

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**



# آزمون « ۲۲ مهر ماه ۱۴۰۱ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک) مدت پاسخ گویی: ۱۶۵ دقیقه تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

## زنگنه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
انتخابی	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
اجباری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
انتخابی	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
		۱۳۱-۱۴۰	
		جمع کل	
	۱۲۰	۱-۱۴۰	۱۶۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی-شاهین پروازی-عادل حسینی-علی سلامت-حمید علیزاده-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-محمدابراهیم توژنده-جانی-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی-فرد افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-نیما زارع-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-سوگند روشنی-محمد صحت کار
فیزیک	خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقا محمدی-امیرمسعود حاجی مرادی-مسعود خندانی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-سعید شرق-محسن قندچلر-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-احسان محمدی-سیدعلی میرنوری
شیمی	امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان-زواره علیرضا کیانی دوست

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند محمد خندان علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک محمدی محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه، مازیار شیروانی مقدم
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

**گروه آزمون**  
**بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»**  
 دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲ / ریاضی ۱: تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: تابع: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳

۱- برای تابع  $f = \{(2, 4), (a, 4), (-4, 6), (7a+1, 5), (8, a^2+a)\}$  ، اگر  $f(8) - f(a) = 0$  ، حاصل  $f(8) - f(2a)$  برابر کدام است؟

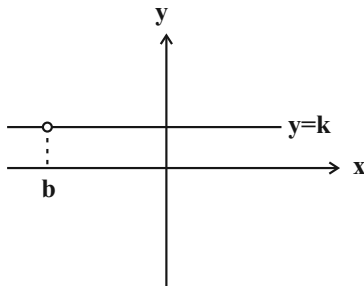
- (۱) صفر (۲)  $2a$  (۳)  $-2a$  (۴)  $a$

۲- در کدام معادله،  $y$  تابعی از  $x$  است؟

(۱)  $3y + 4|y| = x$  (۲)  $4y - 3|y| = x$

(۳)  $-3y + 4|y| = x$  (۴)  $3y - 4|y| = x$

۳- اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{2ax+16}{2x+a}$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $b+k$  کدام است؟



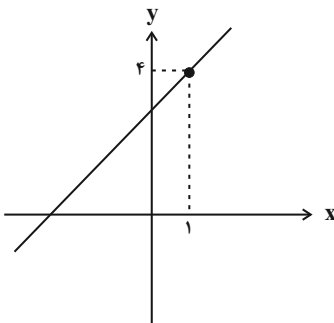
(۱)  $-6$

(۲)  $2$

(۳)  $6$

(۴)  $-2$

۴- در شکل زیر، خط گذرا از نقطه  $(1, 4)$  و با شیب  $a$  در ناحیه دوم با محورهای مختصات مثلثی به مساحت  $S$  ایجاد می‌کند. تابع  $S$



برحسب شیب  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{(4-a)^2}{2a}; a > 0$

(۲)  $\frac{4-a}{2a}; a > 0$

(۳)  $\frac{4-a}{2a}; 0 < a < 4$

(۴)  $\frac{(4-a)^2}{2a}; 0 < a < 4$

محل انجام محاسبات

۵- اگر در تابع خطی  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$ ، داشته باشیم:  $f(f(2)) = 14$  و  $f(1) + f(-1) = -2$ ، کمترین مقدار ممکن برای  $f(4)$  کدام است؟

- (۱) ۱۱      (۲) ۹      (۳) -۱۳      (۴) -۱۱

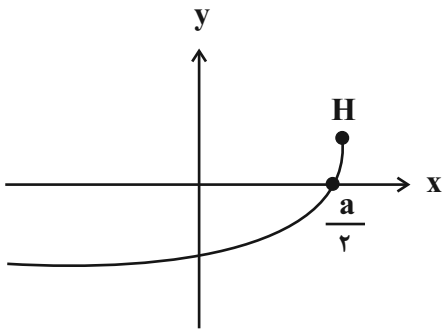
۶- مساحت سطح محدود به نمودار دو تابع  $f(x) = 2 - |x|$  و  $g(x) = 2|x| + x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{5}{4}$       (۴) ۲

۷- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & ; -1 < x < 0 \\ |x-1| + 2 & ; 0 \leq x \leq b \end{cases}$  بازه  $(a, 4]$  است. حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) صفر

۸- نمودار تابع  $f(x) = a^2 - a\sqrt{a-x}$  در شکل زیر رسم شده است. فاصله نقطه  $H$  از مبدأ مختصات کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{5}{4}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       (۴)  $\frac{5\sqrt{5}}{16}$

۹- تابع  $f(x) = \left[ \frac{-x^2}{x^2+1} \right]$  با تابع  $g(x) = \begin{cases} a & ; x = c \\ b & ; x \neq c \end{cases}$  برابر است. حاصل  $a + b + c$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) صفر

۱۰- اگر  $f$  یک تابع چندجمله‌ای درجه دوم باشد و تساوی  $x^2 f(x-1) + k = f(x)f(-x)$  به ازای هر مقدار حقیقی  $x$  برقرار باشد، مقدار

$k$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۳      (۴) ۹

۱۱- حاصل ضرب مقادیر عضو برد تابع  $f(x) = [\sqrt{x}] + \sqrt{3-[x]}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

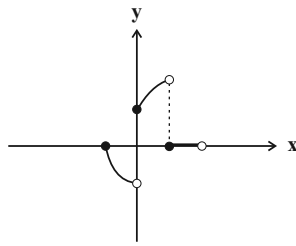
(۴)  $2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

(۳)  $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

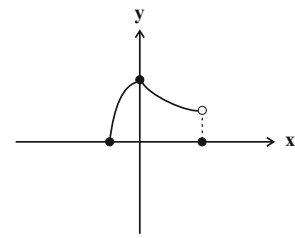
(۲)  $2 + 2\sqrt{2}$

(۱)  $2\sqrt{3} + 2$

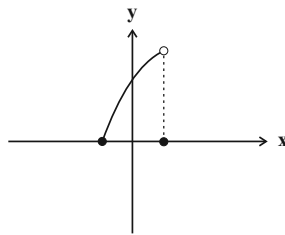
۱۲- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{(1-[x])(x+1)}}{(-1)^{[x]}}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)



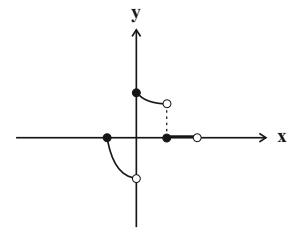
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۳- نقطه  $(a, b)$  روی نمودار تابع  $f$  به نقطه  $(-1, 6)$  روی نمودار  $g(x) = 3 - 2f(x-4)$  نظیر شده است. حاصل  $a+b$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۴- اگر دامنه تابع  $f$ ، بازه  $[-1, 3]$  و  $f(2x+1) = g(-3x+2)$  باشد، دامنه تابع  $g$  کدام است؟

(۴)  $[-1, 7]$

(۳)  $[-\frac{5}{3}, 1]$

(۲)  $[-1, 5]$

(۱)  $[\frac{1}{3}, 1]$

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2$  با چه انتقالی روی  $g(x) = x^3 - 12x$  منطبق می‌شود؟

(۲) ۲ واحد به چپ و ۱۶ واحد به بالا

(۱) ۲ واحد به راست و ۱۶ واحد به بالا

(۴) ۲ واحد به چپ و ۷ واحد به بالا

(۳) ۲ واحد به راست و ۳۲ واحد به بالا

۱۶- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  با کدام یک از انتقال‌های زیر نمودار از ناحیه دوم دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

(۲)  $y = f(x-2)$

(۱)  $y = f(x+2)$

(۴)  $y = f(x)-2$

(۳)  $y = f(x)+2$

۱۷- به ازای چند مقدار صحیح برای  $k$  تابع  $f(x) = \frac{|x|}{x^2} + \frac{2x}{|x|}$  و خط  $y = k$  در یک نقطه مشترک هستند؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۸- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{(-x^2 + 6x - 8)|x - 3|}}{x - 3}$  را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم، سپس نمودار به دست آمده را نسبت به

محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع  $g$  به دست آید. نمودار تابع  $g$  را چند واحد و در کدام جهت محور طول‌ها انتقال دهیم، تا بر نمودار تابع  $f$  منطبق شود؟

(۲) شش واحد به سمت راست

(۱) چهار واحد به سمت راست

(۴) شش واحد به سمت چپ

(۳) چهار واحد به سمت چپ

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{2x - 3}$  را  $k$  واحد ( $k > 0$ ) به چپ انتقال می‌دهیم، سپس طول نقاط روی نمودار را  $\frac{1}{4}$  برابر و نمودار حاصل

را نسبت به محور  $y$ ها قرینه می‌کنیم و در نهایت ۲ واحد به سمت پائین انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی و نمودار  $f$  همدیگر را

در  $x = 2$  قطع کنند، مقدار  $k$  کدام است؟

۱۶ (۴)

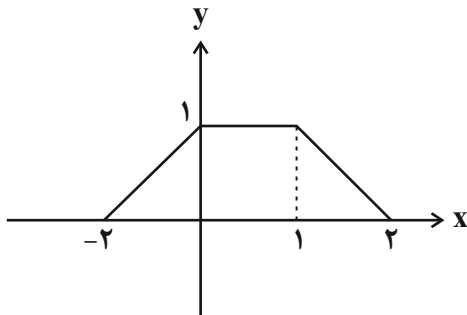
۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۲۰- نمودار تابع  $g(x) = kf\left(\frac{x}{k}\right) + 1$  در شکل زیر رسم شده است. به ازای کدام مقدار  $k$ ، مجموع جواب‌های معادله  $f(x) = \frac{4}{3}$  برابر

$-\frac{3}{2}$  است؟



$-\frac{6}{17}$  (۱)

$-\frac{6}{11}$  (۲)

$\frac{7}{13}$  (۳)

$-\frac{3}{10}$  (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۱

۲۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \begin{bmatrix} a & b \\ 4 & c \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴) ۲

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱)  $3x$   
(۲)  $3xy$   
(۳)  $3x^2$   
(۴)  $3(x^2+y)^2$

۲۳- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر همواره درست است؟

- (۱)  $A \times B = B \times A$   
(۲)  $B^2 \times A = I$   
(۳)  $A \times B^2 = B^2 \times A$   
(۴)  $A \times B^2 = A$

۲۴- برای دو ماتریس  $A$  و  $B$ ، اگر  $A - B = [i - j]_{2 \times 2}$  و  $AB + BA = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2 + B^2$  کدام

است؟

- (۱) ۴۸  
(۲) ۳۶  
(۳) ۲۴  
(۴) ۱۸

۲۵- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی و  $A^3 = \bar{O}$  باشد، حاصل عبارت  $(2A^2 - A + I)(A^2 + 5A + 2I)$  برابر کدام است؟

- (۱)  $3A + 2I$   
(۲)  $2A^2 + 3A + 2I$   
(۳)  $7A + 2I$   
(۴)  $-2A^2 + 7A + 2I$

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$  و  $A^f = mA + nI$  باشد، آنگاه حاصل  $m - n$  کدام است؟

(۱) -۱۱ (۲) -۲۹

(۳) ۲۹ (۴) ۱۱

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & -3 \\ 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AB$  ماتریسی اسکالر باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۳

(۳) -۲ (۴) ۴

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $B = A^{999} + A^{1000} + A^{1001}$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳

(۳) ۲ (۴) -۲

۲۹- اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x & 10 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ a & a+1 \end{bmatrix}$  در رابطه  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$  صدق کنند، مجموع مقادیر  $a$  و  $x$

کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۴

(۳) ۱۲ (۴) صفر

۳۰- حاصل عبارت  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix}$  به ازای چند مقدار صحیح  $x$ ، کوچک‌تر از صفر است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۶ (۴) ۸



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۱۲

۳۱- برای رد چه تعداد از گزاره‌های زیر می‌توان از مثال نقض استفاده کرد؟

(الف) برای هر  $k \in \mathbb{Z}$ ، حداقل یکی از دو عدد به صورت  $6k \pm 1$  عددی اول و بزرگ‌تر از ۳ است.

(ب) اگر  $x$  و  $y$  اعدادی گنگ باشند،  $x^y$  همواره گنگ است.

(پ) برای هر عدد طبیعی  $n$ ، حاصل  $2^{2^n} + 1$  عددی اول است.

(ت) برای هر عدد طبیعی  $n$  بزرگ‌تر از ۱، عدد  $2^n - 1$  عددی اول است.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۳۲- اگر عددهای  $x+3y$  و  $2x-y$  گنگ و عدد  $x+y$  گویا باشد، آنگاه با استفاده از ... ثابت می‌شود که  $x$  عددی ... است.

(۱) برهان خلف - گنگ      (۲) در نظر گرفتن همه حالت‌ها - گویا

(۳) برهان خلف - گویا      (۴) در نظر گرفتن همه حالت‌ها - گنگ

۳۳- فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی باشند. اگر در اثبات نامساوی  $2ab(a+b+1) \geq a^2 + b^2 + 3a^2b^2$  به روش بازگشتی به رابطه

بدیهی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$  رسیده باشیم، حاصل  $|x| + |y| + |z|$  همواره برابر کدام است؟

(۱)  $2ab - a - b - 1$       (۲)  $2ab + a + b + 1$

(۳)  $ab - 2a - 2b - 1$       (۴)  $ab + 2a + 2b + 1$

۳۴- اگر مجذور تعداد زیرمجموعه‌های دو عضو یک مجموعه  $n$  عضوی، عددی زوج باشد،  $n$  چند مقدار دو رقمی می‌تواند اختیار کند؟

(۱) ۴۰      (۲) ۴۴

(۳) ۴۵      (۴) ۵۰

۳۵- اگر  $a, b, c$  سه عدد طبیعی متمایز باشند، کدام یک از روابط زیر همواره درست است؟

(۱)  $a|b+c \Rightarrow a|b$  یا  $a|c$       (۲)  $a|bc \Rightarrow a|b$  یا  $a|c$

(۳)  $bc|a^2 \Rightarrow b|a$  و  $c|a$       (۴)  $a^2|(b-a)^2 \Rightarrow a|b$

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر  $b$  عددی طبیعی باشد و  $5|b+1$  و  $7|b-1$ ، آن گاه میانگین کوچک ترین و بزرگ ترین عدد دورقمی مانند  $b$  کدام است؟

۷۲ (۲)

۶۸ (۱)

۶۶ (۴)

۶۴ (۳)

۳۷- اگر  $7|12a+4b+1$  و  $7|5a-3b+2k$ ، آن گاه حاصل جمع ارقام کوچک ترین عدد سه رقمی مانند  $k$  کدام است؟

۳ (۲)

۱ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)

۳۸- چند عدد طبیعی فرد پنج یا شش رقمی وجود دارد به طوری که مربع کامل و مضرب ۵ باشد؟

۹۰ (۲)

۸۹ (۱)

۱۸۰ (۴)

۱۷۹ (۳)

۳۹- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی  $yx^2 + 2y - x - 6 = 0$  صدق می کند؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۴۰- مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی  $n$  که در رابطه  $9|8^n - 4^n$  صدق می کند کدام است؟

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۹ تا ۲۷

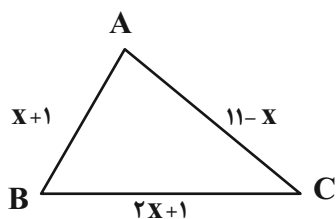
۴۱- در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 45^\circ$  و عمود منصف  $AC$ ، ضلع  $AB$  را در نقطه  $P$  قطع کرده است. اگر  $AP = 3$  و  $BP = 1$  باشد، طول ضلع  $BC$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲)  $2\sqrt{2}$   
(۳) ۴ (۴)  $3\sqrt{2}$

۴۲- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  و  $\hat{B} = 67^\circ$  است. کدام یک از روابط زیر نادرست است؟ (D روی ضلع  $BC$  است.)

- (۱)  $AD < DC$  (۲)  $BD < AD$   
(۳)  $AD > AB$  (۴)  $AD < AC$

۴۳- محیط مثلث  $ABC$  که با بزرگ‌ترین عدد طبیعی ممکن برای  $x$  تشکیل می‌شود، کدام است؟



- (۱) ۲۱  
(۲) ۲۲  
(۳) ۲۳  
(۴) ۲۴

۴۴- کدام یک از قضیه‌های زیر را می‌توان به صورت قضیه دو شرطی نوشت؟

- (۱) هر دو مثلث هم‌نهشت، متشابه هستند.  
(۲) هر مربع، دو قطر برابر و عمود بر هم دارد.  
(۳) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب برابر  $360^\circ$  است.  
(۴) در مثلث متساوی‌الساقین، میانه نظیر قاعده بر نیمساز رأس مقابل آن منطبق است.

۴۵- از نقطه  $A$  خارج خط  $\Delta$ ، دو خط متقاطع  $d_1$  و  $d_2$  گذشته است. حداکثر چند نقطه روی خط  $\Delta$  وجود دارد که به فاصله یکسان از دو خط  $d_1$  و  $d_2$  باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲  
(۳) ۴ (۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبات

۴۶- کدام یک از چهارضلعی‌های زیر قابل رسم نیست؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که طول دو قطر آن ۸ و ۴ و طول یک ضلع آن ۶ باشد.

(۲) مستطیلی که طول یک ضلع آن ۲ و طول قطر آن ۱۰ باشد.

(۳) مربعی که مجموع طول یک ضلع و یک قطر آن  $\sqrt{5}$  باشد.

(۴) لوزی‌ای که طول یک ضلع آن ۶ و طول یکی از قطرهای آن نیز ۶ باشد.

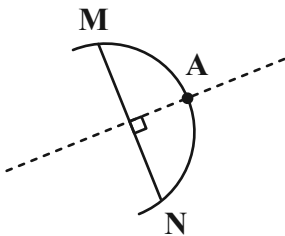
۴۷- دو خط  $d_1$  و  $d_2$  یکدیگر را در نقطه  $O$  با زاویه  $45^\circ$  قطع می‌کنند. چند نقطه در صفحه شامل این دو خط وجود دارد که از نقطه

$O$  به فاصله ۳ واحد و از یکی از دو خط  $d_1$  یا  $d_2$  نیز به همین فاصله باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۴۸- در شکل زیر کمان  $MN$  در دایره‌ای به شعاع ۶ واحد رسم شده است. اگر عمود منصف وتر  $MN$ ، این کمان را در نقطه  $A$  قطع کند

و  $AM = 4\sqrt{3}$  باشد، فاصله نقطه  $A$  از وتر  $MN$  کدام است؟



(۱)  $2\sqrt{6}$

(۲) ۴

(۳)  $3\sqrt{3}$

(۴) ۲

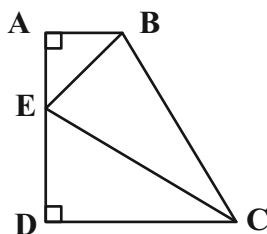
۴۹- در مثلث  $ABC$  ( $AB = 4/5$ )، عمود منصف ضلع  $BC$  از رأس  $A$  عبور می‌کند و نقطه  $M$  از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

اگر خطی که از نقطه  $M$  موازی با ضلع  $BC$  رسم می‌شود، دو ضلع دیگر مثلث را در نقاط  $P$  و  $Q$  قطع کند، محیط مثلث  $APQ$

کدام است؟

(۱) ۶ (۲)  $7/5$  (۳) ۸ (۴) ۹

۵۰- در شکل زیر  $BE$  و  $CE$  نیمسازهای زوایای  $B$  و  $C$  در دوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$  هستند. اگر  $AB = 3$  و  $CD = 12$  باشد، طول



ضلع  $AD$  کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۹ تا ۲۰

پاسخگویی به سؤالات هندسه ۲ اختیاری است و در تراز کل بی تأثیر است.

۵۱- طول خط مرکزین دو دایره مماس درونی برابر ۲ واحد و مساحت ناحیه محدود بین دو دایره سه برابر مساحت دایره کوچک‌تر است. مساحت دایره بزرگ‌تر چند واحد مربع است؟

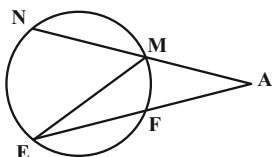
۳۶π (۴)

۱۶π (۳)

۹π (۲)

۴π (۱)

۵۲- در شکل زیر کمان‌های  $\widehat{MN}$ ،  $\widehat{NE}$  و  $\widehat{EF}$  هم اندازه‌اند. اگر  $\widehat{A} = 5\widehat{E}$  باشد، اندازه زاویه  $E$  چه کسری از  $180^\circ$  است؟



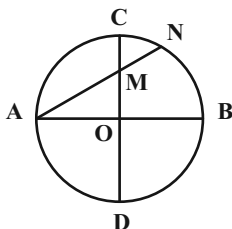
$\frac{1}{17}$  (۲)

$\frac{1}{15}$  (۱)

$\frac{1}{19}$  (۴)

$\frac{1}{18}$  (۳)

۵۳- در شکل مقابل، نقطه O مرکز دایره است و دو قطر AB، CD بر هم عمودند. اگر  $OM = MN$  اندازه زاویه A چند درجه است؟



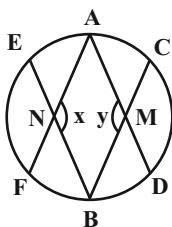
۳۰ (۱)

۲۰ (۲)

۴۵ (۳)

۵۵ (۴)

۵۴- در شکل زیر اگر  $\widehat{CD} = 80^\circ$  و  $\widehat{EF} = 70^\circ$  باشد، حاصل  $x + y$  کدام است؟



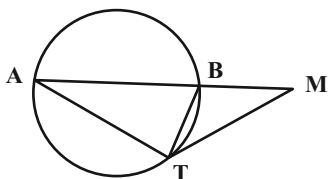
$225^\circ$  (۱)

$235^\circ$  (۲)

$245^\circ$  (۳)

$255^\circ$  (۴)

۵۵- در شکل زیر MT بر دایره مماس است. اگر  $BM = BT$  و  $AB = AT$  باشد، اندازه زاویه M کدام است؟



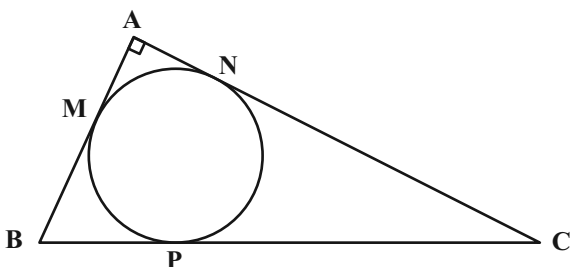
$30^\circ$  (۱)

$32^\circ$  (۲)

$34^\circ$  (۳)

$36^\circ$  (۴)

۵۶- در شکل زیر دایره بر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه ABC در نقاط M، N و P مماس است. اگر  $BP = 5$  و  $CP = 12$  باشد، طول ضلع AB کدام است؟



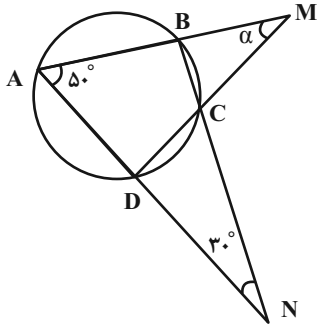
۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

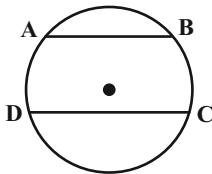
محل انجام محاسبات



۵۷- در شکل روبه‌رو، اندازه زاویه  $\alpha$  بر حسب درجه کدام است؟

- (۱) ۵۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۴۰  
(۴) ۳۰

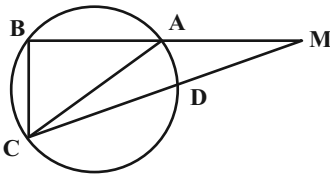
۵۸- در شکل زیر  $AB = 30$ ،  $DC = 48$  و  $AB \parallel DC$  است. اگر شعاع دایره برابر ۲۵ باشد، فاصله دو وتر  $AB$  و  $DC$  از یکدیگر کدام



- است؟  
(۱) ۲۴  
(۲) ۲۵  
(۳) ۲۷  
(۴) ۳۰

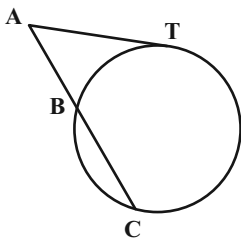
۵۹- در شکل زیر طول وترهای  $AB$ ،  $BC$  و  $CD$  به ترتیب برابر  $3a+4$ ،  $5a+1$  و  $7a-1$  است. اگر قطر دایره و  $\widehat{ACB} = 50^\circ$

باشد، مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟



- (۱)  $\frac{5}{4}$   
(۲)  $\frac{11}{8}$   
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴)  $\frac{15}{8}$

۶۰- در شکل زیر پاره خط  $AT$  به طول ۶ در نقطه  $T$  بر دایره مماس است. اگر  $AB = 3$  و  $\widehat{BC} = 120^\circ$  باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱)  $3\sqrt{3}$   
(۲)  $3\sqrt{2}$   
(۳) ۶  
(۴) ۹

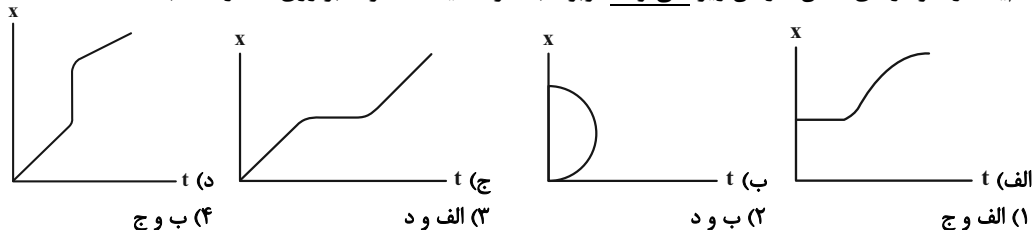
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۰

۶۱- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) در حرکت بر روی یک خط راست و بدون تغییر جهت، همواره مسافت پیموده شده با اندازه جابه‌جایی برابر است.  
 (ب) عقربه تندیسنج، تندیس متوسط خودرو را نشان می‌دهد و هیچ‌گونه اطلاعاتی در خصوص جهت حرکت خودرو به ما گزارش نمی‌کند.  
 (پ) متحرکی که روی محور  $x$  در حال حرکت است، هرگاه در جهت مثبت محور  $x$  حرکت کند، دارای بردار مکان مثبت است.  
 (ت) متحرکی که روی محور  $x$  در حال حرکت است، هرگاه به مبدأ مکان نزدیک شود، می‌تواند دارای بردار مکان مثبت یا منفی باشد.
- (۱) الف و ت (۲) الف، ب و ت (۳) فقط ت (۴) الف، ب و پ

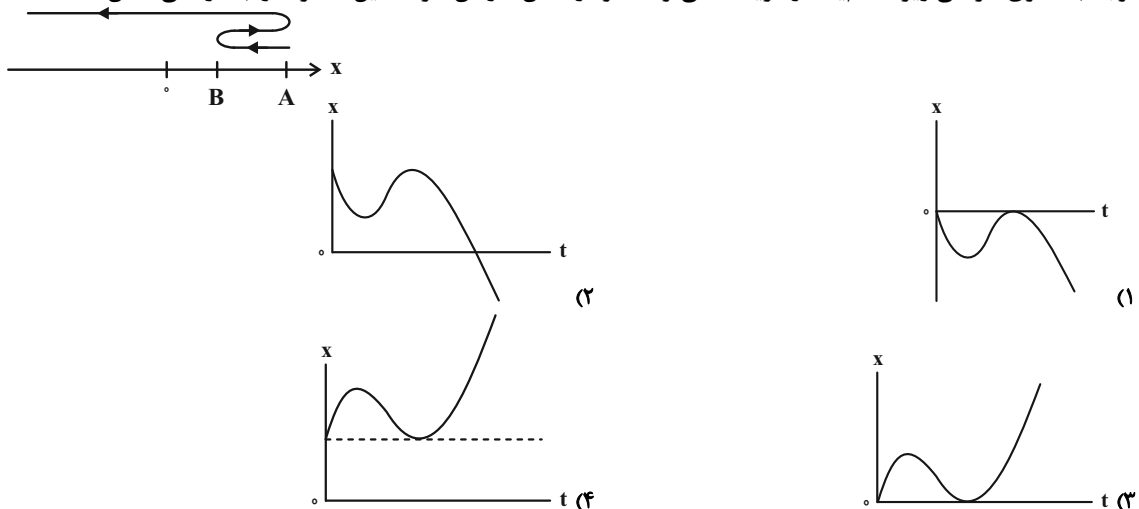
۶۲- کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر نمی‌تواند مربوط به حرکت یک متحرک بر روی خط راست باشد؟



۶۳- شخصی در مدت  $200s$  و روی مسیری مستقیم، ابتدا  $200m$  به طرف غرب و سپس روی همان مسیر  $300m$  به طرف شرق حرکت می‌کند. تندیس متوسط این شخص چند متر بر ثانیه بوده و مفهوم عدد به دست آمده چیست؟

- (۱)  $2/5$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه،  $2/5m$  از طول مسیر را طی کرده است.  
 (۲)  $2/5$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه،  $2/5m$  به مقصد خود نزدیک‌تر شده است.  
 (۳)  $0/5$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه،  $0/5m$  از طول مسیر را طی کرده است.  
 (۴)  $0/5$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه،  $0/5m$  به مقصد خود نزدیک‌تر شده است.

