\lambda} (2) \\ \frac{-5}{\lambda} (4) \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{r} \frac{-3}{\varphi} (1) \\ \frac{5}{\lambda} (3) \end{array}$$

محاسبات انجام



-۲ (۴)

-۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۱۰۲- نمودار تابع $y = f(x-1)$ به شکل زیر است. نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟

$y = \sqrt{f(x)}$ (۴)

$y = f''(x)$ (۳)

$y = \frac{1}{f(x)}$ (۲)

$y = \frac{-1}{f(x)}$ (۱)

$a - \sqrt[3]{3}$ (۴)

$a^3 + 3$ (۳)

$a^3 - 3$ (۲)

$a^4 - 9$ (۱)

-۱۰۳- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & ; x \geq 0 \\ a + x & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

۸ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

-۱۰۴- اگر $y = f(x)$ تابعی اکیداً نزولی و مثبت باشد، کدام تابع زیر الزاماً اکیداً صعودی است؟

$y = f''(x)$ (۳)

$y = f'(x)$ (۲)

$y = \frac{1}{f(x)}$ (۱)

$a^3 + 3$ (۳)

$a^3 - 3$ (۲)

$a^4 - 9$ (۱)

-۱۰۵- عبارت $-81^{\frac{1}{3}}$ بر کدام یک از عبارت‌های زیر بخش پذیر نیست؟

$a^3 + 3$ (۳)

$a^3 - 3$ (۲)

$a^4 - 9$ (۱)

-۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{2}$ در بازه‌ی $[1, -1]$ چند بار تکرار می‌شود؟

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

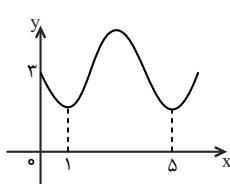
-۱۰۷- اگر $f(x) = 2 \cos x + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, آنگاه می‌نیم تابع $y = f(x)$ کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{7}{2}$ (۱)

-۱۰۸- شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار $\frac{2a}{3}$ کدام است؟

۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۳ (۳)

۳/۵ (۴)

-۱۰۹- معادله $5 + \tan 2x = 0$ در کدام بازه زیر دقیقاً دو ریشه دارد؟

$(\frac{-3\pi}{4}, 0)$ (۴)

$(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (۳)

$(0, \frac{3\pi}{4})$ (۲)

$(\frac{-3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ (۱)

-۱۱۰- جواب کلی معادله $\sin \frac{\Delta \pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{6} + x)\sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۳)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اختیاری است.

$$\text{باشد، آنگاه ماتریس } AB \text{ به ازای چند مقدار } x \text{ وارون نیست؟}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \text{ اگر } -111$$

۴) بی‌شمار

۲ ۳

۱ ۲

۱) هیچ

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \text{ باشد، حاصل } \alpha + \beta \text{ کدام است؟}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ اگر } -112$$

۴ ۴

۲ ۳

-۲ ۲

-۴ ۱

$$\text{یک ماتریس قطری باشد، کدام ماتریس اسکالر است؟}$$

$$A = \begin{bmatrix} b & b+1 \\ 2a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ اگر } -113$$

۴) هیچ کدام

A⁹ ۳

A⁶ ۲

A³ ۱

$$\text{باشد، حاصل ماتریس } (A^{12} \times B^{10})^{-1} \text{ کدام است؟}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ اگر } -114$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ۳$$

I ۱

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} ۴$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ۳$$

$$\text{اگر } A \text{ یک ماتریس مربعی و } A - A^2 - I = \bar{O} \text{ باشد، حاصل } A^4 + A \text{ کدام است؟}$$

۲I - A ۲

A - ۲I ۱

I - ۲A ۴

۲A - I ۳

$$\text{باشد، مجموع درایه‌های ماتریس } A \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = 7I \text{ اگر } -116$$

$$\frac{4}{5} ۲$$

$$\frac{2}{5} ۱$$

$$-\frac{2}{5} ۴$$

$$-\frac{4}{5} ۳$$

محل انجام محاسبات



۱۱۷- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + (m+1)y = 1 \\ 2x + (3m+1)y = 2m \end{cases}$ جواب ندارد؟

$$-1 \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

۱۱۸- فرض کنید A ماتریسی 3×3 باشد. ماتریس B از ضرب هر درایه ماتریس A در شماره سطر و ستونی که در آن قرار دارد

به دست می‌آید. دترمینان ماتریس B چند برابر $|A|$ است؟

$$3^3 \quad (2)$$

$$3^6 \quad (1)$$

$$3! \times 3! \quad (4)$$

$$6! \quad (3)$$

۱۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 5 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، کدامیک از ماتریس‌های زیر می‌تواند وارون ماتریس A باشد؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

۱۲۰- جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

$$1 \text{ و } -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \text{ و } \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{3} \text{ و } -2 \quad (4)$$

$$2 \text{ و } \frac{1}{3} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



ریاضیات گستره - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اختیاری است.

۱۲۱- اگر a و b دو عدد گویا و c و d دو عدد گنگ باشند، چه تعداد از موارد زیر الزاماً درست هستند؟ ($0 \neq 0$)

(الف) $a(b+c) \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

(ب) $\frac{b}{c} \in \mathbb{Q}$

(پ) $c^d \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۲۲- اگر a ، b و c سه عدد صحیح باشند، به گونه‌ای که $a|b$ و $b|c$ ، آن‌گاه کدام‌یک از روابط زیر لزوماً برقرار نیست؟

ab | c^۲ (۲)

a | b - c (۱)

a^۲ | bc (۴)

ac | b^۲ (۳)

۱۲۳- اگر a بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که در تقسیم بر ۳۷، خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم، دو عدد متولی باشند، آن‌گاه مجموعارقام a کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲۴- اگر در تقسیم اعداد ۳۴۵ و ۲۴۵ بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب برابر ۹ و ۵ باشد، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار b کدام است؟

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

۹۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲۵- اگر عدد $a + 2^{68}$ بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه کوچک‌ترین عدد طبیعی a به کدام دسته همنهشتی به پیمانه ۴ تعلق دارد؟

[۱] (۲)

[۰] (۱)

[۳] (۴)

[۲] (۳)

محل انجام محاسبات



۱۲۶- به ازای کدام مقادیر طبیعی n ، عدد $2 + 5^{3n+11} \times 5^{3n+12}$ بر ۷ بخش‌پذیر است؟

۲) فقط اعداد زوج

۱) فقط اعداد فرد

۴) همه اعداد طبیعی

۳) فقط اعداد مضرب ۳

۱۲۷- اگر عدد $\overline{42ab}$ مضرب ۴۴ باشد، بزرگترین مقدار $a \times b$ کدام است؟

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۱۲۸- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد $7n - 5$ و $5n + 4$ نسبت به هم اول نیستند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۲۹- در مجموعه اعداد صحیح، معادله سیالۀ $28 = ax + by$ دارای جواب و معادله سیالۀ $42 = ax + by$ فاقد جواب است. (a, b)

کدام عدد می‌تواند باشد؟

۶ (۲)

۴ (۱)

۱۴ (۴)

۷ (۳)

۱۳۰- به چند طریق می‌توان ۱۳۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۵۰۰ و ۲۰۰ تومانی تبدیل کرد، به شرط آنکه از هر دو مدل اسکناس

استفاده شده باشد؟

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

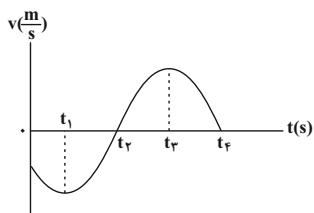


فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

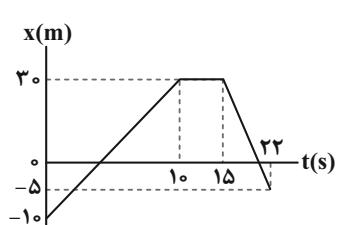
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همهٔ دانشآموزان اختیاری است.

- ۱۳۱ - نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x ها در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از موارد زیر در مورد حرکت متحرک الزاماً صحیح است؟

(۱) در لحظات t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.(۲) در بازه زمانی t_1 تا t_3 تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابرند.(۳) در بازه زمانی صفر تا t_2 جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.(۴) در بازه زمانی t_2 تا t_4 مسافت طی شده برابر با بزرگی جابه‌جایی است.

- ۱۳۲ - نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر می‌باشد. نسبت بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۱۵ ثانیه اول حرکت به بزرگی سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیه دوم کدام است؟



$$\frac{16}{15}$$

$$\frac{31}{6}$$

$$\frac{8}{9}$$

$$1 \text{ (۴)}$$

- ۱۳۳ - قطاری با تندی ثابت $\frac{km}{h} = 108$ روی مسیر مستقیم در حال حرکت است و از روی یک پل عبور می‌کند. برای این قطار، مدت زمانی که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، ۱۵ ثانیه کمتر از بازه زمانی‌ای است که قطار وارد پل شده و به طور کامل از آن خارج می‌شود. در این صورت طول قطار چند متر است؟

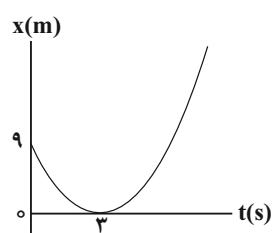
$$75 \text{ (۴)}$$

$$112/5 \text{ (۳)}$$

$$225 \text{ (۲)}$$

$$150 \text{ (۱)}$$

- ۱۳۴ - اگر نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق سهیمی شکل زیر باشد، معادله سرعت زمان آن در SI کدام است؟



$$v = t - 3 \text{ (۱)}$$

$$v = 2t - 6 \text{ (۲)}$$

$$v = \frac{1}{2}t - \frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$v = 3t - 9 \text{ (۴)}$$

محل انجام محاسبات



-۱۳۵- معادله مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 10$ است. در بازه زمانی صفر تا ۶ ثانیه، مسافت طی شده توسط این متحرک چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟

$$\frac{5}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

-۱۳۶- در شرایط خلا، گلوله‌ای که از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها شده، پس از ۴۸ به زمین می‌رسد. تندی گلوله در ارتفاع ۶۰

$$\text{متری از سطح زمین چند متر بر ثانیه است? } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$10\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$20\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$10 \quad (۴)$$

$$20 \quad (۳)$$

-۱۳۷- جرم m تحت تأثیر نیروی \vec{F}_1 با شتاب ثابت \ddot{a} شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به جسمی به جرم $2m$ وارد شوند، جسم با شتاب \ddot{a} -شروع به حرکت می‌کند. کدام رابطه بین \vec{F}_1 و \vec{F}_2 برقرار است؟

$$\vec{F}_2 = 5\vec{F}_1 \quad (۴)$$

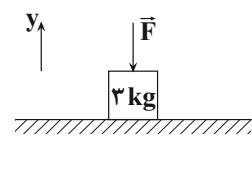
$$\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1 \quad (۳)$$

$$\vec{F}_2 = -5\vec{F}_1 \quad (۲)$$

$$\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1 \quad (۱)$$

-۱۳۸- مطابق شکل زیر جسمی به جرم 3kg تحت تأثیر نیروی قائم \vec{F} روی سطح افقی و در حالت سکون قرار دارد. اگر جهت نیروی \vec{F} عکس شود، بزرگی نیروی عکس العمل سطح وارد بر جسم 20 درصد کاهش می‌یابد. بردار نیروی عمودی سطح در حالت دوم

$$\text{در SI کدام است? } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



$$\frac{100}{3} \vec{j} \quad (۲)$$

$$\frac{-100}{3} \vec{j} \quad (۱)$$

$$\frac{-80}{3} \vec{j} \quad (۴)$$

$$\frac{80}{3} \vec{j} \quad (۳)$$

-۱۳۹- طول فنری 20cm و ثابت آن $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ است. اگر وزنهای به جرم m را به انتهای این فنر بندیم و از سقف یک آسانسور که با

سرعت ثابت به سمت بالا در حرکت است، آویزان کنیم، طول فنر به 32cm می‌رسد. آسانسور با چه شتابی (برحسب یکای SI) حرکت کند تا طول فنر نسبت به حالت قبل 3cm کمتر شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و وجهت بالا را مثبت در نظر بگیرید).

$$-7/5 \vec{j} \quad (۴)$$

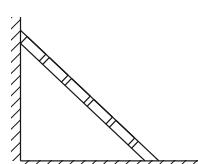
$$7/5 \vec{j} \quad (۳)$$

$$-2/5 \vec{j} \quad (۲)$$

$$2/5 \vec{j} \quad (۱)$$

-۱۴۰- مطابق شکل زیر، نردبانی به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر جرم نردبان 10kg و ضریب اصطکاک ایستایی آن با سطح افقی برابر $5/6$ باشد، اندازه نیروی وارد بر نردبان از طرف دیوار قائم، وقتی در آستانه سرخوردن قرار دارد.

$$\text{چند نیوتون است? } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



$$\frac{500}{11} \quad (۲)$$

$$50\sqrt{5} \quad (۴)$$

$$100 \quad (۱)$$

$$50 \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



شیوه ۳ - تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط + اسیدها و بازها + رسانایی الکتریکی + ثابت تعادل + ثابت یونش + pH + شوینده‌های ۱ تا ۳۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانشآموزان اختیاری است.

- کدام گزینه درست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g/mol^{-1}$)

(۱) اتیلن گلیکول برخلاف اتانول امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را ندارد.

(۲) در فرمول پیوند- خط واژلين ($C_{25}H_{52}$), ۲۵ خط وجود دارد.

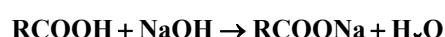
(۳) عسل از مولکول‌هایی قطبی تشکیل شده است که در ساختار آن تعدادی گروه هیدروکسیل وجود دارد.

(۴) بیش از یک چهارم جرم یک مولکول اوره را اتم‌های کربن موجود در آن تشکیل داده‌اند.

- ۱۰۰ گرم سدیم هیدروکسید ۸۰٪ خالص با مقدار کافی اسید چرب که تعداد کربن‌های زنجیره آلکیل آن برابر ۱۸ است وارد

واکنش می‌شود. اگر حل شدن ۸/۶۴ گرم نمک AB در آب حاصل، محلول سیر شده ایجاد کند، چند گرم صابون در این واکنش تولید می‌شود و چند گرم سدیم هیدروکسید خالص دست نخورده باقی می‌ماند؟ (انحلال پذیری AB در دمای آزمایش،

($H = 1, O = 16, C = 12, Na = 23 : g/mol^{-1}$) ۳۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.).



۴۰ ، ۴۸۰ (۴)

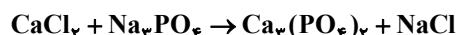
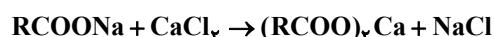
۴۰ ، ۶۴۰ (۳)

۲۰ ، ۴۸۰ (۲)

۲۰ ، ۶۴۰ (۱)

- ۱۴۳ اگر یک نوع صابون جامد با جرم مولی $278g/mol^{-1}$ در نمونه یک لیتری از آب چشمه $27/5$ گرم رسوب تشکیل دهد، غلظت یون‌های کلسیم موجود در این نمونه آب بر حسب ppm چقدر است و برای حذف آن به تقریب چند مول نمک سدیم فسفات باید به این نمونه آب اضافه کرد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

(واکنش‌ها موازن شوند). ($Ca = ۴۰, Na = ۲۳ : g/mol^{-1}$) (صابون تنها با یون‌های کلسیم وارد واکنش شده است).



۰/۰۶۶ ، ۱۰۰۰ (۴)

۰/۰۶۶ ، ۲۰۰۰ (۳)

۰/۰۳۳ ، ۱۰۰۰ (۲)

۰/۰۳۳ ، ۲۰۰۰ (۱)

- کدام گزینه در مورد پاک‌کننده پودری حاوی سدیم هیدروکسید و آلومنیوم درست است؟

(۱) از واکنش این پودر با آب، گاز اکسیژن تولید می‌شود که به پاک‌کننده‌گی کمک می‌کند.

(۲) از این پودر برای باز کردن مجراهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

(۳) واکنش این مخلوط با آب گرم‌گیر است که به فرایند پاک‌کننده‌گی کمک می‌کند.

(۴) این پاک‌کننده برخلاف پاک‌کننده‌های خورنده تنها براساس بر هم کنش میان ذره‌ها عمل می‌کند.

- ۱۴۵ دی‌نیتروژن پنتاکسید... کربن دی‌اکسید، یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و برخلاف... منجر به افزایش غلظت یون... در آب می‌شود.

(۲) برخلاف- کلسیم اکسید- هیدروکسید

(۱) همانند- لیتیم اکسید- هیدروکسید

(۴) برخلاف- باریم اکسید- هیدروکسید

(۳) همانند- سدیم اکسید- هیدروکسید



- اگر $\text{pH} = 10.0$ میلی لیتر از محلول 10.0 M مولار اسید HX برابر ۲ و pH محلولی از اسید HA برابر 3.0 باشد، چند مورد از

عبارت‌های زیر درست است؟ (دما 25°C در نظر بگیرید و غلظت اسید HA بعد از یونش برابر 2.0 M مولار است). ($\log 5 \approx 0.7$)

الف) مقدار ثابت تعادل اسید HA در دمای اتاق برابر $3.0 \times 10^{-25} \text{ mol.L}^{-1}$ است.

