

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>



آزمون «2 دی 1401»

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

مدت پاسخ گویی: 165 دقیقه

تعداد کل سوالات: 120 سؤال

دفترچه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
اجباری	10	1-10	15'
اجباری	10	11-20	15'
اجباری	10	21-30	15'
اجباری	10	31-40	15'
اجباری	10	41-50	15'
اختیاری	10	51-60	15'
اجباری	10	61-70	15'
اجباری	10	71-80	15'
انتخابی	10	81-90	15'
		91-100	
اجباری	10	101-110	10'
اجباری	10	111-120	10'
انتخابی	10	121-130	10'
		131-140	
جمع کل	120	1-140	165'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان 2 و ریاضی پایه	کاظم اجلائی - امیر محمد باقری نصر آبادی - شاهین پروازی - میلاد چاشمی - عادل حسینی - میثم حمزه لویی - طاهر دادستانی - فرامرز سپهری - میلاد سجادی لاریجانی - علی شعبانی - علی شهبانی - عرفان صادقی - پویان طهرانیان - کامیار علییون - وحید ون آبادی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - سوگند روشنی - سیدامیر ستوده - محسن محمد کریمی - مهرداد ملوندی - سروش موثینی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - محسن بهرام پور - رضا توکلی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - امیر هوشنگ خمسه - مسعود درویشی - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - فرشاد صدیقی - مهدی عزیزی - عزیزاله علی اصغری - علی اکبر علیزاده - مرتضی فهیم علوی - نوید مجیدی - میلاد منصور - نیلوفر مهدوی - امیر وفاتی
فیزیک	خسرو ارغوانی - حسن اسحاق زاده - محمد اسدی - بابک اسلامی - نصراله افاضل - عبدالرضا امینی - نسب زهره آقامحمدی - امیر مهدی جعفری - ملیحه جعفری - محمد علی راست پیمان - بهنام رستمی - مهدی سلطانی - سعید طاهری - پروجنی - حمید عباسی - عرفان عسکریان چایجان - علی قائمی - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - بهادر کامران - علیرضا گونه - حسین مخدومی - سپهر مهرور - علی نظری - حامد نیسانی - مصطفی واقدی - شادمان ویسی
شیمی	حامد اسماعیلی - شهرام امیر محمدی - جعفر یازوکی - محمد رضا پورچاوید - علی جدی - احمد رضا جعفری نژاد - مرتضی خوش کیش - موسی خیاط علیمحمدی - فرزاد رضایی - مرتضی رضائی زاده - محمد رضائی - امید رضوانی - روزبه رضوانی - رضا سلیمانی - ساجد شیرینی - امیر حسین طیبی سود کلایی - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - محمد پارسا فراهانی - محمد حسن محمدزاده - مقدم رضا هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان 2 و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علی شهبانی	امیر حسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملازمزانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمد حسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سید علی میرنوری	ویراستار نهایی: امیر حسین عزیزی
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیر حسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	امیر حسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	بابک اسلامی مجتبی خلیل ارجمندی	امیر حسین مسلمی سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	ترگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک 923 - تلفن: 021-6463

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۴۶ تا ۶۹

۱- نقطه $(1,1)$ ، ماکزیمم سهمی $y = f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f^2(x)-1}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$
(۲) -1
(۳) $-\infty$
(۴) 1

۲- با توجه به تابع $f(x) = \frac{[-2x]+1}{x^3-x^2}$ ، حاصل کدام حد به درستی محاسبه نشده است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
(۲) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$
(۳) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
(۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

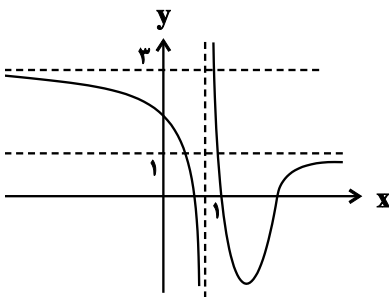
۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^3+ax+b} = -\infty$ ، حاصل $3a+b$ کدام است؟