۶۴- با توجه به الگوی حرکتی زیر، کدام یک از گزینه‌ها می‌تواند نمودار مکان - زمان حرکت این متحرک را به درستی نشان دهد؟

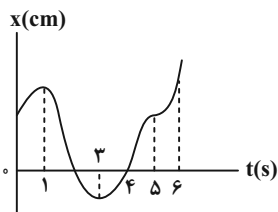


۶۵- بردار سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور  $x$  در حال حرکت است، در SI و در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 4s$  برابر با  $10\vec{i}$  و در بازه زمانی  $t_2 = 4s$  تا  $t_3 = 12s$  برابر با  $4\vec{i}$  می‌باشد. بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_3 = 12s$  در SI کدام است؟

- (۱)  $18\vec{i}$  (۲)  $9\vec{i}$  (۳)  $6\vec{i}$  (۴)  $4/5\vec{i}$

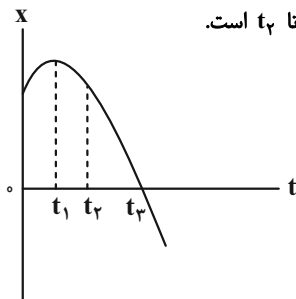
محل انجام محاسبات

۶۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. با توجه به نمودار در ۶ ثانیه اول حرکت، به ترتیب از راست به چپ، متحرک چند بار تغییر جهت داده، چند بار متوقف شده و بردار جابه جایی این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 4s$  در جهت محور  $x$  یا در خلاف جهت آن است؟



- (۱) ۲، ۲ در جهت  
(۲) ۳، ۲ در جهت  
(۳) ۳، ۳ خلاف جهت  
(۴) ۳، ۲ خلاف جهت

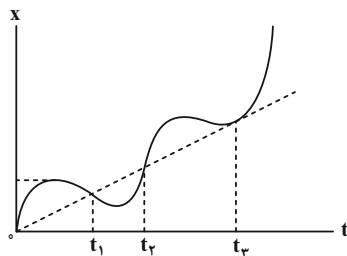
۶۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عباراتهای زیر درست است؟  
(الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  بیش تر از سرعت متوسط آن در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  است.



- (ب) بردار مکان متحرک در لحظه  $t_1$  تغییر جهت می دهد.  
(پ) سرعت متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_3$  همواره در خلاف جهت محور  $x$  است.  
(ت) متحرک در لحظه  $t_3$  تغییر جهت می دهد.

- (۱) ۴  
(۲) ۳  
(۳) ۲  
(۴) ۱

۶۸- با توجه به نمودار مکان - زمان زیر، چند مورد صحیح است؟



- (الف) این متحرک هیچ گاه متوقف نشده است.  
(ب) تندی متحرک در لحظه  $t_2$  برابر تندی متوسط آن در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  است.  
(پ) در بازه زمانی صفر تا  $t_3$ ، مجموع مسافتی که متحرک در جهت محور  $x$  طی کرده از مجموع مسافتی که در خلاف جهت محور  $x$  طی کرده است، بیشتر است.

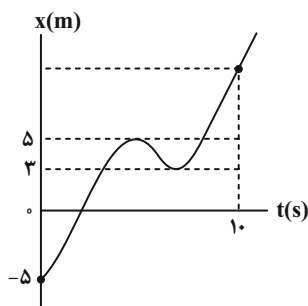
- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

۶۹- متحرکی روی محور  $x$  ها در حال حرکت است و در مبدأ زمان از مکان  $x_0 = -3m$  می گذرد. جهت حرکت متحرک به ترتیب در مکانهای  $x_1 = 2m$  و  $x_2 = -1m$  تغییر می کند. اگر کل مدت زمان حرکت برابر با  $10s$  و تندی متوسط متحرک در کل مدت

زمان حرکت  $\frac{1}{6} \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متوسط متحرک در این مدت زمان در SI کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

۷۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در ده ثانیه اول حرکت، تندی متوسط



متحرک چند متر بر ثانیه بیشتر از اندازه سرعت متوسط آن است؟

- (۱) ۱/۴  
(۲) ۰/۵  
(۳) ۰/۴  
(۴) ۱/۵



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱ تا ۲۲

۷۱- کمیت های ذکر شده در کدام گزینه همگی برداری اند؟

(۱) سرعت - گشتاور - مسافت  
(۲) سرعت - نیرو - شتاب

(۳) شار مغناطیسی - سرعت - انرژی  
(۴) تندی - جرم - مسافت

۷۲- یکاهای فرعی  $\frac{kg \cdot m}{ms^2}$ ،  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$  و  $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$  به ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام کمیت ها می باشند؟

(۱) فشار، نیرو، انرژی  
(۲) نیرو، فشار، انرژی  
(۳) انرژی، فشار، نیرو  
(۴) فشار، انرژی، نیرو

۷۳- در رابطه  $E = \frac{A \times B}{D} + C$ ، اگر A کمیت توان، B کمیت زمان و D کمیت نیرو در SI باشد، یکای کمیت E در SI کدام است؟

(۱) ثانیه  
(۲)  $\frac{متر}{ثانیه}$   
(۳)  $\frac{متر}{(ثانیه)^2}$   
(۴) متر

۷۴- برای برقراری تساوی زیر، در مربع کدام یک از گزینه ها را باید قرار دهیم؟

$$10^{-3} \text{ kPa} = \square \frac{\mu\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}^2}$$

(۱)  $10^{-4}$   
(۲)  $10^{-3}$   
(۳)  $10^6$   
(۴)  $10^7$

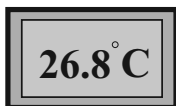
۷۵- یک منبع خالی آب به ابعاد  $2m \times 2/4m \times 2/5m$  به طور هم زمان به وسیله دو شیلنگ با آهنگ های  $125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  و  $12/5 \frac{\text{L}}{\text{min}}$

پر می شود. چند ساعت طول می کشد تا منبع کاملاً پر شود؟

(۱) ۵  
(۲) ۷/۵  
(۳) ۱۰  
(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۷۶- دماسنج شکل زیر، دمای یک محیط را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این وسیله چند درجه سلسیوس است؟



- (۱) ۰/۱  
(۲) ۰/۸  
(۳) ۱  
(۴) ۸

۷۷- سطح یک کره توپُر  $1200 \text{ cm}^2$  و چگالی ماده سازنده آن  $\frac{2}{7} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است. جرم این کره چند گرم است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۲۷۰۰  
(۲) ۵۴۰  
(۳) ۱۰۸۰۰  
(۴) ۱۰۸۰

۷۸- نصف حجم ظرفی آب و نصف دیگر حجم آن نفت است و مجموع جرم مایع‌های درون این ظرف  $\frac{8}{1}$  کیلوگرم می‌باشد. اگر

مایع‌های درون این ظرف را خالی کنیم و بخواهیم با حجم‌های مساوی از آب، روغن و نفت این ظرف را پر کنیم، مجموع جرم

$$\left( \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- (۱)  $\frac{8}{1}$   
(۲)  $\frac{7}{5}$   
(۳)  $\frac{9}{6}$   
(۴)  $\frac{7}{2}$

۷۹- درون ۲ لیتر آب، چند گرم از مایعی با چگالی  $750 \frac{\text{g}}{\text{L}}$  بریزیم تا چگالی مخلوط ۲۰ درصد کمتر از چگالی آب شود؟ (چگالی آب

$1000 \frac{\text{g}}{\text{L}}$  است و تغییر حجم رخ نمی‌دهد.)

- (۱) ۲۰۰۰  
(۲) ۴۰۰۰  
(۳) ۴۵۰۰  
(۴) ۶۰۰۰

۸۰- داخل کره‌ای به شعاع  $10 \text{ cm}$ ، حفره‌ای کروی شکل به شعاع  $5 \text{ cm}$  وجود دارد. اگر حفره را از مایعی به چگالی  $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  به‌طور

کامل پر کنیم، مجموع جرم کره و مایع  $8/1 \text{ kg}$  می‌شود. چگالی ماده سازنده کره چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱)  $1/925$   
(۲) ۲  
(۳)  $2/2$   
(۴)  $2/54$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

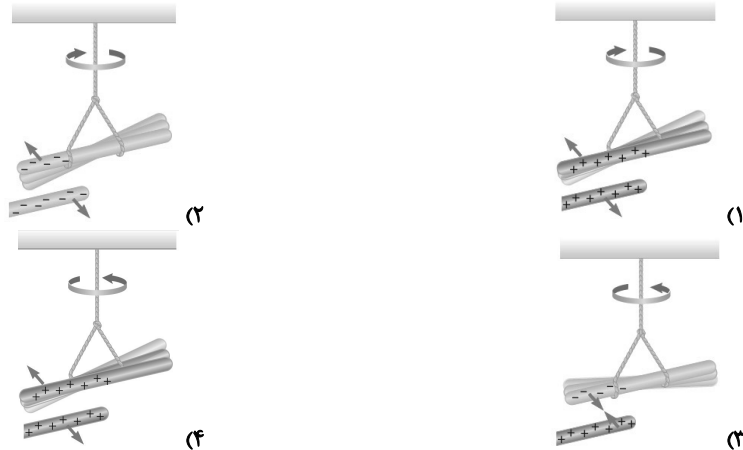
فیزیک ۲: الکترواستاتیکی ساکن: صفحه‌های ۱ تا ۲۳

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- میله‌ای شیشه‌ای را با پارچه پشمی و میله‌ای چوبی را با پارچه کتان مالش می‌دهیم. با توجه به سری الکترواستاتیکی مالشی، کدام تصویر می‌تواند مربوط به لحظه‌ای باشد که یکی از میله‌ها را به میله آویخته شده دیگر نزدیک می‌کنیم؟ (میله‌ها در ابتدا خنثی هستند.)

انتهای مثبت سری
شیشه
پشم
چوب
پارچه کتان
انتهای منفی سری



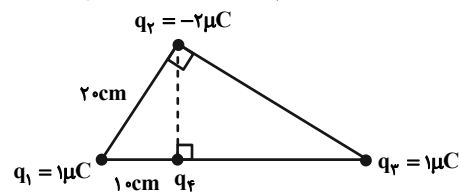
۸۲- کره رسانای کوچکی دارای بار الکتریکی مثبت است. اگر بار این کره در اثر از دست دادن تعداد  $7/5 \times 10^{13}$  الکترون، ۴ برابر شود، بار اولیه آن چند میکروکولن بوده است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-13} \mu C$ )

(۱) ۱۲ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۳

۸۳- بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند و بردار نیروی الکتریکی که بار  $q_1$  به بار  $q_2$  وارد می‌کند، در SI به صورت  $\vec{F}_{12} = 4/8\vec{i} - 1/6\vec{j}$  است. اگر هر یک از بارها به اندازه  $\frac{d}{10}$  در راستای خط انتقال بارها به دیگری نزدیک شود، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  در SI مطابق با کدام گزینه است؟

(۱)  $-4/8\vec{i} + 1/6\vec{j}$  (۲)  $7/5\vec{i} - 2/5\vec{j}$  (۳)  $-7/5\vec{i} + 2/5\vec{j}$  (۴)  $-6/4\vec{i} - 2/5\vec{j}$

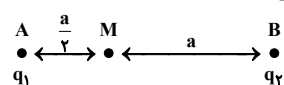
۸۴- در شکل زیر، اگر اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_4$  برابر  $5N$  باشد، اندازه بار  $q_4$  چند میکروکولن است؟



( $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ )

- (۱) ۱۶  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۰  
(۴) ۵

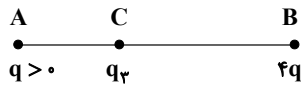
۸۵- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در نقاط A و B قرار دارند و میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر با  $\vec{E}$  است. اگر بار  $q_1$  خنثی شود، میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر با  $\frac{\vec{E}}{2} +$  می‌شود. حاصل  $\frac{q_1}{q_2}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳) ۲ (۴) -۲

محل انجام محاسبات

۸۶- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در نقاط A، B و C به گونه‌ای قرار دارند که برابند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر بار q را حذف کنیم، اندازه میدان الکتریکی در نقطه B حاصل از بار q<sub>۳</sub> چند برابر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار ۴q در نقطه C می‌شود؟



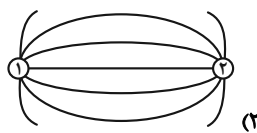
(۲) ۹

(۱)  $\frac{1}{9}$

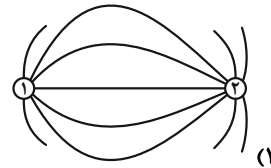
(۴)  $\frac{9}{4}$

(۳)  $\frac{4}{9}$

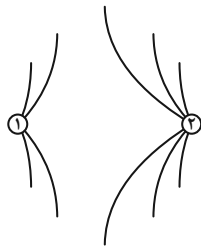
۸۷- دو کره رسانای کوچک و مشابه را که دارای بارهای ناهم نام  $q_1$  و  $q_2$  هستند، با هم تماس داده و در فاصله معینی از هم قرار می‌دهیم. خطوط میدان الکتریکی بین دو کره مطابق با کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ( $|q_1| \neq |q_2|$ )



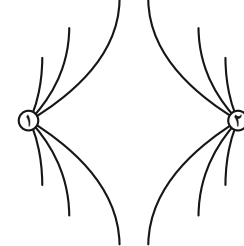
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۸۸- در آزمایش قطره - روغن میلیکان، یک قطره روغن به جرم  $32pg$  با جذب هشت الکترون، در فضای بین دو صفحه در حال تعادل قرار دارد. میدان الکتریکی بین دو صفحه به کدام سمت است و اندازه آن چند نیوتون بر کولن می‌باشد؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \mu C, g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(۴) پایین،  $2/5 \times 10^5$

(۳) بالا،  $2/5 \times 10^5$

(۲) پایین،  $2/5 \times 10^8$

(۱) بالا،  $2/5 \times 10^8$

۸۹- یک ذره باردار، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، از حال سکون رها می‌شود و در خلاف جهت خط‌های میدان، خود به خود شروع به حرکت می‌کند. در این صورت، علامت بار ذره باردار ..... بوده و انرژی پتانسیل الکتریکی آن طی این حرکت، ..... می‌یابد. (از نیروی وزن صرف نظر کنید.)

(۴) مثبت - کاهش

(۳) مثبت - افزایش

(۲) منفی - کاهش

(۱) منفی - افزایش

۹۰- وقتی بار الکتریکی نقطه‌ای  $q = -7 \mu C$  در یک میدان الکتریکی یکنواخت به صورت خود به خود از نقطه A به نقطه B می‌رود، انرژی جنبشی آن  $0.07 J$  افزایش می‌یابد. اگر بزرگی میدان الکتریکی  $4000 \frac{N}{C}$  باشد، فاصله  $\overline{AB}$  چند سانتی‌متر است؟ (از اتلاف انرژی و نیروی وزن صرف نظر کنید.)

(۴) ۲۵۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲/۵

(۱) ۰/۲۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱ تا ۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- در کدام گزینه تمام کمیت‌ها جز کمیت‌های اصلی SI هستند؟

(۱) جرم - انرژی - دما (۲) زمان - گرما - جریان الکتریکی

(۳) نیرو - دما - زمان (۴) جریان الکتریکی - شدت روشنایی - مقدار ماده

۹۲- در جای خالی کدام گزینه باید قرار گیرد تا تساوی برقرار شود؟

$$54 \times 10^3 \frac{\text{g}(\text{cm})^2}{\text{s}^3} = 5/4 \times \dots \frac{\text{kg}(\mu\text{m})^2}{(\text{ms})^3}$$

(۱)  $10^{-7}$  (۲)  $10^{-1}$  (۳)  $10^2$  (۴) ۱

۹۳- شیر آبی چکه می‌کند و در مدت ۴ ساعت، پنج لیوان با ظرفیت ۱۲۰ سی‌سی پر می‌شود. آهنگ متوسط خروج آب از شیر، چند

میلی‌متر مکعب دقیقه است؟

(۱)  $2/5 \times 10^{-3}$  (۲)  $2/5 \times 10^3$  (۳)  $3 \times 10^{-3}$  (۴)  $3 \times 10^3$

۹۴- در رابطه  $d = aA^2 + AB$ ، اگر  $d$  نماد اندازه جابه‌جایی و یکای آن  $m$  و  $a$  نماد شتاب و یکای آن  $\frac{m}{s^2}$  باشد،  $A$  و  $B$  به ترتیب

چه کمیت‌هایی هستند؟

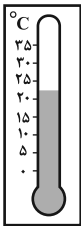
(۱) زمان، سرعت (۲) سرعت، شتاب (۳) زمان، شتاب (۴) سرعت، نیرو

۹۵- نیروی وارد بر جسمی  $2 \times 10^{-6} \frac{\text{g} \cdot \text{km}}{(\text{ms})^2}$  است. مقدار این نیرو در SI کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲)  $2 \times 10^{-12}$  (۳)  $2 \times 10^{-10}$  (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۹۶- دقت اندازه‌گیری دماسنج شکل زیر چند درجه سلسیوس است؟



- (۱) ۵  
 (۲) ۱  
 (۳) ۰/۵  
 (۴) ۰/۱

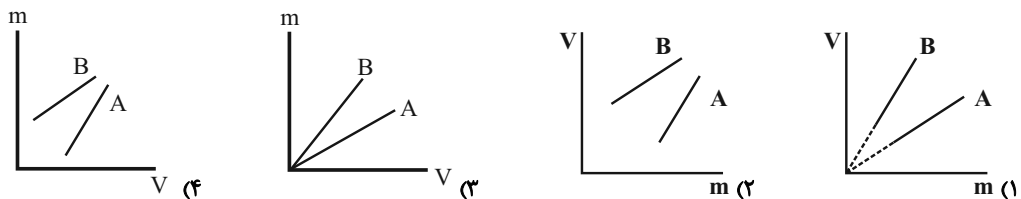
۹۷- یک ظرف با ۱۵۰ گرم آب به چگالی  $1 \frac{g}{cm^3}$  به طور کامل پر شده است. این ظرف با چند گرم روغن به چگالی  $0.8 \frac{g}{cm^3}$  به طور

کامل پر می‌شود؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۸۰ (۴) ۶۰

۹۸- دو قطعه فلز A و B در اختیار داریم. اگر برای حجم و جرم این دو قطعه، به ترتیب رابطه‌های  $V_B > V_A$  و  $m_B < m_A$  برقرار

باشد، کدام نمودار زیر، برای دو فلز A و B به درستی رسم شده است؟



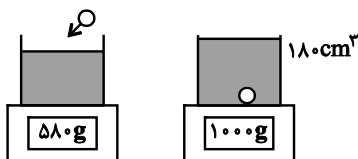
۹۹- دو مایع هم‌جرم به چگالی‌های  $\rho_1$  و  $\rho_2$  را مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی مخلوط ۲۰ درصد بیش‌تر از چگالی مایع (۱) باشد، نسبت

چگالی مایع (۲) به مایع (۱) چقدر است؟ (تغییر حجم در اثر مخلوط شدن نداریم.)

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{6}{5}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۰۰- در یک آزمایش، جسم جامدی به چگالی  $4 \frac{g}{cm^3}$  را مطابق شکل زیر به آرامی درون استوانه‌ای مدرج می‌اندازیم. با توجه به

داده‌های روی شکل، حجم مایع درون استوانه مدرج در ابتدا چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟



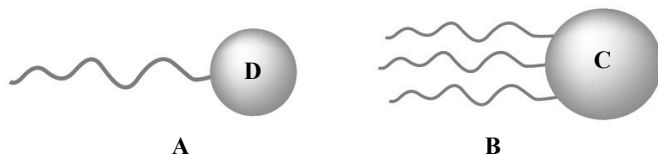
- (۱) ۱۰۵  
 (۲)  $105 \times 10^{-3}$   
 (۳) ۷۵  
 (۴)  $75 \times 10^{-3}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۱۶

۱۰۱- با توجه به شکل‌های زیر چند مورد از جمله‌های زیر درست‌اند؟ (زنجیره هیدروکربنی سیرشده و خطی در هر دو مولکول ۱۷ کربنی است. A و B به ترتیب اسید چرب و استر سنگین هستند.)  
 (C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶ : g.mol<sup>-1</sup>)



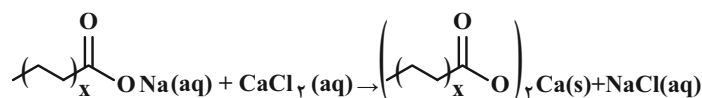
- \* مولکول A همانند مولکول B در هگزان حل می‌شود.
  - \* اختلاف جرم مولی A و B، برابر ۶۰۶ گرم بر مول است.
  - \* از سوختن کامل ۸۹ گرم از B، ۲۵۰/۸۸ لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید می‌شود.
  - \* نیروی غالب بین مولکولی در هر دو مولکول، مشابه نیروی غالب بین مولکولی در مولکول C<sub>۲</sub>H<sub>۳</sub>O است.
  - \* شمار اتم‌ها در بخش C مولکول B، ۴/۲۵ برابر شمار اتم‌ها در بخش D مولکول A است.
- ۲ (۴)                      ۵ (۳)                      ۴ (۲)                      ۳ (۱)

۱۰۲- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) مولکول‌های سازندهٔ عسل همانند اوره، با تشکیل پیوند هیدروژنی در آب حل می‌شوند.
  - (۲) در ساختار مواد سازندهٔ چربی، گروه‌های عاملی کربوکسیل و استری می‌تواند وجود داشته باشد.
  - (۳) از محلول آبی اتیلن گلیکول (C<sub>۲</sub>H<sub>۴</sub>O<sub>۲</sub>)، به عنوان ضدیخ استفاده می‌شود.
  - (۴) وازلین، همانند چربی کوهان شتر، در حلال ناقصی هگزان حل می‌شود.
- ۱۰۳- مقداری از ماده A را به مایع B اضافه می‌کنیم و به شدت هم می‌زنیم تا ماده A در حلال B پراکنده شود؛ اگر به مخلوط ناپایدار به دست آمده نور بتابانیم، نور را پخش می‌کند. چند مورد از عبارتهای زیر دربارهٔ مخلوط به دست آمده درست است؟ (A و B با یکدیگر واکنش نمی‌دهند.)

- \* اگر ماده A را اوره در نظر بگیریم، مایع B می‌تواند هگزان باشد.
  - \* ذره‌های سازندهٔ این مخلوط، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.
  - \* این مخلوط می‌تواند با اضافه کردن صابون به یک مخلوط همگن تبدیل شود.
  - \* اندازهٔ ذره‌های سازندهٔ این مخلوط از ذره‌های سازندهٔ سس مایونز کوچک‌تر است.
- ۱ (یک)                      ۲ (دو)                      ۳ (سه)                      ۴ (چهار)

۱۰۴- ۶/۱۲ گرم از نمونه‌ای صابون با ساختار زیر درون مقدار کافی محلول کلسیم کلرید به طور کامل واکنش داده و ۶/۰۶ گرم رسوب تولید می‌کند، مقدار x کدام است؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود.)  
 (Ca = ۴۰, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol<sup>-1</sup>)



- ۴ (۱)  
 ۸ (۲)  
 ۱۷ (۳)  
 ۱۶ (۴)

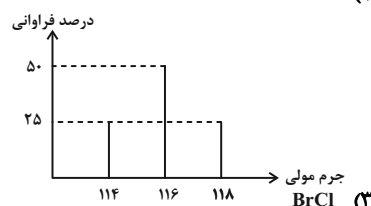
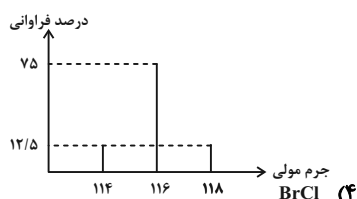
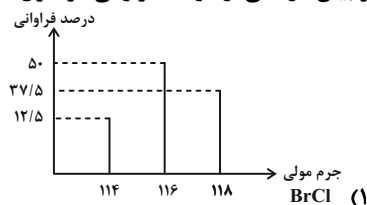
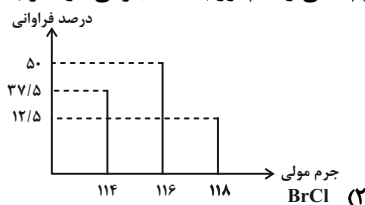
محل انجام محاسبات



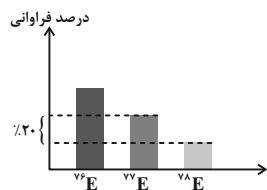




۱۱۶- کبر دارای ۲ ایزوتوپ طبیعی  $^{35}\text{Cl}$  و  $^{37}\text{Cl}$  به ترتیب با درصدهای فراوانی ۷۵٪ و ۲۵٪، بُرم دارای ۲ ایزوتوپ طبیعی  $^{79}\text{Br}$  و  $^{81}\text{Br}$  با درصد فراوانی برابر است. از واکنش میان این دو عنصر، برم مونوکلرید ( $\text{BrCl}$ ) تهیه می‌شود. کدام یک از نمودارهای زیر بیان درستی از درصد فراوانی مولکول‌های  $\text{BrCl}$  است؟ (جرم اتمی را هم ارز با عدد جرمی در نظر بگیرید.)



۱۱۷- با توجه به نمودار زیر که درصد فراوانی سه ایزوتوپ عنصر فرضی E را در یک نمونه با جرم اتمی میانگین  $\bar{M}_E = 76/65 \text{amu}$  نشان می‌دهد، اختلاف درصد فراوانی سبک‌ترین و سنگین‌ترین ایزوتوپ کدام است و اگر تمام ایزوتوپ‌های  $^{76}\text{E}$  را از این نمونه خارج کنیم، جرم اتمی میانگین در این نمونه چند amu تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) (جرم اتمی را هم ارز با عدد جرمی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۳۵، ۰/۷۵
- (۲) ۳۵، ۰/۶۵
- (۳) ۳۷، ۰/۷۵
- (۴) ۳۷، ۰/۶۵

۱۱۸- با توجه به جدول زیر،  $9/03 \times 10^{22}$  مولکول  $\text{A}_4\text{B}_3$  به تقریب چند گرم دارد؟

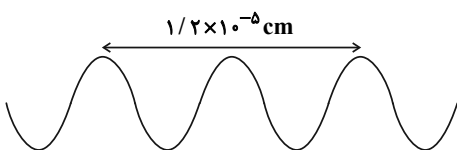
ایزوتوپ	$^{14}\text{A}$	$^{15}\text{A}$	$^{16}\text{B}$	$^{17}\text{B}$	$^{18}\text{B}$
درصد فراوانی	۹۰	۱۰	۹۰	۵	۵

- (۱) ۱۱/۵
- (۲) ۱۲/۵
- (۳) ۱۳/۵
- (۴) ۱۴/۵

۱۱۹- در مخلوطی از متان ( $\text{CH}_4$ ) و اتین ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ) شمار اتم‌های هیدروژن، ۳ برابر شمار اتم‌های کربن است. نسبت جرم متان به جرم اتین در مخلوط به تقریب کدام است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۰/۴۱
- (۲) ۱/۲۳
- (۳) ۲/۴۶
- (۴) ۴/۰۱

۱۲۰- کدام مورد (موارد) از مطالب زیر با توجه به شکل داده شده که مربوط به گستره‌ای از امواج الکترومغناطیس است، درست است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)



- (۱) ت
- (۲) پ و ت
- (۳) الف و پ
- (۴) ب

الف) این پرتو مربوط به ناحیه مرئی و رنگ قرمز است.

ب) دستگاه کنترل تلویزیون براساس ارسال این موج به گیرنده تلویزیون کار می‌کند.

پ) طول موج این پرتو ۶۰ nm است.

ت) این پرتو در مقایسه با نوربنفش، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کند.

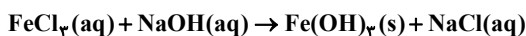
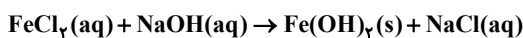


۱۲۵- اگر مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی برای الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر A از دوره سوم جدول تناوبی برابر ۶ باشد، کدام عبارت درست است؟

(۱) خصلت فلزی آن از عنصر Na<sub>۱۱</sub> بیشتر است. (۲) در مجموع ۳ زیرلایه در آن کاملاً از الکترون پر شده است.

(۳) با عنصر کلر، ترکیبی با فرمول AlCl<sub>۳</sub> تشکیل می‌دهد. (۴) شعاع آن از اتم K<sub>۱۹</sub> کمتر و از عنصر Na<sub>۱۱</sub> بیشتر است.