ب) درجه یونش اسید HA در این محلول، برابر 0.2 است.

پ) اسید HA جزو الکترولیتها قوی است.

ت) محلول HX را می‌توان از حل کردن 10.0 g مول HX در ۱ لیتر آب (بدون تغییر حجم) و سپس برداشتن 10.0 میلی لیتر از آن تهیه کرد.

۱) ۲ ۲) ۱

۳) ۴ ۴) ۳

- $\text{pH} = 10.0$ یک لیتر محلول HB با درصد یونش 2% با pH یک لیتر محلول HA با درصد یونش 8% برابر است. جرم اسید

$(\text{HA} = 20, \text{HB} = 60 \text{ g.mol}^{-1})$ HB حل شده چند برابر جرم اسید HA حل شده است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۸

- از انحلال 5 g باز ضعیف BOH در 20.0 میلی لیتر آب با دمای 25°C ، محلولی با $\text{pH} = 12$ حاصل می‌شود. درصد یونش و

مقدار ثابت یونش تقریبی باز به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر شود). ($\text{BOH} = 8.0 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱) $2 \times 10^{-3}, 3) 2 \times 10^{-3}, 2) 1 \times 10^{-4}, 4) 3 \times 10^{-4}, 1) 6 \times 10^{-3}$

- 2 لیتر محلول اسید ضعیف HA با ثابت یونش $2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ با 10.0 میلی لیتر محلول باریم هیدروکسید با $\text{pH} = 13$ به

طور کامل خنثی می‌شود. pH محلول اولیه اسید کدام است؟ (دما 25°C در نظر بگیرید).

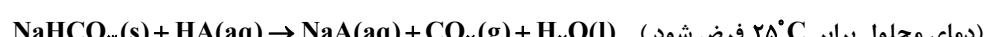


۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

- اگر نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در 10.0 میلی لیتر محلول اسید HA با درصد یونش $2\% \times 10^4$ برابر است

باشد، این محلول با چند میلی‌گرم سدیم هیدروژن کربنات 8.0 درصد خالص مطابق واکنش زیر خنثی می‌شود؟

$(\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 \text{ g.mol}^{-1})$



۱) ۵۰ ۴ ۲) ۱۰۵ ۳ ۳) ۱۰۵ ۲ ۴) ۱۰/۵

محل انجام محاسبات



آزمون ۸ مهر ۱۴۰۱

رقمی کچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

جدید آورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	رضن اکبری سعید آذر حزین میثم بهرامی جویا حامد چوقادی عادل حسینی فرامرز سپهری علی سلامت علی اصغر شریفی علی شهرابی نسترن صمدی علی کردی یغمای کلاتریان اکبر کلاه ملکی محمد جواد حسنی امیر محمودیان علی مرشد رحیم مشتاق نظم میلاند منصوری ابراهیم نجفی امین نصرالله جهانبخش نیکنام پدرام نیکوکار
هندسه	امیرحسین ابومحبوب علی ایمان سید محمد رضا حسینی فرد افسین خاصه خان فرزانه خاکپاش محمد خندان فرشاد فرامرزی احمد رضا فلاخ سهام مجیدی پور مجید محمدی نویسی امیر وفاتی سرژ بیکاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گستته	امیرحسین ابومحبوب علی ایمان جواد حاتمی سید محمد رضا حسینی فرد افسین خاصه خان فرزانه خاکپاش حسین خزانی سیدوحید ذوالفقاری احمد رضا فلاخ مرتضی فهم علوی نیلوفر مهدوی محمد هجری
فیزیک	عباس اصغری رضا امامی زهره آقامحمدی امیرحسین برادران ابوالفضل خالق میثم دشتستان محمدعلی راست یمان سجاد شهرابی فراهانی علی عاقلی علی قائمی علیرضا گوهه امیرحسین مجوزی غلام رضا جعی آرش مروتی سیدعلی میرنوری مجتبی نکیان
شیمی	مجتبی اسدزاده حسن اسامیعیل زاده نوید آرمات قادر باخاری فرزین بوستانی محمد رضا پور جاوید علی جدی مسعود جعفری امیرحسین حسینی حسن رحمتی کوکنده محمد رضا زهره وند رضا سلیمانی میباشا شرافتی پور ساجد شیری محمد عظیمیان زواره حسن لشکری محمد حسن محمدزاده مقدم سید محمد رضا میر قائمی امین نوروزی اکبر هنرمند

کرینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هنده	آمار و احتمال و ریاضیات گستته	فیزیک	شیمی	ریاضی پایه و حسابان	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد		امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	یاسر راش
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهراه آقامحمدی حمید زرین کفش	محمد حسن محمدزاده مقدم پلدا بشیری بازیگری نهایی امیرحسین عزیزی	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول درس	عادل حسینی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	بابک اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سمیه اسکندری
مسئول سازی	سمیه اسکندری	سرژ بیکاریان تبریزی	سرژ بیکاریان تبریزی	محمد رضا اصفهانی	میلاند سیاوشی	میلاند سیاوشی	میلاند سیاوشی	ناظر چاپ

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مدیر گروه
مسئول دفترچه	نرگس غنیزاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم
حروف نگار	مدیر گروه: محمدرضا اصفهانی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کابون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱ ۶۴۶۳



$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [\frac{1}{3}, +\infty) - \{-\frac{3}{2}\}$$

$$= [\frac{a}{3}, +\infty) - \{-\frac{b}{2}\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{b}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$$

(مسابقات اولیه: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

حسابات ۱

- ۱ گزینه «۲»

(پر رام نیکولا)

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases}$$

اگر α و β را در معادله اولیه جای‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3 = \alpha \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^3 - 3\alpha = \alpha^2 \\ \beta^2 - \beta - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 3 = \beta \xrightarrow{\times \beta} \beta^3 - 3\beta = \beta^2 \end{cases}$$

حال معادله جدید را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} S' = (\alpha^2 - 3\alpha) + (\beta^2 - 3\beta) = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 6 = 7 \\ P' = (\alpha^2 - 3\alpha)(\beta^2 - 3\beta) = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 9 \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 9 = 0$$

(مسابقات اولیه: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

- ۲ گزینه «۲»

(جوانفشن نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شب AB، AC، قرینه و معکوس همیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{\sqrt{k-6}}{4} = \frac{k-3}{2} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k = 4 \\ m_{AC} = \frac{4}{2-k} \end{cases}$$

پای میانه وارد بر وتر همان وسط پاره خط BC است.

$$\Rightarrow \begin{cases} B(6, 5) \\ C(4, -1) \end{cases} \Rightarrow BC \text{ وسط پاره خط } (5, 2)$$

$$\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

(مسابقات اولیه: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶)

- ۳ گزینه «۳»

(علی کردی)

$$\begin{cases} D_f : 3x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a}{3} \Rightarrow D_f = [\frac{a}{3}, +\infty) \\ D_g : \mathbb{R} - \{-\frac{b}{2}\} \end{cases}$$

(کتاب زیر)

- ۴ گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{2}{5}x - 4 \quad g(x) = x^2 + x$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = a \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = a$$

ابتدا $f^{-1}(\lambda)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(\lambda) = m \Rightarrow f(m) = \lambda \Rightarrow \frac{2}{5}m - 4 = \lambda \Rightarrow m = \frac{5}{2}\lambda + 2$$

$$g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}(\frac{5}{2}\lambda + 2) = a \Rightarrow g(a) = \frac{5}{2}\lambda + 2$$

$$\Rightarrow a^2 + a = \frac{5}{2}\lambda + 2 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه‌ها}} a = \frac{5}{2}\lambda + 2$$

(مسابقات اولیه: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱ و ۶۴ تا ۶۸)

(علی شهربابی)

- ۵ گزینه «۱»

$$\log_2^{(2x-1)} - \log_2^{(9x-1)} = 1 \Rightarrow \log_2^{(2x-1)} - 2 \log_2^{(9x-1)} = 1$$

$$\frac{\log_2^{(2x-1)} = A}{\log_2^{(9x-1)} = \frac{1}{\log_2^{(2x-1)}}} \Rightarrow A - \frac{1}{A} = 1$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 - A - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A = 2 \Rightarrow \log_2^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A = -1 \Rightarrow \log_2^{(2x-1)} = -1 \Rightarrow 2x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(مسابقات اولیه: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)



$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

مخرج را ساده می کنیم.

$$A = \frac{\sin^2 22^\circ + \cos^2 22^\circ}{\sin^2 22^\circ \cdot \cos^2 22^\circ} = \frac{1}{(\sin 22^\circ \cdot \cos 22^\circ)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \sin 45^\circ\right)^2} = 4 \times 2 = 8$$

(مسابان ا- مثلثات: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(میلاد منصوری)

«۴- گزینه ۲»

با توجه به نمودار تابع f واضح است که:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

حال تابع g در $x = 2$ هنگامی حد دارد که حد های چپ و راست آن در این نقطه برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} = \frac{4 + 3m}{m + 3} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + mf(x)}{m[x] + f(x)} = \frac{4 + 2m}{2m + 2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{برابری حدود}]{\text{چپ و راست}} \frac{3m + 4}{m + 3} = \frac{m + 2}{m + 1}$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 7m + 4 = m^2 + 5m + 2$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 2m - 2 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

معادله فوق ۲ جواب دارد که مجموع آنها برابر ۱ است.

(مسابان ا- حد و پیوستگی: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

(میلاد منصوری)

«۱- گزینه ۲»

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+a}{x^2 - 4} = \frac{2+a}{0} \Rightarrow 2+a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{12} \Rightarrow b+2 = \frac{1}{12} \Rightarrow b = -\frac{23}{12}$$

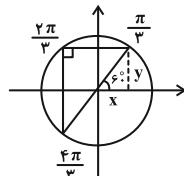
(مسابان ا- حد و پیوستگی: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

(میثم یغمی میر)

«۶- گزینه ۴»

با توجه به شکل زیر، از آنجا که $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$ می باشد، مثلث ایجاد شده یک مثلث قائم الزاویه $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos \frac{4\pi}{3}$

است. حال طول اضلاع قائم آن را به دست می آوریم:



$$y = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

با توجه به آن که $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3} = -y$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = -x$$

از اضلاع قائم $2y = \sqrt{3}, 2x = 1$

$$\text{مساحت} = \frac{2x \times 2y}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مسابان ا- مثلثات: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(علی کردی)

«۷- گزینه ۱»

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 285^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(540^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + 1}{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} - 1} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$$

حال با فرض $x = \tan 15^\circ$ داریم:

$$\frac{x+1}{x-1} = -\frac{127}{73} \Rightarrow 73x + 73 = -127x + 127$$

$$\Rightarrow 200x = 54 \Rightarrow x = 0.27$$

(مسابان ا- مثلثات: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(علی سلامت)

«۸- گزینه ۱»

ابتدا دو کسر موجود در عبارت A را هم مخرج کرده و سپس به کمک رابطه



$$\Rightarrow OT'^2 = 3^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64$$

$$\Rightarrow OT' = 8$$

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

هندسه ۴

گزینه «۳» - ۱۱

(امیر و غائی)

(فرزانه فاکیباش)

گزینه «۴» - ۱۴

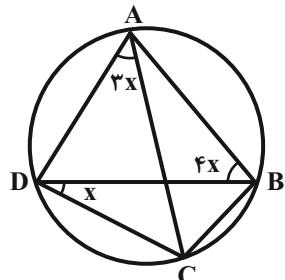
ابتدا دایرة محیطی چهارضلعی $ABCD$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$\widehat{CD} = 2(3x) = 6x$$

$$\widehat{AD} = 2(4x) = 8x$$

$$\widehat{BC} = 2(x) = 2x$$

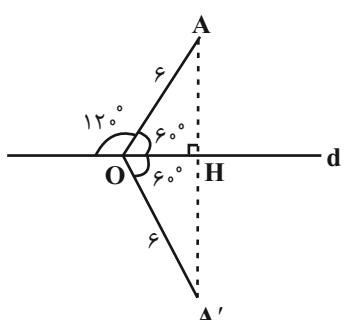
$$\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{\frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{CD})}{\frac{1}{2}(\widehat{AD} + \widehat{CD})} = \frac{\frac{1}{2}(2x + 6x)}{\frac{1}{2}(8x + 6x)} = \frac{4x}{7x} = \frac{4}{7}$$



(هنرسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

(امیرحسین ابوالفضل)

گزینه «۲» - ۱۵

مطابق شکل $\hat{AOH} = 60^\circ$ است.

از طرفی بازتاب تبدیلی طولپا است و اندازه زاویه‌ها و طول پاره خط‌ها در بازتاب ثابت باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$OA' = OA = 6$$

$$A\hat{O}A' = 2A\hat{O}H = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{OAA'} = \frac{1}{2} OA \times OA' \times \sin(A\hat{O}A') = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

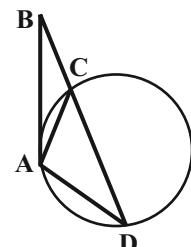
(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۲۰ و ۲۳)

$$\triangle ABD : AB = AD \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} (زاویه ظلی) B\hat{A}C = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ (\زاویه محاطی) \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow B\hat{A}C = \hat{D} \rightarrow B\hat{A}C = \hat{B} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC$$

$$ACD = AC + CD + AD = BC + CD + AD$$

$$= BD + AD = 16 + 10 = 26$$

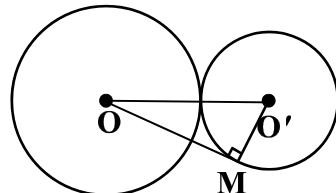


(هنرسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

(سعید مهیدی‌پور)

گزینه «۳» - ۱۶

با توجه به فرض مسئله $OO' = 13 = r + r'$ بنابراین دو دایره مماس بیرون هستند. داریم:



$$\triangle OMO' : OM^2 = OO'^2 - O'M^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

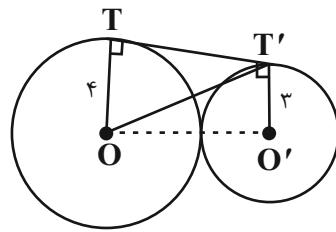
$$\Rightarrow OM = 12$$

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(فرشاد فرامرزی)

گزینه «۱» - ۱۳

ابتدا اندازه مشارک خارجی دو دایره را بدست می‌آوریم.



$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

در مثلث قائم الزاویه OTT' داریم.

$$OT'^2 = OT^2 + TT'^2$$



(امیرحسین ابومسیوب)

گزینه «۱»

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$= 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(\frac{-1}{2}\right) = 196 \Rightarrow BC = 14$$

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

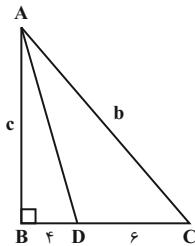
$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{14}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳ و ۶۹)

(علی ایمانی)

گزینه «۴»

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow c = 4x, b = 6x$$

$$\Delta ABC : b^2 = c^2 + 10^2 \Rightarrow 36x^2 = 16x^2 + 100$$

$$\Rightarrow 20x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow c = 4\sqrt{5}$$

$$\Delta ABD : AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow AD^2 = (4\sqrt{5})^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 80 + 16 = 96 \Rightarrow AD = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ و ۷۲)

(سیدمحمد رضا حسینی فرد)

گزینه «۲»

ابتدا به کمک رابطه هرون، مساحت مثلث را بدست می‌آوریم:

$$P = \frac{9+10+17}{2} = 18$$

$$S = \sqrt{18(9)(10)(1)} = \sqrt{3^4 \times 2^4} = 36$$

می‌دانیم که بلندترین ارتفاع متناظر با کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین

$$36 = \frac{9 \times h}{2} \Rightarrow h = 8$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۳)

(سهام میدری پور)

گزینه «۲»

اگر O' مرکز دایره C' باشد، آن‌گاه نقاط O و O' دو طرف نقطه A هستند و داریم:

$$OO' = OA + O'A = OA + 2OA = 4OA$$

$$\Rightarrow OO' = 4 \times 6 = 24$$

$$R' = 3R = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{24^2 - (2+6)^2} = \sqrt{8^2 \times 3^2 - 8^2} \\ = 8\sqrt{8} = 16\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۵۵)

(دایره: صفحه ۲۲)

(امیرحسین ابومسیوب)

گزینه «۳»

مطابق شکل داریم:

$$\Delta AHB : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 10^2 = 6^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

از نقطه B، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط d (ساحل دریا) و به سمت A رسم می‌کنیم تا نقطه B' حاصل شود. سپس از نقطه A' (بازتاب نقطه A نسبت به خط d) به B' وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. اگر N نقطه‌ای به فاصله ۳ کیلومتر از M روی خط d باشد، آن‌گاه مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

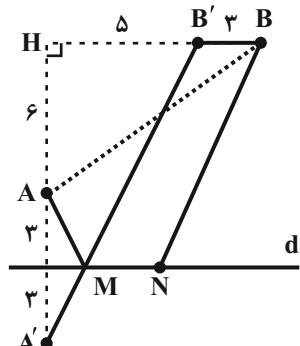
$$AMNB = AM + MN + NB$$

$$= A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB'$$

$$= A'B' + BB'$$

$$\Delta A'H'B' : A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2 = 12^2 + 8^2 = 160$$

$$\Rightarrow A'B' = 13$$

بنابراین طول مسیر AMNB، برابر $13 + 3 = 16$ کیلومتر است.