- (۱) -7
(۲) 3
(۳) -3
(۴) 7

۴- حاصل حد تابع $f(x) = \frac{(2n+1)x^n + 2x^3 - 1}{nx^{2n-1} - 3x^2 + 1}$ وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ ، برابر عدد حقیقی m شده است. مجموع مقادیر m کدام است؟

- (۱) 1
(۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $-\frac{5}{3}$
(۴) $-\frac{2}{3}$

۵- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} [(f \circ f \circ f) \left(\frac{1}{x-1} \right)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



- (۱) صفر
(۲) 1
(۳) 2
(۴) 3

محل انجام محاسبات

۶- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ و $g(x) = \tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

(۱) $+\infty$

(۲) $-\infty$

(۳) ۱

(۴) صفر

۷- تابع $f(x) = \frac{ax-5}{\sqrt{4x^2+5}-3x}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ، مجموعه مقادیر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

(۱) $(-1, +\infty)$

(۲) $(-5, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -5)$

(۴) $(-\infty, -1)$

۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \frac{x-3}{x-1} \right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) صفر

۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{x - \sin 4x}$ چند خط مجانب دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۰- اگر فاصله مجانب‌های افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{|2x+1|-x}{x+4}$ برابر با فاصله مجانب‌های قائم نمودار تابع $g(x) = \frac{x^2+ax+1}{2x^2-8x+a}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۶

(۲) -10

(۳) -16

(۴) -24

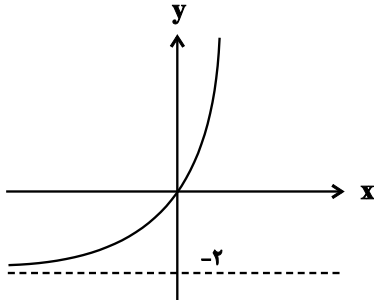
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

۱۱- اگر $ab = 1$ ، حاصل $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۱۲- نمودار تابع نمایی $f(x) = b^{x+c} - b$ به صورت زیر است. مقدار $f(c-b)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۱

۱۳- اگر مقدار $\log_3 2$ را $\frac{3}{5}$ فرض کنیم، جواب معادله $3^{2x-1} = 8^{1-\frac{x}{3}}$ کدام خواهد شد؟

- (۱) $\frac{13}{14}$
(۲) $-\frac{14}{13}$
(۳) $-\frac{13}{14}$
(۴) $\frac{14}{13}$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{5}{2}\right)^{x+1} = 10$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۴
(۳) -۴
(۴) ۱

۱۵- تابع $f(x) = \frac{8^x - 27}{3^x - 3}$ مفروض است. دامنه f^{-1} شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

۱۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{(x-2)\log_x(2x-1)}$ کدام است؟

(۱) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(0, +\infty)$

(۳) $[2, +\infty)$ (۴) $[3, +\infty)$

۱۷- اگر $\log_7 42 = a$ و $\log_{21} 3 = b$ ، حاصل $\log_9 8$ برحسب a و b کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2b(a-1)}$ (۲) $\frac{2}{3b(a-1)}$

(۳) $\frac{3}{2}a(b-1)$ (۴) $\frac{2}{3}a(b-1)$

۱۸- اگر تساوی‌های $\log_{\frac{1}{2}}(a^2 + b^2) = \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2}} a = 3 + \log_{\frac{1}{2}} b$ برقرار باشد، حاصل $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{16}$

۱۹- α و β جواب‌های معادله $10^{x^2-x} = 5$ هستند. اگر $A = \alpha + \alpha\beta + \beta$ باشد، حاصل 100^A کدام است؟

(۱) $\log 4$ (۲) $\log 5$

(۳) 4 (۴) 5

۲۰- مجموع جواب‌های معادله $2 = \sqrt{\frac{1}{x}} \log_2 x + 2 \log_2 \sqrt{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