۱۲۶- مخلوطی به جرم ۸۳/۹ گرم از FeCl<sub>۲</sub> و FeCl<sub>۳</sub> را در مقدار کافی آب حل کرده و سپس به ظرفی حاوی مقدار اضافی محلول ۰/۱ مولار NaOH اضافه می‌کنیم. پس از گذشت ۱۰ دقیقه، رسوب‌های ته‌نشین شده را به دقت جدا کرده و جرم آن‌ها را اندازه‌گیری می‌کنیم. اگر نسبت جرم رسوب قرمز رنگ به جرم رسوب سبز رنگ برابر ۲/۱۴ باشد، به تقریب چند درصد جرمی مخلوط اولیه را FeCl<sub>۳</sub> تشکیل می‌دهد؟ (واکنش‌ها موازنه شوند؛  $g \cdot mol^{-1}$ : Fe = ۵۶, Cl = ۳۵/۵, O = ۱۶)



۷۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۲۷- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) میزان تولید یا مصرف نسبی فلزها از میزان تولید یا مصرف نسبی مواد معدنی کمتر است.

(ب) در بین عنصرهای گروه ۱۴، سه عنصر بر اثر ضربه خرد می‌شوند و فاقد سطح صیقلی می‌باشند.

(پ) آرایش الکترونی کاتیون در آهن (III) کلرید با آرایش الکترونی اتم Cr<sub>۲۴</sub> یکسان است.

(ت) اگر واکنش  $M + FeO \xrightarrow{\Delta}$  انجام پذیر باشد؛ واکنش‌پذیری Fe از M کمتر است.

(ث) عنصرهای جدول دوره‌ای را براساس شماره گروه آن‌ها می‌توان در سه دسته شامل فلز، نافلز و شبه فلز جای داد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۸- اگر مقداری آلومینیم سولفات ۸۰٪ خالص را مطابق واکنش موازنه نشده زیر تجزیه کنیم، جرم مواد داخل ظرف در پایان واکنش به تقریب چند درصد جرم اولیه است؟ (درصد پیشرفت واکنش ۶۰ درصد است،  $g \cdot mol^{-1}$ : Al = ۲۷, S = ۳۲, O = ۱۶)



۹۱/۵ (۴)

۶۶/۳ (۳)

۴۲/۱ (۲)

۴۱/۲ (۱)

۱۲۹- با توجه به اطلاعات هر جمله، درست یا نادرست بودن هر جمله را مشخص کنید. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

(آ) محلول نمک مس (II) سولفات را نمی‌توان در ظرفی از جنس آهن نگهداری کرد، بنابراین در واکنش  $Fe + CuSO_4 \rightarrow$  پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌هاست.

(ب) اگر M یک فلز اصلی از دوره سوم باشد، واکنش  $C + M_2O \rightarrow CO_2 + M$  انجام ناپذیر است. (M نماد فرضی است).

(پ) در فراورده یونی حاصل از واکنش هریک از ترکیب‌های Fe<sub>۲</sub>O<sub>۳</sub> و آهن با محلول هیدروکلریک اسید، تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه کاتیون آن‌ها با یکدیگر برابر است.

(ت) در تخمیر بی‌هوازی گلوکز همان گازی را می‌توان بدست آورد که از واکنش آهن (III) اکسید با کربن مونوکسید حاصل می‌شود.

(۲) درست، نادرست، نادرست، درست

(۱) نادرست، درست، درست، نادرست

(۴) درست، نادرست، درست، نادرست

(۳) نادرست، درست، نادرست، درست

۱۳۰- ۱۲/۶ گرم از آلیاژ منیزیم و آلومینیم در واکنش کامل با هیدروکلریک اسید (HCl)، ۱۳/۴۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد آزاد می‌کند، درصد خلوص منیزیم در آلیاژ به تقریب برابر چند است؟ (فراورده دیگر هریک از واکنش‌های فلز با اسید،

کلرید فلز مربوطه است.) ( $g \cdot mol^{-1}$ : Mg = ۲۴, Al = ۲۷)

۲۸ (۴)

۷۲ (۳)

۵۷ (۲)

۴۳ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۳۶- عنصر X دارای دو ایزوتوپ می باشد. شمار نوترون ها در ایزوتوپ سبک تر آن  $\frac{1}{3}$  مجموع ذرات زیراتمی این ایزوتوپ است. اگر

جرم اتمی میانگین عنصر X برابر  $10/8 \text{ amu}$  باشد، مجموع ذرات زیر اتمی در ایزوتوپ سنگین تر آن کدام است؟



۱۲ (۱)

۱۶ (۲)

۲۱ (۳)

۱۵ (۴)

۱۳۷- با توجه به جدول زیر  $19/07$  گرم منیزیم کلرید ( $\text{MgCl}_2$ ) شامل چه تعداد اتم می باشد؟ (عدد جرمی را هم ارز با جرم اتمی در نظر بگیرید.)

ایزوتوپ	$^{24}\text{Mg}$	$^{26}\text{Mg}$	$^{25}\text{Mg}$	$^{35}\text{Cl}$	$^{37}\text{Cl}$
درصد فراوانی	۸۰٪	۱۵٪	۵٪	۷۵٪	۲۵٪

(۱)  $3/23N_A$       (۲)  $0/95N_A$       (۳)  $3/25N_A$       (۴)  $0/6N_A$

۱۳۸- در یون فرضی  $X^{3+}$  مجموع تعداد پروتون ها و نوترون ها ۴۵ است و تفاوت شمار الکترون ها و نوترون ها برابر ۶ است. در  $22/5$  گرم از این یون چه تعداد الکترون وجود دارد؟ (عدد جرمی را هم ارز با جرم اتمی در نظر بگیرید.)

(۱)  $54/18 \times 10^{23}$       (۲)  $36/12 \times 10^{23}$

(۳)  $54/18 \times 10^{22}$       (۴)  $36/12 \times 10^{22}$

۱۳۹- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Cu} = 64 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(آ) شمار مول ها در  $10/8$  گرم آب با شمار مول ها در  $38/4$  گرم فلز مس برابر است.

(ب) نسبت طول موج پرتوهای ایکس به طول موج پرتوهای فرورسرخ از ۱ بزرگ تر است.

(پ) جرم پروتون یا نوترون در حدود  $\frac{1}{13}$  جرم اتم کربن ۱۲ می باشد.

(ت) ایزوتوبی از لیتیم که مجموع ذرات زیراتمی کمتری دارد، درصد فراوانی کمتری از ایزوتوپ دیگر آن دارد.

(۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

۱۴۰- کدام موارد از مطالب زیر درست اند؟

(آ) تعداد نوارهای رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی برای سه عنصر هیدروژن، هلیوم و لیتیم بصورت  $\text{He} > \text{H} = \text{Li}$  است.

(ب) نوار رنگی سرخ در طیف نشری خطی هریک از عنصرهای هیدروژن، هلیوم و لیتیم دیده می شود.

(پ) نور سبز به هنگام خروج از منشور نسبت به نور زرد بیشتر منحرف می شود.

(ت) تفاوت طول موج نوری که از چشمی کنترل تلویزیون خارج می شود، با نور قرمز، بیشتر از تفاوت طول موج پرتو فرابنفش و ریز موجها است.

(ث) دمای  $175^\circ\text{C}$  و  $800^\circ\text{C}$  را به ترتیب می توان به نور شمع و نور شعله گاز شهری نسبت داد.

(۱) آ، پ، ت      (۲) ت، ث      (۳) آ، ب، پ      (۴) ب، پ، ث



## آزمون « ۲۲ مهر ماه ۱۴۰۱ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

# دفترچه سؤال

مباحث نیم سال دوم دوازدهم  
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.  
برای درس های نیم سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می شود.  
تراز درس های نیم سال دوم دوازدهم در تراز کل بی تأثیر است.

**مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه**  
**تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال**

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

### جدیدان و رندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-علی حاجیان-عادل حسینی-میلاذ سجادی لاریجانی-حمید علیزاده-محمدجواد محسنی-فهمیه ولیزاده و حیدون آبادی	حسابان ۲	
علی ایمانی-عادل حسینی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-رضا عباسی اصل-سرژ یقیازاریان تبریزی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-علیرضا شریف خطیبی-عزیزاله علی اصغری احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی	ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-مصطفی کیانی-امیرحسین مجوزی-آرش مروتی-مجتبی نکونیان	فیزیک	
عرفان اعظمی راد-جعفر پازوکی-امیرحسین حسینی-محمدرضا زهرهوند-رضا سلیمانی-مینا شرافتی پور-محمدجواد صادقی محمد عظیمیان زواره-حسین ناصری نائی-امین نوروزی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند محمد خندان علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک محمدی محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

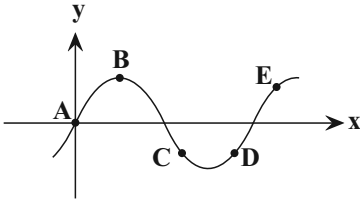
مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنیزاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

**گروه آزمون**  
**بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»**  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

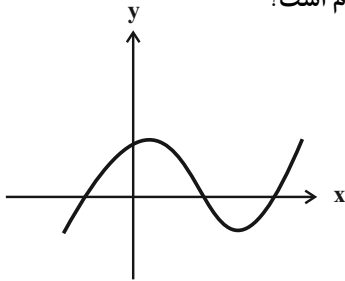
حسابان ۲ (اختیاری): مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

۱۴۱- در نمودار تابع  $f$ ، به‌ازای کدام نقطه، رابطه  $\frac{f(x).f'(x)}{2f(x)} < 0$  برقرار است؟



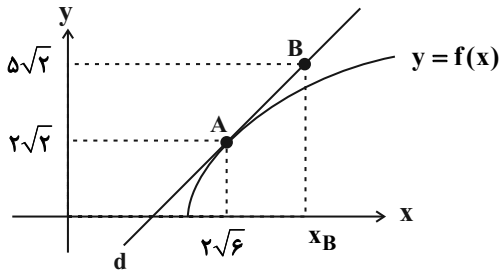
- (۱) A  
(۲) B  
(۳) C  
(۴) D

۱۴۲- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. روند تغییر مشتق آن (با افزایش طول نقاط) کدام است؟



- (۱) کاهش - افزایش - کاهش  
(۲) کاهش - افزایش  
(۳) افزایش - کاهش - افزایش  
(۴) افزایش - کاهش

۱۴۳- در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $A$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر  $f'(2\sqrt{6}) = \sqrt{3}$  باشد، طول نقطه  $B$  کدام است؟



- (۱)  $2\sqrt{6} + 1$   
(۲)  $4\sqrt{6}$   
(۳)  $3\sqrt{6}$   
(۴)  $2\sqrt{6} + 2$

۱۴۴- خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x\sqrt{x+4}$  در نقطه  $x=0$ ، از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱)  $(\frac{1}{2}, 2)$   
(۲)  $(-\frac{1}{2}, 1)$   
(۳)  $(\frac{1}{2}, -1)$   
(۴)  $(-\frac{1}{2}, -1)$

۱۴۵- در تابع خطی  $f$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(1)}{x - 2}$  برابر ۱- است. عرض از مبدأ تابع  $f$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۱  
(۳) -۱  
(۴) -۳

محل انجام محاسبات



۱۴۶- اگر نیمساز ناحیه اول مختصات بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x=1$  مماس باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(1+\frac{x}{2}\right)-1}{x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$  (۴) ۲

۱۴۷- اگر  $f(x)=|x|$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h)-f(h^2)}{h}$  کدام است؟

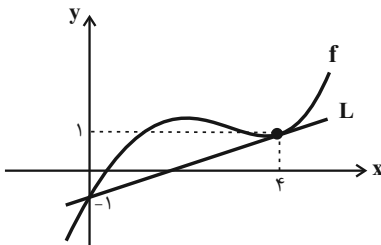
(۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) -۲ (۴) -۱

۱۴۸- اگر خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در نقطه‌ای به طول  $x=-2$  بر روی آن، موازی خط  $3y-2x+5=0$  باشد،

حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+3h)-f(-2)}{4h}$  کدام است؟

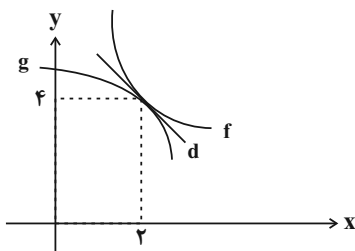
(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۱۴۹- مطابق شکل، خط  $L$  در نقطه  $x=4$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4f(x)}{1-(f(x))^2}$  کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲)  $\frac{1}{2}$   
(۳) -۱  
(۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۵۰- خط  $d$  در نقطه  $x=2$  بر نمودار تابع‌های  $f$  و  $g$  مماس است. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-4}{2h} = -3$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2-h)-4}{3h}$  کدام است؟



- (۱) -۲  
(۲) ۲  
(۳) ۶  
(۴) -۶

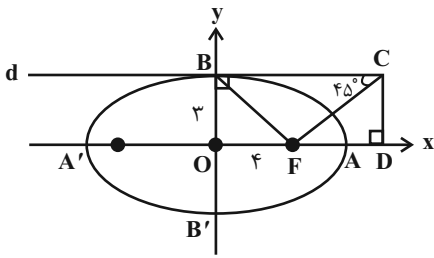
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): آشنایی با مقاطع مخروطی (تاس سهمی): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰

۱۵۱- در یک بیضی، محیط تمام مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس دیگر آن کانون‌های بیضی باشند، برابر کدام است؟

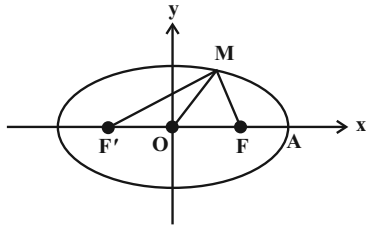
- (۱) مجموع قطر بزرگ و قطر کوچک  
 (۲) مجموع قطر بزرگ و فاصله کانونی  
 (۳) مجموع قطر کوچک و فاصله کانونی  
 (۴) نصف مجموع قطر بزرگ، قطر کوچک و فاصله کانونی

۱۵۲- در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $B$  بر بیضی مماس و  $F$  یکی از کانون‌های بیضی است. مقدار  $\frac{AD}{FD}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۵۳- در بیضی شکل زیر، اگر  $MO = OF'$  و  $AF = 1$  و خروج از مرکز  $e = \frac{2}{3}$  باشد، حاصل  $MF \cdot MF'$  کدام است؟



- (۱) ۱۰  
 (۲) ۱۵  
 (۳) ۲۰  
 (۴) ۳۰

۱۵۴- یک بیضی درون مستطیلی محاط شده است به گونه‌ای که قطرهای کوچک و بزرگ بیضی موازی اضلاع مستطیل هستند. اگر

اندازه قطر مستطیل برابر  $2\sqrt{5}$  و خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  باشد، فاصله بین دو کانون بیضی کدام است؟

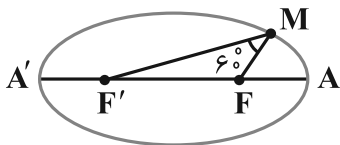
- (۱)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$   
 (۲)  $\sqrt{10}$   
 (۳)  $\sqrt{5}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۵۵- نقاط  $A(6, 2)$  و  $A'(-2, 2)$  دو سر قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز  $\frac{3}{4}$  هستند. کدام یک از نقاط زیر یکی از دو سر قطر کوچک این بیضی است؟

- (۱)  $(2, 5)$   
 (۲)  $(2, 2 + \sqrt{7})$   
 (۳)  $(2, 2 + \sqrt{5})$   
 (۴)  $(2, 4)$

محل انجام محاسبات

۱۵۶- در شکل زیر  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی،  $MF = ۲$  و  $MF' = ۶$  است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



(۱)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{7}}{4}$

۱۵۷- اگر بدنه داخلی یک بیضی آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، آنگاه انعکاس نور چگونه است؟

(۱) از مرکز بیضی عبور می‌کند.

(۲) مماس بر بیضی از آن خارج می‌شود.

(۳) از کانون دیگر بیضی عبور می‌کند.

(۴) بر روی خودش بازتاب می‌یابد.

۱۵۸- فرض کنید  $F$  و  $F'$  کانون‌های یک بیضی به طول قطر بزرگ  $۳\sqrt{۵}$  بوده و  $M$  نقطه‌ای روی این بیضی باشد به گونه‌ای که  $MF$  و  $MF'$  برهم عمودند. اگر  $MF \times MF' = ۱۰$  باشد، آنگاه اندازه  $FF'$  کدام است؟

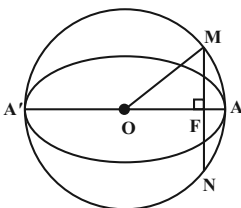
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳)  $۲\sqrt{۵}$

(۴)  $\sqrt{۱۵}$

۱۵۹- مطابق شکل مقابل، قطر یک دایره بر قطر بزرگ یک بیضی منطبق است. از کانون  $F$  عمودی بر قطر  $AA'$  رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند. اگر  $MN = ۶$  و محیط مثلث  $OMF$  برابر ۱۲ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۱۶۰- مساحت چهارضلعی حاصل از وصل کردن دو سر قطر بزرگ به دو سر قطر کوچک یک بیضی برابر ۱۲۰ و خروج از مرکز این بیضی

$\frac{4}{5}$  است. فاصله کانونی بیضی کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۱۰

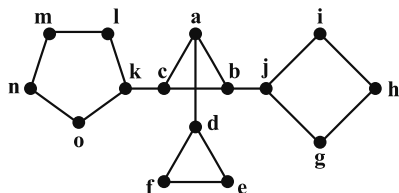
(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته (اختیاری): گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

۱۶۱- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۱۶۲- گراف کامل  $K_p$  دارای ۲۰ مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی است. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۹ (۲)

۶ (۱)

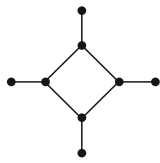
۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

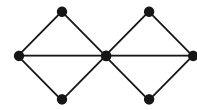
۱۶۳- کدام یک از گراف‌های زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

$C_5$  (۲)

$P_5$  (۱)



(۴)



(۳)

۱۶۴- حداکثر عدد احاطه‌گری یک گراف ۲-منتظم از مرتبه ۱۶ کدام است؟

۶ (۲)

۸ (۱)

۴ (۴)

۵ (۳)

۱۶۵- گراف ۳-منتظم  $G$  از مرتبه ۶، دوری به طول ۳ ندارد. این گراف چند ۷-مجموعه دارد؟

۶ (۲)

۳ (۱)

۱۲ (۴)

۹ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۶۶- گراف  $K_7$  چند مجموعه احاطه گر مینیمال دو عضوی دارد؟

- (۱) صفر  
(۲) ۷  
(۳) ۱۴  
(۴) ۲۱

۱۶۷- چند گراف متمایز ۲- منتظم از مرتبه ۹ می توان رسم کرد که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن باشد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

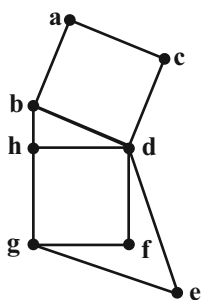
۱۶۸- تعداد مسیرهای به طول غیرصفر در گراف  $P_n$  برابر ۲۸ است. عدد احاطه گری گراف  $P_{n+3}$  کدام است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۴  
(۳) ۵  
(۴) ۶

۱۶۹- گراف  $G$  با  $p = 8$  و  $\Delta = 6$ ، فقط یک مجموعه احاطه گر مینیمم دارد. کدام گزینه در مورد این گراف لزوماً درست است؟

- (۱) دوری به طول ۶ دارد  
(۲) مسیری به طول ۳ دارد  
(۳) ناهمبند است  
(۴) حداقل ۸ یال دارد

۱۷۰- گراف  $G$  مطابق شکل مقابل است. عدد احاطه گری گراف  $\bar{G}$  کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۸

۱۷۱- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

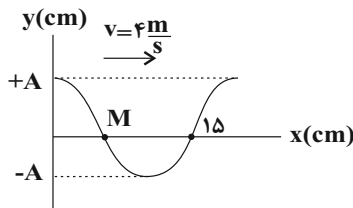
- (۱) امواج الکترومغناطیسی بر خلاف امواج مکانیکی، برای انتشار خود احتیاج به محیط مادی ندارند.
- (۲) در امواج عرضی بر خلاف امواج طولی، جابه‌جایی هر جزء نوسان‌کننده محیط عمود بر جهت حرکت موج است.
- (۳) در حرکت یک موج از نقطه‌ای به نقطه دیگر، با انتقال ماده‌ای که موج در آن حرکت می‌کند، انرژی منتقل می‌شود.
- (۴) اگر چشمه موج به‌طور هماهنگ ساده نوسان کند، اجزای محیط حول نقطه تعادل خود با همان بسامد چشمه نوسان می‌کنند.
- ۱۷۲- موجی عرضی در یک محیط منتشر می‌شود و فاصله بین دو قله متوالی آن  $10\text{cm}$  است. اگر تندی انتشار موج در آن محیط  $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، بسامد موج چند هرتز است؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۵۰

- ۱۷۳- موجی عرضی با دامنه  $4\text{cm}$  و طول موج  $80\text{cm}$  در طنابی منتشر می‌شود. اگر ذره‌ای از طناب در مدت  $0/4$  ثانیه، مسافت  $40\text{cm}$  را بپیماید، در همین مدت، قله موج چند متر پیشروی می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $3/2$  (۴)  $6/4$

- ۱۷۴- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد. در بازه زمانی  $t_1 = 0\text{s}$  تا  $t_2 = 0/25\text{s}$ ، نوع حرکت ذره  $M$  چگونه است؟



(۱) پیوسته تندشونده

(۲) پیوسته کندشونده

(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

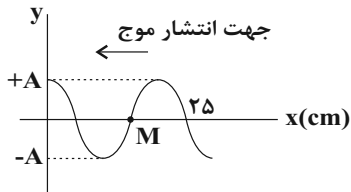
- ۱۷۵- ریسمان همگنی به طول  $L$  و جرم  $m$  را با نیروی  $F$  می‌کشیم. اگر سیم را نصف کنیم و آن را با نیروی  $2F$  بکشیم، تندی انتشار موج‌های عرضی در سیم دوم چند برابر سیم اول است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳)  $1/2$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۷۶- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد. اگر قطر مقطع این

ریسمان ۲cm، چگالی آن  $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$  و نیروی کشش آن ۹۰N باشد، چند ثانیه پس از لحظه  $t = 0$ ، اندازه شتاب ذره M برای



دومین بار بیشینه می‌شود؟ ( $\pi = 3$ )

(۲)  $\frac{7}{200}$

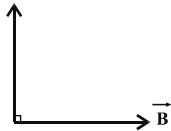
(۱)  $\frac{3}{200}$

(۴)  $\frac{1}{50}$

(۳)  $\frac{1}{40}$

۱۷۷- برای یک موج الکترومغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی و جهت انتشار موج در یک نقطه از فضا و در یک لحظه معین در شکل

جهت انتشار



زیر نشان داده شده است. در این حالت جهت میدانی الکتریکی مطابق کدام گزینه است؟

(۲)  $\odot$

(۱)  $\otimes$

(۴)  $\leftarrow$

(۳)  $\downarrow$

۱۷۸- طول یک آنتن گوشی تلفن همراه قدیمی  $\frac{1}{4}$  طول موج دریافتی است. اگر بسامدی که این گوشی با آن کار می‌کند،  $5 \times 10^9 \text{ Hz}$

باشد، طول آنتن آن چند سانتی‌متر است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

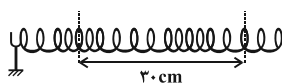
(۴)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{1}{6}$

(۱) ۶

۱۷۹- مطابق شکل زیر، به کمک یک دیپازون در فتری موج طولی ایجاد کرده‌ایم. اگر تندی انتشار موج طولی ایجاد شده در آن



۷۲  $\frac{km}{h}$  باشد، بسامد نوسان‌های دیپازون چند هرتز است؟

(۲) ۱۲۵

(۱) ۱۵۰

(۴) ۷۵

(۳) ۱۰۰

۱۸۰- یک زمین‌لرزه در عمق ۷۲۰ کیلومتری از یک دستگاه لرزه‌نگار مستقر در سطح زمین رخ می‌دهد. امواج اولیه P و امواج ثانویه S

به ترتیب با تندی‌های  $8 \frac{km}{s}$  و  $v_s$  و با اختلاف زمانی  $\frac{1}{5}$  دقیقه به دستگاه لرزه‌نگار می‌رسند. اگر این موج‌ها روی خط

راستی منتشر شوند،  $v_s$  بر حسب کیلومتر بر ثانیه کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۱۲







۱۸۶- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

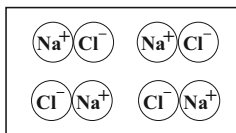
- (۱) نمونه‌ای خاک دارای ۳۶ درصد جرمی  $Al_2O_3$  و ۱۹ درصد جرمی آب است. اگر پس از تبخیر، درصد جرمی آب به ۱۰ درصد برسد، درصد جرمی  $Al_2O_3$  در نمونه جدید ۴ درصد افزایش می‌یابد.
- (۲) مولکول‌هایی که تراکم بار الکتریکی منفی روی اتم مرکزی در آن‌ها بیشتر باشد، مولکول‌هایی قطبی به‌شمار می‌آیند.
- (۳) در مولکول‌های خطی سه‌اتمی، هسته هر سه اتم سازنده آن‌ها بر روی یک خط راست قرار دارند و این مولکول‌ها ناقطبی هستند.
- (۴) مایع A در شکل مقابل می‌تواند مربوط به مولکول‌های کربن تتراکلرید یا کلروفرم باشد که حالت فیزیکی آن‌ها در دمای اتاق مایع است.

۱۸۷- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) کوارتز از جمله نمونه‌های ناخالص و ماسه از جمله نمونه‌های خالص ترکیبی هستند که فراوان‌ترین اکسید پوسته جامد زمین می‌باشد.
- (۲) عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم می‌باشند که تا کنون از آن‌ها یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.
- (۳) در گرافیت و الماس تنها پیوند یگانه یافت می‌شود.
- (۴) آنتالپی پیوند Si-Si در بلور سیلیسیم بیش‌تر از آنتالپی پیوند Si-O در بلور سیلیس است، از این رو اتم‌های Si ترجیح می‌دهند به جای پیوند با اتم‌های اکسیژن، با اتم‌های خود پیوند می‌دهند.

۱۸۸- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ( $H = 1, C = 12, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$ )

- (الف) درصد جرمی کربن در اتین، با درصد جرمی کربن در استیرن ( $C_8H_8$ ) برابر است.
- (ب) درصد جرمی کلر در کربن تتراکلرید، از درصد جرمی این عنصر در کلروفرم بیش‌تر است.
- (پ) بیش‌ترین درصد جرمی مواد سازنده خاک رس را یک جامد کووالانسی به نام سیلیس ( $SiO_2$ ) تشکیل می‌دهد.
- (ت) شکل زیر، تصویر درستی از  $NaCl(s)$  را نشان می‌دهد.



- |       |       |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

۱۸۹- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ ( $H = 1, Li = 7, O = 16, F = 19 : g \cdot mol^{-1}$ )

- از بین مواد « $C_6H_{14}$ ،  $SiO_2$ ،  $CH_3COOH$ ،  $C_6H_{12}O_6$ ،  $HBr$ ،  $FeCl_3$ » تنها برای ۵۰٪ از آن‌ها واژه فرمول مولکولی به کار می‌رود.
- علامت بار جزئی اتم‌های متصل به اتم مرکزی در مولکول‌های  $ONF$ ،  $CO_2$  و  $NH_3$  مشابه است.
- مولکول  $SO_3$  به علت عدم وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی و مشابه بودن اتم‌های کناری در ساختار آن، ناقطبی است.
- مقایسه نقطه ذوب مواد  $HF$ ،  $H_2O$  و  $LiF$  در فشار یکسان دقیقاً مانند ترتیب جرم مولی آن‌ها است.

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۴) | ۴ (۳) | ۳ (۲) | ۲ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۹۰- کدام عبارت درست است؟

- (۱) واژه فرمول مولکولی و نیروی بین مولکولی را می‌توان برای مواد  $HF(g)$ ،  $Cl_2(g)$  و  $NaCl(s)$  به کار برد.
- (۲) علامت بار جزئی بر روی اتم مرکزی در مولکول‌های کربونیل سولفید و گوگرد تری‌اکسید مشابه است.
- (۳) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول اتین، اتم‌های کناری قرمز و اتم‌های مرکزی آبی هستند.
- (۴) جفت الکترون پیوندی در  $HCl$  همانند  $Cl_2$  به صورت متقارن در اطراف هسته اتم‌ها قرار دارد.