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۱۵۵)



$$= A - (B - C)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(سید محمد رضا حسینی فرد)

گزینه «۲۴»

دو مجموعه A و B غیرتھی هستند، بنابراین از رابطه $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود $A = B$ است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعه A و B امکان‌پذیر است:

حالات اول:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=2 \Rightarrow y=0 \\ 2z+3=5 \Rightarrow z=1 \end{cases}$$

در این حالت $xyz = 0$ است.

حالات دوم:

$$x+1=3 \Rightarrow x=2$$

$$\begin{cases} 2-y=5 \Rightarrow y=-3 \\ 2z+3=2 \Rightarrow z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت $xyz = 3$ است.

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای xyz ، برابر ۳ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۳۸)

(مرتضی فیضعلوی)

گزینه «۱۵»

$$P(A \cup B) = P(\{a_1, a_4, a_5\}) = 1 - P(\{a_4, a_5\}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(a_4)$$

$$\Rightarrow P(a_4) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{10+12-15}{30} = \frac{7}{30}$$

$$P(a_1) = P(\{a_1, a_4\}) - P(a_4) = \frac{1}{3} - \frac{7}{30} = \frac{10-7}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

(علی ایمانی)

گزینه «۲۶»

فضای نمونه کاهاش یافته برابر است با:

آمار و احتمال

گزینه «۲۱»

(علی ایمانی)

گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow p$ نادرست است، پس p درست و $p \wedge q$ نادرست است که با توجه به درست بودن p ، q لزوماً نادرست است. هر دو گزاره $\sim p \vee q$ و $\sim q$ نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آنها یعنی $\sim p \vee q$ نادرست است. از طرفی هر دو گزاره p و $\sim q$ درست هستند، پس ترکیب عطفی آنها یعنی $\sim q \wedge p$ درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۲۷»

(سید محمد رضا حسینی فرد)

گزینه «۱۱» نادرست است.

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$$

گزینه «۲۴» نادرست است. دو مجموعه $B - A$ و $A - B$ جدا از هم هستند و رابطه $A - B \subseteq B - A$ در صورتی برقرار است که $A - B = \emptyset$ باشد، $A \subseteq B$ یعنی $A - B = \emptyset$.

گزینه «۳۳» درست است.

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{array} \right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینه «۴۴» نادرست است. دو مجموعه $B - A$ و $A - B$ جدا از هم هستند و رابطه $B - A \subseteq A - B$ در صورتی برقرار است که $B - A = \emptyset$ باشد، یعنی $B - A = \emptyset$.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

گزینه «۲۲»

(امیرحسین ابومصیوب)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A - B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C)$$

$$= A \cap (B' \cup C)$$

$$= A \cap (B \cap C')'$$

$$= A \cap (B - C)'$$



$$\text{دادهها: } ۹, ۹, ۹, -۳ \Rightarrow \bar{x} = -\frac{3}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + (-\frac{9}{4})^2}{4} = \frac{3 \times \frac{9}{16} + \frac{81}{16}}{4} = \frac{108}{64} = \frac{27}{16}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۹۵)

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۲» - ۲۹

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۳, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۳

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس میانه ۵ داده اول، یعنی داده سوم برابر چارک اول و میانه ۵ داده آخر، یعنی داده نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_1 = 6, Q_3 = 15$$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند، بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 9 + 12 + 13 + 14 + 15}{7} = \frac{77}{7} = 11$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(فرزانه کاپلش)

گزینه «۳» - ۳۰

اگر n و \bar{x} به ترتیب اندازه و میانگین نمونه و ۵ انحراف معیار جامعه باشد، آن‌گاه فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای برآورد میانگین جامعه بهصورت

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 13 - 11 \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sigma = 4}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{n} = 8 \Rightarrow n = 64$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

پیشامد آن که مجموع دو تا سه برابر ۶ باشد، در این فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$A = \{(1,5), (2,4), (3,3)\}$$

$$P(A) = \frac{3}{14}$$

بنابراین داریم:

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۷)

گزینه «۳» - ۲۷

(امیرحسین ابومحبوب)

پیشامدهای انتخاب دو مهره به طور متوالی و با جای‌گذاری، مستقل از یکدیگر هستند.

اگر پیشامد همنگ بودن دو مهره خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) = \frac{\underbrace{3 \times 3}_{\substack{\text{دو مهره ای} \\ \text{دو مهره سفید}}} + \underbrace{3 \times 3}_{\substack{\text{دو مهره ای} \\ \text{دو مهره قرمز}}} + \underbrace{2 \times 2}_{\substack{\text{دو مهره سفید} \\ \text{دو مهره قرمز}}} = \frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{4}{64} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

بنابراین احتمال همنگ نبودن دو مهره برابر است با:

$$P(A') = 1 - \frac{11}{32} = \frac{21}{32}$$

(آمار و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۹ صفحه ۷۷)

گزینه «۱» - ۲۸

واریانس تعدادی داده، زمانی برابر صفر است که داده‌ها برابر هم باشند،

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5 \\ y + 2 = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

اضافه کردن یک مقدار ثابت به تمام داده‌ها و یا کم کردن یک مقدار ثابت از تمام داده‌ها، واریانس آن‌ها را تغییر نمی‌دهد، بنابراین برای محاسبه واریانس داده‌های ۲, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵ می‌توانیم ابتدا ۵ واحد از همه آن‌ها کم کنیم.

در این صورت داریم:



(ممدر علی، راست پیمان)

گزینه «۳» - ۳۴

ابتدا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت سیم مسی را بدست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1 / 7 \times 10^{-8} \times \frac{40}{1 / 7 \times 10^{-6}} = 0 / 4 \Omega$$

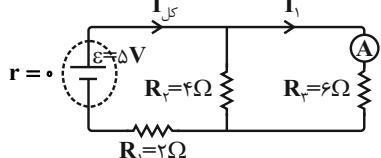
سپس با استفاده از قانون اهم، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$V = RI = 0 / 4 \times 5 = 2V$$

(فیزیک ۲- بیران الکتریکی و مدارهای بیران مستقیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(غلامرضا مهیب)

گزینه «۴» - ۳۵

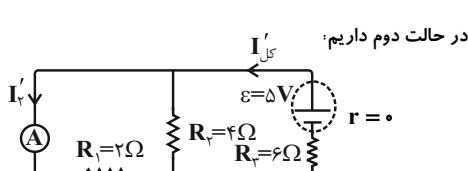


در حالت اول داریم:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{2,3} = 2 + 2 / 4 = 4 / 4 \Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\epsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{5}{4 / 4} A$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{\text{کل}} = \frac{4}{10} \times \frac{5}{4 / 4} = \frac{5}{11} A$$



$$R'_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R'_{\text{eq}} = R'_{1,2} + R_3 = \frac{4}{3} + 6 = \frac{22}{3} \Omega$$

$$I'_{\text{کل}} = \frac{\epsilon}{R'_{\text{eq}} + r} = \frac{5}{\frac{22}{3}} = \frac{15}{22} A$$

$$I'_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I'_{\text{کل}} = \frac{4}{6} \times \frac{15}{22} = \frac{5}{11} A$$

مالحظه می‌شود که عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، تغییری نمی‌کند.

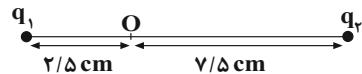
(فیزیک ۲- بیران الکتریکی و مدارهای بیران مستقیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

فیزیک ۲

گزینه «۳» - ۳۱

(زهره آقامحمدی)

چون میدان‌های \vec{E}_1 و \vec{E}_2 در نقطه O در خلاف جهت یکدیگرند، بارهای q_1 و q_2 همنام هستند.



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \Delta k \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{2 / 5^2} = \Delta \frac{|q_2|}{7 / 5^2} \Rightarrow q_2 = \frac{9}{5} q_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

گزینه «۴» - ۳۲

(زهره آقامحمدی)

چون $W_E = -\Delta U$ است، پس در جابه‌جایی بار از O تا A داریم:

$$\Delta U = q \Delta V \Rightarrow -40 \times 10^{-9} = 2 \times 10^{-9} \Delta V_{OA} \Rightarrow \Delta V_{OA} = -20V$$

از طرفی می‌دانیم که در میدان الکتریکی یکنواخت، داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V_{OA}|}{OA} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{OB} \Rightarrow \frac{20}{\lambda} = \frac{|\Delta V_{BO}|}{2} \Rightarrow |\Delta V_{BO}| = \Delta V \Rightarrow \Delta V_{BO} = -\Delta V$$

چون صفحه B به زمین متصل شده است پتانسیل آن صفر است.

$$\frac{\Delta V_{BO}}{VB=0} = V_O - V_B \Rightarrow V_O = -\Delta V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

گزینه «۱» - ۳۳

(ابوالفضل ثالقی)

هنگامی که دو صفحه خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن تنها با فاصله میان صفحات خازن رابطه عکس دارد.

$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d} \xrightarrow{d_2 = \frac{d_1}{2}} E_2 = 2E_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)



گزینه «۴» (آرشن مروتن)

-۳۸

اگر از سیمی به طول L تعداد N حلقه به شعاع r درست کنیم، تعداد حلقه‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط حلقه}} = \frac{L}{2\pi r} \quad (1)$$

برای به دست آوردن جریان هم از رابطه قانون اهم استفاده می‌کنیم:

$$I = \frac{V}{R} \quad (2) \quad \text{قانون اهم}$$

با جایگذاری روابط (۱) و (۲) در رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ ، میدان مغناطیسی

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{\mu_0 VL}{2\pi r l R} \quad \text{درون سیم‌وله را به دست می‌آوریم:}$$

$$B = \frac{4\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰ \times ۳۰}{2\pi \times ۱۰ / ۰.۲ \times ۱ \times ۶} = ۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ T} = ۵ \text{ G}$$

(فیزیک ۲- مغناطیسی: صفحه‌های ۵۵ تا ۹۹)

(زهره آقامحمدی)

گزینه «۲» -۳۹

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi = AB \cos \theta \rightarrow \bar{\epsilon} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\bar{\epsilon}_1 = -800 \times 25 \times 10^{-4} - \frac{(0-0/4)}{0/1} = 8V \quad \text{در بازه صفر تا } 1s \text{ داریم:}$$

در بازه ۱/۰ تا ۱/۱۵ ۰ ثانیه داریم:

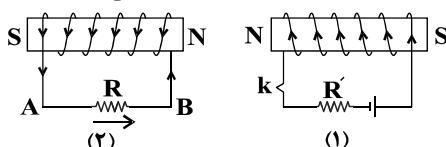
$$\bar{\epsilon}_2 = -800 \times 25 \times 10^{-4} \times \frac{0/4-0}{0/0.5} = -16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و برقیان متناظر: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(سیدعلی میرنوری)

گزینه «۴» -۴۰

قطب‌های القایی



برای ایجاد جریان القایی در مقاومت R از A به B باید شار مغناطیسی عبوری از سیم‌وله مدار (۲) افزایش یابد، بنابراین یا می‌تواند مقاومت R' کاهش یابد، یا مدار (۱) به سمت چپ حرکت کند و یا در صورت باز بودن کلید k ، کلید k بسته شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و برقیان متناظر: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(سیدعلی میرنوری)

-۳۶ گزینه «۳»

با بستن کلید k ، مقاومت معادل شاخه بالایی کاهش می‌یابد. (کلید شاخه موازی بسته شده است). پس مقاومت معادل کل کاهش، لذا جریان کل مدار افزایش و افت پتانسیل دو سر مولد افزایش، در نتیجه ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\text{کاهش:}} I_{افزایش:} = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} I_{کاهش:}$$

$$\xrightarrow{\text{کاهش:}} V = \epsilon - rI$$

پس ولتاژ کل شاخه پایینی نیز کاهش، جریان عبوری از این شاخه کاهش، پس توان مصرفی مقاومت R_2 یعنی $P_2 = R_2 I_2^2$ نیز کاهش می‌یابد. از طرفی، با توجه به این‌که جریان کل مدار افزایش یافته اما جریان شاخه پایینی کاهش پیدا کرده است. ($I_1 \uparrow = I_1 + I_2 \downarrow$) جریان شاخه بالایی

افزایش، پس توان مصرفی مقاومت R_1 افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- برقیان الکتریکی و مدارهای برقیان مستقیم: صفحه‌های ۱۰ تا ۷۷)

(زهره آقامحمدی)

-۳۷ گزینه «۳»

در ابتدا جهت جریان در سیم AB از A به B است. با توجه به این‌که جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربا از N به S است، جهت نیروی وارد بر سیم AB طبق قاعدة دست راست به سمت پایین خواهد شد. در نتیجه طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروی وارد بر آهنربا از طرف سیم رو به

بالا است و عدد ترازو برابر است با:

که در آن F نیروی وارد بر سیم حامل جریان است. با عوض کردن قطب‌های با ترتیبی، جهت نیروی بین سیم حامل جریان و آهنربا عوض می‌شود و این بار ترازو عدد بیشتری نشان می‌دهد.

$$F_1 = mg - F$$

در نتیجه داریم:

$$F_2 - F_1 = 2F \quad \Rightarrow B = \frac{2}{4 \times ۱۰ / ۲} = ۰ / ۲۵ T$$

(فیزیک ۲- مغناطیسی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)



$$\frac{\text{مجموع جرم اتم‌های کربن}}{\text{مجموع جرم اتم‌های هیدروژن} + \text{مجموع جرم اتم‌های کربن}} \times 100 = \text{درصد جرمی کربن}$$

$$= \frac{12(9)}{12(9) + 2(1)} \times 100 = \frac{108}{128} \simeq 84\%$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(امین نوروزی)

گزینه «۲»

با توجه به فرمول زیر می‌توان ارزش سوختی یک ماده را از آنتالپی سوختن آن ماده بدست آورد.

$$\Delta H = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{|\Delta H_{\text{مولی}}} = \frac{|-393|}{12} = 32 / 75 \text{ kJ.g}^{-1}$$

$$\text{خالص} = \frac{80 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{100 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \text{ناخالص}} = 0.8$$

$$\times \frac{524 \text{ kJ}}{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} = 20.9 / 6 \text{ kJ}$$

جرم کربن مورد نیاز برای تأمین این مقدار گرما:

$$\text{؟gC} = 20.9 / 6 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g C}}{32 / 75 \text{ kJ}} = 6 / 4 \text{ gC}$$

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(ممدر، رضا زهره‌وند)

گزینه «۳»

$$\Delta H = \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی بیوندها} \\ \text{(واکنش)} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{مجموع آنتالپی بیوندها} \\ \text{در مواد فراورده} \end{array} \right]$$

$$\Delta H = (4 \times \Delta H(C-H) + 2 \times \Delta H(O=O))$$

$$- (2 \times \Delta H(C=O) + 4 \times \Delta H(O-H))$$

$$\Delta H = 4\Delta H(C-H) + 2\Delta H(O=O)$$

$$- 2\Delta H(C=O) - 4\Delta H(O-H)$$

$$\Delta H = 4(\Delta H(C-H) - \Delta H(O-H))$$

$$- 50 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$+ 2(\Delta H(O=O) - \Delta H(C=O))$$

$$- 30.2 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta H = 4 \times (-50) + 2 \times (-30.2) = -200 - 60.4 = -80.4 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(آبره هنمند)

گزینه «۳»

مواد اول، دوم و سوم درست‌اند.

عبارت اول: کاتالیزگر بر حجم گاز O_2 اثری ندارد بلکه زمان رسیدن به مقدار مشخصی از آن را کوتاه می‌کند.

عبارت دوم: در ظرف A، با افزودن کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش بیشتر افزایش پیدا می‌کند.

عبارت سوم: از آنجا که آنتالپی واکنش تابع مقادیر واکنش‌دهنده است، پس با نصف شدن مقدار مول H_2O ، گرمای آزاد شده نیز نصف خواهد شد.

عبارت چهارم: سرعت متوسط واکنش در ظرف A بیشتر است. اما با توجه به این که ضریب H_2O در معادله واکنش دو برابر O_2 است، نمی‌توان به طور

قطع گفت که سرعت تولید O_2 در ظرف A بیشتر از سرعت تولید H_2O در ظرف B است.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۸۲)

شیمی ۲

گزینه «۳»

(ممدر عظیمیان زواره)

خواص فیزیکی و شیمیایی Si و Ge مشابه است (نه یکسان!)

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در بیرونی ترین زیرلایه این عنصرها، دو الکترون (np^7) و نخستین زیرلایه آن‌ها (۱۸) نیز ۲ الکترون وجود دارد.