(۱) 16 (۲) 18

(۳) 14 (۴) 20

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶

۲۱- کدام یک از معادلات زیر، نمی‌تواند معادله یک دایره باشد؟

$$(1) \quad x^2 + y^2 + 4x - 3y + 5 = 0$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 - 5x + 3y + 8 = 0$$

$$(3) \quad 2x^2 + 2y^2 + 6x - 4y + 6 = 0$$

$$(4) \quad 2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 4 = 0$$

۲۲- به ازای کدام مقادیر m ، خط $2y = x + m$ ، دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ را در دو نقطه قطع می‌کند؟

$$(1) \quad -8 < m < 2$$

$$(2) \quad -2 < m < 8$$

$$(3) \quad m < -8 \vee m > 2$$

$$(4) \quad m < -2 \vee m > 8$$

۲۳- در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ ، مماسی بر این دایره رسم کرده‌ایم. کدام یک از نقاط زیر روی این خط

مماس قرار دارد؟

$$(1) \quad (3, 2)$$

$$(2) \quad (-2, 5)$$

$$(3) \quad (4, 1)$$

$$(4) \quad (6, -1)$$

۲۴- به ازای کدام مقدار k ، دو دایره $C: x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ و $C': x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ مماس داخل هستند؟

$$(1) \quad 11$$

$$(2) \quad 20$$

$$(3) \quad 31$$

$$(4) \quad 44$$

۲۵- دسته خطوط به معادلات $(m+1)x + (2-m)y = 6m$ قطرهای دایره C هستند. اگر این دایره از نقطه $A(1, 2)$ عبور کند،

وضعیت این دایره نسبت به دایره $C': x^2 + y^2 = 4$ چگونه است؟

(۱) مماس خارج (۲) مماس داخل

(۳) متقاطع (۴) متخارج

محل انجام محاسبات

۲۶- دو دایره $C: x^2 + y^2 = 16$ و $C': x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ مفروض اند. فاصله مرکز دایره کوچک تر از وتر مشترک دو دایره کدام است؟

(۱) $\frac{17}{5}$ (۲) $\frac{13}{5}$

(۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{8}{5}$

۲۷- خطوط $y = 1$ و $3x - 4y = 2$ بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 + 2x + ay + b = 0$ مماس هستند. مقادیر قابل قبول b کدام اند؟

(۱) -20 و -3 (۲) 20 و صفر

(۳) -20 و صفر (۴) 20 و -3

۲۸- نقاط $A(-2, 4)$ و $B(4, 2)$ مفروض اند، طول وتری که از برخورد محور y ها با دایره محیطی مثلث OAB ایجاد می شود، کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

(۱) 2 (۲) 3

(۳) 4 (۴) 6

۲۹- اختلاف بین طول های بلندترین و کوتاه ترین مماسی که از نقاط واقع بر دایره $C: x^2 + y^2 + 14x + 2y + 49 = 0$ بر دایره $C': x^2 + y^2 - 14x + 2y - 94 = 0$ می توان رسم کرد، کدام است؟

(۱) 4 (۲) 5

(۳) 6 (۴) 7

۳۰- دایره C به مرکز $O(m, 16)$ بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ مماس بیرونی است. اگر دایره C بر محور x ها نیز مماس باشد، مجموع مقادیر قابل قبول m کدام است؟

(۱) 3 (۲) -3

(۳) 2 (۴) -2

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۱ تا ۴۲

۳۱- در گراف ساده G ، $\deg(a) = 5$ و $ab \in E$ است. اگر یال ab با هفت یال مجاور باشد. رأس b با چند رأس مجاور است؟

(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۶

۳۲- چه تعداد گراف با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ می‌توان رسم کرد که $\sum_{v \in V} \deg(v)$ برابر ۸ و $N_G[v_2] = 4$ باشد؟

(۱) ۴

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۲۴

۳۳- در گراف همبند G ، $pq = 50$ است. این گراف چند زیرگراف ۳-منتظم دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

۳۴- گراف G ، ۶-منتظم است و مکمل آن ۳۰ یال دارد. اندازه G کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۳۶

(۳) ۴۲

(۴) ۴۸

۳۵- در گراف G از مرتبه ۸، $\Delta = 7$ و $\delta = 2$ است. بیشترین مقدار ممکن برای مجموع درجات رأس‌های گراف \bar{G} کدام است؟

(۱) ۳۴

(۲) ۴۰

(۳) ۴۴

(۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

آمار و احتمال: صفحه‌های 39 تا 72 / ریاضی 1: آمار و احتمال: صفحه‌های 141 تا 151

41- جعبه‌ای شامل 3 مهره قرمز، 2 مهره آبی و 1 مهره زرد است. دو مهره به تصادف و بدون جای گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم.

احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{11}{15}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4)

42- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $3P(a) = P(\{a, d\}) = \frac{3}{4}P(\{a, b, c\})$ باشد، آنگاه $P(a)$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4)

43- در جعبه‌ای 3 مهره سفید و 4 مهره سیاه وجود دارد. دو مهره به تصادف از جعبه خارج کرده و کنار می‌گذاریم و سپس مهره

دیگری به تصادف از این جعبه خارج می‌کنیم. اگر دو مهره اول خارج شده هم‌رنگ باشند، با کدام احتمال سومین مهره خارج

شده سیاه است؟

$\frac{1}{7}$ (1) $\frac{6}{35}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{8}{35}$ (4)

44- سه نفر A، B و C در یک مسابقه که تنها یک برنده دارد شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن A مربع احتمال برنده شدن B و

احتمال برنده شدن C نصف احتمال برنده شدن A باشد، آنگاه احتمال برنده شدن A چقدر بیشتر از برنده شدن این فرد

است؟ (شانس برنده شدن هیچ‌کدام از سه نفر صفر نیست.)

$\frac{1}{3}$ (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4)

45- دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند. اگر $P(A \cap B) = 0/1$ و $P(A \cup B') = 0/9$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

$0/1$ (1) $0/2$ (2) $0/3$ (3) $0/4$ (4)

46- 6 کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گیرد.

با کدام احتمال بین آن دو حداقل یک کتاب قرار گرفته است؟

- (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{2}{3}$

47- برای دو پیشامد A و B، اگر $P(A-B) - P(B-A) = \frac{4}{15}$ و $P(A' \cup B') - P(A \cup B) = \frac{1}{5}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام

است؟

- (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$

- (3) 2 (4) $\frac{8}{3}$

48- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{7}$ ، حاصل $\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{9}$

- (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{1}{4}$

49- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی 700 انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد مضرب 7 باشد ولی

مضرب 2 یا 5 نباشد، کدام است؟

- (1) $\frac{2}{35}$ (2) $\frac{3}{70}$

- (3) $\frac{1}{35}$ (4) $\frac{1}{70}$

50- سه کیسه داریم که در کیسه اول 3 مهره سفید و 5 مهره سیاه، در کیسه دوم 3 مهره سیاه و در کیسه سوم 2 مهره سفید وجود

دارد. 3 مهره از کیسه اول و 2 مهره از کیسه دوم به تصادف خارج کرده و در کیسه سوم قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از

کیسه سوم به تصادف بر می‌داریم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال از ابتدا متعلق به کیسه سوم بوده است؟

- (1) $\frac{19}{56}$ (2) $\frac{16}{25}$

- (3) $\frac{9}{25}$ (4) $\frac{25}{56}$

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های 103 تا 127

🔔 پاسخگویی به سوالات آمار و احتمال اختیاری است و در تراز کل بی‌تأثیر است.

51- کدام یک از موارد زیر در مورد نمونه‌گیری‌های خوشه‌ای و طبقه‌ای نادرست است؟

- (1) نمونه‌گیری خوشه‌ای، هزینه و زمان را نسبت به نمونه‌گیری طبقه‌ای کاهش می‌دهد.
- (2) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.
- (3) در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است ویژگی مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت بیشتری داشته باشد.
- (4) همواره اندازه طبقات در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر یکدیگر است.