# آزمون ۲۲ مهر ماه ۱۴۰۱

## اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

# دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی-شاهین پروازی-عادل حسینی-علی سلامت-حمید علیزاده-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-محمدابراهیم تونزندهجانی-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی-فرد افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-نیما زارع-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-سوگند روشنی-محمد صحت کار
فیزیک	خسرو ارغوانی-فرد-بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب- زهره آقا محمدی-امیرمسعود حاجی مرادی-مسعود خندانی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مهدی سلطانی-سعید شرق-محسن قندچلر-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیدیه-غلامرضا محبی-احسان محمدی-سیدعلی میرنوری
شیمی	امیر حاتمیان-ارژنگ خانلری-پیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان-زواره علیرضا کیانی دوست

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند محمد خندان علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک محمدی محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



آزمون ۲۲ مهر ماه ۱۴۰۱

دفترچه پاسخ

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلاالی-علی حاجیان-عادل حسینی-میلاذ سجادی لاریجانی-حمید علیزاده-محمدجواد محسنی-فهیمة ولیزاده وحید ون آبادی	حسابان ۲	
علی ایمانی-عادل حسینی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-رضا عباسی اصل-سرژ یقیازاریان تبریزی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-علیرضا شریف خطیبی-عزیزاله علی اصغری احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی	ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-مصطفی کیانی-امیرحسین مجوزی-آرش مروتی-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
عرفان اعظمی راد-جعفر بازوکی-امیرحسین حسینی-محمد رضا زهرهوند-رضا سلیمانی-مبینا شرافتی پور-محمدجواد صادقی محمد عظیمیان زواره-حسین ناصری نائی-امین نوروزی	شیمی	

**گزینشگران و ویراستاران**

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی ارجمند محمد خندان علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محبوبه بیک محمدی محمدحسن محمدزاده مقدم
	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمد رضا اصفهانی	سمیه اسکندری

**گروه فنی و تولید**

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی
حروف نگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## حسابان ۲

گزینه ۲» ۱-

(میوانیش نیکنام)

با توجه به رابطه داده شده، داریم:

$$2f(\lambda) - f(a) = 2(a^2 + a) - 4 = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow f = \{(2, 4), (-2, 4), (-4, 6), (-13, 5), (\lambda, 2)\} \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای  $a = 1$ ، دو زوج  $(\lambda, 2)$  و  $(\lambda, 5)$ ، در رابطه  $f$  حضور دارند و  $f$  تابع نخواهد بود. در نتیجه داریم:

$$f(\lambda) - f(2a) = f(\lambda) - f(-4) = 2 - 6 = -4 = 2a$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

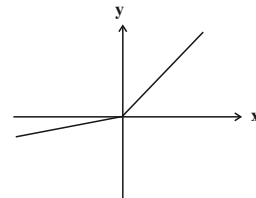
گزینه ۲» ۲-

(کلاظم ابلالی)

به عنوان مثال نقض برای گزینه‌های نادرست داریم:

گزینه «۱»: اگر  $x = 7$  آن‌گاه  $y = 1$  و  $y = -7$  به دست می‌آید.گزینه «۳»: اگر  $x = 7$  آن‌گاه  $y = 7$  و  $y = -1$  به دست می‌آید.از گزینه «۴»: اگر  $x = -7$  آن‌گاه  $y = -1$  و  $y = 7$  به دست می‌آید.بنابراین در این معادله‌ها  $y$  تابعی از  $x$  نیست.برای اثبات تابع بودن  $|y - 3| = 4y - x$  نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$\begin{cases} y \geq 0 \Rightarrow 4y - 3y = x \Rightarrow y = x \\ y \leq 0 \Rightarrow 4y + 3y = x \Rightarrow y = \frac{1}{7}x \end{cases}$$

هر خط موازی محور  $y$ ها نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند، پس تابع است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

گزینه ۲» ۳-

(علی سلامت)

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{a(2x+a) - a^2 + 16}{2x+a} \Rightarrow f(x) = a - \frac{a^2 - 16}{2x+a}$$

دامنه این تابع برابر  $\mathbb{R} - \left\{-\frac{a}{2}\right\}$  است و با توجه به نمودار مشخص

$$\text{می‌شود که } b = -\frac{a}{2}$$

برای اینکه تابع  $f$  ثابت باشد، لازم است عبارت گویای  $\frac{a^2 - 16}{2x+a}$  همواره برابر صفر باشد. پس داریم:

$$a^2 - 16 = 0 \Rightarrow a = \pm 4$$

پس ضابطه تابع ثابت  $f$  به صورت  $f(x) = a$  است و با توجه به نمودار مشخص است که  $k = a$ . دقت کنید که مقدار مثبت  $a$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow a = k = 4, b = -\frac{4}{2} = -2$$

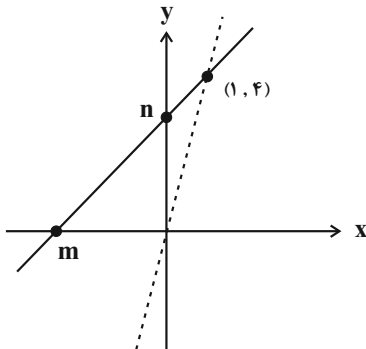
$$\Rightarrow b + k = -2 + 4 = 2$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

گزینه ۴» ۴-

(شاهین پروازی)

معادله خطی با شیب  $a$  که از نقطه  $(1, 4)$  عبور می‌کند به صورت  $y - 4 = a(x - 1)$  است.



$$\Rightarrow y = ax - a + 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 0: y = -a + 4 \Rightarrow n = -a + 4 \\ y = 0: x = \frac{a-4}{a} < 0 \Rightarrow |m| = \frac{4-a}{a} > 0 \end{cases}$$

پس مساحت برابر است با:

$$S = \frac{|m| \cdot |n|}{2} = \frac{(4-a)^2}{2a}$$

با توجه به شکل مشخص است که شیب خط مثبت است ( $a > 0$ ) اما برای آن که از ناحیه دو و نقطه مورد نظر عبور کند  $a < 4$  است.

$$\Rightarrow S(a) = \frac{(4-a)^2}{2a}; 0 < a < 4$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

گزینه ۴» ۵-

(علی سلامت)

ضابطه تابع خطی  $f$  به صورت  $f(x) = ax + b$  است. بنابراین داریم:

$$f(1) + f(-1) = -2 \Rightarrow a + b - a + b = -2$$

$$\Rightarrow b = -1 \Rightarrow f(x) = ax - 1$$

$$f(f(2)) = 14 \Rightarrow f(2a - 1) = a(2a - 1) - 1 = 14$$

$$\Rightarrow 2a^2 - a - 15 = (2a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3: f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(4) = 11 \\ a = -\frac{5}{2}: f(x) = -\frac{5}{2}x - 1 \Rightarrow f(4) = -11 \end{cases}$$

کم‌ترین مقدار  $f(4)$  برابر  $-11$  است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)



(شاهین پروازی)

۸- گزینه «۳»

با توجه به نمودار  $f\left(\frac{a}{2}\right) = 0$ ، پس داریم:

$$a^2 - a\sqrt{a - \frac{a}{2}} = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = \sqrt{\frac{a}{2}} \xrightarrow{\text{توان } 2} a^2 = \frac{a}{2}$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} - x}$$

مختصات نقطه H به صورت  $H\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$  است.

$$\Rightarrow H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

فاصله این نقطه از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OH = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(کازم ایلالی)

۹- گزینه «۳»

$$f(0) = [0] = 0$$

توجه کنید که:

$$x \neq 0 \Rightarrow 0 < \frac{x^2}{x^2+1} < 1 \Rightarrow -1 < \frac{-x^2}{x^2+1} < 0$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{-x^2}{x^2+1} \right] = -1 \Rightarrow f(x) = -1$$

بنابراین داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x \neq 0 \end{cases}$$

در نتیجه  $a + b + c = -1$  و  $b = -1$ ،  $a = c = 0$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۴۹ تا ۵۲)

(کازم ایلالی)

۱۰- گزینه «۴»

فرض کنید  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، در این صورت داریم:

$$f(x)f(-x) = (ax^2 + c + bx)(ax^2 + c - bx)$$

$$= a^2x^4 + (2ac - b^2)x^2 + c^2$$

$$x^2f(x-1) + k = x^2(a(x-1)^2 + b(x-1) + c) + k$$

$$= ax^4 + (b-2a)x^3 + (a-b+c)x^2 + k$$

چون دو عبارت بالا به ازای هر مقدار حقیقی X برابرند، پس داریم:

$$a^2 = a \Rightarrow a = 1$$

$$b - 2a = 0 \Rightarrow b = 2a = 2$$

$$a + c - b = 2ac - b^2 \Rightarrow 1 + c - 2 = 2c - 4 \Rightarrow c = 3$$

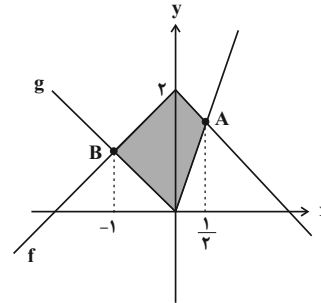
$$c^2 = k \Rightarrow k = 9$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۹)

۶- گزینه «۱»

(عارل سینی)

نمودارهای هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



نقطه A حاصل برخورد شاخه  $y = 2 - x$  از نمودار  $f$  و شاخه  $y = 3x$  از نمودار  $g$  است:

$$2 - x = 3x \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}$$

نقطه B نیز محل برخورد شاخه  $y = x + 2$  از نمودار  $f$  و شاخه  $y = -x$  از نمودار  $g$  است.

$$x + 2 = -x \Rightarrow x_B = -1$$

حال مساحت چهارضلعی مشخص شده، برابر مجموع مساحت‌های دو مثلث

$$S = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

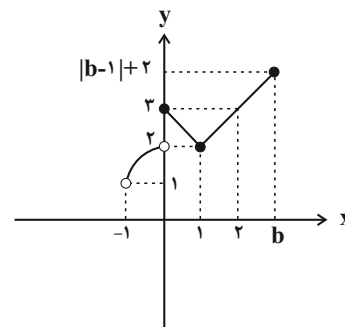
است و داریم:

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۷- گزینه «۲»

(عمیر علیزاده)

نمودار تابع  $f$  را به کمک انتقال نمودارهای  $y = -x^2$  و  $y = |x|$  رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار بالا و اینکه برد تابع بازه  $(a, 4]$  است، مشخص می‌شود که

$$|b-1| + 2 = 4 \text{ و } b > 2$$

$$\Rightarrow |b-1| = 2 \xrightarrow{b > 2} b-1 = 2 \Rightarrow b = 3$$

از طرفی در نمودار مشخص است که  $a = 1$  است.

$$\Rightarrow b - a = 2$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)



گزینه ۴» -۱۱

(کلاظم ابلالی)

ابتدا دامنه تابع را معین می‌کنیم.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3 - [x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 3 \Rightarrow x < 4 \end{cases} \Rightarrow D_f = [0, 4)$$

حال در بازه‌های مختلف به صورت زیر برد تابع را می‌یابیم:

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 0 \\ 0 \leq \sqrt{x} < 1 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0 + \sqrt{x} = \sqrt{x}$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 1 \\ 1 \leq \sqrt{x} < \sqrt{2} \Rightarrow [\sqrt{x}] = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{x}$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 2 \\ \sqrt{2} \leq \sqrt{x} < \sqrt{3} \Rightarrow [\sqrt{x}] = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 1 = 2$$

$$3 \leq x < 4 \Rightarrow \begin{cases} [x] = 3 \\ \sqrt{3} \leq \sqrt{x} < 2 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 0 = 1$$

پس  $R_f = \{\sqrt{3}, 1 + \sqrt{2}, 2, 1\}$  حاصل ضرب مقادیر عضو این مجموعه برابر است با:

$$\sqrt{3} \times (1 + \sqrt{2}) \times 2 \times 1 = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

گزینه ۲» -۱۲

(کلاظم ابلالی)

ابتدا دامنه تابع را معین می‌کنیم.

x	$-\infty$	-۱	۱	۲	$+\infty$
x+1	-	۰	+	+	+
1-[x]	+	+	۰	۰	-
(1-[x])(x+1)	-	۰	+	۰	-

$$\Rightarrow D_f = [-1, 2)$$

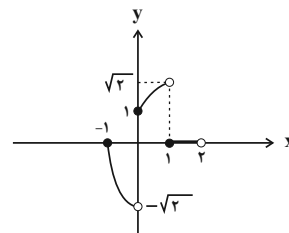
اکنون ضابطه تابع را در هر بازه ساده می‌کنیم.

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{2(x+1)}}{-1} = -\sqrt{2x+2}$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{(1-0)(x+1)}}{1} = \sqrt{x+1}$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = 0$$

پس نمودار تابع f به صورت زیر است.



(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۲)

گزینه ۱» -۱۳

(شاهین پروازی)

نقطه (۶, -۱) روی نمودار تابع g قرار دارد. پس داریم:

$$g(6) = 3 - 2f(6-4) = -1 \Rightarrow f(2) = 2$$

پس نقطه (a, b) روی نمودار f، (۲, ۲) بوده است.

$$\Rightarrow a + b = 4$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» -۱۴

(میانپوش نیکنام)

ابتدا دامنه تابع  $y = f(2x+1)$  را بدست می‌آوریم:

$$D_f = [-1, 3] \Rightarrow -1 \leq 2x+1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_{y=f(2x+1)} = [-1, 1]$$

دامنه تابع g برابر است با:

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq -3x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq -3x+2 \leq 5 \Rightarrow D_g = [-1, 5]$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» -۱۵

(شاهین پروازی)

فرض کنیم  $f(x) = x^3 - 6x^2$  را a واحد به راست و b واحد به بالا ببریم پس داریم:

$$y = (x-a)^3 - 6(x-a)^2 + b$$

و این باید برابر  $g(x) = x^3 - 12x$  شود، داریم:

$$\begin{aligned} y &= x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3 - 6x^2 + 12ax - 6a^2 + b \\ &= x^3 + (-3a-6)x^2 + (3a^2+12a)x - a^3 - 6a^2 + b \\ &= x^3 - 12x \end{aligned}$$

با متحد قراردادن طرفین تساوی بالا داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -3a-6=0 \Rightarrow a=-2 \\ 3a^2+12a=-12 \Rightarrow a=-2 \\ -a^3-6a^2+b=0 \xrightarrow{a=-2} 8-24+b=0 \Rightarrow b=16 \end{cases}$$

پس با انتقال دو واحد به چپ و ۱۶ واحد به بالا بر هم منطبق می‌شوند.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

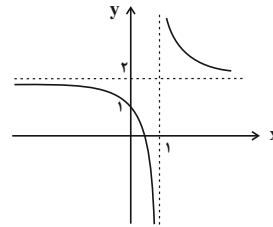


۱۶- گزینه «۴»

(جوابش نیکنام)

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$$

نمودار تابع  $f$  از انتقال نمودار  $y = \frac{1}{x}$  یک واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا بدست می‌آید.



مطابق شکل برای این که انتقال یافته نمودار از ناحیه ۲ عبور نکند باید نمودار  $f$  حداقل ۲ واحد به سمت پایین انتقال یابد یعنی  $y = f(x) - 2$ .

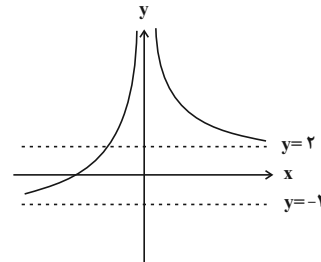
(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۷- گزینه «۲»

(علی سلامت)

ابتدا نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} - 2; & x < 0 \\ \frac{1}{x} + 2; & x > 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، واضح است که اگر  $k \in (-2, 2]$ ، خط  $y = k$  و نمودار تابع  $f$  فقط در یک نقطه مشترک هستند. بازه مورد نظر شامل ۴ عدد صحیح است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۸- گزینه «۲»

(کلاطم ابلالی)

$$f(x) = \frac{\sqrt{-(x-4)(x-2)} |x-3|}{x-3}$$

اگر نمودار تابع  $f$  را نسبت به هر دو محور قرینه کنیم نمودار تابع  $y = -f(-x)$  به دست می‌آید که ضابطه آن به صورت زیر است.

$$g(x) = -f(-x) = \frac{\sqrt{-(-x-4)(-x-2)} |x-3|}{-x-3} = \frac{\sqrt{-(x+4)(x+2)} |x+3|}{x+3}$$

اکنون با توجه به گزینه‌ها باید معلوم کنیم که نمودار تابع  $g$  را چهار واحد یا شش واحد به چپ یا به راست انتقال دهیم تا بر نمودار تابع  $f$  منطبق شود. بنابراین باید  $g(x \pm 6)$  و  $g(x \pm 4)$  را حساب کنیم.

$$g(x-6) = \frac{\sqrt{-(x-2)(x-4)} |x-3|}{x-3} = f(x)$$

پس باید نمودار  $g$  را ۶ واحد به راست انتقال دهیم.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۹- گزینه «۳»

(میانفش نیکنام)

تبدیلات گفته شده را روی نمودار تابع  $f$  انجام می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{k \text{ واحد به چپ}} y = f(x+k)$$

$$\xrightarrow{\text{طول نقاط } \frac{1}{4} \text{ برابر}} y = f(4x+k)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = f(-4x+k)$$

$$\xrightarrow{2 \text{ واحد به پایین}} g(x) = f(-4x+k) - 2$$

حال نمودار  $f$  و  $g$  را قطع می‌دهیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) = f(-4x+k) - 2$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = f(k-8) - 2$$

$$\Rightarrow 1 = \sqrt{2k-19} - 2 \Rightarrow \sqrt{2k-19} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 2k - 19 = 9 \Rightarrow k = 14$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

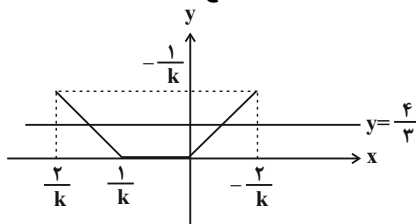
۲۰- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

ابتدا باید نمودار تابع  $y = f(x)$  را رسم کنیم. برای این کار نمودار تابع  $g$  را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم، سپس طول و عرض نقاط نمودار را بر  $k$  تقسیم می‌کنیم. از آنجا که با انتقال یک واحد به پایین، نمودار  $g$  زیر محور

$x$ ها قرار می‌گیرد، برای این که معادله  $f(x) = \frac{4}{3}$  جواب داشته باشد،  $k$

باید مقداری منفی داشته باشد، در نتیجه نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:



خط  $y = \frac{4}{3}$  نمودار تابع  $f$  را روی شاخه‌های  $y = \frac{1}{2}x$  و  $y = -x + \frac{1}{k}$

آن قطع می‌کند، پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{8}{3} \\ -x_2 + \frac{1}{k} = \frac{4}{3} \Rightarrow x_2 = -\frac{4}{3} + \frac{1}{k} \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها برابر  $-\frac{3}{2}$  است.

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{4}{3} + \frac{1}{k} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{k} = -\frac{17}{6}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{6}{17}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومضوب)

$$A^2 = A \times A \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2m & -8 \\ 2m & -2m+9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ a = 1 - 2m = 1 - 2 = -1 \\ b = -8 \\ c = -2m + 9 = -2 + 9 = 7 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$a + b + c = -1 - 8 + 7 = -2$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۱»

(مهم‌کریمی)

برای به دست آوردن درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $A^3$ ، کافی است سطر دوم ماتریس  $A^2$  را در ستون سوم ماتریس  $A$  ضرب کنیم. از طرفی برای به دست آوردن سطر دوم ماتریس  $A^2$ ، می‌توان سطر دوم ماتریس  $A$  را در خود ماتریس  $A$  ضرب کرد. داریم:

$$A^2 \text{ سطر دوم} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 \text{ سوم} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومضوب)

دو ماتریس  $A$  و  $B$  در حالت کلی خاصیت تعویض‌پذیری ندارند، زیرا داریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & -a \\ d & -c \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & -d \\ a & b \end{bmatrix}$$

بنابراین گزینه «۱» نادرست است.

سپس ماتریس  $B^2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

با توجه به مقدار به دست آمده برای ماتریس  $B^2$  داریم:

$$\begin{cases} A \times B^2 = A \times (-I) = -A \\ B^2 \times A = (-I) \times A = -A \end{cases}$$

بنابراین گزینه‌های «۲» و «۴» نیز نادرست و گزینه «۳» درست است.

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- گزینه «۲»

(مهم‌فردان)

طبق تعریف دو ماتریس  $A - B$  و  $AB + BA$  داریم:

$$A - B = \begin{bmatrix} 1-1 & 1-2 \\ 2-1 & 2-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

برای محاسبهٔ ماتریس  $A^2 + B^2$ ، کافی است عبارت متناظر با ماتریس  $(A - B)^2$  را بنویسیم:

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 + B^2 - (AB + BA)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = (A^2 + B^2) - \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با:

$$6 + 9 + 9 + 12 = 36$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۵- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

چون  $A^3 = \bar{O}$ ، پس  $A^6 = \bar{O}$  است. ضرب دو ماتریس را انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} (A^2 + 5A + 2I)(2A^2 - A + I) &= 2A^4 + (-1+10)A^3 + (1-5+4)A^2 + (5-2)A + 2I \\ &= \bar{O} + \bar{O} + \bar{O} + 3A + 2I = 3A + 2I \end{aligned}$$

(هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۶- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومضوب)

روش اول:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -18 \\ -9 & 38 \end{bmatrix}$$





$$\begin{cases} A^{999} = (A^3)^{333} = (-I)^{333} = -I \\ A^{1000} = A^{999} \times A = -I \times A = -A \\ A^{1001} = A^{999} \times A^2 = -I \times A^2 = -A^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = A^{999} + A^{1000} + A^{1001} = -(I + A + A^2)$$

$$= -\left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس B برابر (-۲) است.

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۶- گزینه «۴» (سوکلندر روشنی)

دو ماتریس مربعی زمانی در یک اتحاد جبری صدق می‌کنند که دو ماتریس خاصیت تعویض‌پذیری داشته باشند. بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} x & 10 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ a & a+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x+10a & 5x+10a+10 \\ 24-8a & 12-8a \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ a & a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 10 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6x+20 & 20 \\ ax+4a+4 & 2a-8 \end{bmatrix}$$

$$AB = BA \Rightarrow \begin{cases} 6x+10a = 6x+20 \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow a = 2 \\ 5x+10a+10 = 20 \xrightarrow{a=2} 5x = -10 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

دو مقدار به دست آمده در دو معادله دیگر حاصل از رابطه  $AB = BA$  نیز صدق می‌کنند، پس داریم:

$$a + x = 2 - 2 = 0$$

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۰- گزینه «۳» (نیما زارع)

ابتدا حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 & 2x+5 & x+3 \\ -4 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix}$$

$$= [x^2 - x - 8x - 20 + x^2 + 3x] = 2x^2 - 6x - 20$$

حال عبارت به دست آمده را کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم:

$$2x^2 - 6x - 20 < 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x - 10) < 0$$

$$\Rightarrow 2(x-5)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 5$$

در بازه حاصل، اعداد صحیح -۱، ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ وجود دارد.

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$A^4 = mA + nI \Rightarrow \begin{bmatrix} 11 & -18 \\ -9 & 38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 2m \\ m & -2m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 11 & -18 \\ -9 & 38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+n & 2m \\ m & -2m+n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -9 \\ m+n = 11 \Rightarrow n = 20 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$m - n = -9 - 20 = -29$$

روش دوم: برای هر ماتریس  $2 \times 2$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  رابطه

$$\overline{A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I} = \overline{O}$$

$$A^2 - (1-2)A + (1 \times (-2) - 2 \times 1)I = \overline{O} \Rightarrow A^2 = -A + 4I$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} A^4 = A^2 - 8AI + 16I^2 = (-A + 4I) - 8A + 16I$$

$$\Rightarrow A^4 = -9A + 20I \Rightarrow \begin{cases} m = -9 \\ n = 20 \end{cases} \Rightarrow m - n = -29$$

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۲۷- گزینه «۳» (سوکلندر روشنی)

کافی است حاصل ضرب  $AB$  را به دست آورده و شرایط اسکالر بودن آن را در نظر بگیریم. داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} a & 0 & -3 \\ 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 3a-3 \\ 0 & a & ab+3 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a-3 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ ab+3 = 0 \xrightarrow{a=1} b = -3 \\ a^2 = a \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a = 0, 1 \end{cases}$$

بنابراین  $a = 1$  و  $b = -3$  است، بنابراین حاصل  $a + b$  برابر -۲ است.

(هنرسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

۲۸- گزینه «۴» (مهرداد ملونری)

ابتدا ماتریس‌های  $A^2$  و  $A^3$  را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

مشاهده می‌کنیم که  $A^3 = -I$  است، پس داریم:



## ریاضیات گسسته

گزینه «۴» - ۳۱

(سوکندر روشنی)

هر چهار مورد نادرست هستند و برای آن‌ها می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

عکس گزاره «الف» درست است، به عبارتی اگر عددی اول و بزرگ‌تر از ۳ باشد می‌توان آن را به صورت  $6k \pm 1$  نوشت ولی  $k = 20$  مثال نقض مناسبی برای این گزاره است، زیرا  $121 = 6 \times 20 + 1$  و بر ۱۱ بخشپذیر است و  $119 = 6 \times 20 - 1$  و بر ۷ و ۱۷ بخشپذیر است و در نتیجه هیچکدام عدد اول نیستند.

گزاره «ب» اگر  $x = \sqrt{5}^{\sqrt{2}}$ ،  $y = \sqrt{2}$  باشد،

$$x^y = \left( \sqrt{5}^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} = \left( \sqrt{5} \right)^2 = 5$$

گزاره «پ» به ازاء  $n = 5$ ، این عدد مرکب و بر ۶۴۱ بخشپذیر است.

گزاره «ت» به ازاء  $n = 6$ ، این عدد برابر  $6^3 - 1 = 215$  و بر ۲۱ بخشپذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۱» - ۳۲

(سیرمهمرضا عسینی فرد)

با برهان خلف ثابت می‌شود اگر  $x$  گویا باشد با توجه به اینکه  $x+y$  نیز گویا است آنگاه  $y$  در نتیجه  $x+3y$  و  $2x-y$  نیز گویا خواهند بود که با فرض سؤال در تناقض است، پس  $x$  عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

گزینه «۱» - ۳۳

(امیرمسین ابومصوب)

طبق روش اثبات بازگشتی داریم:

$$\begin{aligned} 3a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 &\geq 2a^2b + 2ab^2 + 2ab \\ &\Leftrightarrow (a^2b^2 - 2a^2b + a^2) + (a^2b^2 - 2ab^2 + b^2) \\ &\quad + (a^2b^2 - 2ab + 1) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (ab - a)^2 + (ab - b)^2 + (ab - 1)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

رابطه اخیر بدیهی است. بنابراین داریم:

$$|x| = |ab - a| \xrightarrow{ab \geq a} |x| = ab - a \quad (1)$$

$$|y| = |ab - b| \xrightarrow{ab \geq a} |y| = ab - b \quad (2)$$

$$|z| = |ab - 1| \xrightarrow{ab \geq 1} |z| = ab - 1 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} |x| + |y| + |z| = 3ab - a - b - 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه «۲» - ۳۴

(سوکندر روشنی)

اگر مجذور عددی صحیح زوج باشد، خود عدد نیز زوج است. در نتیجه:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = \text{زوج} \Rightarrow \begin{cases} n = 4k \\ n-1 = 4k \Rightarrow n = 4k+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \leq 4k \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 24 \\ 10 \leq 4k+1 \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \leq 4k \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 24 \\ 10 \leq 4k+1 \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 24 \end{cases}$$

بنابراین  $n$  می‌تواند ۴۴ مقدار متمایز اختیار کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه کار در کلاس (ب) صفحه ۵)

گزینه «۴» - ۳۵

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱» نادرست است. به عنوان مثال نقض اگر  $a = 3$ ،  $b = 2$  و

$$c = 1 \text{ باشد، آن‌گاه } 3 | 2+1 \text{ ولی } 3 \nmid 2 \text{ و } 3 \nmid 1.$$

گزینه «۲» نادرست است. به عنوان مثال نقض اگر  $a = 8$ ،  $b = 4$  و

$$c = 2 \text{ باشد، آنگاه } 8 | 4 \times 2 \text{ ولی } 8 \nmid 4 \text{ و } 8 \nmid 2.$$

گزینه «۳» نادرست است. به عنوان مثال نقض اگر  $a = 2$ ،  $b = 1$  و

$$c = 4 \text{ باشد، آن‌گاه } 4 | 2 \times 1 \text{ ولی } 4 \nmid 2.$$

گزینه «۴» درست است.  $a^2 | (b-a)^2 \Rightarrow a | b-a \xrightarrow{a|a} a | b$ 

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

گزینه «۳» - ۳۶

(مهم صمت‌کار)

$$\begin{cases} 5 | b+1 \xrightarrow{\times 7} 35 | 7b+7 \\ 7 | b-1 \xrightarrow{\times 5} 35 | 5b-5 \end{cases}$$

طرف دوم دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:



## ۳۹- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

ابتدا معادله داده شده را مرتب و  $y$  را تنها می‌کنیم:

$$y(x^2 + 2) = x + 6$$

$$y = \frac{x+6}{x^2+2}$$

در صورتی  $y$ ، عددی صحیح است که:

$$x^2 + 2 \mid x + 6 \xrightarrow{\times(x-6)} \left. \begin{array}{l} x^2 + 2 \mid x^2 - 36 \\ x^2 + 2 \mid x^2 + 2 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} x^2 + 2 \mid 38$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 19, \pm 38\}$$

از مجموعه به دست آمده تنها موارد زیر صحیح به دست می‌آیند:

$$x^2 + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 + 2 = 38 \Rightarrow x = +6, x = -6$$

که  $x = 6$  در رابطه  $x^2 + 2 \mid x + 6$  صدق نمی‌کند زیرا به  $38 \mid 12$ 

تبدیل می‌شود بنابراین غیرقابل قبول است.