گزینه «۴»: در گروه با افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد و در هر گروه، با افزایش عدد اتمی، شمار زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۷۰)

(امین نوروزی)

گزینه «۲»



$$\text{？mol LiHCO}_3 = 5 / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol LiHCO}_3}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 0 / 6 \text{ mol LiHCO}_3$$

$$\text{？g CO}_2 = 5 / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 13 / 2 \text{ g CO}_2 \rightarrow (1)$$

مقدار CO_2 تولید شده در واکنش (۲) مقدار CO_2 تولید شده در واکنش (۱) است.

$$\text{？mol Na}_2\text{CO}_3 = 13 / 2 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} = 0 / 3 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{n}}{\frac{2}{n}} = \frac{1}{2}$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را برآینیم؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(رضا سلیمانی)

گزینه «۲»

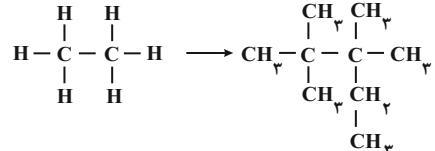
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نام ترکیب $(CH_3)_3CCH_2CH(C_2H_5)CH_2CH_3$ ، ۴-اتیل

۲-دی‌متیل هگزان» است در نتیجه این ترکیب در واقع همان ترکیب با نام ارائه شده است و ایزومر یکدیگر محسوب نمی‌شوند.

توجه: ایزومرها ترکیب‌های هستند که فرمول مولکولی یکسان دارند ولی ساختار و نام شیمیایی آنها متفاوت است.

گزینه «۲»: نام ترکیب به دست آمده «۲، ۳، ۲، ۳-تراترامیل پیتان» است.



گزینه «۳»: با توجه به قواعد نام‌گذاری در آیوپاک، نام درست ترکیب به صورت

۱-برمو-۵-کلروپنتان» است.

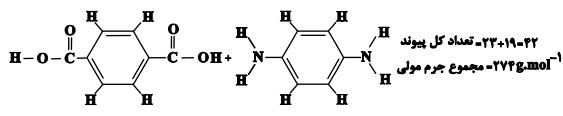
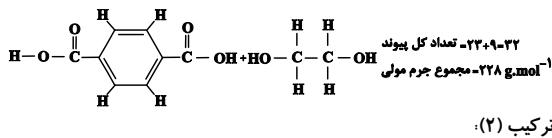
گزینه «۴»: فرمول مولکولی ترکیب به دست آمده، C_9H_{20} است و درصد

جرمی کربن در آن برابر است با:



مونومرهای دو ترکیب، تعداد پیوندات و جرم مولی آنها به صورت زیر است:

ترکیب (۱):



(شیمی ۳ - پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه های ۱۲ تا ۱۵)

۴۵. گزینه «۴» (رضا سلیمانی)

عبارت های (آ) و (ب) درست هستند.
بررسی عبارت ها:

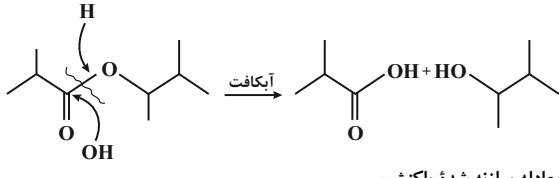
$$\text{C}_7\text{H}_5\text{Cl} \times 100 = \text{درصد جرمی C در جرم کل ترکیب}$$

$$\frac{2\times 12}{(2\times 12)+(3\times 1)+(1\times 35)/5} \times 100 = \% 38/4$$

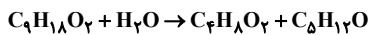
$$\text{C}_7\text{F}_4 \times 100 = \text{درصد جرمی C در جرم کل ترکیب}$$

$$\frac{2\times 12}{(2\times 12)+(4\times 19)} \times 100 = \% 24$$

عبارت (ب) واکنش آبکافت استر داده شده به صورت زیر است:

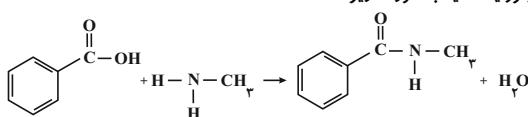


معادله موازن شده واکنش:

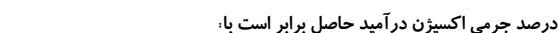


جمل مولی $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ و $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$ برابر ۸۸ گرم است.

عبارت پ: فرمول ساختاری آمید حاصل از واکنش ساده ترین آمین (متیل آمین) و بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



معادله موازن شده واکنش:



درصد جرمی اکسیژن در آمید حاصل برابر است با:

$$\frac{16}{(8\times 12)+(1\times 16)+(1\times 14)} \times 100 = \% 16$$

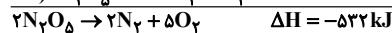
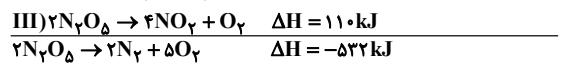
عبارت ت) مولکول هایی که در ساختار خود هم دارای گروه عاملی اسیدی و

هم دارای گروه عاملی الکلی هستند نیز می توانند پلی استر ایجاد کنند.

(شیمی ۲ - پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه های ۱۴، ۱۵، ۱۷ و ۱۹)

(اکبر هنرمند)

مطلوب قانون هس، برای رسیدن به واکنش هدف، باید واکنش های I و II هریک وارونه شده و دو طرف معادله آنها در ۲ ضرب شوند و معادله III کافی است وارونه شود:



$$\text{N}_2\text{O}_5 = \frac{200 \times \frac{75}{100}}{100} = 150\text{ g}$$

$$150\text{ g} \times \frac{1\text{ mol N}_2\text{O}_5}{108\text{ g N}_2\text{O}_5} = \text{محاسبه گرمای واکنش (نظری)}$$

$$\times \frac{522\text{ kJ}}{2\text{ mol N}_2\text{O}_5} = 369 / 4\text{ kJ}$$

محاسبه گرمای واکنش (عملی):

$$\Rightarrow \text{A} = \frac{Q}{369 / 4} \times 100 = \frac{Q}{295 / 5} \text{ kJ}$$

(شیمی ۳ - در پی غزاری سالم؛ صفحه های ۷۵ و ۷۶)

۴۸. گزینه «۳» (مسعود بعفری)

عبارت های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند. فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت $\text{C}_{14}\text{H}_{21}\text{NO}_2$ است.

بررسی عبارت ها:

عبارت (آ):

جمل مولی کربن \times شمار اتم های کربن = درصد جرمی کربن

جمل مولی هیدروژن \times شمار اتم های هیدروژن = درصد جرمی هیدروژن

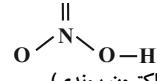
$$= \frac{14 \times 12}{21 \times 1} = 8$$

عبارت (ب): شمار پیوندهای اشتراکی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{عدد اتم (N}_2\text{O}_5 \times 2) + (\text{عدد اتم (C}_6\text{H}_{12} \times 4) + (\text{عدد اتم (H}_2\text{O} \times 2)) = \frac{(14 \times 4) + (21 \times 1) + (1 \times 2) + (2 \times 2)}{2} = 42$$

عبارت (پ): در ترکیب های آبی، به ازای هر اتم اکسیژن، ۴ الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم نیتروژن، ۲ الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم ها وجود دارد. بنابراین شمار الکترون های ناپیوندی در این ترکیب برابر است با: $10 = \frac{(1 \times 4) + (1 \times 2) + (2 \times 4)}{2} = 10$

فرمول ساختاری نیتریک اسید به صورت زیر است:



۱۰ الکترون پیوندی (۵ جفت الکترون پیوندی)

عبارت (ت): هم در ساختار این ترکیب و هم در ساختار ویتامین (ث)، گروه عاملی استری وجود دارد. مولکول های ترکیب نشان داده شده بند خلاف مولکول های ویتامین (ث) نمی توانند با مولکول های خود پیوند هیدروژنی ایجاد کنند. چون در ساختار این ترکیب، اتم هیدروژن متصل به اتم های اکسیژن، نیتروژن و یا فلور وجود ندارد.

عبارت (ث): چون به اتم نیتروژن موجود در گروه آمینی این ترکیب هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است، پس این ترکیب نمی تواند از سمت گروه آمینی خود با کربوکسیلیک اسیدها واکنش بدهد.

(شیمی ۳ - پوشک، نیازی پایان تا پذیر؛ صفحه های ۱۱ و ۱۲)

۴۹. گزینه «۳» (حسن رفعت کلنده)

ترکیب (۱) پلی استر بوده که از مونومرهای دی اسید و دی الکل و ترکیب (۲)

پلی آمید بوده که از مونومرهای دی اسید و دی آمین ساخته می شود.



(ابراهیم نیفی)

گزینه «۳» - ۵۴

$$\frac{\sqrt{5}+2}{(8+2\sqrt{15})^2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(5+2\sqrt{15}+3)^2}$$

$$= ((\sqrt{5}+\sqrt{3})^2) \frac{\sqrt{5}+2}{2} = (\sqrt{5}+\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2}$$

از طرفی:

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

$$\Rightarrow 2^{\sqrt{5}-2} \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2} \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2} \\ = 2^{\sqrt{5}-2} \times 2^{\sqrt{5}+2} \\ = 2^{2\sqrt{5}} = 4^{\sqrt{5}}$$

(ریاضی - توان‌های گویا و عبارت‌های هیری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۵ تا ۶۷)

(امیر معموریان)

گزینه «۲» - ۵۵

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x+1 < 1-x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1-x < x+5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \rightarrow -2 < x < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

$$|3x+a| < b+1 \Rightarrow |3x-2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x-2 < 1$$

$$\Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

(ریاضی - معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

(امیر معموریان)

گزینه «۲» - ۵۶

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x+2$ وجود دارد، پس برای تابع شدن

رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^3 + 2x \Rightarrow x^3 - x^3 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{یا} \quad x = -1 \quad \text{یا} \quad x = 2$$

به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2,0), (0,0), (2,0), (2,0)\}$$

تابع است.

به ازای $x = -1$

ریاضی ۱

گزینه «۲» - ۵۱

(ریاضی مشتق/نظم)

اگر x تعداد افرادی باشد که هر دو کتاب را خریدند، در این صورت:

$$(80-x) + x + (30-x) + 50 = 140 \Rightarrow 160 - x = 140 \Rightarrow x = 20$$

تعداد افرادی که فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند:

$$80 - x = 80 - 20 = 60$$

(ریاضی - مجموعه، الگو و نسبت: صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

گزینه «۱» - ۵۲

(کتاب آبی)

$$20+a, 50+a, 100+a$$

فرض کنید a مقدار ثابت باشد:

در دنباله هندسی، قدرنسبت از تقسیم یک جمله به جمله قبلی به دست می‌آید:

$$r = \frac{a+50}{a+20} = \frac{a+100}{a+50}$$

$$\Rightarrow (a+50)^2 = (a+20)(a+100)$$

$$\Rightarrow a^2 + 100a + 2500 = a^2 + 120a + 2000$$

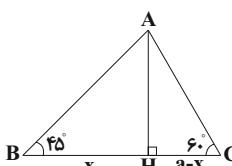
$$\Rightarrow 20a = 500 \Rightarrow a = 25 \Rightarrow r = \frac{a+100}{a+50} = \frac{125}{75} = \frac{5}{3}$$

(ریاضی - مجموعه، الگو و نسبت: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

گزینه «۳» - ۵۳

(سعید آذرخزین)

با رسم ارتفاع مثلث داریم:



$$\tan(\hat{B}) = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{a-x} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}(a-x)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}(a-x) \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}a}{1+\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{x \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2(1+\sqrt{3})}$$

(ریاضی - مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)



(رضا کلیری)

۵۹- گزینه «۱»

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 40 + 30 = 70$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

(ریاضی ا- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

(علی مرشد)

۶۰- گزینه «۲»

اگر تعداد مهره‌های سبز ظرف n باشد، داریم:اگر $n > 1$ باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{n}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n^2 - n + 6}{2}}{\frac{n^2 + 5n + 6}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

اگر $n = 1$ باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{1+3}{2}} \Rightarrow \frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{\frac{4 \times 3}{2}} = \frac{1}{2}$$

پس به ازای $n = 1$ نیز تساوی برقرار است و $n = 1$ نیز قابل قبول است.

(ریاضی ا- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

{(1, -1), (1, 1), (1, -1), (4, -1)}

تابع نیست.

به ازای $x = 2$

{(4, 1), (-2, 4), (4, 1), (-2, 2)}

تابع نیست.

پس تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

(ریاضی ا- تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۵۷- گزینه «۱»

(امین نصرالله)

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 16 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} = 16$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 16 \Rightarrow n-1 = \pm 4$$

⇒ $n = -3$ یا $n = 5$ قابل قبول است ⇒ $n = 5$

$$\Rightarrow n + (n-1) = 5 + 4 = 9$$

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$$

(ریاضی ا- شمارش، بروون شمردن: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳)

۵۸- گزینه «۴»

(میلاد منصوری)

برای حل سؤال دو حالت در نظر می‌گیریم. اول اینکه «یکان > دهگان = صدگان» برای ساختن چنین عددی کافی است که ۲ رقم متمایز مانند

{a, b} از {۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹} انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان و دهگان

نسبت دهیم، رقم کوچکتر را به یکان. پس در این حالت $\binom{10}{2}$ عدد

در حالت دوم «یکان > دهگان > صدگان». در این حالت باید ۳ رقم متمایز

انتخاب کنیم و رقم بزرگتر را به صدگان، رقم متوسط را به دهگان و رقم

کوچکتر را به یکان نسبت دهیم. یعنی $\binom{10}{3}$ حالت مختلف.در نتیجه $120 + 45 = 165$ عدد با این ویژگی وجود دارد.

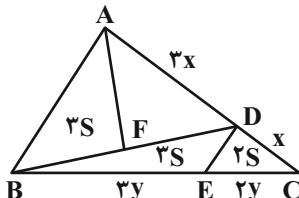
(ریاضی ا- شمارش، بروون شمردن: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳)



با توجه به تساوی مساحت‌های مثلث‌های ABF و BDE است. همچنین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S} = \frac{3}{5} \Rightarrow S_{ABD} = 15S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABF}}{S_{ABD}} = \frac{3S}{15S} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{BF}{BD} = \frac{1}{5}$$



(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(سید محمد رضا حسینی فرد)

گزینه «۳»

فرض کنید $\frac{AE}{EC} = k$ باشد. در این صورت طبق تعیین قضیه تالس داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{AE + EC} = \frac{k}{k+1}$$

دو مثلث CDE و ADE در ارتفاع رسم شده از رأس D مشترک‌اند.

$$\frac{S_{ADE}}{S_{CDE}} = \frac{AE}{EC} = \frac{4}{k} \Rightarrow k = \frac{4}{4-k} \Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} \quad (1)$$

در دو مثلث CDE و BDC ، ارتفاع وارد بر قاعده‌های DE و BC برابر یکدیگرند. پس داریم:

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDC}} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{3} = \frac{k}{k+1} \Rightarrow S_{CDE} = \frac{3k}{k+1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{4}{k} = \frac{3k}{k+1} \Rightarrow 4k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(3k+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=-\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{غیرق}$$

$$\Rightarrow S_{CDE} = \frac{4}{k} = \frac{4}{2} = 2$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(میر محمد ریاحی)

گزینه «۱»

-۶۵

$$CE \parallel AB \Rightarrow \triangle ABG \sim \triangle CEG \Rightarrow \frac{AB}{CE} = \frac{BG}{CG} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{BG}{5-BG}$$

$$\Rightarrow 5(5-BG) = BG \Rightarrow BG = \frac{25}{6}$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(امیر و غائی)

گزینه «۱»

-۶۶

مطابق شکل داریم:

$$\frac{BAD}{MA} : \frac{BM}{QD} = 1 \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel AD \\ MQ = \frac{AD}{2} \end{cases} \quad (1)$$

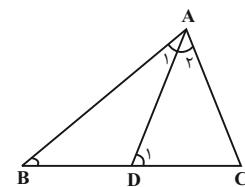
هندسه ۱

گزینه «۲»

با توجه به شکل داریم:

$$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \hat{C} > \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{C} > \hat{A}_1$$

$$\xrightarrow{\Delta ADC} AD > CD \quad (1)$$



$$\hat{ADB} = \hat{A}_1 + \hat{B} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{A}}{2} = \hat{A} \xrightarrow{\hat{A} > \hat{C}} \hat{D}_1 > \hat{C}$$

$$\xrightarrow{\Delta ADC} AC > AD \quad (2)$$

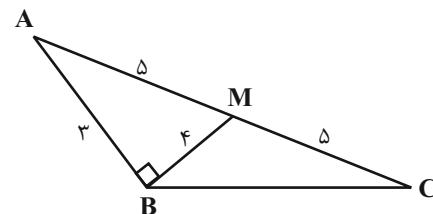
$$(1), (2) \Rightarrow AC > AD > CD$$

(هنرسه ا- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

گزینه «۲»

(سعام مبیدی پور)

با توجه به شکل مشاهده می‌کنیم که بین اضلاع مثلث ABM رابطهٔ فیثاغورس برقرار است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC در نقاطی بیرون از مثلث همسان‌اند.