52- کدام یک از متغیرهای تصادفی زیر کیفی ترتیبی است؟

- (1) میزان دمای هوا
- (2) میزان رضایت از شغل
- (3) جنسیت فرد
- (4) تعداد فرزندان یک خانواده

53- مدیر یک دبیرستان برای بررسی کیفیت تدریس دبیران این دبیرستان، از هر کلاس 3 نفر اول ممتاز آن کلاس را به منظور

نظرسنجی انتخاب می‌کند. در این بررسی، کدام نمونه‌گیری رخ داده است؟

- (1) طبقه‌ای
- (2) سامانمند
- (3) خوشه‌ای
- (4) غیراحتمالی

54- فرض کنید جامعه‌ای از 100 عضو تشکیل شده است و می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه 20 از آن انتخاب کنیم. برای این کار جامعه را به 10

قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. روش نمونه‌گیری و احتمال انتخاب هر نمونه کدام است؟

- (1) طبقه‌ای، $\frac{1}{10}$
- (2) طبقه‌ای، $\frac{1}{5}$
- (3) خوشه‌ای، $\frac{1}{5}$
- (4) خوشه‌ای، $\frac{1}{10}$

55- کدام یک از تعاریف زیر نادرست است؟

- (1) خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه.
- (2) آماره مشخصه‌ای عددی است که از داده‌های نمونه به دست می‌آید.
- (3) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.
- (4) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.

محل انجام محاسبات

۵۶- از جامعه‌ای با انحراف معیار $1/5$ ، نمونه‌ای به صورت $1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5$ انتخاب شده است. بازه اطمینان 95% درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

- (۱) $[2/5, 3/5]$ (۲) $[2, 4]$
(۳) $[3, 4]$ (۴) $[2/5, 4/5]$

۵۷- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جای‌گذاری از 30 نفر، قصد داریم 10 نفر انتخاب کنیم. فرض کنید 4 نفر را انتخاب کرده‌ایم و فرد به خصوصی انتخاب نشده است. احتمال این که این فرد در ششمین انتخاب، عضو نمونه باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{26}$ (۲) $\frac{1}{25}$
(۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{30}$

۵۸- از میان اعداد صحیح 0 تا N ، شش عدد $20, 18, 14, 11, 5, 4$ به‌طور تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟

- (۱) 24 (۲) 23
(۳) 22 (۴) 21

۵۹- در یک نمونه با اندازه 196 ، حد بالا و پایین فاصله اطمینان 95% درصدی برای میانگین جامعه برابر 43 و 37 است. انحراف معیار برآورد میانگین این جامعه چقدر است؟

- (۱) $0/85$ (۲) $1/75$
(۳) $0/5$ (۴) $1/5$

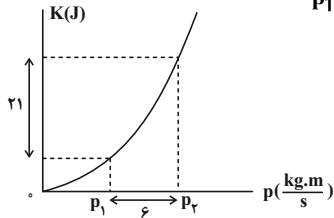
۶۰- از جامعه $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ یک نمونه 6 تایی انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این نمونه، میانگین جامعه را دقیقاً درست برآورد می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{28}$ (۲) $\frac{3}{28}$
(۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{4}$

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 3: دینامیک و حرکت دایره‌ای / نوسان و موج: صفحه‌های 46 تا 69

61- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم 2kg بر حسب اندازه تکانه آن مطابق شکل زیر است. $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟



4 (1)

2/5 (2)

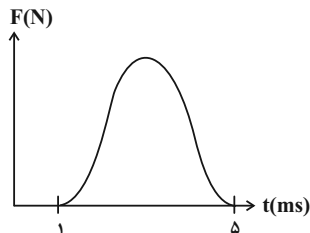
10 (3)

2 (4)

62- تویی به جرم 300g با سرعت افقی $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دیوار قائمی برخورد می‌کند و نمودار اندازه نیروی وارد بر آن از طرف دیوار بر حسب

زمان مطابق شکل زیر است. اگر اندازه نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف دیوار طی این زمان برابر با 300N باشد، اندازه

سرعت افقی توپ هنگام جدا شدن از دیوار چند متر بر ثانیه است؟



3 (1)

5 (2)

6 (3)

7 (4)

63- با کدام یک از تغییرات زیر، اندازه شتاب مرکزگرا در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت دو برابر شود؟

(1) تندى و شعاع حرکت، هر دو نصف شوند.