در نتیجه دو نقطه با مختصات صحیح روی نمودار داده شده وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## ۴۰- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

$$9 \mid 8^n - 4^n = 4^n (2^n - 1)$$

می‌دانیم  $4^n$  بر ۹ بخشپذیر نیست در نتیجه برای اینکه رابطه بالا برقرار باشد باید:

$$9 \mid 2^n - 1 \Rightarrow 2^3 + 1^3 \mid 2^n - 1^n$$

می‌دانیم زمانی  $a^k + b^k \mid a^n - b^n$  برقرار است که  $\frac{n}{k}$  زوج باشد، در

نتیجه:

$$\frac{n}{3} = 2k \Rightarrow n = 6k \xrightarrow{k=166} n = 6 \times 166 = 996$$

$$9 + 9 + 6 = 24 \text{ : مطلوب سؤال}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

$$35 \mid 2b + 12 \Rightarrow 35 \mid 2(b + 6)$$

$$\Rightarrow 35 \mid b + 6 \Rightarrow b + 6 = 35q$$

$$\Rightarrow b = 35q - 6$$

اعداد دو رقمی ممکن برای  $b$  عبارتند از:

q	۱	۲	۳
b	۲۹	۶۴	۹۹

میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار  $b$  برابر است با:

$$\frac{29+99}{2} = \frac{128}{2} = 64$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## ۳۷- گزینه «۲»

(ممد صدت‌کار)

$$\left\{ \begin{array}{l} 7 \mid 12a + 4b + 1 \xrightarrow{-x^3} 7 \mid 36a + 12b + 3 \\ 7 \mid 5a - 3b + 2k \xrightarrow{-x^4} 7 \mid 20a - 12b + 8k \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}}$$

$$7 \mid 56a + 8k + 3 \xrightarrow{7 \mid 56a} 7 \mid 8k + 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7 \mid 8k + 3 \\ 7 \mid 7k \end{array} \right\} \Rightarrow 7 \mid k + 3 \Rightarrow k + 3 = 7q \Rightarrow k = 7q - 3$$

$$q = 15 \Rightarrow k = 105 - 3 = 102 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## ۳۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

فرض کنید عدد طبیعی  $n$ ، عددی مربع کامل باشد. در این صورت  $n$  رامی‌توان به صورت  $k^2$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) نوشت. از طرفی  $n$  مضرب ۵ است، پس  $k$ نیز باید مضرب ۵ باشد، یعنی  $(t \in \mathbb{N})k = 5t$  و  $t$  فرد است (چون  $n$ 

عدد فرد است). در این صورت داریم:

$$10^4 \leq n < 10^6 \Rightarrow 10^4 \leq (5t)^2 < 10^6 \xrightarrow{\text{جذر}} 100 \leq 5t < 1000$$

$$\xrightarrow{+5} 20 \leq t < 200 \Rightarrow t = 21, 23, \dots, 199$$

$$\frac{199-21}{2} + 1 = 90$$

تعداد این اعداد فرد برابر است با:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

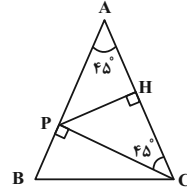


**هندسه ۱**

گزینه «۱» - ۴۱

(سامان اسپهرم)

از  $P$  به  $C$  وصل می‌کنیم. از آنجا  $P$  روی عمودمنصف  $AC$  قرار دارد، فاصله آن از  $A$  و  $C$  با هم برابر است و مثلث  $APC$  متساوی‌الساقین است.



$$\widehat{APC} = 180^\circ - 2\widehat{A} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BPC} = 90^\circ$$

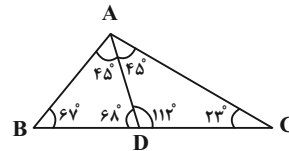
$$\Delta BPC : BC^2 = PB^2 + PC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \Rightarrow BC = \sqrt{10}$$

(هنرسه: از ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه «۳» - ۴۲

(افشین فاضل‌نار)

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل زیر را می‌توان رسم کرد. مطابق شکل در مثلث  $ABD$  داریم:



$$\widehat{B} < \widehat{D} \Rightarrow AD < AB$$

بنابراین نامساوی گزینه «۳» نادرست است. درستی سایر گزینه‌ها را با راحتی می‌توانید از روی شکل بررسی کنید.

(هنرسه: از ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۲۲)

گزینه «۳» - ۴۳

(افشین فاضل‌نار)

طبق قضیه نامساوی مثلث داریم:

$$\begin{cases} AB + AC > BC \Rightarrow x + 1 + 11 - x > 2x + 1 \Rightarrow x < \frac{11}{2} \\ AB + BC > AC \Rightarrow x + 1 + 2x + 1 > 11 - x \Rightarrow x > \frac{9}{4} \\ AC + BC > AB \Rightarrow 11 - x + 2x + 1 > x + 1 \Rightarrow 11 > 0 \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌های سه نامعادله فوق، به نامساوی  $\frac{9}{4} < x < \frac{11}{2}$  دست پیدا می‌کنیم و بنابراین بیشترین مقدار طبیعی  $x$  برابر ۵ است. به ازای این مقدار داریم:

$$\Delta ABC \text{ محیط} = AB + AC + BC = 6 + 6 + 11 = 23$$

(هنرسه: از ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۲۷)

گزینه «۴» - ۴۴

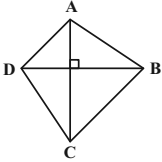
(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۱»: عکس قضیه نادرست است. هر دو مثلث متشابه، لزوماً هم‌نهشت نیستند.

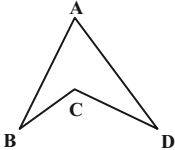
مثلاً دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع‌های ۱ و ۲، متشابه‌اند ولی هم‌نهشت نیستند.

گزینه «۲»: عکس قضیه نادرست است. هر چهارضلعی که دو قطر برابر و عمود بر هم دارد، لزوماً مربع نیست، مانند شکل زیر:

$$AC = BD, AC \perp BD$$



گزینه «۳»: عکس قضیه نادرست است. هر چهارضلعی که مجموع زوایای آن  $360^\circ$  باشد، لزوماً محدب نیست، مانند شکل زیر:



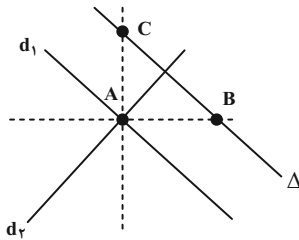
گزینه «۴»: عکس قضیه درست است. اگر در یک مثلث، میانه نظیر یک ضلع بر نیمساز رأس مقابل به آن ضلع منطبق باشد، مثلث متساوی‌الساقین است، پس قضیه را می‌توان به صورت دو شرطی نوشت.

(هنرسه: از ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه ۲۵)

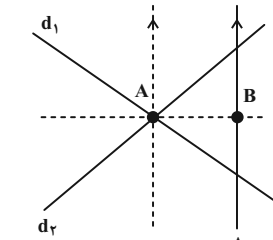
گزینه «۲» - ۴۵

(مهرداد ملونری)

نقطاتی که به فاصله یکسان از دو خط  $d_1$  و  $d_2$  هستند، روی نیمسازهای زاویه بین  $d_1$  و  $d_2$  قرار دارند.



دو نقطه (نقاط B و C)



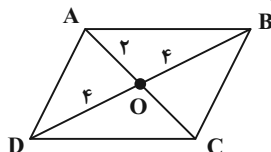
یک نقطه (نقطه B)

(هنرسه: از ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه «۱» - ۴۶

(سیرمهر رضا حسینی‌فر)

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، قطر‌ها منصف یکدیگرند. پس اگر طول دو قطر یک متوازی‌الاضلاع ۸ و ۴ باشد، آن‌گاه مطابق شکل و طبق نامساوی مثلث در هر کدام از مثلث‌های  $OAB$  و  $OAD$ ، اندازه اضلاع  $AB$  و  $AD$  باید کوچک‌تر از ۶ باشد، پس چنین متوازی‌الاضلاعی قابل رسم نیست.

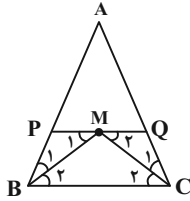




(علی ایمانی)

۴۹- گزینه «۴»

عمودمنصف ضلع BC از رأس A عبور می‌کند، پس  $AB = AC$  است. از طرفی نقطه M از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است، پس نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی در این مثلث است.



مطابق شکل BM و CM نیمسازهای زوایای B و C هستند و در نتیجه داریم:

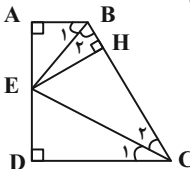
$$\begin{aligned} PQ \parallel BC, \text{ مورب } BM &\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{B}_2 \xrightarrow{\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2} PM = PB \\ PQ \parallel BC, \text{ مورب } CM &\Rightarrow \widehat{M}_2 = \widehat{C}_2 \xrightarrow{\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2} MQ = QC \\ \text{APQ محیط مثلث} &= AP + PQ + AQ \\ &= AP + (PM + MQ) + AQ \\ &= (AP + PB) + (QC + AQ) = AB + AC \\ &= 2AB = 2 \times 4 / 5 = 9 \end{aligned}$$

(هنرسه: ا. ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۹)

(امیرحسین ایومیبوب)

۵۰- گزینه «۴»

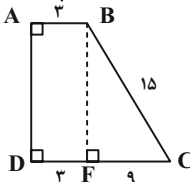
از نقطه E عمود EH را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. BE نیمساز زاویه B است، پس دو مثلث ABE و HBE به حالت وتر و یک زاویه حاده هم‌نهشت هستند و در نتیجه  $BH = AB = 3$  است. به دلیل مشابه دو مثلث EDC و EHC هم‌نهشت بوده و  $CH = CD = 12$  است.



بنابراین داریم:

$$BC = BH + CH = 3 + 12 = 15$$

حال از نقطه B عمود BF را بر CD رسم می‌کنیم.



مطابق شکل داریم:

$$FC = DC - DF = 12 - 3 = 9$$

$$\triangle BFC : BF^2 = BC^2 - CF^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

$$\Rightarrow BF = 12 \Rightarrow AD = 12$$

(هنرسه: ا. ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۳)

گزینه «۲»: طول ضلع دیگر چنین مستطیلی برابر  $\sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96}$  است و مستطیل قابل رسم می‌باشد.

گزینه «۳»: می‌دانیم طول قطر مربع  $\sqrt{2}$  برابر طول ضلع آن است، پس طول ضلع چنین مربعی از رابطه زیر به دست می‌آید و قابل رسم است:

$$a + a\sqrt{2} = \sqrt{5} \Rightarrow a(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{5} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{5}}{1 + \sqrt{2}}$$

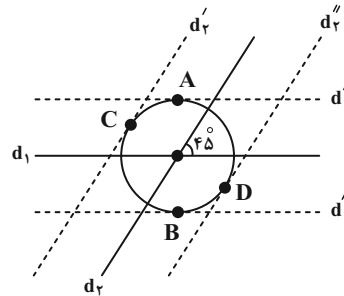
گزینه «۴»: دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۶ که یک ضلع مشترک داشته باشند، لوزی موردنظر را ایجاد می‌کنند.

(هنرسه: ا. ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(امیرحسین ایومیبوب)

۴۷- گزینه «۳»

نقاطی از صفحه که از نقطه O به فاصله ۳ واحد باشند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ واحد قرار دارند.



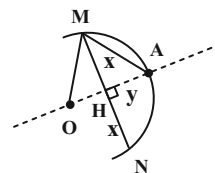
نقاطی از صفحه که از خط  $d_1$  یا  $d_2$  به فاصله ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با  $d_1$  و دو خط موازی با  $d_2$  و به فاصله ۳ واحد از این دو خط واقع هستند. مطابق شکل خطوط  $d'_1$  و  $d'_2$  (خطوط موازی با  $d_1$ ) در نقاط A و B و خطوط  $d'_1$  و  $d'_2$  (خطوط موازی با  $d_2$ ) در نقاط C و D بر دایره به مرکز O و شعاع ۳ مماس بوده و در نتیجه این ۴ نقطه جواب مسئله هستند. توجه داشته باشید که زاویه  $45^\circ$  بین دو خط، تأثیری در تعداد نقاط مورد نظر ندارد.

(هنرسه: ا. ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(مهریار ملونری)

۴۸- گزینه «۲»

مرکز دایره (نقطه O) روی عمودمنصف وتر MN قرار دارد. فاصله O از نقاط A و M برابر است با شعاع دایره، بنابراین مطابق شکل و بنا به قضیه فیثاغورس داریم:



$$\triangle AMH : AM^2 = MH^2 + AH^2 \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

$$\triangle OMH : OM^2 = MH^2 + OH^2 \Rightarrow 6^2 = x^2 + (6 - y)^2 \quad (2)$$

طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$48 - 36 = y^2 - (6 - y)^2 \Rightarrow 12y = 48 \Rightarrow y = 4$$

فاصله A از وتر MN، برابر  $AH = 4$  است.

(هنرسه: ا. ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



هندسه ۲-۱ اختیاری

۵۱- گزینه «۳»

(فرزانه فاکپاش)

اگر شعاع دایره‌های کوچک‌تر و بزرگ‌تر را به ترتیب با  $R_1$  و  $R_2$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\pi R_2^2 - \pi R_1^2 = 3\pi R_1^2 \Rightarrow \pi R_2^2 = 4\pi R_1^2 \Rightarrow R_2^2 = 4R_1^2 \Rightarrow R_2 = 2R_1 \quad (1)$$

$$R_2 - R_1 = 2 \xrightarrow{(1)} 2R_1 - R_1 = 2 \Rightarrow R_1 = 2 \Rightarrow R_2 = 4$$

$$\text{مساحت دایره بزرگ‌تر} = \pi R_2^2 = 16\pi$$

(هندسه ۲: دایره، صفحه ۲۰)

۵۲- گزینه «۴»

(مسین جابیلو)

فرض کنیم  $\widehat{E} = \alpha$  باشد. در این صورت داریم:

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{MF}}{2} = \alpha \Rightarrow \widehat{MF} = 2\alpha$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{NE} - \widehat{MF}}{2} \Rightarrow 5\alpha = \frac{\widehat{NE} - 2\alpha}{2} \Rightarrow \widehat{NE} = 12\alpha$$

اندازه کمان‌های  $\widehat{MN}$ ،  $\widehat{NE}$  و  $\widehat{EF}$  برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

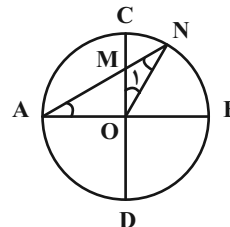
$$\begin{aligned} \widehat{MN} + \widehat{NE} + \widehat{EF} + \widehat{MF} &= 360^\circ \\ \Rightarrow 12\alpha + 12\alpha + 12\alpha + 2\alpha &= 360^\circ \\ \Rightarrow 38\alpha &= 360^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{19} \end{aligned}$$

(هندسه ۲: دایره، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۵۳- گزینه «۱»

(ممدابراهیم توزنده‌یانی)

فرض کنیم  $\widehat{A} = \alpha$ ، با رسم شعاع  $ON$  داریم:



$$\triangle OAN : ON = OA \Rightarrow \widehat{N} = \widehat{A} = \alpha$$

$$\triangle MON : MO = MN \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{N} = \alpha$$

$$\begin{aligned} \triangle OAN : \widehat{AON} + \widehat{A} + \widehat{N} &= 180^\circ \Rightarrow (90^\circ + \alpha) + \alpha + \alpha = 180^\circ \\ \Rightarrow 3\alpha &= 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \end{aligned}$$

(هندسه ۲: دایره، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۵۴- گزینه «۴»

(مهمر قنران)

$$\widehat{CD} + \widehat{EF} = 80^\circ + 70^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EAC} + \widehat{FBD} = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} &= \frac{\widehat{FBD}}{2} \\ \widehat{B} &= \frac{\widehat{EAC}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} = \frac{\widehat{FBD} + \widehat{EAC}}{2}$$

$$= \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ$$

می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی  $360^\circ$  است، بنابراین در چهارضلعی  $AMBN$  داریم:

$$x + y = 360^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 360^\circ - 105^\circ = 255^\circ$$

(هندسه ۲: دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۵- گزینه «۴»

(اخشین فاصه‌فان)

با فرض  $\widehat{M} = x$  داریم:

$$\triangle BMT : BT = BM \Rightarrow \widehat{BTM} = \widehat{M} = x$$

$$\widehat{BTM} = \frac{\widehat{BT}}{2} \Rightarrow \widehat{BT} = 2x$$

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{AT} - \widehat{BT}}{2} \Rightarrow x = \frac{\widehat{AT} - 2x}{2} \Rightarrow \widehat{AT} = 4x$$

می‌دانیم کمان‌های نظیر دو وتر مساوی، برابر یکدیگرند، بنابراین

$$\widehat{AB} = \widehat{AT} = 4x$$

$$\widehat{AB} + \widehat{AT} + \widehat{BT} = 360^\circ \Rightarrow 4x + 4x + 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 10x = 360^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

(هندسه ۲: دایره، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

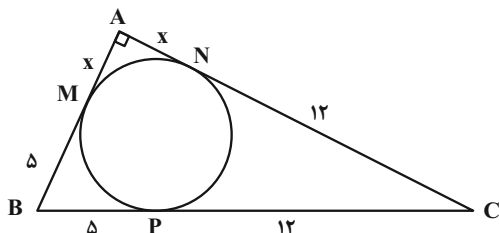
۵۶- گزینه «۲»

(امدرضا فلاح)

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند. اگر

فرض کنیم  $AM = x$  باشد، آنگاه  $AN = AM = x$ ،

$BM = BP = 5$  و  $CN = CP = 12$  است و در نتیجه داریم:



$$\triangle ABC : AB^2 + AC^2 = BC^2$$



**فیزیک ۳**

**گزینه ۱**

(بهنام رستمی)

عبارت‌های «الف» و «ت» درست است. بررسی سایر عبارت‌ها:

(ب) نادرست: زیرا عقربه تندی سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد نه تندی متوسط را.

(پ) نادرست: زیرا متحرکی که روی محور X در حال حرکت است، اگر در مکان‌های منفی در جهت مثبت محور X حرکت کند، دارای بردار مکان منفی خواهد بود.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

**گزینه ۲**

(مهمعلی راست‌پیمان)

هر متحرک در هر لحظه فقط می‌تواند در یک مکان قرار داشته باشد. (نمودارهای الف) و (ج). در نمودارهای (ب) و (د) که با تعریف تابع هم سازگار نیست، متحرک در یک لحظه معین در دو مکان متفاوت قرار دارد که چنین چیزی ممکن نیست.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه ۶)

**گزینه ۱**

(بهنام رستمی)

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{200 + 300}{200} = 2.5 \frac{m}{s}$$

این عدد (تندی متوسط) یعنی این شخص در هر ثانیه،  $2.5 \text{ m}$  از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۶)

**گزینه ۲**

(امیرمسعود غایی‌مراری)

متحرک از یک مکان مثبت (رد گزینه‌های «۱» و «۳») و در خلاف جهت محور X (رد گزینه «۴») شروع به حرکت کرده است و دو بار در مکان‌های A و B تغییر جهت داده و نهایتاً در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. با این توضیحات، نمودار مکان - زمان رسم شده در گزینه «۲» پاسخ صحیح این سوال است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه ۶)

**گزینه ۳**

(علیرضا کونه)

با توجه به این‌که بردار سرعت متوسط متحرک در SI و در بازه زمانی

$t_1 = 0$  تا  $t_2 = 4s$  برابر با  $10\vec{i}$  و نیز در بازه زمانی  $t_2 = 4s$  تا

$t_3 = 12s$  برابر با  $4\vec{i}$  می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 10\vec{i} = \frac{\vec{d}_4 - \vec{d}_0}{4 - 0} \\ 4\vec{i} = \frac{\vec{d}_{12} - \vec{d}_4}{12 - 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{d}_4 - \vec{d}_0 = 40\vec{i} \\ \vec{d}_{12} - \vec{d}_4 = 32\vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_{12} - \vec{d}_0 = 72\vec{i}$$

در نهایت بردار سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا

$t_3 = 12s$  برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_{12} - \vec{d}_0}{12 - 0} = \frac{72\vec{i}}{12} = 6\vec{i} \frac{m}{s}$$

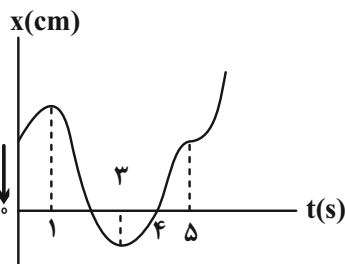
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)

**گزینه ۴**

(بهنام رستمی)

شرط تغییر جهت حرکت متحرک این است که باید اندازه سرعت صفر شده و علامت آن نیز عوض شود.

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر است با سرعت لحظه‌ای. در لحظه‌های  $t = 1s$  و  $t = 3s$  هم شیب صفر شده یعنی اندازه سرعت صفر شده و هم علامت آن عوض شده یعنی متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه  $t = 5s$  شیب صفر شده، اما متحرک تغییر جهت نداده است بنابراین متحرک ۲ بار تغییر جهت و ۳ بار متوقف شده است. همچنین طبق نمودار بردار جابه‌جایی در بازه زمانی  $t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 4s$  در خلاف جهت محور X است.



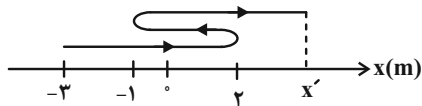
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



(بابک اسلامی)

۶۹- گزینه «۳»

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{s_{av} = 1/6 \frac{m}{s}}{\Delta t = 1.0 s} \rightarrow l = 1/6 \times 1.0 = 16 m$$

$$l = l_1 + l_2 + l_3$$

$$\Rightarrow 16 = (2 - (-3)) + (|-1 - 2|) + (x' - (-1))$$

$$\Rightarrow x' = 7 m$$

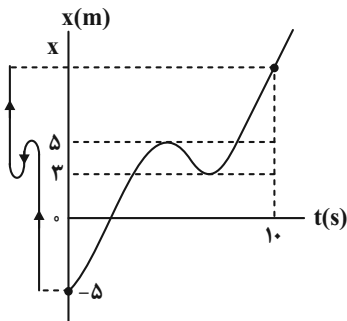
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x' - x_0}{\Delta t} \quad \begin{matrix} x' = 7 m \\ x_0 = -3 m \end{matrix} \rightarrow v_{av} = \frac{7 - (-3)}{1.0} = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)

(سیرعلی میرنوری)

۷۰- گزینه «۳»

اگر مکان متحرک را در لحظه  $t = 1.0 s$  برابر  $x$  بنامیم، برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط، باید مقادیر مسافت طی شده و جابه‌جایی را بیابیم. بنابراین داریم:



مسافت طی شده:  $l = l_1 + l_2 + l_3 = 5 - (-5) + |3 - 5| + 9 - 3$

$$\Rightarrow l = 9 + x \text{ (m)}$$

$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x = x - (-5) \Rightarrow \Delta x = x + 5 \text{ (m)}$$

حال برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط در ده ثانیه اول داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l = 9 + x \text{ (m)}}{\Delta t = 1.0 s} \rightarrow s_{av} = \frac{9 + x}{1.0}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x = x + 5 \text{ (m)}}{\Delta t = 1.0 s} \rightarrow v_{av} = \frac{x + 5}{1.0}$$

و در آخر داریم:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{9 + x}{1.0} - \left( \frac{x + 5}{1.0} \right) = \frac{9 + x - x - 5}{1.0}$$

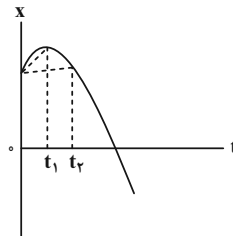
$$\Rightarrow s_{av} - v_{av} = 0.4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(علیرضا کونه)

۶۷- گزینه «۴»

الف) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متوسط متحرک می‌باشد. با توجه به اینکه شیب خط واصل بین بازه زمانی صفر تا  $t_1$  بیشتر از صفر تا  $t_2$  است، پس می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  بیشتر از سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  است.



ب) نادرست: بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ مکان و انتهای آن مکان جسم است. بنابراین بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. پس بردار مکان متحرک در لحظه‌ای  $t_2$  تغییر جهت می‌دهد نه لحظه  $t_1$ .

پ) نادرست: متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  در جهت محور  $x$  و پس از آن در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، بنابراین سرعت آن ابتدا در جهت محور  $x$  و سپس در خلاف جهت محور  $x$  است (دقت کنید که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  در خلاف جهت محور  $x$  است، نه سرعت لحظه‌ای آن در کل بازه).

ت) نادرست: متحرک هنگامی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شود و تغییر علامت دهد که این اتفاق در لحظه  $t_1$  می‌افتد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(مسعود فخرانی)

۶۸- گزینه «۲»

هر یک از عبارتها را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست: خط مماس بر نمودار در لحظاتی افقی است و بنابراین متحرک در آن لحظه‌ها متوقف شده است.

ب) نادرست: چون شیب خط واصل بین دو لحظه  $t_1$  تا  $t_2$  با شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $t_2$  برابر است، بنابراین سرعت متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  برابر با سرعت لحظه‌ای در لحظه  $t_2$  است ولی درباره تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد.

پ) درست: در هر کدام از بازه‌های زمانی صفر تا  $t_1$ ،  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_2$  تا  $t_3$ ، مسافتی که متحرک در جهت محور  $x$  طی می‌کند، از مسافتی که در خلاف جهت محور  $x$  طی می‌کند، بیشتر است و بنابراین در مجموع سه بازه یعنی صفر تا  $t_3$ ، مجموع مسافت‌های طی شده در جهت محور  $x$  بیشتر از مجموع مسافت‌های طی شده در خلاف جهت محور  $x$  است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

فیزیک ۱

گزینه ۲ - ۷۱

(عبدالرضا امینی نسب)

سرعت، نیرو و شتاب همگی از کمیت‌های برداری‌اند.

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مسافت کمیتی نرده‌ای است.

گزینه «۳»: شار مغناطیسی و انرژی کمیت‌هایی نرده‌ای هستند.