(هنرسه ا- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۱۹)

گزینه «۳»

(سید محمد رضا حسینی فرد)

در دو مثلث با ارتفاع‌های برابر، نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است.

$$\frac{S_{CDE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{2y}{3y}}{\frac{3y}{3y}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{CDE} = 2S \\ S_{BDE} = 3S \end{cases}$$

بنابراین داریم:



با توجه به موازی بودن BC و EGF ، دو مثلث BGC و EGF به دلیل تساوی زاویه‌ها متشابه هستند. از طرفی GK و GD میانه‌های نظیر اضلاع EF و BC در این دو مثلث هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{GD}{GK} = \frac{BC}{EF} = 2 \Rightarrow GD = 2GK = 6$$

از طرفی G نقطه همرسی میانه‌های مثلث ABC است، پس داریم:

$$GD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow 6 = \frac{1}{3}AD \Rightarrow AD = 18$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

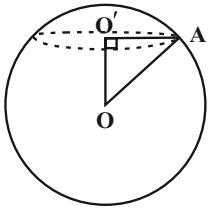
و پندر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

(سوم مبتدی پروردگار)

گزینه ۱۹

از تقاطع صفحه P و کره، دایره‌ای به مرکز O' و شعاع r حاصل می‌شود:

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 64\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 64$$



اگر شعاع کره را با R نمایش دهیم، داریم:

$$\triangle OO'A : OO'^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow R^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow R = 10$$

(هنرسه ا- تبسیم فضایی؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

(عن ایمان)

گزینه ۲۰

در مکعب‌های ردیف پشت، در سمت چپ از بالا به پایین به ترتیب ۴، ۲ و ۲

حرف A و در سمت راست از بالا به پایین به ترتیب ۴، ۳ و ۲ حرف A

قابل مشاهده است. در مکعب‌های ردیف جلو، در سمت چپ از بالا به پایین

به ترتیب ۴ و ۲ حرف A و در سمت راست ۳ حرف A قابل مشاهده است.

بنابراین در مجموع تعداد حروف A که قابل مشاهده هستند، برابر است با:

$$(4+2+2)+(4+3+2)+(4+2)+3=26$$

(هنرسه ا- تبسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۸)

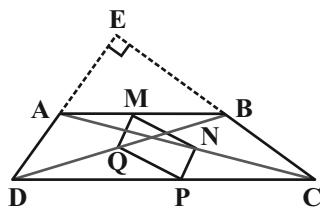
$$\triangle CAD : \frac{CN}{NA} = \frac{CP}{PD} = 1 \Rightarrow \begin{cases} NP \parallel AD \\ NP = \frac{AD}{2} \end{cases} \quad (۲)$$

$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel NP \\ MQ = NP \end{cases} \Rightarrow MNPQ$ متوازی الاضلاع است.

$$\triangle ABC : \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = \frac{BC}{2} \end{cases}$$

چون امتداد اضلاع AD و BC برهم عمودند، پس دو پاره خط MQ و MN نیز برهم عمودند و در نتیجه چهارضلعی $MNPQ$ مستطیل است.

$$S_{MNPQ} = MN \times MQ = \frac{BC}{2} \times \frac{AD}{2} = 5 \times 3 = 15 \quad \text{داریم:}$$



(هنرسه ا- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴)

(اخشین فاضلیان)

گزینه ۲۱

$$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} AM = 2x \\ MB = 5x \end{cases}$$

$$\frac{CN}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} CN = y \\ ND = 3y \end{cases}$$

$$AB = CD \Rightarrow 5x = 4y \Rightarrow y = \frac{5}{4}x$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMND}}{S_{BMNC}} = \frac{\frac{1}{2}AD(AM+ND)}{\frac{1}{2}BC(MB+CN)} = \frac{AM+ND}{MB+CN} = \frac{2x+3y}{5x+y}$$

$$= \frac{2x+3 \times \frac{5}{4}x}{5x+\frac{5}{4}x} = \frac{\frac{29}{4}x}{\frac{27}{4}x} = \frac{29}{27}$$

(هنرسه ا- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

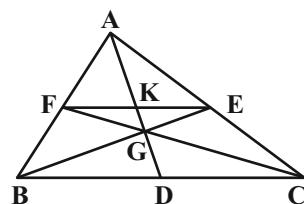
(عن ایمان)

گزینه ۲۲

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} = 1$$

عكس قضیه تالس $\rightarrow FE \parallel BC$

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$





شاخه سمت راست 2cm پایین آمده است. به عبارت دیگر 4cm جیوه در شاخه سمت چپ که بالاتر از سطح تراز اولیه قرار دارد، معادل ارتفاع 2 سانتی‌متر جیوه در شاخه سمت راست است. پس ارتفاع جیوه اضافه شده در شاخه سمت راست برابر است با:

$$h = (h' + 4) - 10 + 2 = 26\text{cm}$$

(فیزیک ا- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

(سیدار شورابی فراهانی)

-۷۴ گزینه «۲»

براساس اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، با افزایش تندری، فشار کاهش می‌یابد. از طرفی با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی یک شارة تراکم‌ناپذیر (مانند آب) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} A_A v_A &= A_C v_C, \frac{A_A}{A_C} = \left(\frac{D_A}{D_C}\right)^2 = \left(\frac{d}{0.5d}\right)^2 = 4 \\ \Rightarrow \frac{v_C}{v_A} &= \frac{A_A}{A_C} = 4 \quad (1) \end{aligned}$$

از آنجایی که طبق معادله پیوستگی، تندری شاره با سطح مقطع جریان نسبت عکس دارد، می‌توان نوشت:

$$v_A < v_B, v_B > v_C \xrightarrow{(1)} v_A < v_C < v_B$$

$$\Rightarrow P_A > P_C > P_B$$

بنابراین با عبور جریان آب از مقطع A تا C ، فشار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(فیزیک ا- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(علیرضا کونه)

-۷۵ گزینه «۲»

با توجه به این‌که در هر دو حالت توان‌ها یکسان است لذا با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_1 = \Delta K_1 = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} m(25 - 1) = 12\text{m}$$

$$W_2 = \Delta K_2 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m(100 - 25) = 37.5\text{m}$$

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_2 \Rightarrow \frac{W_1}{\Delta t_1} = \frac{W_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{12\text{m}}{15} = \frac{37.5\text{m}}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 45\text{s}$$

(فیزیک ا- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴، ۷۳ و ۷۴)

(آرش مروتی)

فیزیک ۱

-۷۱ گزینه «۲»

دو کمیت در صورتی با هم قابل جمع شدن هستند که از یک نوع و دارای یکای یکسان باشند. پس می‌توان نوشت:

$$\left[\frac{B}{C} \right] = \left[\frac{D}{B} \right] \Rightarrow |CD| = |B^2| = m^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{|CD|} = m \Rightarrow \left[\frac{1}{\sqrt{|CD|}} \right] = \frac{1}{m}$$

(فیزیک ا- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(علیرضا کونه)

-۷۲ گزینه «۴»

با استفاده از رابطه $P = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{32}{20} \times \frac{65}{V_B} \Rightarrow V_B = 130\text{cm}^3$$

(فیزیک ا- خیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(امیرحسین برادران)

-۷۳ گزینه «۴»

در حالت اول فشار پیمانه‌ای گاز 10 سانتی‌متر جیوه است.

$$P_1 = P_g + P_0 \Rightarrow P_1 = 10\text{cmHg}$$

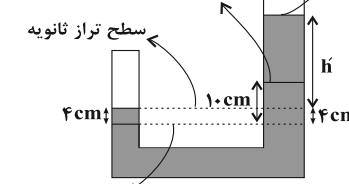
$$P_2 = P'_g + P_0 \xrightarrow{P'_g = 70\text{cmHg}} P_2 = 70 + 10 = 80\text{cmHg}$$

اکنون مطابق قانون گازهای کامل در حالتی که دما ثابت است داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = T_2, V = Ah} \frac{P_1 V_1}{P_1 = 10\text{cmHg}, P_2 = 80\text{cmHg}} \rightarrow$$

$$10 \times h_1 = 80 \times h_2 \xrightarrow{h_1 = 2\text{cm}} h_2 = 1.25\text{cm}$$

سطح آزاد جیوه در حالت دوم سطح آزاد جیوه در حالت اول



$$P_2 = P_0 + h' \xrightarrow{P_0 = 10\text{cmHg}, P_2 = 80\text{cmHg}} h' = 70\text{cmHg}$$

جیوه در شاخه سمت چپ 4cm بالا رفته است. چون سطح مقطع شاخه

سمت چپ نصف سطح مقطع شاخه سمت راست است بنابراین جیوه در



(مبتدی کنوبیان)

گزینه «۳» -۷۸

با توجه به رابطه $Q = P \cdot t = mc\Delta\theta$ برای آب درون ظرفهای A، B و C داریم: (توان گرمکن ثابت و برابر P است).

$$A : P(1\delta) = m_A c(20) \Rightarrow P = \frac{4}{3}m_A c \quad (1) \Rightarrow m_B = \frac{\delta}{\lambda}m_A$$

$$B : P(1\delta) = m_B c(32) \Rightarrow P = \frac{32}{1\delta}m_B c$$

$$C : P(19/\delta) = (m_A + m_B)c\Delta\theta \Rightarrow m_B = \frac{\delta}{\lambda}m_A$$

$$P(19/\delta) = \frac{13}{\lambda}m_A c\Delta\theta \Rightarrow P = \frac{1}{12}m_A c\Delta\theta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \frac{4}{3}m_A c = \frac{1}{12}m_A c\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ C$$

(فیزیک ا- دما و گرمای: صفحه‌های ۵۶ و ۹۶)

(علی خاکی)

گزینه «۲» -۷۹

طبق تعریف در فرایند ایستاوار، دستگاه گرمای Q را می‌گیرد و کار W روی آن انجام می‌شود.

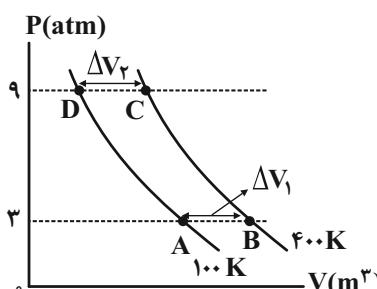
$$\Delta U = Q + W$$

(فیزیک ا- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۳۱)

(امیرحسین مبوزی)

گزینه «۲» -۸۰

برای هر یک از نقاط مشخص شده، معادله حالت گاز کامل را می‌نویسیم.



$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = nRT_A \\ P_B V_B = nRT_B \end{array} \right\} \xrightarrow{P_A = P_B = 1 \text{ atm}} \frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{nR(T_B - T_A)}{nR(T_B - T_A)} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} P_C V_C = nRT_C \\ P_D V_D = nRT_D \end{array} \right\} \xrightarrow{P_C = P_D = 1 \text{ atm}} \frac{P_C}{P_D} = \frac{V_D}{V_C}$$

$$\frac{P_D}{P_C} = \frac{nR(T_D - T_C)}{nR(T_D - T_C)} \quad (2)$$

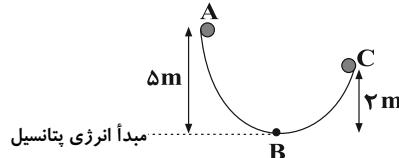
$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{P_D}{P_A} = \frac{T_D - T_C}{T_B - T_A} = \frac{400 - 100}{400 - 100} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{P_D}{P_A} = 1 \Rightarrow \frac{P_D}{P_A} = \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = 1$$

(فیزیک ا- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۵)

(علی عاقلی)

گزینه «۱» -۷۶



$$E_C - E_A = W_f = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}}$$

$$\Rightarrow (U_C + K_C) - (U_A + K_A) = mgh_C - mgh_A = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = m \times 10 \times 2 - m \times 10 \times \Delta = -40m$$

طبق صورت سوال $W_{f_{AB}} = \frac{4}{3}W_{f_{BC}}$ است پس:

$$W_f = W_{f_{AB}} + W_{f_{BC}} = \frac{\Delta}{4}W_{f_{BC}} = -40m$$

$$\Rightarrow W_{f_{BC}} = -12m$$

$$\Rightarrow W_{f_{AB}} = \frac{3}{4}W_{f_{BC}} = \frac{3}{4} \times (-12)m = -18m$$

حال رابطه $\Delta E = W_f$ را برای نقاط A و B می‌نویسیم.

$$E_B - E_A = W_{f_{AB}}$$

$$\Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_{f_{AB}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}mv_B^2 - mgh_A = -18m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}v_B^2 - 10 \times \Delta = -18 \Rightarrow v_B^2 = 64 \Rightarrow v_B = \frac{8}{\sqrt{s}}m$$

(فیزیک ا- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۶ و ۶۵)

(امیرحسین برادران)

گزینه «۱» -۷۷

ابتدا با توجه به نمودار ضریب انبساط طولی فلز را بدست می‌آوریم:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{\Delta \theta l_0} = \frac{l_0 = 2m, \Delta l = 10^{-4}m}{\Delta \theta = 50^\circ C} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-4}}{50 \times 2} = \frac{1}{1000} = 10^{-4} \frac{1}{K}$$

اکنون افزایش حجم کره را بدست می‌آوریم:

$$\Delta V = V \beta \Delta \theta \xrightarrow{\alpha = 10^{-4}, l_0 = \frac{1}{K}, V_0 = \frac{4}{3}\pi R^3, \pi = 3} \Delta V = V \beta \Delta \theta = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \times \frac{1}{10^{-4}} \times 50 = 60 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \times 10^{-4} \times 50 = 60 \text{ mm}^3$$

(فیزیک ا- دما و گرمای: صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

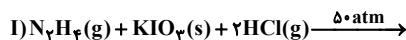


$$\frac{18}{8} = 2 / 25$$

(شیمی ا- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۴ تا ۳۷)

(مبنی اسراره)

گزینه «۴» - ۸۴



بررسی گزینه‌ها:
گزینه «۱»:

$$\frac{6}{4} = 1 / 5 \quad \text{نسبت خواسته شده}$$

گزینه «۲»: با انجام واکنش (I) در یک ظرف درسته، به دلیل افزایش تعداد مولهای مواد گازی از ۳ به ۵، فشار ظرف افزایش می‌یابد. علامت $\xrightarrow{50\text{ atm}}$ نشان می‌دهد که واکنش در فشار ۵۰ اتمسفر انجام می‌شود.

گزینه «۳»: SO_2 یک عامل ایجاد باران ایدی است.

گزینه «۴»: تفاوت مجموع ضرایب واکنشدها و فراوردها در واکنش (II) برابر ۳ بوده، در حالی که مجموع شمار اتم‌ها در PI_3 برابر ۴ است.

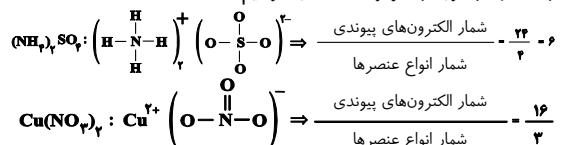
(شیمی ا- در پایی گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۲ تا ۶۴)

(اکبر هنرمند)

گزینه «۱» - ۸۵

مواد اول و چهارم درست است.

عبارت اول: با توجه به فرمول ساختاری خواهیم داشت:



عبارت دوم: نقطه جوش گاز هلیم -269°C - بوده و در هوای مایع با دمای -200°C وجود ندارد.

عبارت سوم: گازهای دارای مولکول‌های ناقطبی نیز می‌توانند در آب حل شوند.

عبارت چهارم: تشکیل O_3 از اتم O و مولکول O_2 با آزادشدن انرژی به صورت تابش فروسرخ همراه است.

عبارت پنجم: در ارتفاع بالاتر از ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، علاوه بر اتم‌ها و مولکول‌های خنثی، یون‌های تک اتمی و چنداتمی نیز وجود دارند.

(ترکیبی) (شیمی ا- صفحه‌های ۴۷، ۵۰، ۵۵، ۵۶ و ۷۴)

(ساید شیری)

گزینه «۳» - ۸۶

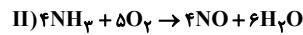
ابتدا واکنش‌ها را موازن می‌کنیم، برای موازن کامل واکنش (I) از ضرایب

I) $a\text{N}_\gamma\text{O}_4 + 2\text{KI} \rightarrow 2\text{KNO}_\gamma + b\text{NO} + \text{I}_\gamma$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{N} : \gamma a = 2 + b \\ \text{O} : 4a = 6 + b \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 2$$

$$? \text{LNO} = 55 / 2\text{gN}_\gamma\text{O}_4 \times \frac{1\text{molN}_\gamma\text{O}_4}{92\text{gN}_\gamma\text{O}_4} \times \frac{2\text{molNO}}{2\text{molN}_\gamma\text{O}_4}$$

$$\times \frac{22 / 4\text{LNO}}{4\text{molNO}} = 13 / 44\text{LNO}$$



شیمی ۱

«۴» - ۸۱

(ممدر عظیمیان زواره)

لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{7}Li و ^{6}Li است و درصد فراوانی ^{7}Li از ^{6}Li بیشتر است. (نسبت $\frac{Z}{N}$ در ^{7}Li و ^{6}Li به ترتیب برابر $75 / 0$ و 1 است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طبق متن کتاب در صفحه ۴ درست است.

گزینه «۲»: منظور دو عنصر هیدروژن و هلیم است که دو عنصر فراوان سیارة مشتری نیز هستند.

گزینه «۳»: شمار رادیوازوتوپ طبیعی هیدروژن برابر ۱ و شمار ایزوتوپ‌های ساختگی آن برابر ۴ است.