(2) تندى دو برابر و شعاع حرکت نصف شود.

(3) شعاع و دوره حرکت، هر دو نصف شوند.

(4) شعاع حرکت دو برابر و دوره حرکت نصف شود.

64- روی لبه یک دیسک افقی به قطر 10cm ، سکه‌ای به جرم 10g قرار داده‌ایم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دیسک و سکه

$\mu_s = 0/5$ باشد، کمترین دوره چرخش دیسک چند ثانیه باشد تا سکه روی دیسک نلغزد؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$\frac{\pi}{5}$ (1)

5π (2)

20π (3)

$\frac{\pi}{20}$ (4)

65- ماهواره‌ای در فاصله R_e از سطح زمین در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین است. اگر این ماهواره به ارتفاع $3R_e$ از

سطح زمین منتقل شود و در آن ارتفاع در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین باشد، تندى آن نسبت به حالت قبل چند

برابر می‌گردد؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

3 (1)

$\sqrt{3}$ (2)

$\sqrt{2}$ (3)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4)

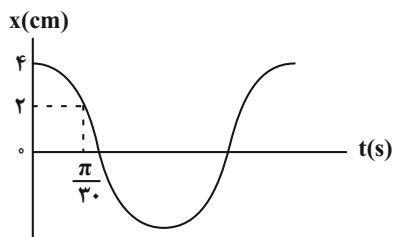
محل انجام محاسبات

66- اگر ثابت فنر B، 4 برابر ثابت فنر A و بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر B، 3 برابر بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر A باشد، جرم وزنه A چند برابر جرم وزنه B است؟ (جرم فنرها ناچیز فرض شود).

0/75 (1) $\frac{4}{3}$ (2)

1/7 (3) $\frac{2}{25}$ (4)

67- شکل زیر نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 100g را نشان می‌دهد. اندازه بیشینه نیروی وارد بر این



نوسانگر چند نیوتون است؟

4 (1)

0/4 (2)

0/2 (3)

2 (4)

68- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در هر دقیقه 60 بار طول پاره خط 12 سانتی‌متری را طی می‌کند. اگر انرژی مکانیکی

نوسانگر $3/6mJ$ باشد، جرم نوسانگر چند گرم است؟ ($\pi^2 = 10$)

200 (1) 100 (2)

20 (3) 10 (4)

69- نوسانگری به جرم 200g با بسامد 0/25Hz حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در بازه زمانی 2/1s تا 4/1s مسافت

پیموده شده توسط نوسانگر 40cm باشد، در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $2\pi \frac{cm}{s}$ است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند میلی‌ژول

است؟ ($\pi^2 = 10$)

0/4 (1) 9/6 (2)

4 (3) 6 (4)

70- دو آونگ ساده A و B با دامنه کم در یک مکان به نوسان درمی‌آیند. اگر پس از گذشت مدت زمان t، اختلاف تعداد نوسان این دو

آونگ یک واحد شود، t کدام است؟ ($L_B > L_A$)

$\frac{T_A T_B}{T_A + T_B}$ (2)

$\frac{T_A T_B}{T_B - T_A}$ (1)

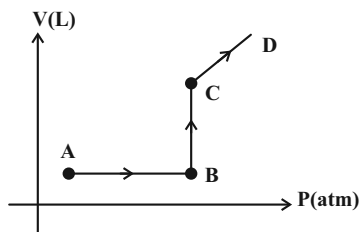
$\frac{T_A + T_B}{T_A T_B}$ (4)

$\frac{T_B - T_A}{T_A T_B}$ (3)

فیزیک 1: ترمودینامیک: صفحه‌های 127 تا 149

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

71- مطابق نمودار زیر، گاز کاملاً سه فرایند متفاوت را طی می‌کند، کاری که محیط بر روی گاز در فرایندهای AB، BC و CD انجام می‌دهد، به ترتیب از راست به چپ چه علامتی دارد؟