گزینه «۴»: هر سه کمیت، نرده‌ای هستند.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۶)

گزینه ۱ - ۷۲

(بهنام رستمی)

یکاهای فرعی  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ ،  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$  و  $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$  به ترتیب مربوط به کمیت‌های

فشار، نیرو و انرژی می‌باشند.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۷)

گزینه ۴ - ۷۳

(مهمدر علی راست‌پیمان)

با توجه به این‌که یکاها باید با هم سازگاری داشته باشند، یکای C با یکای

E و یکای  $\frac{A \times B}{D}$  یکسان است. داریم

جابه‌جایی  $\times$  نیرو =  $\frac{کار}{زمان}$  = یکای توان در SI

$\Rightarrow [A] = \frac{متر \times نیوتون}{ثانیه}$

نیوتون = [D]: یکای نیرو در SI

بنابراین:

$\frac{[A] \times [B]}{[D]} = \frac{1}{نیوتون} \times \frac{ثانیه \times متر \times نیوتون}{ثانیه}$  = متر

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه ۴ - ۷۴

(مهری سلطانی)

می‌دانیم که  $Pa = \frac{kg}{m \cdot s^2}$  است. پس با استفاده از قاعده تبدیل زنجیره‌ای

داریم:

$$10^{-3} kPa = 10^{-3} \times 10^{+3} \frac{kg}{m \cdot s^2} \times \frac{10^9 \mu g}{1kg} \times \frac{1m}{10^2 cm}$$

$$\Rightarrow 10^{-3} kPa = 10^7 \frac{\mu g}{cm \cdot s^2}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

گزینه ۳ - ۷۵

(مهمدر علی راست‌پیمان)

ابتدا حجم منبع آب را به دست می‌آوریم:

$$V = 2 \times 2 / 4 \times 2 / 5 = 12m^3 = 12 \times 10^3 L$$

حال آهنگ خروج آب را از  $\frac{cm^3}{s}$  به  $\frac{L}{min}$  تبدیل می‌کنیم:

$$125 \frac{cm^3}{s} = 125 \frac{cm^3}{s} \times \frac{60s}{1min} \times \frac{1L}{10^3 cm^3}$$

$$\Rightarrow 125 \frac{cm^3}{s} = 7.5 \frac{L}{min}$$

آهنگ پر شدن منبع برابر است با:

$$7.5 / 5 + 12 / 5 = 20 \frac{L}{min}$$

زمان پر شدن منبع بر حسب دقیقه برابر است با:

$$12 \times 10^3 \div 20 = 6 \times 10^2 min$$

زمان پر شدن منبع بر حسب ساعت برابر است با:

$$6 \times 10^2 \div 60 = 10h$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه ۱ - ۷۶

(بابک اسلامی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر با یک واحد از آخرین

رقمی است که آن ابزار می‌خواند. بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج رقمی

مشخص شده در صورت سؤال برابر با  $1^\circ C$  خواهد بود.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۷۷- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

سطح کره از رابطه  $A = 4\pi r^2$  به دست می آید. داریم:

$$A = 4\pi r^2 \Rightarrow 1200 = 4 \times 3 \times r^2 \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

اکنون حجم کره را محاسبه می کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

بنابراین جرم کره برابر است با:

$$m = \rho \cdot V = 2.7 \times 4000 = 10800 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۷۸- گزینه «۲»

(بهنام رستمی)

با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$m = \rho V \Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{نفت}} V_{\text{نفت}} = 8 / \text{kg}$$

$$\Rightarrow 1000 \times \frac{1}{2} V + 800 \times \frac{1}{2} V = 8 / \text{kg} \Rightarrow 900 V = 8 /$$

$$\Rightarrow V = 9 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 9 \text{ L}$$

اگر بخواهیم به حجم مساوی از هر مایع درون ظرف بریزیم:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{روغن}} = V_{\text{نفت}} = 3 \text{ L}$$

$$m_{\text{کل}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{نفت}} V_{\text{نفت}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{کل}} = 1000 \times \frac{3}{1000} + 800 \times \frac{3}{1000} + 700 \times \frac{3}{1000}$$

$$\Rightarrow m_{\text{کل}} = 3 + 2.4 + 2.1 = 7.5 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۷۹- گزینه «۴»

(سیدعلی میرنوری)

از آنجا که چگالی مخلوط ۲۰ درصد کمتر از چگالی آب است، چگالی مخلوط

معادل ۸۰ درصد چگالی آب می شود. یعنی:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.8 \rho_{\text{آب}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{g}}{\text{L}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.8 \times 1000 = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

حال از رابطه تعیین چگالی مخلوط داریم: (در رابطه زیر، جرم همه اجسام

برحسب گرم، چگالی برحسب  $\frac{\text{g}}{\text{L}}$  و حجم برحسب لیتر است.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m_2 = \rho_2 V_2, V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + \rho_2 V_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + V_2}$$

$$\xrightarrow{\rho_{\text{مخلوط}} = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}}, V_2 = 2 \text{ L}} \xrightarrow{\rho_1 = 750 \frac{\text{g}}{\text{L}}, \rho_2 = 1000 \frac{\text{g}}{\text{L}}} 800 = \frac{m_1 + 1000 \times 2}{\frac{m_1}{750} + 2}$$

$$\Rightarrow m_1 + 2000 = \frac{16}{15} m_1 + 1600 \Rightarrow m_1 = 6000 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۸۰- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

ابتدا حجم ظاهری کره و حجم حفره را محاسبه می کنیم تا به صورت زیر

حجم ماده ای که کره از آن ساخته شده و آنرا حجم واقعی می نامیم، بیابیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = 4 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی کره}} = 3500 \text{ cm}^3$$

از طرفی داریم:

$$m_{\text{مایع}} + m_{\text{کره}} = m \Rightarrow \rho_1 V_{\text{حفره}} + m_{\text{کره}} = 8100$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \xrightarrow{V_{\text{حفره}} = 500 \text{ cm}^3} 0.8 \times 500 + m_{\text{کره}} = 8100$$

$$\Rightarrow m_{\text{کره}} = 7700 \text{ g}$$

اکنون چگالی ماده سازنده کره را محاسبه می کنیم.

$$\rho = \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{واقعی کره}}} = \frac{7700}{3500} = 2.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

فیزیک ۲

گزینه ۱» ۸۱

(بهنام رستمی)

طبق سری الکتریسیته مالشی، در اثر مالش میله شیشه‌ای با پارچه پشمی، میله شیشه‌ای دارای بار مثبت می‌شود. همچنین در اثر مالش میله چوبی با پارچه کتان، میله چوبی نیز دارای بار مثبت می‌شود. بنابراین وقتی به هم نزدیک شوند، همدیگر را دفع می‌کنند. از طرفی اگر طبق تصاویر، میله‌ای به قسمت چپ میله آویزان نزدیک شود، چون بار الکتریکی میله‌ها هم‌نام است، میله آویزان ساعتگرد می‌چرخد.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه ۲» ۸۲

(بهنام رستمی)

با از دست دادن تعداد  $7/5 \times 10^{13}$  الکترون، بار مثبت کره افزایش می‌یابد. مقدار این افزایش بار برابر است با:

$$\Delta q = +ne \Rightarrow \Delta q = 7/5 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \Delta q = 12 \times 10^{-6} C = 12 \mu C$$

اگر بار کره را در ابتدا  $q_1$  و در حالت نهایی  $q_2$  در نظر بگیریم، آنگاه خواهیم داشت:

$$q_2 = q_1 + \Delta q \xrightarrow{\Delta q = 12 \mu C} q_2 = q_1 + 12 \quad (1)$$

از طرفی طبق صورت سؤال مقدار بار نهایی ۴ برابر شده است، یعنی:

$$q_2 = 4q_1 \quad (2)$$

اگر رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$q_2 = q_1 + 12 \Rightarrow 4q_1 = q_1 + 12 \Rightarrow 3q_1 = 12 \mu C \Rightarrow q_1 = 4 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

گزینه ۳» ۸۳

(مهمعلی راست‌پیمان)

در ابتدا فاصله دو بار از یکدیگر  $d$  و با نزدیک شدن بارها به هم فاصله آن‌ها

$$d' = d - \left( \frac{d}{10} + \frac{d}{10} \right) = \frac{4d}{5}$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'_{12}}{F_{12}} = \left( \frac{d}{d'} \right)^2 = \left( \frac{d}{4d/5} \right)^2 \Rightarrow \frac{F'_{12}}{F_{12}} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \vec{F}'_{12} = \frac{25}{16} \vec{F}_{12} = \frac{25}{16} (4/8\vec{i} - 1/6\vec{j})$$

با توجه به قانون سوم نیوتون، اندازه نیروی وارد بر بار  $q_1$  از طرف بار  $q_2$  برابر است با:

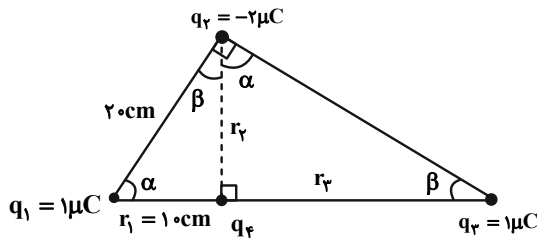
$$\vec{F}'_{21} = -\vec{F}'_{12} = -\frac{25}{16} (4/8\vec{i} - 1/6\vec{j}) = -7/5\vec{i} + 2/5\vec{j}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۴» ۸۴

(زهره آقاممیری)

ابتدا با توجه به شکل، فاصله‌های  $r_1$  و  $r_2$  را محاسبه می‌کنیم.



$$\sin \beta = \frac{1}{2} = \frac{20}{r_1 + 10} \Rightarrow r_1 = 30 \text{ cm}$$

$$r_2 = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

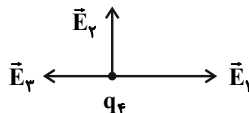
اکنون میدان خالص حاصل از سه بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  را در محل بار  $q_4$  محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6}}{10^{-2}} \Rightarrow E_1 = 9 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 10^5 \frac{N}{C}$$

با توجه به جهت میدان‌های الکتریکی داریم:



$$E_{13} = E_1 - E_3 = 8 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow E_{net} = \sqrt{E_{13}^2 + E_2^2} = \sqrt{(8 \times 10^5)^2 + (6 \times 10^5)^2}$$

$$\Rightarrow E_{net} = 10 \times 10^5 = 10^6 \frac{N}{C}$$

اکنون با توجه به رابطه نیروی وارد بر ذره در میدان الکتریکی می‌توان نوشت:

$$F_{net} = E_{net} |q_4| \Rightarrow |q_4| = \frac{F_{net}}{E_{net}} = \frac{5}{10^6} C = 5 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۲۱)

گزینه ۲» ۸۵

(امسان ممیری)

در حالت اول میدان الکتریکی خالص در نقطه  $M$  ناشی از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  است. داریم:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \quad (1)$$

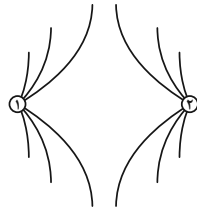
پس از حذف بار  $q_1$ ، فقط میدان  $q_2$  را داریم:

$$\vec{E}_2 = \vec{E} \quad (2)$$

(بایک اسلامی)

۸۷- گزینه «۳»

چون دو کره رسانای مشابه دارای بارهای اولیه غیر هم اندازه و ناهم نام هستند، بعد از تماس و جدا کردن، هر دو کره دارای بارهای هم نام و هم اندازه خواهند شد. بنابراین خطوط میدان بین دو کره در حالت نهایی می تواند مطابق شکل زیر باشد:



(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۱۷ و ۱۸)

(بایک اسلامی)

۸۸- گزینه «۴»

در آزمایش قطره - روغن میلیکان، چون قطره در حال تعادل قرار دارد، نیروی خالصی به آن وارد نمی شود و بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر قطره روغن هم اندازه با وزن آن و در خلاف جهت آن و به سمت بالا خواهد بود. از طرفی چون بار قطره روغن منفی است، جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت نیروی الکتریکی و به سمت پایین است. برای اندازه میدان الکتریکی می توان نوشت:

$$|q|E = mg \quad q = -ne = -8 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$\Rightarrow \left| -8 \times 10^{19} / 6 \times 10^{-19} \right| E = 32 \times 10^{-15} \times 10$$

$$\Rightarrow E = \frac{32 \times 10^{-14}}{8 \times 10^{19} / 6 \times 10^{-19}} = 2 / 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۶)

(فسرو ارغوانی فرد)

۸۹- گزینه «۲»

به بار منفی، نیرویی در خلاف جهت خط های میدان الکتریکی وارد می شود و اگر ذره در ابتدا ساکن باشد، در یک محیط بدون اصطکاک، آن را وادار به حرکت در همین جهت می کند. در ضمن رفته رفته تندی و در نتیجه انرژی جنبشی ذره باردار افزایش می یابد و بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می یابد.

دقت کنید در حرکت خود به خودی، همواره انرژی پتانسیل کاهش می یابد.

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۶)

(بایک اسلامی)

۹۰- گزینه «۴»

در حالتی که اتلاف انرژی نداریم، وقتی انرژی جنبشی افزایش می یابد، به همان مقدار انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. بنابراین:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta U = -0.7 J$$

$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta \Rightarrow -0.7 = -7 \times 10^{-6} \times 4000 \times d \times 1$$

$$\Rightarrow d = 2 / \Delta m = 25 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۶)

از معادله های (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \rightarrow (2), (1)$$

بنابراین:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{a^2} = \frac{4k|q_1|}{a^2}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \Rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow \frac{k|q_1|}{a^2} = \frac{4k|q_2|}{a^2}$$

$$\frac{4k|q_1|}{a^2} = \frac{k|q_2|}{a^2} \Rightarrow 4|q_1| = |q_2| \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{1}{4}$$

با توجه به این که جهت میدان های الکتریکی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه ای

بین دو بار هم جهت است، بنابراین بارها ناهم نام هستند.

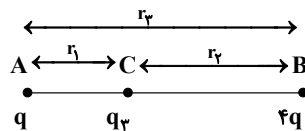
$$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۱۰ تا ۱۶)

(سیرعلی میرنوری)

۸۶- گزینه «۱»

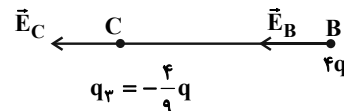
ابتدا اندازه بار  $q_3$  را محاسبه می کنیم. می دانیم که اگر قرار است در اینجا هر سه بار در حال تعادل باشند، باید بار  $q_3$  داری علامت منفی باشد. از طرفی داریم:



$$\begin{cases} F_A = 0 \Rightarrow \frac{|q_3|}{r_1^2} = \frac{4q}{r_2^2} \\ F_B = 0 \Rightarrow \frac{|q_3|}{r_2^2} = \frac{q}{r_3^2} \\ r_1 + r_2 = r_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |q_3| = \frac{q \times 4q}{(\sqrt{q} + \sqrt{4q})^2} = \frac{4}{9} q \rightarrow q_3 = -\frac{4}{9} q$$

حال اگر بار  $q$  حذف شود، میدان الکتریکی در نقطه  $B$  را بار  $q_3$  و میدان الکتریکی در نقطه  $C$  را بار  $4q$  می سازد، یعنی:



$$\begin{cases} E_B = \frac{k\left(\frac{4}{9}q\right)}{r_2^2} \Rightarrow \frac{E_B}{E_C} = \frac{1}{9} \\ E_C = \frac{k(4q)}{r_3^2} \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیکی ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۶)

فیزیک ۱

گزینه «۴» - ۹۱

(عباس اصغری)

کمیت‌های اصلی عبارتند از:

جرم - طول - زمان - دما - مقدار ماده - جریان الکتریکی - شدت روشنایی

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه ۷)

گزینه «۴» - ۹۲

(زهره آقا ممردی)

$$\frac{54 \times 10^3 \text{ g.cm}^2}{\text{s}^3} = 54 \times 10^3 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^3}$$

$$= 54 \times 10^{-4} \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^3} \text{ (I)}$$

$$\frac{1 \text{ kg}(\mu\text{m})^2}{(\text{ms})^3} = 1 \times 10^{-12} \frac{\text{kg.m}^2}{10^{-9} \text{s}^3} = 10^{-3} \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^3} \text{ (II)}$$

$$\text{I, II} \Rightarrow \frac{54 \times 10^3 \text{ g.cm}^2}{\text{s}^3} = 54 \frac{\text{kg}(\mu\text{m})^2}{(\text{ms})^3}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۲» - ۹۳

(زهره آقا ممردی)

حجم آب خارج شده در مدت ۴ ساعت برابر  $5 \times 120 = 600 \text{ cc}$  است.

آهنگ خروج آب برابر است با:

$$\frac{600 \text{ cc}}{4 \text{ ساعت}} = 150 \frac{\text{cc}}{\text{ساعت}}$$

$$150 \frac{\text{cc}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cc}} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 250 \frac{\text{mm}^3}{\text{دقیقه}}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۱» - ۹۴

(ممد صارق ماح سیره)

چون چند کمیت زمانی می‌توانند با هم جمع شوند که یکای آن‌ها با هم برابر

باشد. می‌توان گفت یکای  $d$  باید با  $(aA^2)$  و  $AB$  برابر باشد در نتیجه

می‌توان نوشت:

$$m = \frac{m}{s^2} \times [A]^2 \Rightarrow [A]^2 = s^2 \Rightarrow [A] = s$$

چون یکای  $A$ ، ثانیه است بنابراین  $A$  از جنس زمان است.

$$m = s[B] \xrightarrow{[A]=s} [B] = \frac{m}{s}$$

چون یکای  $B$ ، متر بر ثانیه است، لذا  $B$  از جنس سرعت می‌باشد و

بنابراین گزینه «۱» جواب است.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۴» - ۹۵

(فسرو ارغوانی فرز)

در SI، جرم بر حسب کیلوگرم، طول بر حسب متر و زمان بر حسب ثانیه

است. پس:

$$2 \times 10^{-6} \times \frac{(10^{-3} \text{ kg})(1000 \text{ m})}{(10^{-3} \text{ s})^2} = \frac{2 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 10^3}{10^{-6}} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 2 \left( \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 2 \text{ N}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۹۶- گزینه «۱»

(سعید شرق)

دقت اندازه‌گیری در وسایل اندازه‌گیری مدرج، برابر با کمینه درجه‌بندی آن وسیله است. با این توضیح، دقت اندازه‌گیری دماسنج نشان داده شده برابر با  $5^{\circ}\text{C}$  است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۷- گزینه «۲»

(غلامرضا ممی)

حجم مایع در هر دو حالت یکسان است. بنابراین داریم:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 120 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۸- گزینه «۱»

(ممن قنديلر)

با توجه به رابطه چگالی، خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m_B < m_A, V_B > V_A} \rho_A > \rho_B$$

دقت کنید که نمودارهای  $m-V$  و  $V-m$  نباید دارای عرض از مبدأ

باشند (رد گزینه‌های ۲ و ۴) همچنین در نمودار  $V-m$  هر چه شیب

نمودار کمتر باشد، چگالی بیشتر است و در نتیجه، گزینه «۱» پاسخ صحیح

است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۹- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

چون جرم دو مایع برابر است داریم:

$$m_1 = m_2$$

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

از طرفی چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho = 1/2 \rho_1} 1/2 \rho_1 = \frac{2 \rho_1 V_1}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/2 V_1 + 1/2 V_2 = 2 V_1$$

$$\Rightarrow 0/8 V_1 = 1/2 V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1/2}{0/8} = 1/5$$

پس نسبت چگالی دو مایع برابر است با:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1/5$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۰- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک رابطه چگالی، حجم جسم جامد را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1000 - 580}{4} = 105 \text{ cm}^3$$

می‌دانیم هر گاه جسم جامدی به طور کامل درون مایع قرار گیرد، حجم مایع

جابه‌جا شده برابر با حجم جسم جامد است. بنابراین:

$$\text{حجم مایع اولیه} + \text{حجم جسم جامد} = 180 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow 105 + V_{\text{مایع}} = 180 \Rightarrow V_{\text{مایع}} = 75 \text{ cm}^3$$

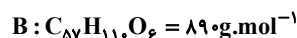
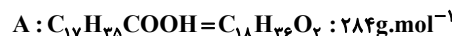
(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

شیمی ۳

۱۰۱- گزینه ۲

(علیرضا کیانی دوست)

مورد اول درست است. زیرا هر دو مولکول ناقطبی هستند. در مولکول A بخش ناقطبی بر قطبی غلبه دارد. مورد دوم درست است.



$$\text{مورد سوم نادرست است.} \quad \text{اختلاف جرم مولی} = 890 - 284 = 606 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

مورد سوم نادرست است.

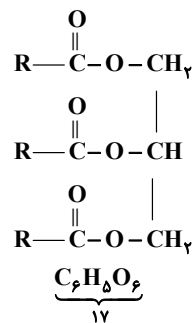


$$? LCO_2 = 89 \text{ g } C_{57}H_{110}O_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{890 \text{ g}} \times \frac{57 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{57}H_{110}O_6}$$

$$\times \frac{22}{1 \text{ mol } CO_2} = 127 / 68 LCO_2$$

مورد چهارم درست است. نیروی بین مولکولی غالب در این مولکولها از نوع وان دروالسی است.

مورد پنجم درست است.



(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۰۲- گزینه ۳

(ممیر زینی)

فرمول مولکولی اتیلن گلیکول  $C_2H_6O_2$  است.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۰۳- گزینه ۱

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد اول درست است.

منظور از مخلوط ناپایدار که نور را پخش می‌کند، سوسپانسیون می‌باشد.

بررسی همه موارد:

مورد اول: درست- اوره یک ماده قطبی است و توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را نیز دارد. در نتیجه در حلال‌های قطبی مثل آب محلول تشکیل می‌دهد و در حلال‌های ناقطبی مثل هگزان حل نمی‌شود.

مورد دوم: نادرست- ذره‌های سازنده سوسپانسیون، ذرات ریز ماده است.

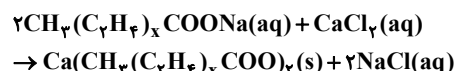
مورد سوم: نادرست- برای مثال اگر مخلوط آب و روغن باشد، می‌توانیم با اضافه کردن کمی صابون آن را تبدیل یک مخلوط پایدار (کلوئید) کنیم اما هرگز تبدیل به یک مخلوط همگن (محلول) نمی‌شود.

مورد چهارم: نادرست- سس مایونز یک کلوئید است. مقایسه اندازه ذرات: محلول > کلوئید > سوسپانسیون

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۰۴- گزینه ۲

(عمیر زینی)



$$\frac{\text{رسوب } 1 \text{ mol}}{2 \text{ صابون } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{صابون } 1 \text{ mol}}{(82 + 28x) \text{ g}} \times 6 = \frac{\text{رسوب } 6 \text{ g}}{6 / 0.6 \text{ g}}$$

$$\frac{\text{رسوب } (158 + 56x) \text{ g}}{1 \text{ mol رسوب}} \Rightarrow x = 8$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه ۹)

۱۰۵- گزینه ۲

(پیمان فواوی می)

اگر در ترکیب داده شده به جای R گروه اتیل قرار گیرد، ترکیبی به دست می‌آید که در آن بخشی ناقطبی تعداد کربن زیادی ندارد؛ پس نمی‌توان آن را به عنوان یک پاک‌کننده مناسب در نظر گرفت.

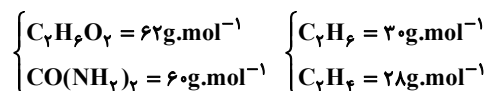
(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی؛ صفحه ۱۰)

۱۰۶- گزینه ۲

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

آ درست



ب) نادرست- امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها، در طول زندگی با آن مواجه‌اند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.



پ) درست

ت) درست، زیرا صابون با یون  $Ca^{2+}$  موجود در این آب تشکیل رسوب می‌دهد.

ث) درست.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲، ۴، ۹ و ۱۱)

۱۰۷- گزینه «۳»

(معمّر عظیمیان/زواره)

بررسی موارد:

آ) برخلاف صابون، پاک‌کننده غیرصابونی خاصیت آروماتیکی (به دلیل وجود حلقه بنزنی) دارد.

ب) هردو پاک‌کننده در جزء آنیونی خود دارای بخش قطبی و ناقطبی هستند.

پ) نوع اتم‌های سازنده آن با پاک‌کننده صابونی یکسان نیست.

ت) شمار اتم‌های O در پاک‌کننده غیرصابونی بیشتر است.

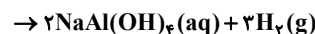
ث) پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف صابون، قدرت پاک‌کنندگی خود را در آب سخت حفظ می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱۰۸- گزینه «۳»

(امیر ماتمیان)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$?g H_2 = 60g Al \times \frac{90}{100} \times \frac{1mol Al}{27g Al}$$

$$\times \frac{3mol H_2}{2mol Al} \times \frac{2g H_2}{1mol H_2} = 6g \rightarrow H_2$$

$$60 = \frac{x}{6g} \times 100 \Rightarrow x = 3/6g H_2$$

$$(چگالی) d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{3/6}{V} \Rightarrow V = \frac{3/6}{1/2} = 3L$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۰۹- گزینه «۱»

(معمّر عظیمیان/زواره)

بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست، برای این منظور به آن‌ها «نمک‌های فسفات» می‌افزایند.

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست، محلول‌ها برخلاف کلوئیدها نور را عبور می‌دهند.

ث) درست، با افزودن صابون و هم زدن مخلوط، یک مخلوط پایدار (کلوئید) تولید می‌شود.

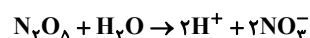
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۷، ۱۲، ۱۳ و ۱۴)

۱۱۰- گزینه «۱»

(علیرضا کیانی/دوست)

بررسی موارد:

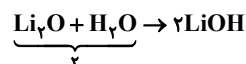
مورد اول نادرست است.



$$27g N_2O_5 \times \frac{1mol N_2O_5}{108g N_2O_5} \times \frac{4mol \text{ یون}}{1mol N_2O_5}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ یون}}{1mol \text{ یون}} = 6/02 \times 10^{23} \text{ یون}$$

مورد دوم درست است.



مورد سوم درست است. HF و  $NH_3$  به ترتیب اسید و باز ضعیف هستند و به صورت کامل یونش نمی‌یابند.

مورد چهارم نادرست است. مواد  $HCl$ ،  $HF$ ،  $SO_3$  و  $CO_2$  در آب خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را قرمز می‌کنند.

مورد پنجم نادرست است. براساس نظریه آرنیوس درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول نمی‌توان اظهار نظر کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(امیر ماتمیان)

ووچر ۱، ۲، مأموریت تهیه شناسنامه فیزیکی و شیمیایی سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون با گذر از کنار آن‌ها را داشتند.

(شیمی ۱- کیوان زارگانه الفبای هستی؛ صفحه ۲)

۱۱۲- گزینه «۳»

(معمّر عظیمیان/زواره)

$$n - p = 4$$

$$n + p = 52$$

$$2n = 56 \Rightarrow n = 28 \Rightarrow 28 - p = 4 \Rightarrow p = 24$$

دوره ۴ و گروه ۱۵  $\Rightarrow 23 = 46 - 13 = p$

$11 = 15 - 4 =$  اختلاف شماره دوره و گروه

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۱۲ تا ۱۵)

۱۱۶- گزینه «۲» (عمیر زینی)

$${}^{25}\text{Cl}-{}^{79}\text{Br} \left\{ \begin{array}{l} M = 25 + 79 = 104 \text{g.mol}^{-1} \\ \text{درصد فراوانی} = \left( \frac{75}{100} \times \frac{50}{100} \right) \times 100 = 37.5\% \end{array} \right.$$

$${}^{25}\text{Cl}-{}^{81}\text{Br} \left\{ \begin{array}{l} M = 25 + 81 = 106 \text{g.mol}^{-1} \\ \text{درصد فراوانی} = \left( \frac{75}{100} \times \frac{50}{100} \right) \times 100 = 37.5\% \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} M = 116 \text{g.mol}^{-1} \\ \text{درصد فراوانی} = 50\% \end{array} \right.$$

$${}^{37}\text{Cl}-{}^{79}\text{Br} \left\{ \begin{array}{l} M = 37 + 79 = 116 \text{g.mol}^{-1} \\ \text{درصد فراوانی} = \left( \frac{25}{100} \times \frac{50}{100} \right) \times 100 = 12.5\% \end{array} \right.$$

$${}^{37}\text{Cl}-{}^{81}\text{Br} \left\{ \begin{array}{l} M = 37 + 81 = 118 \text{g.mol}^{-1} \\ \text{درصد فراوانی} = \left( \frac{25}{100} \times \frac{50}{100} \right) \times 100 = 12.5\% \end{array} \right.$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه ۱۵)

۱۱۷- گزینه «۲» (امیرحسین طیبی)

$${}^{76}\text{E} \quad {}^{77}\text{E} \quad {}^{78}\text{E} \Rightarrow F_1 + F_2 + 20 + F_3 = 100$$

$$F_1 (F_3 + 20) \quad F_2$$

$$\Rightarrow F_1 = 80 - 2F_3$$

$$\Rightarrow \overline{M}_E = 76 / 65 = \frac{76(80 - 2F_3) + 77(F_3 + 20) + 78(F_3)}{100}$$

$$\Rightarrow F_3 = 15\%$$

بنابراین فراوانی ایزوتوپ‌های  ${}^{78}\text{E}$ ،  ${}^{77}\text{E}$ ،  ${}^{76}\text{E}$  به ترتیب  $15\%$ ،  $35\%$  و  $50\%$  خواهد بود.

$35\% = 50 - 15 =$  اختلاف درصد فراوانی سبک‌ترین و سنگین‌ترین ایزوتوپ

با خارج کردن تمام ایزوتوپ‌های  ${}^{76}\text{E}$ ، درصد فراوانی جدید ایزوتوپ‌های دیگر را به دست می‌آوریم:

$$\%{}^{77}\text{E} = \frac{35}{100 - 50} \times 100 = 70\%, \quad \%{}^{78}\text{E} = \frac{15}{100 - 50} \times 100 = 30\%$$

حال جرم اتمی میانگین نمونه جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{M} = \frac{(77 \times 70) + (78 \times 30)}{100} = 77.3 \text{amu}$$

میزان تغییر جرم اتمی میانگین  $= 77.3 - 76 / 65 = 0.65 \text{amu}$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه ۱۵)

$\text{NO}^+ \Rightarrow$  تعداد الکترون‌ها  $= (1 \times 7) + (2 \times 8) - 1 = 22$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۱۲ تا ۱۵)

۱۱۳- گزینه «۳» (ممیر زینی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ) درست است.  ${}^6\text{Li} = 6\%$ ،  ${}^7\text{Li} = 94\%$

عبارت (ب) نادرست است.  ${}^1\text{H} > {}^2\text{H} > {}^3\text{H}$

عبارت (پ) نادرست است. در عنصر  ${}^{99}\text{Tc}$ ، نسبت شمار نوترون به پروتون کوچک‌تر از  $1/5$  است.

عبارت (ت) درست است.

$$\frac{n}{p} \geq 1/5 \Rightarrow \frac{n}{p} + 1 \geq 1/5 + 1 \Rightarrow \frac{n+p}{p} \geq 2/5 \Rightarrow \frac{A}{Z} \geq 2/5$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۴- گزینه «۴» (ممد عظیمیان زواره)

تفاوت عدد اتمی  ${}^{56}\text{Fe}$  و  ${}^{59}\text{P}$  برابر ۱۱ می‌باشد (عدد اتمی منبسط برابر ۱۲ است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در بین ۸ عنصر فراوان زمین و مشتری دو عنصر مشترک (S, O) وجود دارد.

(۲) عنصر آهن فراوان‌ترین عنصر در زمین و عنصر He (هلیوم) دومین عنصر فراوان در مشتری می‌باشد.