(شیمی ا- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

«۱» - ۸۲

(فرزین بستانی)

گام ۱: محاسبه جرم اتمی میانگین عنصر M:

$$30.1 \times 10^{18} \text{ M}_\gamma \times \frac{1\text{molM}_\gamma}{6.02 \times 10^{23} \text{ M}_\gamma} \times \frac{2\text{M g}}{1\text{molM}_\gamma} = 0.080\text{g} \Rightarrow M = 80 / 5\text{g.mol}^{-1}$$

گام ۲: محاسبه درصد فراوانی‌ها:

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر را a_1 و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را a_2 در نظر می‌گیریم، پس:

$$a_1 + a_2 = 100\% \Rightarrow a_1 = 100 - a_2$$

$$80 / 5 = \frac{\lambda \cdot a_1 + \lambda \cdot a_2}{a_1 + a_2} = \frac{\lambda \cdot (100 - a_2) + \lambda \cdot a_2}{100}$$

$$a_2 = 25\%, a_1 = 75\%$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{75}{25} = 3$$

(شیمی ا- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

«۱» - ۸۳

(میرحسین مسین)

تنها مورد چهارم درست است.

مورد اول: برای رسم آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از نزدیک‌ترین گاز تجیب ماقبل اتم عنصر مورد نظر استقاده می‌شود.



مورد دوم: با دقت در آرایش الکترونی اتم $^{25}\text{S}^{2p} 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$ معلوم می‌شود که این اتم با دریافت یک الکترون و تبدیل شدن به یون A^- ، به آرایش الکترونی پایدار گاز تجیب ^{36}Kr می‌رسد.

مورد سوم: براساس آرایش‌های الکترونی فشرده، اتم A به یون A^- و اتم B به یون B^{2+} تبدیل می‌شود و فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل است. BA_2

مورد چهارم: با توجه به آرایش الکترونی اتم A، الکترون با $n = 3$ و $n = 2$ هستند.

الکترون با $n = 1$ نیست.



$$5 \times 14 / 2 = 71 \text{ kg}$$

(شیمی - آب، آهنج زندگی: صفحه های ۹۳ و ۹۵)

(مسعود بعفری)

گزینه «۲»

براساس نمودار، اتحال پذیری KNO_3 در دماهای 34°C ، 45°C و 52°C به ترتیب برابر با 70 گرم، 50 گرم و 30 گرم در 100 گرم آب است. ابتدا باید محاسبه کیم چند گرم KNO_3 را می توان در 30°C گرم آب با دمای 52°C حل کرد.

$$\frac{52^\circ\text{C}}{52^\circ\text{C}} \times \frac{90\text{g KNO}_3}{100\text{g آب}} = 72\text{g KNO}_3$$

با توجه به نمودار اگر 170 گرم محلول سیرشده KNO_3 را از دمای 34°C تا 45°C سرد کنیم، 20 گرم ($70 - 50$) رسوب تشکیل می شود. با

$$\frac{\text{محلول سیرشده}}{27\text{g}} \times \frac{170\text{g}}{20\text{g}} = 229 / 5\text{g}$$

حال باید جرم آب و KNO_3 را در این محلول سیرشده که در دمای 45°C قرار دارد، به دست آوریم:

$$\frac{\text{حل شونده}}{229 / 5\text{g}} \times \frac{70\text{g}}{170\text{g}} = 94 / 5\text{g}$$

جمله حل شونده - جرم محلول سیرشده = جرم آب

$$= 229 / 5 - 94 / 5 = 135\text{g}$$

$$135 - 94 / 5 = 40 / 5\text{g}$$

(شیمی - آب، آهنج زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۴)

(نوید آرمات)

گزینه «۲»

مواد اول، سوم و چهارم درست است.

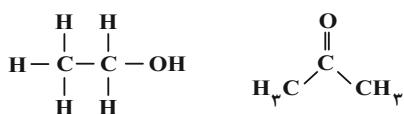
بررسی موارد:

مورد ۱: آتانول ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$) و استون ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$) هر دو جزء حلال های آئی اکسیژن دار هستند.

مورد ۲: هر دو مولکول می توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار نمایند.

مورد ۳: از آتانول به عنوان حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی و از استون به عنوان بذرخ از چربی ها، رتگ ها و لак ها استفاده می شود.

مورد ۴: مولکول های آتانول و استون مطابق ساختارهای زیر به ترتیب ۸ و ۱۰ پیوند کووالانسی دارند.



مورد ۵: آتانول ۲ اتم کریں و استون ۳ اتم کریں دارد که مجموع آنها برابر

۵ می شود که برابر تعداد اتم های بتنان است نه هگزان.

(شیمی - آب، آهنج زندگی: صفحه های ۱۰۷ تا ۱۱۰)

$$? \text{gNH}_3 = 13 / 44 \text{LNO} \times \frac{1 \text{molNO}}{22 / 4 \text{LNO}} \times \frac{4 \text{molNH}_3}{4 \text{molNO}}$$

$$\times \frac{17\text{gNH}_3}{1\text{molNH}_3} = 10 / 2\text{gNH}_3$$

(شیمی - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۶۴، ۶۵، ۶۶ و ۶۷)

(مسعود بعفری)

گزینه «۳»

ابتدا باید مول SO_2 و SO_3 را به دست آوریم. مول SO_2 را x و مول SO_3 را y در نظر می گیریم.

$$\frac{\text{SO}_2 \text{ در } 64\text{g O}}{\text{SO}_3 \text{ در } 80\text{g O}} = \frac{\text{جرم جرم}}{\text{جرم جرم}} \times 100$$

$$=\frac{64x \text{gSO}_2 \times \frac{32\text{gO}}{64\text{gSO}_2} + 80\text{ygSO}_3 \times \frac{48\text{gO}}{80\text{gSO}_3}}{64x + 80y} \times 100 = 56 / 25$$

$$\Rightarrow \frac{32x + 48y}{64x + 80y} = \frac{56 / 25}{100} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 3y}{4x + 5y} = \frac{9}{16} \Rightarrow 32x + 48y = 36x + 45y$$

$$\Rightarrow 4x = 3y \Rightarrow x = \frac{3}{4}y$$

$$\text{جرم SO}_2 + \text{جرم SO}_3 = 256\text{g}$$

$$\Rightarrow 64x + 80y = 256 \Rightarrow 64(\frac{3}{4}y) + 80y = 128y = 256$$

$$\Rightarrow y = 2 \quad x = 1 / 5 \quad x + y = 3 / 5$$

در مجموع در مخلوط گازی، $3 / 5$ مول گاز وجود دارد.

$$\frac{0 / 3 \text{atm}}{1 \text{mol} \text{گاز}} = 1 / 0.5 \text{atm}$$

(شیمی - رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۷۷ تا ۸۱)

گزینه «۱»

ابتدا گنجایش مقدار آب در هر مخزن را محاسبه می کنیم:

$$V = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{m}^3 = 64 \times 10^3 \text{L}$$

$$? \text{gH}_2\text{O} = 64 \times 10^3 \text{L} \times \frac{1000 \text{mL}}{1 \text{L}} \times \frac{1 \text{g}}{1 \text{mL}} = 64 \times 10^6 \text{g H}_2\text{O}$$

یون کلرید مورد نیاز روزانه برای هر مخزن:

$$? \text{gCl}^- = 64 \times 10^6 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{142 \text{gCl}^-}{10^6 \text{g H}_2\text{O}} = 9088 \text{g Cl}^-$$

در نهایت مقدار CaCl_2 لازم را حساب می کنیم:



$$? \text{kgCaCl}_2 = 9088 \text{g Cl}^- \times \frac{1 \text{molCl}^-}{35 / 5 \text{g Cl}^-} \times \frac{1 \text{molCaCl}_2}{2 \text{molCl}^-}$$

$$\times \frac{111 \text{gCaCl}_2}{1 \text{molCaCl}_2} \times \frac{1 \text{kgCaCl}_2}{1000 \text{gCaCl}_2} \approx 14 / 2 \text{kgCaCl}_2$$



(یغما کلاترین)

$$f(-1) = 3 \Rightarrow -1 + 3a - 2 + 9 = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$g(x) = xf(2x-1) \Rightarrow g(2) = 2f(3) = 2(27-27+6+9) = 30$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

«۹۵- گزینه»

(علی اصغر شریفی)

«۹۶- گزینه»

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$|a| = 2 \Rightarrow |ab| = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

کم‌ترین مقدار تابع برابر -۲ است، پس:

چون نمودار سینوس قرینه نشده پس $a > 0$ است.

(مسابان ۲ - مثال‌ت: صفحه ۲۷)

(فرامرز سپهری)

«۹۷- گزینه»

$a = \pm \frac{1}{4}$ است، بنابراین $|a| = \frac{1}{4}$ است، یعنی

هم‌چنین فاصله طولی $x = \frac{9}{4}$ تا $x = \frac{3}{4}$ برابر $\frac{3}{4}$ دوره تناوب است.

$$\frac{3T}{4} = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} \Rightarrow T = 2$$

$$T_f = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

می‌توان حالات (1) یا $(a = -\frac{1}{4}, b = -1)$ را در نظر گرفت.

حال با فرض مثبت بودن a و b داریم:

$$f(x) = \frac{1}{4} \sin \pi(x - c)$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(-\frac{1}{4} - c\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(\frac{9}{4} - c\right) = \frac{1}{4} \sin \pi\left(\frac{1}{4} - c\right) = 0$$

$$\Rightarrow \pi\left(\frac{1}{4} - c\right) = k'\pi; k' \in \mathbb{Z} \Rightarrow c = k' + \frac{1}{4}$$

k' باید زوج باشد؛ زیرا اگر فرد باشد نمودار نسبت به محور x ها قرینه می‌شود که نادرست است:

$$\Rightarrow c = \frac{1}{4}k + \frac{1}{4}$$

در نتیجه حاصل $a+b+c$ با توجه به علامت a و b به دو صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} a, b < 0 & : a+b+c = \frac{5}{4} \\ a, b > 0 & : a+b+c = \frac{7}{4} \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار مثبت $a+b+c$ به ازای $k=1$ در رابطه $\frac{5}{4}$ به

دست می‌آید که برابر $\frac{3}{4}$ خواهد شد.

همچنین در حالات (-1) و (1) ($a = -\frac{1}{4}$, $b = -1$) ضابطه تابع به

صورت $f(x) = -\frac{1}{4} \sin \pi(x - c)$ خواهد بود. در این حالات نیز همچنان

است، اما $c = k' + \frac{1}{4}$ باید فرد باشد:

حسابان ۲

«۹۱- گزینه»

فرض می‌کنیم مختصات A' به صورت (x_0, y_0) باشد:

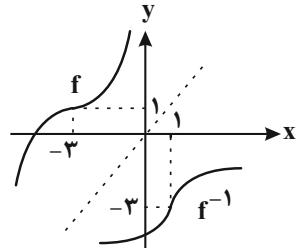
$$\begin{cases} 1 - 2x_0 = 3 \Rightarrow x_0 = -1 \\ y_0 = f(3) - 3 = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

پس $(-1, -2)$ است. فاصله $A(-1, -2)$ از $A'(3, 1)$ برابر است با:

$$AA' = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

«۹۲- گزینه»

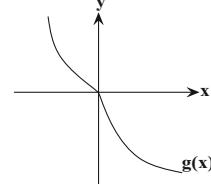
قرینه نمودار تابع را نسبت به خط $y = x$ رسم می‌کنیم:

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

«۹۳- گزینه»

از آنجا که $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار آن می‌تواند به شکل زیر باشد. برای یافتن دامنه تابع $y = \sqrt{(gof)(x)}$ داریم:

$$(gof)(x) \geq 0 \Rightarrow g(f(x)) \geq 0$$



با توجه به نمودار $(gof)(x) \geq 0$ ، به ازای ورودی‌های کوچک‌تر با مساوی صفر، مقدار تابع بزرگ‌تر یا مساوی صفر می‌شود.

$$\frac{g(f(x)) \geq 0}{g(f(x)) \geq 0} \Rightarrow f(x) \leq 0 \Rightarrow 3x + 5 \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{3}$$

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

«۹۴- گزینه»

با تساوی پایه‌های توان، معادله را به صورت رو به رو می‌نویسیم:

$$3^{2x} \geq 3^{-x^2}$$

تابع $y = 3^{-x^2}$ اکیداً صعودی است، بنابراین نامعادله بالا به صورت زیر در می‌آید.

$$-x^2 \geq 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow x \in [-3, 1]$$

طول این بازه برابر ۴ است.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)



(کتاب آبی ریاضیات کلکور، رشته ریاضی)

حسابان ۲ - آشنا

«۱۰۱ گزینه ۲»

ابتدا تابع g را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = \sqrt{x+1}$$

قرینه نسبت به محور x ها

$$y = -\sqrt{x+1}$$

$\frac{1}{2}$ واحد به بالا

$$\xrightarrow{} y = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2}$$

برای یافتن ریشه‌های معادله $= 0$ ، $g(2x) = 0$ ، کافی است ریشه‌های معادله $g(x) = 0$ را بر ۲ تقسیم کنیم.

$$g(x) = -\sqrt{x+1} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{1}{2}$$

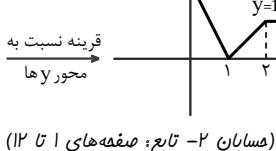
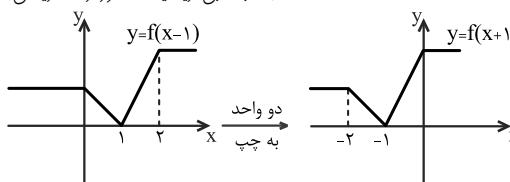
$$\Rightarrow x+1 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{-3}{4}$$

$$\frac{-3}{4} = \frac{-3}{2} = \frac{-3}{8}$$

پس ریشه معادله $g(2x) = 0$ برابر با $x = \frac{-3}{8}$ است.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(کتاب آبی ریاضیات کلکور، رشته ریاضی)



(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(کتاب آبی ریاضیات کلکور، رشته ریاضی)

«۱۰۲ گزینه ۳»

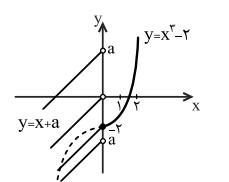
نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & ; x \geq 0 \\ x + a & ; x < 0 \end{cases}$$

برای رسم ضابطه بالایی تابع f ، نمودار تابع $y = x^3$ را دو واحد به پایین منتقل کرده، سپس قسمت چپ محور y ها را حذف می‌کنیم.

با توجه به نمودار، برای آنکه برد تابع $y = x^3 - 2$ شود، باید $a \geq -2$ باشد، پس کمترین مقدار a برابر با -2 است.

(حسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



$$\Rightarrow c = 2k + 1 + \frac{1}{4} = 2k + \frac{5}{4}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} a > 0, b < 0 : a+b+c = 2k + \frac{3}{4} \\ a < 0, b > 0 : a+b+c = 2k + \frac{7}{4} \end{cases}$$

کمترین مقدار مثبت $a+b+c$ به ازای $k=0$ در رابطه $2k + \frac{3}{4}$ به دست می‌آید که برابر $\frac{3}{4}$ است.

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

«۹۸ گزینه ۱»

طول نقاط نمودار تابع $f(x) = 4 \tan \frac{x}{2}$ نسبت به نمودار تابع $y = \tan x$

$$a = 2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

«۹۹ گزینه ۳»

در مثلث BCE است و طبق رابطه فیثاغورس $BE = \sqrt{5}$ و $BC = 1$. در مثلث BCE نیز

$$CE = \sqrt{BE^2 - BC^2} = \sqrt{5-1} = 2$$

حال در مثلث ADE رابطه $\tan \alpha = \frac{AD}{DE} = \frac{1}{3}$ و در مثلث BCE نیز

$$\tan \beta = \frac{BC}{CE} = \frac{1}{2}$$

صورت زیر به دست آوریم:

$$\tan \beta = \tan((\alpha + \beta) - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta)\tan \alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{6}} = \frac{1}{7}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

«۱۰۰ گزینه ۱»

$$\sqrt{\sin x \cos x + 1 - 2 \sin^2 x} = 1 - \sin x + \cos x$$

$$(2 \sin x - 1) \cos x - (2 \sin x - 1) \sin x = 0$$

$$\Rightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x - \sin x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \quad 0 < x < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \quad 0 < x < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

(حسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



از طرفی با توجه به نمودار تابع، واضح است که دوره تناوب این تابع برابر $5 - 1 = 4$ است، پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow 2\pi = 4 |b| \pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

اما $b = \frac{1}{2}$ قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) = 3 + \sin \frac{\pi}{2} x \xrightarrow{x=1} f(1) = 3 + \sin \frac{\pi}{2} = 4$$

که طبق نمودار، $3 < f(1) < 4$ ، لذا $b = -\frac{1}{2}$ است.

$$\Rightarrow f(x) = 3 + \sin(-\frac{\pi}{2}x) = 3 - \sin \frac{\pi}{2}x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{25}{3}} f(\frac{25}{3}) = 3 - \sin \frac{25\pi}{6} = 3 - \sin(4\pi + \frac{\pi}{6})$$

$$= 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2.5$$

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۹)

(کتاب آنی ریاضیات کلکور رشته ریاضی)

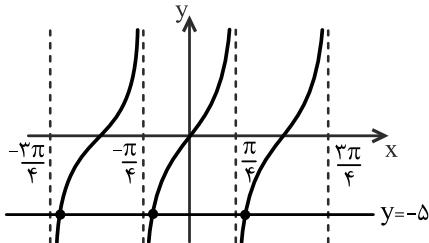
گزینه «۴»

$$5 + \tan 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -5$$

جواب‌های معادله بالا، محل‌های تلاقی نمودار تابع $y = \tan 2x$ با خط

$$T = \frac{\pi}{2} \text{ است. از آنجایی که دوره تناوب تابع } y = \tan 2x \text{ می‌شود}$$

است، در هر بازه‌ای به طول $\frac{\pi}{2}$ یک شکل کامل از تابع تنازنات رسم می‌شود و نمودار آن با توجه به بازه‌ها به صورت زیر است.