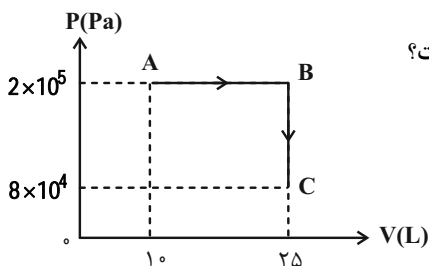
(1) مثبت، کاری انجام نمی‌دهد، مثبت

(2) منفی، کاری انجام نمی‌دهد، منفی

(3) کاری انجام نمی‌دهد، مثبت، مثبت

(4) کاری انجام نمی‌دهد، منفی، منفی

72- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل در مسیر ABC از حالت A به حالت C می‌رود. اگر کل کار و گرمای مبادله شده بین



گاز و محیط را در این مسیر به ترتیب با W و Q نشان دهیم، حاصل $\left| \frac{W}{Q} \right|$ کدام است؟

(1) 1

(2) 0/125

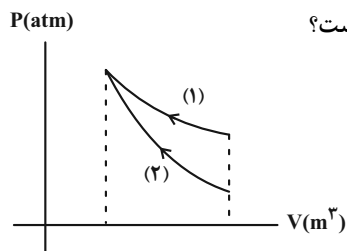
(3) 0/6

(4) 0/15

73- در یک فرایند آرمانی با آن که دستگاه از محیط گرما دریافت نمی‌کند، ولی دمای آن افزایش می‌یابد. این فرایند ... است.

(1) انبساط هم‌دم (2) تراکم بی‌دررو (3) انبساط هم‌فشار (4) هم‌حجم

74- مقدار معینی گاز کامل دو فرایند مجزای هم‌دم و بی‌دررو را به صورت شکل زیر طی کند. اگر تغییر انرژی درونی فرایند (1) 100J



کمتر از فرایند (2) باشد، کاری که محیط بر روی گاز در فرایند (2) انجام می‌دهد، چند ژول است؟

(1) -100

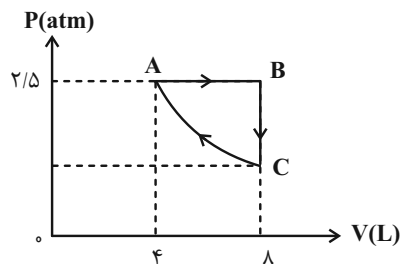
(2) -200

(3) 100

(4) 200

75- 0/25mol گاز کامل در فشار 2/5 اتمسفر دارای حجم 4 لیتر است. اگر این گاز چرخه‌ای مطابق شکل زیر را بپیماید که در آن

فرایند CA فرایندی هم‌دم است، دمای گاز در نقاط C و B به ترتیب از راست به چپ چند درجه سلسیوس است؟



$$(R = 8 \frac{J}{mol.K})$$

(1) 1000 و 500

(2) 900 و 400

(3) 454 و 227

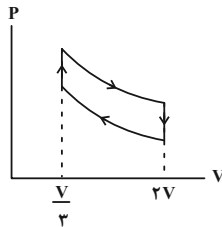
(4) 727 و 227

محل انجام محاسبات

76- در کدام قسمت ماشین بخار وات، بخار آب منبسط می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد؟

- (1) دیگ بخار
 (2) چگالنده
 (3) استوانه
 (4) تلمبه

77- چرخه یک ماشین گرمایی درون سوز مطابق شکل زیر است. نسبت تراکم این ماشین کدام است؟



- (1) 2
 (2) 6
 (3) 1/2
 (4) 1/6

78- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه 21/6kJ گرما از منبع دما بالا دریافت می‌کند. اگر در هر دقیقه 90 چرخه را طی کند و در هر

چرخه 156J گرما به منبع دما پایین بدهد، بازده آن چند درصد است؟

- (1) 35
 (2) 25
 (3) 75
 (4) 65

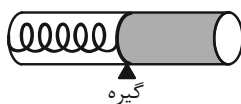
79- در کدام یک از گزینه‌های زیر، مقادیر داده شده مربوط به چرخه یک یخچال است و قانون دوم ترمودینامیک در آن نقض نشده است؟