(۳) درست

A :  ${}^{56}\text{Fe}$

D :  ${}^6\text{C}$

E :  ${}^{15}\text{P}$

G :  ${}^8\text{O}$

M :  ${}^4\text{He}$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۳ و ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۵- گزینه «۴» (علیرضا کیانی دوست)

$${}^{79}\text{X}^{3-} : n - e = 10 \rightarrow n - (p + 3) = 10 \Rightarrow \begin{cases} n - p = 13 \\ n + p = 79 \end{cases}$$

$$2n = 92 \rightarrow n = 46$$

$$\Rightarrow \frac{4m}{16} + \frac{2n}{26} = \frac{3m}{16} + \frac{6n}{26} \Rightarrow \frac{m}{16} = \frac{4n}{26}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{16 \times 4}{26} \approx 2/46$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۲۰- گزینه «۱» (روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، چون طول موج قرمز حدود ۷۰۰ نانومتر است.

فاصله بین دو قله متوالی برابر طول موج است.

$$\frac{1/2 \times 10^{-5} \text{ cm}}{2} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 60 \text{ nm}$$

پس موارد ب و پ نیز غلط است.

ت) طول موج نور بنفش حدود ۴۰۰ nm است در حالی که طول موج این

پرتو ۶۰ nm است و می‌دانیم که با کاهش طول موج، انرژی پرتو افزایش

می‌یابد.

(شیمی ۱- کیوان زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

شیمی ۲

(ممد عظیمیان زواره)

۱۲۱- گزینه «۲»

بیشترین مجموع (n+1) الکترون‌های ظرفیت در بین این عناصر مربوط به

۱۷ Cl می‌باشد، این مقدار در هر دوره از چپ به راست افزایش می‌یابد. از

طرفی در هر دوره با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش و خواص نافلز

افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست، علاوه بر ۱۲ Mg، ۱۴ Si نیز در بیرونی‌ترین زیرلایه خود ۲

الکترون دارد.

۳) نادرست، اتم ۱۳ Al در بیرونی‌ترین زیرلایه خود ۱ الکترون دارد.

(همانند ۱۱ Na)

۴) نادرست، تفاوت شعاع اتمی ۱۱ Na و ۱۷ Cl از تفاوت شعاع اتمی سایر

عناصر این دوره بیشتر است.

(شیمی ۲- قرر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(پیمان فوازی مهر)

۱۱۸- گزینه «۱»

ابتدا جرم اتمی میانگین A و B را به دست می‌آوریم.

$$\bar{A} = \frac{(14 \times 90) + (15 \times 10)}{100} = 14/1 \text{ amu}$$

$$\bar{B} = \frac{(16 \times 90) + (17 \times 5) + (18 \times 5)}{100} = 16/15 \text{ amu}$$

جرم مولی  $A_2B_3$  برابر است با:

$$A_2B_3 = 2(14/1) + 3(16/15) = 76/65 \text{ g.mol}^{-1}$$

حال داریم:

$$? \text{ g } A_2B_3 = 9/03 \times 10^{22} \text{ مولکول} \times \frac{1 \text{ mol } A_2B_3}{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}$$

$$\times \frac{76/65 \text{ g}}{1 \text{ mol } A_2B_3} = 11/4975 \text{ g } A_2B_3 \approx 11/5 \text{ g } A_2B_3$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۹)

(امیرحسین طیبی)

۱۱۹- گزینه «۳»

فرض می‌کنیم در مخلوط m گرم  $CH_4$  و n گرم  $C_2H_2$  داریم:

محاسبه شمار اتم‌های کربن:

$$? \text{ atom C} = m \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom C}}{1 \text{ mol C}} = \left( \frac{m}{16} \times N_A \right) \text{ atom C}$$

$$? \text{ atom C} = n \text{ g } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 \text{ g } C_2H_2} \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } C_2H_2}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom C}}{1 \text{ mol C}} = \left( \frac{2n}{26} \times N_A \right) \text{ atom C}$$

محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن:

$$? \text{ atom H} : m \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{4 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom H}}{1 \text{ mol H}} = \left( \frac{4m}{16} \times N_A \right) \text{ atom H}$$

$$? \text{ atom H} = n \text{ g } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 \text{ g } C_2H_2} \times \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } C_2H_2}$$

$$\times \frac{N_A \text{ atom H}}{1 \text{ mol H}} = \left( \frac{2n}{26} \times N_A \right) \text{ atom H}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{4m}{16} + \frac{2n}{26} \right) \times N_A = 3 \times \left( \frac{m}{16} + \frac{2n}{26} \right) N_A$$

۱۲۲- گزینه «۱» (علیرضا کیانی روست)

بررسی موارد:

عبارت اول درست است. نماد شیمیایی ۶ عنصر دوره سوم دو حرفی است و حالت فیزیکی ۶ عنصر این دوره نیز جامد است.

عبارت دوم درست است. در یک دوره از چپ به راست خاصیت نافلزی افزایش می‌یابد.

عبارت سوم درست است. در یک گروه از بالا به پایین جرم اتمی افزایش و خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم درست است. عنصرهایی از دوره چهارم که مجموع الکترون‌های دو زیرلایه آخر آن‌ها برابر ۴ است، تیتانیم با عدد اتمی ۲۲ و ژرمانیم ۳۲ است که اختلاف عدد اتمی آن‌ها ۱۰ است که برابر شماره گروه هشتمین عنصر واسطه دوره چهارم یعنی نیکل با عدد اتمی ۲۸ است.

عبارت پنجم درست است. هرچه مجموع  $(n+1)$  بیرونی‌ترین زیرلایه اشغال شده فلز یک گروه بیشتر باشد یعنی فلز در بخش پایین‌تر گروه قرار دارد و خاصیت فلزی بیشتری دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۲۳- گزینه «۳» (مهمر عظیمیان زواره)

در صنعت از NaCl برای تهیه گاز کلر و فلز سدیم استفاده می‌شود و هالوژنی که در دمای  $200^{\circ}\text{C}$  به سرعت با هیدروژن واکنش می‌دهد فلوئور است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست، از اسکاندیم  $Sc$  در تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها استفاده می‌شود.

۲) درست

۴) درست، در آرایش الکترونی اتم  $Si$  ۱۴ شمار الکترون‌های دومین لایه و سومین لایه به ترتیب برابر ۸ و ۴ می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۳ تا ۱۶)

۱۲۴- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

موارد (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

الف) درست، ششمین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی، آهن  $(Fe)$  می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت  $(Fe_2O_3)$  یافت می‌شود.

ب) نادرست، در میان عنصرهای دوره چهارم،  $Cu$  و  $Zn$  از دسته d و ۶ عنصر از دسته p که شامل  $Ga$ ،  $Ge$ ،  $As$ ،  $Se$ ،  $Br$  و  $Kr$  هستند که زیرلایه ۳d کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر  $Cr$  و  $Mn$  زیرلایه ۳d نیمه پر دارند.

$(8-2=6)$

پ) نادرست، اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایه ۳d آن پر می‌شود، عنصر  $Cu$  است.

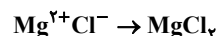
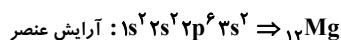


$${}_{29}Cu \quad (n+1) \text{ مجموع الکترون‌های ظرفیت } = 10(3+2) + 1(4+0) = 54$$

ت) درست، اسکاندیم  $Sc$  نخستین عنصر واسطه دوره چهارم است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۱۲)

۱۲۵- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)



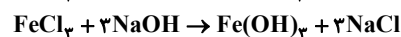
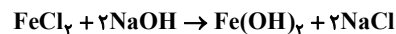
$${}_{3s}^2 \rightarrow (n+1) = 3+0 = 3$$

$$\Rightarrow 2 \times 3 = 6 \quad \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌ها}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱۲۶- گزینه «۱» (امیرحسین طیبی)

واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه a مول  $FeCl_3$  و b مول  $FeCl_2$  وجود دارد.

رسوب قرمز رنگ  $Fe(OH)_3$  و رسوب سبزرنگ  $Fe(OH)_2$  می‌باشد.

$$?g Fe(OH)_2 : a \text{ mol } FeCl_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_2}{1 \text{ mol } FeCl_3}$$

$$\times \frac{90g Fe(OH)_2}{1 \text{ mol } Fe(OH)_2} = (90a)g Fe(OH)_2$$

$$\times \frac{3 \text{ mol SO}_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{80 \text{ g SO}_3}{1 \text{ mol SO}_3} \times \frac{60}{100} \approx 0.337 \text{ m g SO}_3$$

$$\text{درصد جرم باقی مانده} = \frac{m - 0.337 \text{ m}}{m} \times 100 = 66.3\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

(علیرضا کیانی روست)

۱۲۹- گزینه «۳»

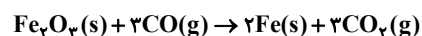
بررسی موارد:

مورد آ: نادرست است. چون واکنش انجام‌پذیر است بنابراین پایداری فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌هاست.

مورد ب درست است. با توجه به فرمول اکسید فلز می‌توان دریافت این فلز سدیم از دوره سوم جدول تناوبی است. فعالیت شیمیایی کربن کمتر از سدیم و واکنش انجام‌ناپذیر است.

مورد پ نادرست است. زیرا در واکنش، محلول‌های آهن (III) کلرید و آهن (II) کلرید حاصل می‌شود که بار کاتیون آهن به ترتیب ۳+ و ۲+ است که تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه یعنی ۳d در آن‌ها متفاوت است.

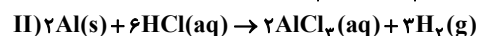
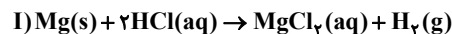
مورد ت درست است. در هر دو واکنش گاز کربن‌دی‌اکسید حاصل می‌شود.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۲۸)

(علیرضا کیانی روست)

۱۳۰- گزینه «۲»



$$g \text{ Mg} + g \text{ Al} = 12 / 6g$$

$$? g \text{ Mg} = \frac{\text{mol H}_2(\text{I})}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{24 g \text{ Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 24 \text{ mol H}_2(\text{I})$$

$$? g \text{ Al} = \frac{\text{mol H}_2(\text{II})}{3 \text{ mol H}_2} \times \frac{27 g \text{ Al}}{1 \text{ mol Al}} = 18 \text{ mol H}_2(\text{II})$$

$$24 \text{ mol H}_2(\text{I}) + 18 \text{ mol H}_2(\text{II}) = 12 / 6$$

$$\text{mol H}_2(\text{I}) + \text{mol H}_2(\text{II}) = \frac{12 / 6}{24 / 6} = 0.5$$

$$\Rightarrow 18(\text{mol H}_2(\text{I}) + \text{mol H}_2(\text{II})) + 6 \text{ mol H}_2(\text{I}) = 12 / 6$$

$$\Rightarrow \text{mol H}_2(\text{II}) = \frac{12 / 6 - 18(0.5 / 6)}{6} = 0.3$$

$$? g \text{ Fe(OH)}_3 : b \text{ mol FeCl}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3}$$

$$\times \frac{107 g \text{ Fe(OH)}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} = (107b) g \text{ Fe(OH)}_3$$

$$\Rightarrow \frac{107b}{90a} = 2 / 14 \Rightarrow b = 1 / 8a$$

جرم FeCl<sub>3</sub> + جرم FeCl<sub>2</sub> = جرم مخلوط اولیه

$$\Rightarrow 83 / 9 = 127a + 162 / 5b$$

$$\Rightarrow 419 / 5a = 83 / 9 \Rightarrow a = 0.2 \text{ mol}$$

$$\text{FeCl}_2 \text{ جرمی} = \frac{\text{جرم FeCl}_2}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{0.2 \times 127}{83 / 9} \times 100$$

$$= \frac{254}{83 / 9} \times 100 \approx 27.3\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۲۷- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست

فلزها > سوخت‌های فسیلی > مواد معدنی: میزان تولید یا مصرف نسبی

(ب) نادرست، عناصر کربن، سیلیسیم و ژرمانیم بر اثر ضربه خرد می‌شوند و تنها کربن فاقد سطح صیقلی است.

(پ) نادرست،  $[\text{Ar}]3d^5 4s^1$   $\text{Fe}^{3+}$  :  $[\text{Ar}]3d^5$

(ت) درست، زیرا M توانسته است Fe را از ترکیب آن خارج سازد.

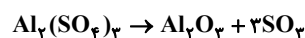
(ث) نادرست، عنصرهای جدول دوره‌ای را بر اساس رفتار آن‌ها می‌توان در سه دسته شامل فلز، نافلز و شبه فلز جای داد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴، ۷، ۱۶، ۲۰ و ۲۱)

(روزبه رضوانی)

۱۲۸- گزینه «۳»

m گرم آلومینیم سولفات ناخالص داریم، اول از روی جرم آلومینیم سولفات ناخالص، جرم گاز SO<sub>3</sub> خارج شده را محاسبه می‌کنیم، بدیهی است، تفاضل جرم گاز خارج شده از ظرف با جرم آلومینیم سولفات ناخالص اولیه، جرم مواد باقی‌مانده در ظرف را نمایش می‌دهد.



$$? g \text{ SO}_3 = m g \text{ Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342 g \text{ Al}_2(\text{SO}_4)_3}$$

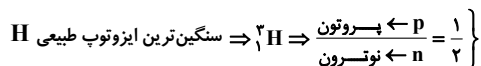
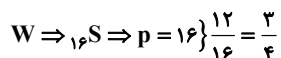
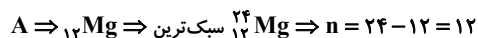
هیدروژن دارای پنج رادیوایزوتوپ  ${}^1_1\text{H}$ ،  ${}^2_1\text{H}$ ،  ${}^3_1\text{H}$ ،  ${}^4_1\text{H}$ ،  ${}^5_1\text{H}$  و  ${}^6_1\text{H}$  است که یکی از آن‌ها ( ${}^3_1\text{H}$ ) طبیعی است.

(شیمی ا، کیهان؛ زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۱ و ۱۲)

۱۳۴- گزینه «۳» (علیرضا کیانی دوست)

جمله اول نادرست. عنصرهای یک دوره خواص شیمیایی متفاوتی دارند.

جمله دوم درست است.



$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 1/5$$

جمله سوم درست است. رادیو ایزوتوپ فسفر تولید می‌شود که همانند عنصر D در گروه ۱۵ است.

جمله چهارم درست است. درصد فراوانی X با همان Fe ۲۶ در زمین مانند درصد فراوانی E یا همان He ۲ در مشتری کمتر از ۵۰ درصد است.

جمله پنجم درست است. Al ۱۳ همانند Ga ۳۱ توانایی تشکیل کاتیون (۳+) دارد و این عنصر هم دوره W است.

(شیمی ا، کیهان؛ زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۵)

۱۳۵- گزینه «۱» (ارژنگ شانلری)

در هر خانه از جدول دوره‌ای نماد شیمیایی، نام، عدد اتمی و جرم اتمی میانگین نشان داده می‌شود نه عدد جرمی.

(شیمی ا، کیهان؛ زارگه القباوی هستی؛ صفحه ۱۲)

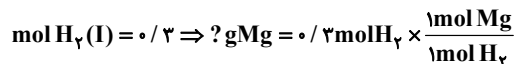
۱۳۶- گزینه «۲» (مهمر عظیمیان زواره)

درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر و سنگین‌تر به ترتیب ۲۰ و ۸۰ درصد می‌باشند.

$$A + Z = \text{مجموع ذرات زیر اتمی در هر اتم}$$

$$A_1 + 5 = 3 \times 5 \Rightarrow A_1 = 10$$

بنابراین:



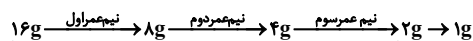
$$\times \frac{24 \text{g Mg}}{\text{mol Mg}} = 7/2 \text{g}$$

$$\% \text{Mg} = \frac{\text{gMg}}{12/6} \times 100 = \frac{7/2}{12/6} \times 100 \approx 57\%$$

(شیمی ۲- قرر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۲» (مهمر زینی)



روز  $3 = 3 \times T \Rightarrow T = 3 \text{h}$  طی ۳ نیم عمر ۱۴ گرم متلاشی شده است.

$$3 \times 24 = 72 \text{h}$$

(شیمی ا، کیهان؛ زارگه القباوی هستی؛ صفحه ۶)

۱۳۲- گزینه «۲» (مهمر عظیمیان زواره)

(۱) نادرست، در بین ۸ عنصر نسبتاً فراوان در زمین و مشتری تنها دو عنصر مشترک (S, O) وجود دارد.

(۳) نادرست، شمار ایزوتوپ‌های ساختگی و طبیعی هیدروژن به ترتیب برابر ۴ و ۳ می‌باشد.

(۴) نادرست، نماد تکنسیم به صورت  ${}^{99}\text{Tc}$  می‌باشد.

(شیمی ا، کیهان؛ زارگه القباوی هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴ و ۷)

۱۳۳- گزینه «۲» (پیمان فواپوی مبر)

عبارت‌های «ب» و «ت» صحیح هستند.

ترتیب ارائه شده در عبارت (آ) برای پایداری ایزوتوپ‌ها صحیح است؛ زیرا ایزوتوپ‌های ساختگی در طبیعت وجود ندارند.

در دوره دوم نماد بور (B)، نیتروژن (N)، کربن (C)، اکسیژن (O) و فلورین (F) به صورت تک حرفی است.

ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های منیزیم به صورت  ${}^{24}\text{Mg} > {}^{26}\text{Mg} > {}^{25}\text{Mg}$  است.

$$= 54 / 18 \times 10^{23} e^-$$

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(مهمر عظیمیان زواره)

۱۳۹- گزینه «۲»

(آ) درست.

$$? \text{ mol } H_2O = 10 / 18 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} = 0 / 6 \text{ mol } H_2O$$

$$? \text{ mol } Cu = 38 / 64 \text{ g } Cu \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{64 \text{ g } Cu} = 0 / 6 \text{ mol } Cu$$

(ب) نادرست، زیرا: پرتوهای فرسوخ < پرتوهای ایکس: طول موج

(پ) درست، جرم پروتون یا نوترون حدود ۱amu می‌باشد.

(ت) درست:  ${}^6_3\text{Li} < {}^7_3\text{Li}$  درصد فراوانی

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۴، ۱۵، ۱۸ و ۲۰)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۴۰- گزینه «۳»

(آ) درست است. بر اساس متن کتاب، تعداد نوارهای رنگی این سه عنصر

به صورت: هلیوم ۶ خط، هیدروژن و لیتیم هر کدام ۴ خط است.

(ب) درست است. نوار رنگی سرخ در طیف نشری خطی هر سه عنصر هیدروژن،

هلیوم و لیتیم دیده می‌شود.

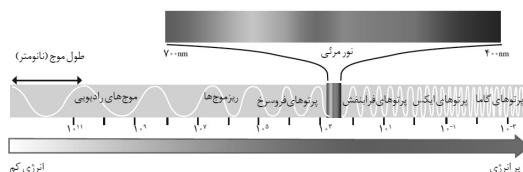
(پ) درست است. نور سبز انرژی بیشتری نسبت به نور زرد داشته و به هنگام

خروج از منشور بیشتر منحرف می‌شود.

(ت) نادرست است. نوری که از چشمی کنترل تلویزیون خارج می‌شود، فرسوخ

است که با نور قرمز تفاوت طول موج کمتری نسبت به نور فرابنفش و ریز موج‌ها

دارد. بر اساس طیف امواج الکترومغناطیس.



(ث) نادرست است. نور شمع، زرد و نور شعله گاز شهری، آبی است که دمای

بیشتر را باید به آبی نسبت دهیم.

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

$$M = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 10 / 8 = \frac{(10 \times 20) + (A_2 \times 80)}{100}$$

$$\Rightarrow A_2 = 11$$

پس مجموع ذرات زیراتمی در ایزوتوپ سنگین تر آن:

$$11 + 5 = 16$$

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(امیر هاتمیان)

۱۳۷- گزینه «۴»

$$\overline{M}_{Cl} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(35 \times 75) + (37 \times 25)}{100} = 35 / 5 \text{ amu}$$

$$\overline{M}_{Mg} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + M_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$= \frac{(24 \times 80) + (25 \times 5) + (26 \times 15)}{100} = 24 / 35 \text{ amu}$$

$$\text{MgCl}_2 \text{ مولی جرم} = 24 / 35 + 35 / 5 (2) = 95 / 35 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{اتم} ? = 19 / 0.7 \text{ g } \text{MgCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{MgCl}_2}{95 / 35 \text{ g } \text{MgCl}_2}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol } \text{MgCl}_2} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = 0 / 6 N_A \text{ اتم}$$

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی، صفحه ۱۵)

(ارژنگ فانلری)

۱۳۸- گزینه «۱»

با توجه به اینکه در این یون ( $X^{3+}$ ) تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر ۶

است می‌توان دریافت که در اتم خنثی آن، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها

برابر ۳ است.

$$45 X \text{ (اتم خنثی)} \Rightarrow n - e = 3$$

و با توجه به اینکه عدد جرمی عنصر X برابر ۴۵ است، می‌توان گفت مجموع شمار

الکترون‌ها (که در حالت خنثی برابر عدد اتمی است) و شمار نوترون‌ها برابر ۴۵

است.

$$n + e = 45 \Rightarrow \begin{cases} n + e = 45 \\ n - e = 3 \end{cases} \Rightarrow e = 21$$

اما چون یون  $X^{3+}$  وجود دارد، شمار الکترون‌ها در این یون برابر

$$18 = 21 - 3 \text{ می‌باشد.}$$

$$22 / 5 \text{ g } X^{3+} \times \frac{1 \text{ mol } X^{3+}}{45 \text{ g } X^{3+}} \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } X^{3+}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-}$$

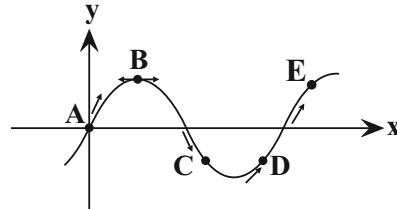


حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۳»

(فهیبه ولی زاده)

باتوجه به شکل و جدول زیر داریم:



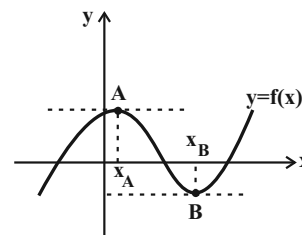
نقطه C، نقطه موردنظر است.

نقطه	A	B	C	D	E
$f(x)$	۰	+	-	-	+
$f'(x)$	+	۰	-	+	+
$f(x).f'(x)$	تعریف نشده		۰	+	+
$2f(x)$					

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۱۴۲- گزینه «۲»

(موری ملارمفانی)



با توجه به نمودار فوق، شیب نمودار تابع در نقاط A و B برابر صفر است.

در نتیجه مشتق تابع f در  $x = x_A$  و  $x = x_B$  نیز برابر صفر است. اما

شیب خطوط مماس بر نمودار تابع f در نقاط بازه‌های  $(-\infty, x_A)$  و

$(x_B, +\infty)$  مثبت و این مقدار در نقاط بازه  $(x_A, x_B)$  منفی است. یعنی

مشتق تابع ابتدا کاهش می‌یابد تا در نقطه  $x = x_A$  به صفر برسد، مجدداً

کاهش می‌یابد زیرا شیب خطوط منفی هستند، سپس افزایش می‌یابد تا در

$x = x_B$  مجدداً به مقدار صفر برسد. پس از آن در بازه  $(x_B, +\infty)$  مقدار

مشتق پیوسته افزایش می‌یابد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

۱۴۳- گزینه «۳»

(حمید علیزاده)

$$f'(2\sqrt{6}) = \sqrt{3} = \text{شیب خط مماس در نقطه A} = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{x_B - 2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{2}}{x_B - 2\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x_B - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3}x_B = 9\sqrt{2} \Rightarrow x_B = 3\sqrt{6}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۳)

۱۴۴- گزینه «۴»

(کلاطم ایلالی)

شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه  $x = 0$  برابر  $f'(0)$  است. پس داریم:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x+4} - 0}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x+4} = 2$$

از طرف دیگر خط مماس از نقطه  $(0,0)$  عبور می‌کند، پس معادله آن به

$$\text{صورت } y = 2x \text{ است و این خط از نقطه } \left(-\frac{1}{2}, -1\right) \text{ نیز می‌گذرد.}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۰)

۱۴۵- گزینه «۱»

(مهریوار ممسنی)

تابع f خطی است، پس در همه نقاط مشتق پذیر و پیوسته بوده و مقدار مشتق

آن در تمام نقاط، مقداری ثابت و برابر شیب خط است.

می‌دانیم:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

از مقایسه این رابطه با صورت سؤال متوجه می‌شویم که:

$$f(1) = 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = -1(x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 2 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 3$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه ۸۰)





۱۴۶ - گزینه «۲»

(میلار بسیاری لاریانی)

خط  $y = x$  در نقطه  $x = 1$  بر نمودار تابع  $f$  مماس می‌باشد، بنابراین

داریم:

$$(1, 1) \in f(x), f'(1) = 1$$

با فرض  $\frac{x}{y} = t$  نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{x}{y}\right) - 1}{x} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+t) - f(1)}{yt} = \frac{1}{y} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+t) - f(1)}{t} \\ &= \frac{1}{y} f'(1) = \frac{1}{y} \times 1 = \frac{1}{y} \end{aligned}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۱۴۷ - گزینه «۳»

(عادل مسینی)

$$f(x) = \begin{cases} -x & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h) - f(h^2)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-(2h)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2}{h} = -2 - 0 = -2 \end{aligned}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۷)

۱۴۸ - گزینه «۱»

(وفیر ون آباری)

می‌دانیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a+nh)}{kh} = \frac{m-n}{k} f'(a)$$

خط  $0 = 5 - 2x + 3y$  موازی خط مماس بر  $f$  در  $x = -2$  است، پس

$$f'(-2) = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+3h) - f(-2)}{4h} = \frac{3-0}{4} f'(-2) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۴۹ - گزینه «۱»

(علی سلامت)

شیب خط  $L$  همان  $f'(4)$  است. داریم:

$$m_L = \frac{1 - (-1)}{4 - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4f(x)}{1 - (f(x))^2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4 + 4 - 4f(x)}{(1 + f(x))(1 - f(x))}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{1 + f(x)} \times \lim_{x \rightarrow 4} \left[ \frac{x - 4}{1 - f(x)} + \frac{4(1 - f(x))}{1 - f(x)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{f'(4)} + 4 \right] = \frac{1}{2} (-2 + 4) = 1$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

۱۵۰ - گزینه «۲»

(کاظم ایلالی)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 4}{2h} = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{1}{2} f'(2) = -3$$

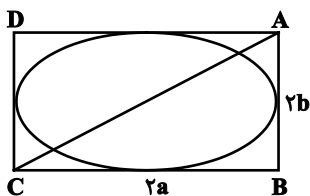
$$\Rightarrow f'(2) = -6$$

چون خط  $d$  در نقطه  $x = 2$  بر نمودار توابع  $f$  و  $g$  مماس است، $g'(2) = f'(2) = -6$  است. بنابراین داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2-h) - 4}{3h} = -\frac{1}{3} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2-h) - g(2)}{-h}$$

$$= -\frac{1}{3} g'(2) = \left(-\frac{1}{3}\right)(-6) = 2$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۰)



$$\Delta ABC : AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\frac{AC=2\sqrt{5}}{\Rightarrow 4a^2 + 4b^2 = 20 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5}$$

$$\Rightarrow a^2 + (a^2 - c^2) = 5 \Rightarrow 2a^2 = c^2 + 5$$

از طرفی، خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  است، پس داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2a^2 = 3c^2$$

$$\Rightarrow c^2 + 5 = 3c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\Rightarrow FF' = 2c = 2 \times \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(خبرزانه فالکاش)

گزینه «۲» - ۱۵۵

$$AA' = \sqrt{(-2-6)^2 + (2-2)^2} = 8 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

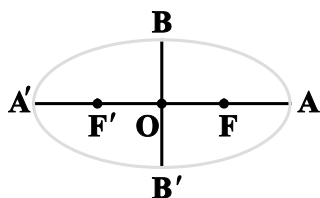
$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 16 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 7 \Rightarrow b = \sqrt{7}$$

با توجه به مختصات نقاط A و A'، قطر بزرگ بیضی موازی محور X ها و در نتیجه قطر کوچک بیضی موازی محور Y ها است. بنابراین مطابق شکل

$$O = \frac{A + A'}{2} = (2, 2) \quad \text{داریم:}$$

دو سر قطر کوچک:  $B(2, 2 + \sqrt{7}), B'(2, 2 - \sqrt{7})$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(عادل عسینی)

گزینه «۴» - ۱۵۶

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

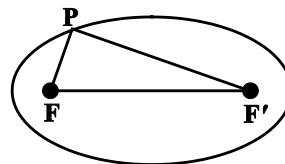
$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos \hat{M}$$

هندسه ۳- اختیاری

گزینه «۲» - ۱۵۱

(افشین فاضل‌نار)

مطابق شکل محیط مثلث موردنظر برابر است با:



$$(PF + PF') + FF' = 2a + 2c$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(علی ایمانی)

گزینه «۳» - ۱۵۲

$$\Delta OBF : BF^2 = OB^2 + OF^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow BF = a = 5$$

$$FCD \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow CD = FD = b$$

$$AF = a - c \Rightarrow AD = b - (a - c) = b + c - a$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{FD} = \frac{b + c - a}{b} = \frac{3 + 4 - 5}{3} = \frac{2}{3}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(علی ایمانی)

گزینه «۱» - ۱۵۳

در مثلث MO, MFF' میانه است، پس داریم:

$$MO = OF' = \frac{FF'}{2} \Rightarrow \hat{M} = 90^\circ$$

$$AF = a - c = 1 \Rightarrow a = c + 1$$

$$\frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c}{c+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = 2, a = 3$$

$$MF + MF' = 2a = 6$$

$$\hat{M} = 90^\circ \Rightarrow MF^2 + MF'^2 = (2c)^2 = 4c^2 = 16$$

$$MF + MF' = 6 \xrightarrow{\text{توان}} MF^2 + MF'^2 + 2MF.MF' = 36$$

$$16 + 2MF.MF' = 36 \Rightarrow MF.MF' = 10$$

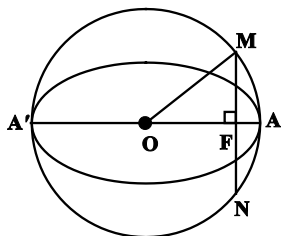
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(سرژ یقیاژاریان تبریزی)

گزینه «۲» - ۱۵۴

طول اضلاع مستطیل 2a و 2b است. طبق رابطه فیثاغورس، طول قطر

مستطیل را می‌توان پیدا کرد:



$$MF^2 = OM^2 - OF^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow MF = b$$

می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس  $MN = 2MF = 2b$  و در نتیجه  $b = 3$  است و داریم:

$$\Delta OMF \text{ محیط} = 12 \Rightarrow a + b + c = 12 \xrightarrow{b=3} a + c = 9$$

$$b = 3 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow a^2 - c^2 = 9$$

$$\Rightarrow (a+c)(a-c) = 9 \xrightarrow{a+c=9} a-c = 1$$

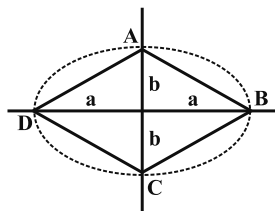
$$\begin{cases} a+c=9 \\ a-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

(هنر سه - ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۱۶۰

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} c = 4k \\ a = 5k \end{cases}$$



قطرهای چهارضلعی ABCD برهم عمودند، پس داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} (2b)(2a) \Rightarrow ab = 60$$

$$\xrightarrow{a=5k} (5k)b = 60 \Rightarrow b = \frac{12}{k}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow (4k)^2 = (5k)^2 - \left(\frac{12}{k}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{12}{k}\right)^2 = (3k)^2$$

$$\xrightarrow{k>0} \frac{12}{k} = 3k \Rightarrow 3k^2 = 12$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \xrightarrow{k>0} k = 2 \Rightarrow c = 4k = 8$$

$$FF' = 2c = 2(8) = 16$$

(هنر سه - ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

$$\Rightarrow FF'^2 = 4 + 36 - 2 \times 2 \times 6 \times \frac{1}{2} = 28 \Rightarrow FF' = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow 2c = 2\sqrt{7} \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

از طرفی مجموع فاصله‌های هر نقطه واقع بر یک بیضی از دو کانون آن، برابر طول قطر بزرگ بیضی است، بنابراین داریم:

$$2a = MF + MF' = 2 + 6 = 8$$

$$\Rightarrow a = 4$$

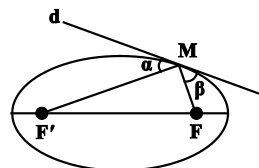
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(هنر سه - ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(مهمر فخران)

گزینه «۳» - ۱۵۷

در شکل زیر، اگر خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس باشد، آنگاه  $\alpha = \beta$  است. در نتیجه بنابر ویژگی بازتابندگی بیضی، اگر بدنه داخلی یک بیضی آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی، اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس نور از کانون دیگر بیضی عبور می‌کند.