با توجه به نمودار دیده می‌شود که خط $y = -5$ در بازه $(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$ نمودار را

در دو نقطه قطع می‌کند و معادله در این بازه دو ریشه دارد.

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(کتاب آنی ریاضیات کلکور رشته ریاضی)

گزینه «۱»

$$\sin \frac{5\pi}{6} + \sin \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos x (-\sin x) = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin x \cos x \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin x \cos x \Rightarrow 1 = \sin 2x$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

(کتاب آنی ریاضیات کلکور رشته ریاضی)

اگر f مثبت و اکیداً نزولی باشد، تابع f^3 و \sqrt{f} نیز مثبت و اکیداً نزولی هستند. همچنین تابع $\frac{1}{f}$ مثبت و اکیداً صعودی اما $\frac{1}{f}$ منفی و اکیداً نزولی است.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۲»

اگر f مثبت و اکیداً نزولی باشد، تابع f^3 و \sqrt{f} نیز مثبت و اکیداً نزولی هستند. همچنین تابع $\frac{1}{f}$ مثبت و اکیداً صعودی اما $\frac{1}{f}$ منفی و اکیداً نزولی است.

گزینه «۱»

می‌دانیم اگر چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - p$ بخش‌بزیر باشد، $= 0$ است. پس ابتدا ریشه معادله $a^{12} - 81 = 0$ را حساب می‌کنیم:

$$a^{12} = 3^4 \Rightarrow a = \pm \sqrt[12]{3^4} = \pm \sqrt[3]{3}$$

این همان ریشه‌های عبارت داده شده در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» است.

بنابراین چندجمله‌ای $a^{12} - 81$ بر $a^{12} - 9$ بخش‌بزیر نیست.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه «۲»

دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{2}$ برابر با $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ است.

بنابراین در هر بازه به طول 2 ، تابع یکبار تکرار می‌شود؛ پس در بازه $[-1, 15]$ که طول بازه برابر با $= 16$ است، نمودار تابع

$$= \frac{16}{4} = 4 \text{ بار تکرار می‌شود.}$$

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه ۲۷)

گزینه «۱»

در رابطه‌ی داده شده $x = \frac{\pi}{3}$ را قرار می‌دهیم:

$$f(x) = 2 \cos x + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 3f\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow -2f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$f(x) = 2 \cos x - \frac{3}{2}$$

مینیمم تابع f به ازای $\cos x = -1$ حاصل می‌شود و برابر $= -\frac{7}{2}$ است.

(مسابان ۲ - مثالثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

گزینه «۲»

با توجه به نمودار داده شده، نقطه $(0, 0)$ روی این تابع قرار دارد. پس:

$$f(x) = a + \sin(b\pi x) \xrightarrow{(0, 0) \in f} 0 = a + \sin 0 \Rightarrow a = 0$$



$$\begin{aligned} \stackrel{(1),(2)}{\rightarrow} & \begin{cases} -\frac{2}{\alpha} = -1 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \frac{\beta}{\alpha} = -3 \Rightarrow \beta = -3\alpha = -6 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = -4 \end{aligned}$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

(سید محمد رضا مسینی فرد)

گزینه «۲» - ۱۱۳

ابتدا ماتریس A را بددست می‌آوریم و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} b & b+1 \\ 2a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b^2 + 4b + 4 & -b+1 \\ -2ab + 4b & -4a+b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -2ab+4b=0 \end{cases} \Rightarrow -2a+4=0 \Rightarrow a=2$$

پس ماتریس A به صورت می‌آید. داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} \gamma^n & 0 \\ 0 & (-\gamma)^n \end{bmatrix}$$

بنابراین توان‌های زوج در ماتریس A اسکالر هستند.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ تا ۲۱)

(اصدرضا خلاج)

گزینه «۱» - ۱۱۴

$$A^\tau = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^\tau = A^\tau \times A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{1\tau} = (A^\tau)^\tau = (-I)^\tau = I$$

$$B^\tau = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{1\tau} = (B^\tau)^\tau = I^\tau = I$$

$$(A^{1\tau} \times B^{1\tau})^{-1} = (I \times I)^{-1} = (I^\tau)^{-1} = I^{-1} = I$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(سعید پور)

گزینه «۳» - ۱۱۵

$$A - A^\tau - I = \bar{O} \Rightarrow A^\tau = A - I \xrightarrow{\text{بتوان ۲}} A^\tau = (A - I)^\tau$$

$$\Rightarrow A^\tau = A^\tau - 2A + I = (A - I) - 2A + I = -A$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان ۲}} A^\tau = (-A)^\tau = A^\tau$$

$$\Rightarrow A^\tau + A = A^\tau + A = (A - I) + A = 2A - I$$

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

هندسه ۴

گزینه «۴» - ۱۱۱

(ممدر فدرا)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -2 \\ 3 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -x - 4 \\ 10 & 2x + 6 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB در صورتی وارون پذیر نیست که دترمینان آن برابر صفر باشد.

داریم:

$$|AB| = 5(2x+6) - 10(-x-4) = 20x + 70 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2}$$

بنابراین ماتریس AB تنها به ازای یک مقدار x ، وارون پذیر نیست.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

گزینه «۱» - ۱۱۲

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\beta \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \frac{1}{3}\beta & \alpha + \frac{1}{3}\beta \\ \alpha + \frac{1}{3}\beta & -\alpha - \frac{2}{3}\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \frac{1}{3}\beta = 0 \\ 2\alpha + \frac{1}{3}\beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

مقداری به دست آمده در رابطه $\alpha + \frac{1}{3}\beta = 2 - \alpha - \frac{2}{3}\beta = 2$ نیز صدق می‌کند، بنابراینداریم: $\alpha + \beta = 2 - 6 = -4$

روش دوم: هر ماتریس 2×2 به فرم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در رابطه $A^\tau - (a+d)A + |A|I = \bar{O}$ صدق می‌کند.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^\tau - (2-1)A + (2 \times (-1) - 1 \times 1)I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^\tau - A - 2I = \bar{O} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \xrightarrow{\times A} \alpha A^\tau + \beta I = 2A$$

$$\alpha A^\tau - 2A + \beta I = \bar{O} \xrightarrow{+\alpha} A^\tau - \frac{2}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha} I = \bar{O} \quad (2)$$



ستون‌های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می‌شوند.

$$|B| = (1 \times 2 \times 3) \times (1 \times 2 \times 3) |A| = 3! \times 3! |A| \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(هنرسه ۳۰ - ماتریس و کاربردها: صفحه ۳۱)

(امیر و فائز)

«۴» - ۱۱۹ گزینه

$$A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 5 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 3|A|^2 - 10$$

$$\Rightarrow 3|A|^2 - |A| - 10 = 0 \Rightarrow (3|A| + 5)(|A| - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = -\frac{5}{3} \\ |A| = 2 \end{cases}$$

$$|A| = -\frac{5}{3} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 5 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = -\frac{3}{5} \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & -2 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

(هنرسه ۳۰ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۴)

(سرچیلیانیاریان تبریزی)

«۲» - ۱۲۰ گزینه

ابتدا دترمینان داده شده را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2 - x) - 1(x^2 - 1) + x(x^2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow x^3(x-1) - (x-1)(x+1) + x^3(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)[x^3 - x - 1 + x^3] = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^3 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^3 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است.

(هنرسه ۳۰ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(علی ایمانی)

«۴» - ۱۱۶ گزینه

$$\text{فرض کنید } C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ باشد. در این صورت داریم:}$$

$$|B| = 1 \times (-1) - 2 \times 3 = -7 \Rightarrow B^{-1} = \frac{-1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|C| = -1 \times 4 - 2 \times 3 = -10 \Rightarrow C^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$BAC = 7I \Rightarrow A = B^{-1}(7I)C^{-1} = 7B^{-1}C^{-1}$$

$$= 7(-\frac{1}{7})(-\frac{1}{10}) \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -15 & 5 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{10}(2+4-15+5) = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

(هنرسه ۳۰ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(اخشین خاوه‌خان)

«۱» - ۱۱۷ گزینه

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ درصورتی جواب ندارد که}$$

باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \neq \frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \Rightarrow 2m^2 + m = 2m + 2$$

$$\Rightarrow 3m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m}{2} \neq \frac{1}{2m} \Rightarrow m^2 \neq 1 \Rightarrow m \neq 1, -1$$

بنابراین به ازای $m = -\frac{2}{3}$ ، دستگاه جواب ندارد.

(هنرسه ۳۰ - ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(اخشین خاوه‌خان)

«۴» - ۱۱۸ گزینه

درایه‌های سطر اول ماتریس در ۱، درایه‌های سطر دوم ماتریس در ۲ و

درایه‌های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می‌شوند و به طور مشابه درایه‌های



$$a = 37(r+1) + r = 38r + 37 \xrightarrow{\max(r)=36} a = 1405$$

اگر $r < q$ باشد، داریم:

$$a = 37(r-1) + r = 38r - 37 \xrightarrow{\max(r)=36} a = 1331$$

بنابراین بیشترین مقدار a برابر 1405 و مجموع ارقام آن برابر 10 است.

(ریاضیات کلسسنه - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(حسین خزایی)

- ۱۲۴ گزینه «۲»

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{aligned} 245 &= bq + r \Rightarrow bq = 245 - r \Rightarrow b \mid 245 \\ 245 &= bq' + s \Rightarrow bq' = 240 \Rightarrow b \mid 240 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 245 &= 2^4 \times 3 \times 7 \\ 240 &= 2^4 \times 3 \times 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (245, 240) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow b \mid 48$$

$$\Rightarrow \max(b) = 48$$

(ریاضیات کلسسنه - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(علی ایمانی)

- ۱۲۵ گزینه «۴»

$$25 = 32 \equiv 9 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 1^0 \equiv 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 81 \equiv 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 12 \equiv 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 21 \equiv 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 24 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 268 \equiv 1 \xrightarrow{2^3 \text{ بقیه}} 4 \Rightarrow 268 + a \equiv 4 + a \equiv 0$$

$$\Rightarrow a \equiv -4 \equiv 19$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر 19 است، که باقی‌مانده

تقسیم آن بر 4 ، برابر 3 بوده و در نتیجه به 4 [۳] تعلق دارد.

(ریاضیات کلسسنه - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(اصدرضا فلاح)

- ۱۲۶ گزینه «۴»

$$\left. \begin{aligned} 3^3 &= 27 \equiv -1 \\ 5^3 &= 125 \equiv -1 \end{aligned} \right.$$

(محمد هبری)

ریاضیات گلسسه

- ۱۲۱ گزینه «۱»

گزاره «الف» در حالت کلی درست نیست، چون اگر $a = 0$ باشد، آنگاه

$a(b+c) = 0$ و در نتیجه گویا است.

گزاره «ب» نادرست است، چون وارون عدد گنگ c ، عددی گنگ است و

در نتیجه حاصل ضرب آن در عدد گویای غیر صفر b ، عددی گنگ است،

یعنی $\frac{1}{c} \times b$ به مجموعه اعداد گویا تعلق ندارد.

گزاره «پ» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض داریم:

$$\left. \begin{aligned} c &= 2^{\sqrt{2}} \\ d &= \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c^d = \left(2^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2^2 \in \mathbb{Q}$$

(ریاضیات کلسسنه - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرحسین ابومصوب)

- ۱۲۲ گزینه «۳»

اگر $a \mid b$ و $a \mid c$ ، آنگاه طبق خاصیت تعدی $a \mid c$ و در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{aligned} a &\mid b \\ a &\mid c \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a \mid b - c$$

گزینه «۱»:

$$\left. \begin{aligned} a &\mid c \\ b &\mid c \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} ab \mid c^2$$

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{aligned} a &\mid b \\ a &\mid c \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ضرب}} a^2 \mid bc$$

گزینه «۴»:

به عنوان مثال نقض برای گزینه «۳»، می‌توانیم $a = 1$ ، $b = 2$ ، $c = 8$ را در نظر بگیریم.

(ریاضیات کلسسنه - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(افشین شاهمه‌فان)

- ۱۲۳ گزینه «۳»

اگر $q > r$ باشد، داریم:



$$\Rightarrow 5n \equiv 155 \xrightarrow[5 \times 5]{+5} n \equiv 31 \Rightarrow n = 5k + 31$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی n عبارت اند از: ۳۱ و ۸۶

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

(نیلوفر مهدوی)

«۲» - گزینه ۲

شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ جواب داشته

$$\text{باشد آن است که } c | (a,b), \text{ یعنی } (a,b) | c \text{ و } (a,b) | 28.$$

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۴۲ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۲۸

$$(a,b) = 3 \text{ یا } 6 \text{ یا } 12 \text{ یا } 21 \text{ یا } 42 \text{ : نباشد، در نتیجه داریم:}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(علن ایمان)

«۲» - گزینه ۲

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به ترتیب برابر x و

باشد. در این صورت داریم:

$$200x + 500y = 13000 \Rightarrow 2x + 5y = 130$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 130 \xrightarrow[2]{} y \equiv 0 \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k) = 130 \Rightarrow 2x = -10k + 130 \Rightarrow x = -5k + 65$$

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow -5k + 65 > 0 \Rightarrow k < 13 \\ y > 0 \Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 12$$

بنابراین در صورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به

طریق می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۲۹)

$$\gamma^{3n+11} \times \delta^{3n+12} + 2 \equiv \gamma^{3n} \times \gamma^{11} \times \delta^{3n} \times \delta^{12} + 2$$

$$\equiv 15^{3n} \times (\gamma^3)^3 \times \gamma^3 \times (\delta^3)^4 + 2 \equiv 15^{3n} \times (-1)^3 \times 2 \times (-1)^4 + 2$$

$$\equiv -2 + 2 \equiv 0.$$

یعنی این عدد به ازای همه مقادیر طبیعی n ، بر ۷ بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ و ۲۱)

(اخشین فاضن)

«۴» - گزینه ۴

عددی مضرب ۴۴ است، که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\frac{44ab}{44a5b} \equiv 0 \Rightarrow \frac{ab}{5b} \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\frac{11}{42a5b} \equiv 0 \Rightarrow b - 5 + a - 2 + 4 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = 14 \end{cases}$$

$$b = 2 \xrightarrow[a+b=4]{} a = 1 \Rightarrow a \times b = 2$$

$$b = 6 \xrightarrow[a+b=14]{} a = 8 \Rightarrow a \times b = 48$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار $a \times b$ ، برابر ۴۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(سیدروهید زوالقاری)

«۲» - گزینه ۲

فرض کنید $d | (5n + 4, 7n - 5) = d$ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d | 5n + 4 \xrightarrow{x5} d | 35n + 20 \\ d | 7n - 5 \xrightarrow{x5} d | 35n - 25 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 5^3 \xrightarrow{d \neq 1} d = 5^3$$

$$5^3 | 5n + 4 \Rightarrow 5n + 4 \equiv 0 \Rightarrow 5n \equiv -4 \equiv -4 + 3 \times 5^3$$



$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{|v_{av}[0, 15]|}{|v_{av}[10, 20]|} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{15}} = \frac{16}{15}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(امیرحسین براذران)

«۱۳۲ - گزینه ۲»

اگر طول پل را برابر با L و طول قطار را برابر با L' در نظر بگیریم، در حالتی که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، مسافتی که طی می‌کند برابر $d_1 = L - L'$ است با:

و مسافتی شده توسط قطار زمانی که وارد پل می‌شود تا زمانی که به‌طور

$d_2 = L + L'$ کامل از پل خارج شود برابر است با:

با توجه به این که تندی قطار ثابت است، داریم:

$$v = 10\lambda \frac{km}{h} = \frac{10\lambda \text{ m}}{3/6 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow d_2 - d_1 = v(t_2 - t_1)$$

$$\xrightarrow{t_2 - t_1 = 15s} (L + L') - (L - L') = 30 \times 15$$

$$\Rightarrow 2L' = 30 \times 15 \Rightarrow L' = 225 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۳)

(امیرحسین مهوری)

«۱۳۴ - گزینه ۲»

ابتدا با استفاده از معادله مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_f + v_i}{2} \xrightarrow{\Delta x = -9 \text{ m}, v_f = 0, \Delta t = 3 \text{ s}} \frac{-9}{3} = \frac{0 + v_i}{2}$$

$$\Rightarrow v_i = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون شتاب متغیر را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_i \Rightarrow 0 = a \times 3 + (-6) \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متغیر که برابر است با:

$$v = at + v_i \Rightarrow v = 2t - 6$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عباس اصفهانی)

«۱۳۵ - گزینه ۳»

با توجه به معادله مکان، شتاب حرکت و سرعت اولیه آن مشخص است.