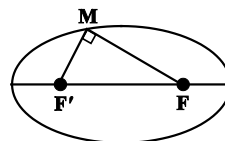


(هنر سه - ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۰)

(مهمر فخران)

گزینه «۱» - ۱۵۸

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر یک بیضی از دو کانون آن برابر طول قطر بزرگ بیضی است. بنابراین داریم:



$$MF + MF' = 3\sqrt{5} \Rightarrow (MF + MF')^2 = (3\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow MF^2 + MF'^2 + 2 \frac{MF \times MF'}{10} = 45 \Rightarrow MF^2 + MF'^2 = 25$$

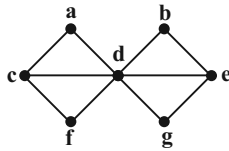
$$\Delta MFF': FF'^2 = MF^2 + MF'^2 = 25 \Rightarrow FF' = 5$$

(هنر سه - ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

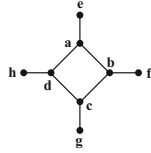
(عادل حسینی)

گزینه «۴» - ۱۵۹

مطابق شکل  $OM = OA = a$  و  $OF = c$  است، پس در مثلث قائم‌الزاویه  $OMF$  داریم:



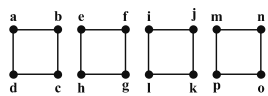
گزینه «۴»: به عنوان مثال هر کدام از مجموعه‌های  $\{a, b, c, d\}$  یا  $\{e, f, g, h\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف هستند.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

(علیرضا شریف‌فطیعی)

۱۶۴ - گزینه «۱»



فرض کنید گراف ۲-منتظم  $G$  از مرتبه ۱۶ به صورت شکل مقابل رسم شده باشد.

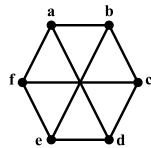
بدیهی است که برای احاطه تمامی رئوس در هر یک از بخش‌های گراف به حداقل دو رأس نیاز داریم. با توجه به این‌که  $A = \{a, b, e, f, i, j, m, n\}$  یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف  $G$  است، پس  $\gamma(G) = 8$  می‌باشد. در صورت رسم گراف ۲-منتظم مرتبه ۱۶ در حالت‌های دیگر، عدد احاطه‌گری کم‌تر از ۸ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

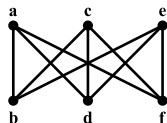
(غیرانه فاکپاش)

۱۶۵ - گزینه «۳»

گراف  $G$  به صورت شکل زیر است:



با در نظر گرفتن رئوس مجاور در این گراف، می‌توان نمودار گراف را مطابق شکل زیر نیز رسم کرد:



هر مجموعه دو عضوی که شامل یکی از سه رأس بالایی  $(e, c, a)$  و یکی از سه رأس پایینی  $(f, d, b)$  باشد، یک  $\gamma$ -مجموعه برای این گراف است که تعداد آنها برابر است با:  $3 \times 3 = 9$

### ریاضیات گسسته - اختیاری

۱۶۱ - گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

از هر یک از مجموعه‌های  $\{b, g, h, i, j\}$  و  $\{k, l, m, n, o\}$  حداقل دو رأس و از مجموعه  $\{d, e, f\}$  حداقل یک رأس باید انتخاب نمود تا تمام رئوس مجموعه احاطه شوند. اگر رأس  $j$  از مجموعه اول و رأس  $k$  از مجموعه دوم به عنوان یکی از دو رأس لازم انتخاب شوند، در این صورت با انتخاب رأس  $d$  از مجموعه سوم، سایر رئوس گراف نیز احاطه می‌گردند. مجموعه  $\{d, j, h, k, m\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف است و در نتیجه  $\gamma(G) = 5$  است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

(امد رضا فلاح)

۱۶۲ - گزینه «۱»

در گراف کامل، هر رأس با تمام رئوس دیگر مجاور است، بنابراین با انتخاب هر ۳ رأس دلخواه از میان رئوس این گراف، یک مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی پدید می‌آید. داریم:

$$\binom{p}{3} = 20 \Rightarrow \frac{p!}{3!(p-3)!} = 20 \Rightarrow \frac{p(p-1)(p-2)}{6} = 20$$

$$\Rightarrow p(p-1)(p-2) = 120 = 6 \times 5 \times 4 \Rightarrow p = 6$$

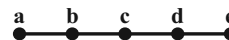
از طرفی در یک گراف کامل، هر رأس به تنهایی قادر به احاطه تمام رئوس گراف است، پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال در گراف کامل، تنها یک عضو دارند و در نتیجه گراف  $K_6$  دارای ۶ مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

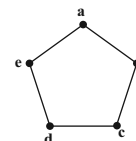
(عزیزاله علی‌اصغری)

۱۶۳ - گزینه «۳»

گزینه «۱»: به عنوان مثال هر کدام از مجموعه‌های  $\{a, d\}$  و  $\{b, d\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف هستند.



گزینه «۲»: به عنوان مثال هر کدام از مجموعه‌های  $\{a, c\}$  یا  $\{b, d\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف هستند.

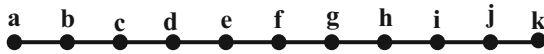


گزینه «۳»: رأس  $d$  با تمامی رئوس دیگر مجاور است، پس  $\{d\}$  تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف است.



$$\left\lfloor \frac{11}{3} \right\rfloor = 4$$

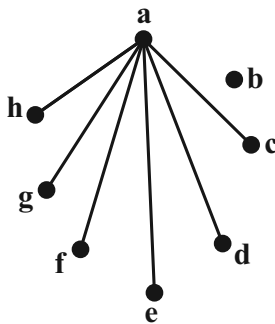
به عنوان مثال در گراف شکل زیر (گراف  $P_{11}$ )، مجموعه  $\{b, e, h, k\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۱۶۹ - گزینه «۳» (سیر ممبرضا حسینی فرد)

فرض کنید رأس  $a$  در این گراف از درجه  $\Delta = 6$  باشد. در این گراف چون  $\Delta \neq p - 1$  پس عدد احاطه‌گری بیش‌تر از یک است و رأس با درجه  $\Delta = 6$  فقط با یک رأس از گراف مجاور نیست. آن رأس را  $b$  می‌نامیم. بدیهی است که مجموعه  $\{a, b\}$  احاطه‌گر است. فرض کنیم مسیری بین دو رأس  $a$  و  $b$  وجود داشته باشد مثلاً مسیر  $a \dots c b$  بنابراین مجموعه  $\{a, c\}$  نیز احاطه‌گر است که با فرض در تناقض است. بنابراین بین رأس‌های  $a$  و  $b$  مسیری وجود ندارد و گراف  $G$  ناهمبند است. مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» را می‌توان در شکل زیر مشاهده کرد.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۵۴)

۱۷۰ - گزینه «۲» (امیر وفائی)

گراف  $G$  رأس تنها ندارد، پس رأسی در گراف  $\bar{G}$  موجود نیست که با تمام رأس‌های آن گراف مجاور باشد و در نتیجه  $\gamma(\bar{G}) > 1$  است. از طرفی رأس  $a$  در گراف  $\bar{G}$  تمام رئوس گراف به جز  $b$  و  $c$  را احاطه می‌کند. دو رأس  $b$  و  $c$  نیز در گراف  $\bar{G}$  مجاورند. پس  $\{a, b\}$  می‌تواند یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای گراف  $\bar{G}$  باشد و در نتیجه  $\gamma(\bar{G}) = 2$  است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

به بیان دیگر هر دو رأس مجاور در این گراف، یک  $\gamma$ -مجموعه تشکیل می‌دهند که با توجه به داشتن ۹ یال در این گراف، ۹ مجموعه احاطه‌گر مینیمم نیز وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

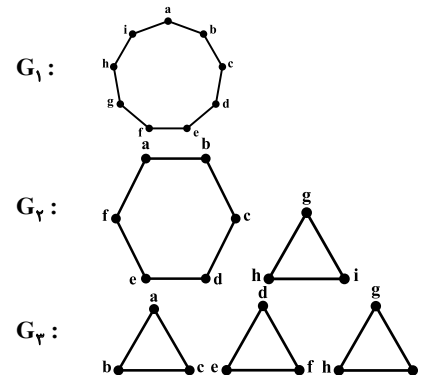
۱۶۶ - گزینه «۱» (علی ایمانی)

در گراف  $K_p$ ، هر رأس با تمام رئوس دیگر گراف مجاور است، پس هر مجموعه تک‌عضوی شامل یکی از رأس‌های گراف، یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است و در نتیجه گراف  $K_p$  نمی‌تواند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دو عضوی داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۶۷ - گزینه «۳» (امیرحسین ابومحبوب)

حداقل عدد احاطه‌گری یک گراف  $2$ -منتظم از مرتبه  $9$ ، برابر  $3$  است. سه گراف متمایز زیر، گراف‌های  $2$ -منتظم از مرتبه  $9$  با عدد احاطه‌گری  $3$  هستند و مجموعه  $\{a, d, g\}$  یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف‌ها محسوب می‌شود:



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۷ صفحه ۵۳)

۱۶۸ - گزینه «۲» (نیلوفر مهروری)

بین هر دو رأس متمایز گراف  $P_n$ ، دقیقاً یک مسیر وجود دارد. بنابراین تعداد کل مسیرهای به طول غیرصفر در این گراف برابر  $\binom{n}{2}$  است و در نتیجه داریم:

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 = 8 \times 7 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین گراف  $P_{n+3}$ ، همان گراف  $P_{11}$  است. عدد احاطه‌گری گراف  $P_n$

برابر  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  است، بنابراین عدد احاطه‌گری گراف  $P_{11}$  برابر است با:

فیزیک ۳- اختیاری

۱۷۱- گزینه «۳»

(بابت اسلامی)

در حرکت یک موج از نقطه‌ای به نقطه دیگر، اجزا محیطی که موج در آن حرکت می‌کند، به همراه موج منتقل نمی‌شوند، بلکه این موج است که منتقل می‌شود و با این انتقال، انرژی از مکانی به مکان دیگر منتقل خواهد شد. باقی گزینه‌ها عبارتهای درستی را بیان می‌کنند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱۷۲- گزینه «۴»

(سراسری تهرانی - ۹۲)

چون  $\lambda$  (فاصله بین دو قله متوالی) و  $v$  معلوم‌اند، از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$ ، بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, v = 5 \text{ m/s} \rightarrow 0.1 = \frac{5}{f} \\ \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۷۳- گزینه «۲»

(آرش مروی)

توجه شود که مسافت پیموده شده توسط یک ذره از طناب با مسافتی که موج در طناب طی می‌کند، متفاوت است. مسافتی که یک ذره از طناب در مدت یک نوسان کامل طی می‌کند برابر  $4A = 16 \text{ cm}$  است.

بنابراین دوره نوسانگر برابر است با:

$$\left\{ \begin{aligned} n &= \frac{\text{مسافت طی شده توسط ذره‌ای از طناب}}{4A} = \frac{40 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = \frac{10}{4} = 2.5 \\ T &= \frac{\Delta t}{n} = \frac{0.4}{2.5} = 0.16 \text{ s} \end{aligned} \right.$$

برای به دست آوردن مسافت پیشروی موج داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{تندی موج: } v &= \frac{\lambda}{T} = \frac{0.8}{0.16} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{پیشروی موج: } \Delta x &= v \Delta t = 5 \times 0.4 = 2 \text{ m} \end{aligned} \right.$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۷۴- گزینه «۳»

(مجتبی کلونیان)

ابتدا با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{4} \lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

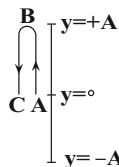
$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 4T \Rightarrow T = 0.05 \text{ s}$$

لحظه  $t_1$  معادل با  $\left(\frac{t_1}{T} = \frac{0.25}{0.05} = \frac{1}{2}\right) \frac{T}{2}$  است. با توجه به جهت انتشار

موج، ذره M در لحظه  $t_1$  در حال حرکت به طرف بالا است. پس مسیر

حرکت ذره را در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  می‌توان به صورت شکل زیر مشخص

کرد:



از A تا B نوع حرکت کندشونده و از B تا C حرکت تندشونده خواهد بود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۷۵- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با نصف شدن سیم، چگالی خطی جرم سیم تغییری نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{2F}{F}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۱۷۶- گزینه «۱»

(میتبی کنونیان)

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\rho V}} \quad \begin{matrix} V=AL \\ A=\pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4} \end{matrix} \rightarrow v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$\frac{D=2\text{cm}=2 \times 10^{-2}\text{m}; F=90\text{N}}{\pi=3; \rho=3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}=3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{90}{(3)(3 \times 10^3)}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می آوریم:

$$\frac{5}{4} \lambda = 25\text{cm} \Rightarrow \lambda = 20\text{cm} = 2 \times 10^{-1}\text{m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 10T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-2}\text{s}$$

با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در حال بالا رفتن است. پس برای دومین بار در مکان  $y = -A$  اندازه شتاب ذره M بیشینه می شود یعنی در

$$\text{لحظه } t = \frac{3T}{4} \text{ این اتفاق رخ می دهد. پس:}$$

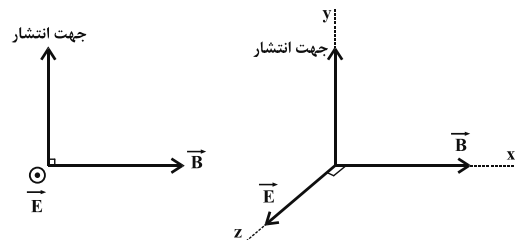
$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)(2 \times 10^{-2}) = \frac{3}{200}\text{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۰ تا ۷۴)

۱۷۷- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

برای تعیین جهت میدان الکتریکی از قاعده دست راست استفاده می کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی طوری قرار دهیم که با خم کردن آنها، در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرند، در این صورت انگشت شست دست راست جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را نشان خواهد داد. بنابراین جهت میدان الکتریکی برون سو (O) است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۴ و ۷۵)

۱۷۸- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

طول موج را به کمک رابطه  $\lambda = \frac{c}{f}$  محاسبه می کنیم، داریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^9} = 3 \times 10^{-1} = 0.3\text{m} = 30\text{cm}$$

$$L = \frac{1}{4} \lambda = \frac{1}{4} \times 30 = \frac{30}{4} = 7.5\text{cm}$$

طول آنتن برابر است با:

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۱۷۹- گزینه «۳»

(امیرسرین میوزی)

همان طور که می دانیم فاصله بین دو تراکم (جمع شدگی) یا دو انبساط (شستگی) متوالی برابر با طول موج ( $\lambda$ ) است. همچنین فاصله بین مرکز یک تراکم با مرکز انبساط مجاور آن برابر با نصف طول موج ( $\frac{\lambda}{2}$ ) است. با این توضیحات فاصله مشخص شده در شکل برابر است با:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20\text{cm}$$

حال طبق رابطه تندی انتشار موج داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \begin{matrix} v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \lambda = 20\text{cm} = 0.2\text{m} \end{matrix} \rightarrow 0.2 / 2 = \frac{20}{f} \Rightarrow f = \frac{20}{0.2} = 100\text{Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۱۸۰- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم تندی موج طولی (P) در یک جسم جامد از تندی موج عرضی (S) در همان جسم بیشتر است.

بنابراین موج طولی در زمان کمتری، فاصله معین را طی خواهد کرد. داریم:

$$\Delta t = t_s - t_p \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_s} - \frac{\Delta x}{v_p}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{720}{v_s} - \frac{720}{180} \Rightarrow 180 = \frac{720}{v_s} \Rightarrow v_s = \frac{720}{180} = 4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

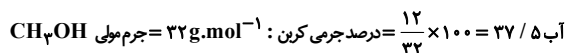
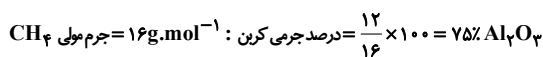
(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۷ و ۷۸)

شیمی ۳- اختیاری

۱۸۱- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

گرافیت جامد کووالانسی با چیش دوبعدی اتم‌ها و الماس جامد کووالانسی با چیش سه‌بعدی اتم‌ها است. بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه «۱»:



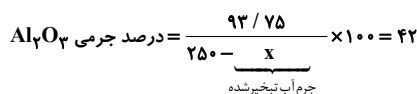
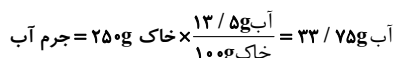
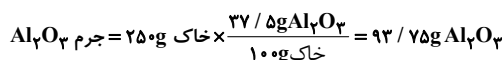
گزینه «۲»: عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت کربن و سیلیسیم هستند.

گزینه «۳»: متن کتاب صفحه ۷۰

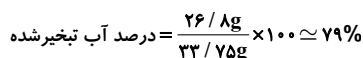
(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱)

۱۸۲- گزینه «۱»

(مبینا شرافتی‌پور)



$$\Rightarrow x \approx 26 / 8 \text{g}$$



(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه ۶۷)

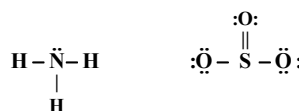
۱۸۳- گزینه «۱»

(امیرمسین سسینی)

فقط مورد دوم درست است.

مورد اول: ساختار سیلیسیم خالص همانند الماس است و به دلیل بیش‌تر بودن آنتالپی پیوند C-C نسبت به پیوند Si-Si، نقطه ذوب الماس بالاتر است. مورد دوم: آنتالپی پیوند Si-O بیشتر از Si-Si است؛ در نتیجه به هنگام تشکیل سیلیس (SiO<sub>۲</sub>(s))، انرژی بیشتری آزاد شده و سطح انرژی سیلیس (SiO<sub>۲</sub>) پایین‌تر از سیلیسیم خالص (Si) بوده و پایدارتر است.

مورد سوم: NH<sub>۳</sub> مولکولی قطبی بوده و توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی آن (N)، نامتقارن است؛ ولی SO<sub>۳</sub> مولکولی ناقطبی بوده و توزیع بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی آن (S)، متقارن است.



مورد چهارم: وجود فضاهای بین لایه‌های گرافیت سبب کاهش چگالی گرافیت نسبت به الماس می‌شود.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ تا ۷۵)

۱۸۴- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

موارد (آ) و (ب) و (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(پ) سیلیسیم در طبیعت به حالت خالص یافت نمی‌شود و به‌طور عمده در طبیعت به شکل سیلیس است. در واقع چون آنتالپی پیوند Si-O بزرگتر از آنتالپی پیوند Si-Si است، یک نمونه از سیلیس پایداری بیشتری در مقایسه با سیلیسیم خالص دارد و به همین دلیل اغلب اتم‌های سیلیسیم موجود در طبیعت به شکل سیلیس یافت می‌شوند.

(ث) سطح انرژی گرافیت از الماس پایین‌تر بوده و در نتیجه پایداری گرافیت از الماس بیشتر است. گرافیت رسانای جریان الکتریسته است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ تا ۸۷)

۱۸۵- گزینه «۳»

(مسین تاهری‌ثانی)

با توجه به شکل نشان داده شده، توزیع بار الکتریکی در اتم مرکزی مولکول (۱) متقارن ولی در اتم مرکزی مولکول (۲) نامتقارن است. بنابراین مولکول (۱) ناقطبی اما مولکول (۲) قطبی است.

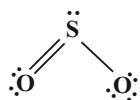
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مولکول (۱) برخلاف مولکول (۲) ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

گزینه «۲»: در نقشه بتانسیل الکتروستاتیکی، رنگ سرخ تراکم بیشتر و رنگ آبی تراکم کمتر بار الکتریکی را نشان می‌دهد. بنابراین اتم مرکزی در مولکول (۱) دارای بار جزئی مثبت (δ<sup>+</sup>) و در مولکول (۲) دارای بار جزئی منفی (δ<sup>-</sup>) است.

گزینه «۳»: با توجه به این که مولکول (۱) ناقطبی است بنابراین گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است.

گزینه «۴»: با توجه به ساختار لوویس مولکول گوگرد دی‌اکسید، اتم مرکزی این مولکول دارای جفت‌الکترون ناپیوندی و در نتیجه قطبی است درحالی‌که شکل (۱) یک مولکول ناقطبی را نشان می‌دهد. بنابراین شکل (۱) نمی‌تواند نشان‌دهنده مولکول SO<sub>۲</sub> باشد.



(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

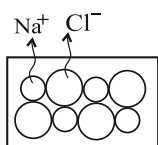


$$C \text{ درصد جرمی} = \frac{8 \times 12}{(8 \times 12) + (8 \times 1)} \times 100 = \frac{12}{13} \times 100$$

ب) تعداد اتم‌های Cl در کربن تتراکلرید (CCl<sub>4</sub>) بیش‌تر از تعداد اتم‌های Cl در کلروفرم (CHCl<sub>3</sub>) و با توجه به جرم مولی مولکول‌ها، عبارت درست است.

پ) فرمول شیمیایی سیلیس SiO<sub>2</sub> می‌باشد.

ت) NaCl(s) یک جامد یونی است و شکل درست ساختار آن به صورت زیر است:



(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۷ و ۷۵)

۱۸۹- گزینه «۴» (عرفان اعظمی را)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: واژه فرمول مولکولی برای مواد مولکولی استفاده می‌شود. در بین مواد داده شده، HBr، C<sub>6</sub>H<sub>12</sub>O<sub>6</sub>، C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>O<sub>6</sub> و CH<sub>3</sub>COOH مواد مولکولی هستند.

عبارت دوم: بار جزئی اتم‌های کناری در ONF و CO<sub>2</sub> منفی ولی در NH<sub>3</sub> مثبت است.

عبارت چهارم: LiF یک ترکیب یونی بوده و تعداد پیوند هیدروژنی در H<sub>2</sub>O از HF بیش‌تر است. اما مقایسه جرم مولی‌ها به این صورت است:



$$26 > 20 > 18$$

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۹۰- گزینه «۲» (جعفر بازوکی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: NaCl یک ترکیب یونی است و نمی‌توان برای آن واژه فرمول مولکولی و نیروی بین مولکولی به کار برد.

گزینه «۳»: در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی اتین، اتم‌های هیدروژن آبی و اتم‌های کربن قرمز می‌باشند.

گزینه «۴»: در مولکول HCl احتمال حضور الکترون پیوندی پیرامون هسته اتم کلر بیش‌تر است، زیرا خاصیت نافلزی کلر بیش‌تر است. ولی در مولکول Cl<sub>2</sub>، احتمال حضور الکترون‌های پیوندی روی هسته‌ها یکسان و به صورت متقارن است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۸۶- گزینه «۱» (رضا سلیمانی)

گزینه «۱»: نمونه  $\begin{cases} 36 \text{ g Al}_2\text{O}_3 \\ \text{آب } 19 \text{ g} \end{cases}$

$\begin{cases} 36 \text{ g Al}_2\text{O}_3 \\ \text{آب } 19 - x \text{ g} \end{cases}$  نمونه  $x$  گرم تبخیر آب  $\rightarrow (100 - x) \text{ g}$

$$\% \text{ آب} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{19 - x}{100 - x} \times 100 = 10 \Rightarrow x = 10 \text{ g}$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 \text{ درصد جرمی} = \frac{36 \text{ g Al}_2\text{O}_3}{(100 - 10) \text{ g نمونه}} \times 100 = 40\%$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: شرط قطبی بودن مولکول، توزیع نامتقارن بار الکتریکی در اتم‌های سازنده آن است و وجود بار جزئی منفی روی اتم مرکزی به تنهایی برای قطبی بودن مولکول کافی نیست.

گزینه «۳»: مولکول‌های خطی سه‌اتمی می‌توانند قطبی (مانند SCO) یا ناقطبی باشند (مانند CO<sub>2</sub>)

گزینه «۴»: با توجه به شکل کتاب درسی مولکول‌های کلروفرم (CHCl<sub>3</sub>) و کربن تتراکلرید (CCl<sub>4</sub>) در دمای اتاق مایع هستند و کلروفرم برخلاف کربن تتراکلرید قطبی است. مایع A در شکل، نشان‌دهنده یک مایع با مولکول‌های قطبی است.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۷ و ۷۳ تا ۷۵)

۱۸۷- گزینه «۲» (مهمرضا زهره‌وند)

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کوارتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس (SiO<sub>2</sub>) می‌باشند.

گزینه «۳»: در ساختار گرافیت پیوندهای دوگانه نیز یافت می‌شود.

گزینه «۴»: آنتالپی پیوند (Si-O) بیش‌تر از (Si-Si) می‌باشد، از این رو اتم‌های Si ترجیح می‌دهند به جای پیوند با اتم‌های خود با اتم‌های O پیوند دهند و به همین دلیل به‌طور عمده سیلیسیم به شکل سیلیس در طبیعت یافت می‌شود.

(شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۸۸- گزینه «۲» (مهمربوار صادقی)

عبارت‌های الف) و ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درصد جرمی کربن در اتین C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>:

$$C \text{ درصد جرمی} = \frac{2 \times 12}{(2 \times 12) + (2 \times 1)} \times 100 = \frac{12}{13} \times 100$$

درصد جرمی کربن در استیرن C<sub>8</sub>H<sub>8</sub>:

بروزترین و برترین  
سایت کنکوری کشور

[WWW.KONKUR.INFO](http://WWW.KONKUR.INFO)

**K**onkur  
**.info**