بنابراین، ابتدا معادله سرعت را بدست می‌آوریم و نمودار سرعت - زمان آن

را رسم می‌کنیم.

$$x = t^2 - 4t + 10 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_i = \frac{1}{2}at^0 + v_i t + x_i \end{cases}$$

حال معادله سرعت - زمان متغیر را می‌نویسیم.

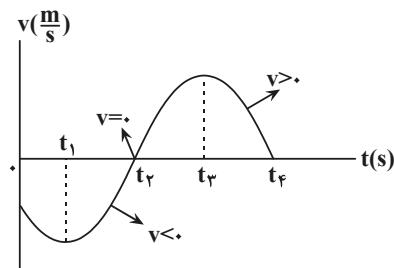
$$v = at + v_i \Rightarrow v = 2t - 4$$

(امیرحسین براذران)

«۱۳۱ - گزینه ۴»

در نمودار سرعت - زمان در لحظه‌ای که نمودار محور زمان راقطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود، جهت حرکت متغیر تغییر می‌کند. بنابراین در بازه زمانی که لحظه t_2 در آن بازه قرار داشته باشد، چون جهت حرکت متغیر تغییر کرده است، مسافتی شده و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابر نیستند.

در بازه زمانی $t_2 < t < t_4$ است و متغیر در جهت محور x ها در حال حرکت است بنابراین در این بازه زمانی جهت حرکت متغیر ثابت است و مسافت و بزرگی جابه‌جایی با هم برابر است.

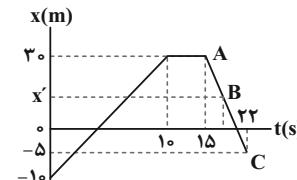


(فیزیک ۳ - حرکت بر فقط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۱)

(مینهم (شتیان))

«۱۳۲ - گزینه ۱»

بزرگی سرعت متوسط در هر بازه را به‌طور جداگانه بدست می‌آوریم:



$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m} \\ t_2 = 15 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 30 \text{ m} \end{cases} \xrightarrow{\text{طبق نمودار}}$$

$$\Rightarrow v_{av}[0, 15] = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 - (-10)}{15 - 0} = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} (*)$$

برای یافتن مکان در لحظه $t = 20 \text{ s}$ از بکسان بودن شبی خط یک بار با در نظر گرفتن دو نقطه A و C و بار دیگر با در نظر گرفتن دو نقطه A و B استفاده می‌کنیم:

$$\frac{x_C - x_A}{t_C - t_A} = \frac{-5 - 30}{22 - 15} = -\frac{35}{7} = -5$$

$$\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{x' - 30}{20 - 15} = \frac{x' - 30}{5} \Rightarrow \frac{x' - 30}{5} = -5 \Rightarrow x' = 20$$

$$\Rightarrow x' = 20 \text{ m}$$

بنابراین اندازه سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 10 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 30 \text{ m} \\ t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 20 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |v_{av}[10, 20]| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|30 - 20|}{20 - 10} = \frac{10}{10} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} (**) \quad \square$$



با توجه به این که نیروی عکس العمل سطح ۲۰ درصد کاهش یافته است.
بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} F'_N &= 0 / \Delta F_N \xrightarrow{\text{I, II}} mg - F = \frac{4}{5}(F + mg) \\ \Rightarrow \frac{mg}{\Delta} &= \frac{9}{5}F \Rightarrow F = \frac{mg}{9} \xrightarrow{F'_N = mg - F} F'_N = \frac{1}{9}mg \\ \frac{m=10kg}{g=10N/kg} &\rightarrow F'_N = \frac{1}{9} \times ۳۰ = \frac{10}{3}N \Rightarrow \vec{F}'_N = \frac{10}{3}\hat{j}(N) \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(زهره گام‌مردی)

گزینه «۲» - ۱۳۹

وقتی سرعت آسانسور ثابت است ($a = 0$) طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow F_e - mg = ma \\ \frac{F_e = kx}{a = 0} &\rightarrow kx - mg = 0 \Rightarrow kx = mg \\ k = 20 &\frac{N}{m} = 2 \frac{N}{cm} \rightarrow 2 \times ۱۲ = mg \\ x = ۳۷ - ۲ &= ۳۵ cm \rightarrow 2 \times ۱۲ = mg \\ \Rightarrow mg &= ۲۴ N \Rightarrow m = \frac{24}{10} = ۲.4 kg \end{aligned}$$

در حالت دوم طول فنر برابر است با $x' = ۲۹ cm$ - ۳. در نتیجه تغییر طول $x' = ۲۹ - ۲۰ = ۹ cm$

فنر نسبت به حالت آزاد برابر است با:

در این حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow kx' - mg = ma \Rightarrow 2 \times ۹ - ۲ / ۴ \times ۱۰ = ۲ / ۴ a$$

$\Rightarrow -6 = ۲ / ۴ a \Rightarrow a = -2 / 5 \frac{m}{s^2}$ یعنی جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(رضا امامی)

گزینه «۳» - ۱۴۰

مطابق شکل، از طرف دیوار قائم نیروی \vec{F}_N وارد می‌شود. با توجه به جهت سرخوردن نرdban و اینکه قرار است نرdban در آستانه حرکت باشد، باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد، بنابراین طبق قانون اول نیوتون داریم:

$$\begin{cases} f_{s,\max_1} \\ F_{N_1} \end{cases} \quad \begin{cases} F_{(\text{net})y} = 0 \Rightarrow mg = f_{s,\max_1} + F_{N_2} \\ F_{(\text{net})x} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,\max_2} \end{cases}$$

هم‌چنین با توجه به این که نرdban در آستانه سرخوردن و دیوار قائم بدون اصطکاک است، داریم:

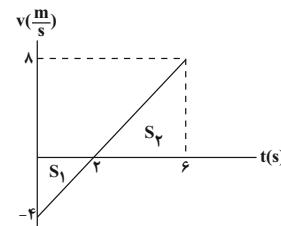
$$f_{s,\max_1} = \mu_s F_{N_1} \xrightarrow{\frac{F_{N_1} = mg, m=10kg}{\mu_s = 0.5, g=10N/kg}} f_{s,\max_1} = 0 / 0.5 \times 100 = 50N$$

$$f_{s,\max_2} = 0 / 0.5 \times 100 = 50N$$

$$\xrightarrow{F_{N_1} = f_{s,\max_2}} F_{N_1} = 50N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

اکنون، به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان،
جایه‌جایی و مسافت متحرك را می‌باییم.



بنابراین داریم:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \left(\frac{-4 \times 2}{2} \right) + \left(\frac{4 \times 8}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta x = -4 + 16 = 12m$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| = |-4| + 16 = 20m$$

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۱۳۶

در ابتدا h را می‌باییم. با انتخاب محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت مثبت به سمت پایین، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + 0 \Rightarrow h = 80m$$

برای محاسبه تندی گلوله در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین با استفاده از معادله سرعت - جایه‌جایی، داریم:

$$v^2 = 2gh \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times (80 - 60) \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

گزینه «۲» - ۱۳۷

(امیرحسین برادران) با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

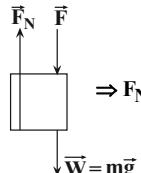
$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{a}' = -\vec{a}} \vec{F}'_{\text{net}} = -4m\vec{a}$$

$$\frac{\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}{\vec{F}_1 = m\vec{a}} \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -4\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

گزینه «۳» - ۱۳۸

(امیرحسین برادران) نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow F_N = F + mg \quad (\text{I})$$

$$\Rightarrow F'_N = mg - F \quad (\text{II})$$



$$\begin{aligned} & \frac{۲۷}{۵} \text{ g} (\text{RCOO})_2\text{Ca} \times \frac{۱\text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}{۵۵\text{ g}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \times \frac{۱\text{ mol} \text{CaCl}_2}{۱\text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \\ & \times \frac{۲\text{ mol} \text{Na}_2\text{PO}_4}{۳\text{ mol} \text{CaCl}_2} = ۰.۰۳۳ \text{ mol} \text{Na}_2\text{PO}_4 \end{aligned}$$

(شیمی ۳؛ صفحه ۹)

(ممدرسان ممداده مقدر)

گزینه ۲

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: از واکنش این پودر با آب، گاز هیدروژن تولید می شود که به پاک کنندگی کمک می کند.
 گزینه ۳: واکنش این مخلوط با آب گرماده است که با افزایش دمای آب به فرایند پاک کنندگی کمک می کند.
 گزینه ۴: این پاک کننده همچون پاک کننده های خورنده علاوه بر برهم کنش با آلاینده ها، با آن ها واکنش نیز می دهد.

(شیمی ۳؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

(ممدرسان ممداده مقدر)

گزینه ۳

دی نیتروژن پنتاکسید همانند کربن دی اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می رود و برخلاف اکسیدهای بازی همانند لیتم اکسید، سدیم اکسید، کلسیم اکسید یا باریم اکسید، منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می شود.

(شیمی ۳؛ صفحه های ۱۴ تا ۱۶)

(علی بدی)

گزینه ۲

موارد ب و ت درست هستند. بررسی هر یک از موارد داده شده:
 عبارت «الف»: ابتدا از روی pH محلول HA، غلظت یون هیدرونیوم را در این محلول محاسبه می کنیم:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/2} \times 10^{-2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

در محلول اسیدهای تک پروتوندار، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت آئیون حاصل از یونش اسیدی برابر است. پس می توان نوشت:

$$[\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{0.05 \times 0.05}{0.2} = 1.25 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

یکای ثابت یونش اسیدهای تک پروتوندار، mol.L^{-1} است.

عبارت «ب»: دقت کنید در عبارت درجه یونش، در مخرج کسر، باید غلظت اولیه اسید را جایگذاری کنیم نه غلظت تعادلی آن را:

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} = \frac{\text{درجه یونش}}{\text{اویله}}$$

مقدار اولیه HA برابر با مجموع مقدار تعادلی آن و مقدار مصرف شده آن است.

مقدار مصرف شده اسید تک پروتوندار، با غلظت یون هیدرونیوم برابر است:

غلظت یون هیدرونیوم + غلظت تعادلی HA = غلظت اولیه HA

$$= 0.2 + 0.05 = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

(ممدرسان پرچار)

شیمی ۳

گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

گزینه ۱: ایلن گلیکول و اتانول هر دو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول های آب را دارند.

گزینه ۲: فرمول مولکولی واژلين $C_{25}H_{52}$ بوده و یک آلان به شمار می رود که در فرمول پیوند - خط آن از ۲۴ خط (مربوط به پیوندهای C-C) استفاده می شود.

گزینه ۴: ۲۰ درصد جرمی اوره با فرمول $CO(NH_2)_2$ از کربن تشکیل شده است:

$$\%C = \frac{(1 \times 12)gC}{60gO} \times 100 = \%20$$

(شیمی ۳؛ صفحه های ۴ و ۵)

(مبینا شرافتی پور)

گزینه ۲

$$8/64g AB \times \frac{100gH_2O}{32gAB} = 27gH_2O$$

$$\begin{aligned} 100gNaOH \times \frac{8.0g}{100g} \times \frac{1\text{ mol}NaOH}{4.0gNaOH} \times \frac{1\text{ mol}H_2O}{1\text{ mol}NaOH} \times \frac{18gH_2O}{1\text{ mol}H_2O} \times \frac{x}{100} \\ = 27gH_2O \Rightarrow x = 75\% \end{aligned}$$

پس ۲۵ % NaOH خالص واکنش نداده است.

$$100gNaOH \times \frac{8.0}{100} \times \frac{2.5}{100} = 2.0gNaOH$$

فرمول صابون: $C_{18}H_{34}COONa$

$$\text{صابون} = \frac{8.0g}{100gNaOH} \times \frac{1\text{ mol}NaOH}{4.0gNaOH} \times \frac{1\text{ mol}NaOH}{100gNaOH}$$

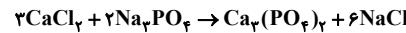
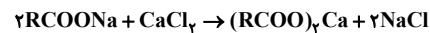
$$\text{صابون} = \frac{75}{100} \times \frac{8.0}{100} = 4.80g$$

(شیمی ۳؛ صفحه های ۴ تا ۶)

(سیر ممدرسان پیرقائمه)

گزینه ۱

با توجه به معادله موازن شده واکنش های زیر خواهیم داشت:



$$RCOO^- : \text{جرم مولی} = 278 - 23 = 255 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$(RCOO)_2\text{Ca} : \text{جرم مولی رسوب} = (255 \times 2) + 40 = 550 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$27/5g(RCOO)_2\text{Ca} \times \frac{1\text{ mol}(RCOO)_2\text{Ca}}{55g(RCOO)_2\text{Ca}} \times \frac{1\text{ mol} \text{CaCl}_2}{1\text{ mol}(RCOO)_2\text{Ca}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol} \text{Ca}^{2+}}{1\text{ mol} \text{CaCl}_2} \times \frac{40 \text{ g} \text{Ca}^{2+}}{1\text{ mol} \text{Ca}^{2+}} = 2g \text{Ca}^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{Ca}^{2+} \text{ گرم}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2}{1000} \times 10^6 = 2000$$

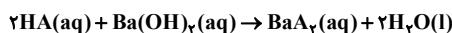
برای قسمت دوم مسأله خواهیم داشت:



(ممدرسن مهدیزاده مقدم)

گزینه «۲» - ۱۴۹

ابتدا واکنش را موازنی کنیم:

حال غلظت Ba(OH)_2 را محاسبه می کنیم:

$$\text{pH} = 13 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

به ازای انحلال هر مول باریم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید می شود. بنابراین:

$$[\text{Ba(OH)}_2] = \frac{[\text{OH}^-]}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال، شمار مول HA مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol HA} = 100 \text{ mL} \times$$

$$\frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.05 \text{ mol Ba(OH)}_2}{\text{ محلول}} \times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} = 0.01 \text{ mol HA}$$

برای اسید ضعیف می توان نوشت:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HA}]} \rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0.01}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 2$$

(شیمی ۳: صفحه های ۲۰ و ۲۴ تا ۲۷)

(مسن لشکری)

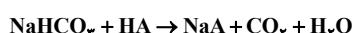
گزینه «۱» - ۱۵۰

$$T = 25^\circ\text{C} \rightarrow [\text{H}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]}$$

$$4 \times 10^{-4} = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{[\text{H}^+]}{10^{-14}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

HA \rightarrow : اسید ضعیف $\Rightarrow [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-8} = M \times 0.02$

$$\Rightarrow M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.1 \text{ L} = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$? \text{ mg NaHCO}_3 = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{100}{100} \times \frac{100 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 10 / 8 \text{ mg NaHCO}_3$$

(شیمی ۳: صفحه های ۲۰ و ۲۴)

$$\frac{0.05}{0.25} = 0.2 \text{ درجه یونش}$$

عبارت «ب»: HA اسید ضعیف است. اسیدهای ضعیف جزو الکترولیت‌های ضعیف هستند.

عبارت «ت»: HX یک اسید قوی است. زیرا در محلول اسیدهای قوی غلظت اولیه اسید در محلول با غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر است.

$$M_{\text{HX}} = [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow M_{\text{HX}} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

با استفاده از حجم محلول، مقدار مول HX را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{مقدار مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{x \text{ mol HX}}{0.1 \text{ L}} \Rightarrow x = 10^{-3} \text{ mol HX}$$

برای تهیه این محلول، می توان ۰.۰۱۰ مول از HX را در ۱ لیتر آب حل کرد و سپس ۱۰۰ میلی لیتر از آن برداشت.

(شیمی ۳: صفحه های ۱۸ تا ۲۶)

(مسن اسماعیل زاده)

گزینه «۴» - ۱۴۷

$$\text{pH(HA)} = \text{pH(HB)} \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{HA}} = [\text{H}^+]_{\text{HB}}$$

$$\% \alpha(\text{HA}) = \% \alpha, \% \alpha(\text{HB}) = \% 2$$

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HA}]} \Rightarrow [\text{H}^+] = \alpha \cdot [\text{HA}] \Rightarrow [\text{HA}] = 2[\text{HB}]$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{HB}]}{[\text{HA}]} = \frac{\lambda}{2} = 4 \Rightarrow \text{حجم ۱ لیتر} \Rightarrow \frac{\text{mol HB}}{\text{mol HA}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی}}}{\frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی}}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی}} = 4 \times \frac{\text{حجم مولی}}{\text{جرم مولی}} = 4 \times \frac{60}{20} = 12$$

(شیمی ۳: صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

(ممدرسن مهدیزاده مقدم)

گزینه «۴» - ۱۴۸

$$M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{\Delta}{16}}{0.2} = \frac{0.5}{16} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 12 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

در صد یونش برابر است با:

$$\alpha = \frac{[\text{OH}^-]}{M} = \frac{10^{-2}}{\frac{0.5}{16}} = 3 / 2 \times 10^{-2} \Rightarrow \alpha(\%) = 3\% / 2$$

ثابت یونش برابر است با:

$$K_b \approx \frac{[\text{OH}^-]^2}{M} = \frac{(10^{-2})^2}{\frac{0.5}{16}} = 3 / 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳: صفحه ۱۹)

بروزترین و ابرترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