- (1) $Q_H = 750J$ ، $W = -750J$ ، $Q_L = 0$
 (2) $Q_H = -1200J$ ، $W = 0$ ، $Q_L = 1200J$
 (3) $Q_H = 850J$ ، $W = -250J$ ، $Q_L = -600J$
 (4) $Q_H = -1100J$ ، $W = 650J$ ، $Q_L = 450J$

80- در شکل زیر استوانه‌ای به طول 100cm و سطح مقطع $50cm^2$ از طریق پیستونی که اصطکاک آن با دیواره‌ها ناچیز است، به دو

قسمت مساوی تقسیم شده است. نیمه سمت راست، محتوی 16 گرم گاز آرمانی اکسیژن با دمای $77^\circ C$ و نیمه سمت چپ، خلأ و دارای یک فنر با طول عادی در حال تعادل است. اگر گیره متصل به پیستون را برداریم، فنر 20cm فشرده شده و در همان

وضعیت باقی می‌ماند. اگر دمای گاز ثابت بماند ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($M_{O_2} = 32 \frac{g}{mol}$ ، $R = 8 \frac{J}{mol.K}$)



- (1) $1/5 \times 10^4$
 (2) 10^4
 (3) $4/3 \times 10^4$
 (4) $7/5 \times 10^4$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 2: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های 109 تا 130

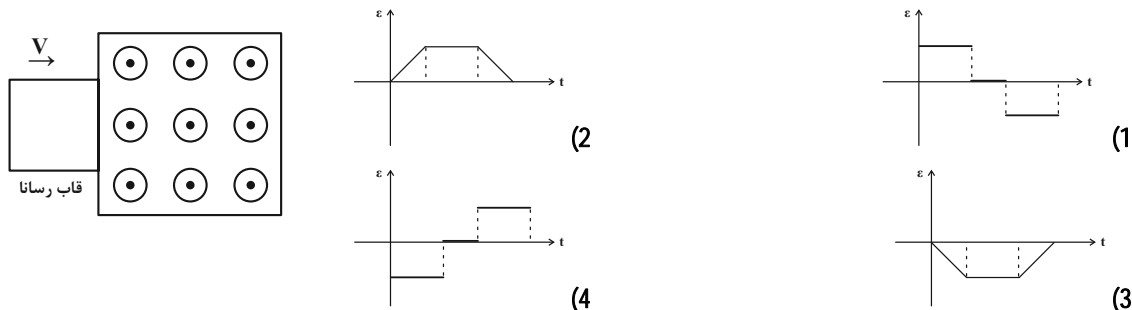
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک 2 (81 تا 90) و فیزیک 1 (91 تا 100) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

81- یکای «هانری» معادل کدام گزینه است؟

(1) $\frac{W}{A^2 \cdot s}$ (2) $\frac{W \cdot s \cdot \Omega^2}{V^2}$ (3) $\frac{J \cdot V^2}{\Omega^2}$ (4) $\frac{m^2 \cdot T \cdot J}{N^2}$

82- مطابق شکل در لحظه $t = 0$ قاب رسانایی با تندی ثابت وارد فضای یک میدان مغناطیسی یکنواخت برون سو می‌شود. کدام گزینه نمودار ولتاژ القایی درون قاب را به صورت کیفی به درستی نشان می‌دهد؟ (عرض ناحیه میدان از عرض قاب بیشتر است).



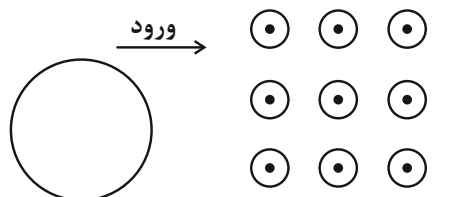
83- از سیم‌لوله‌ای آرمانی به طول 20cm و شعاع 10cm که از 100 دور سیم تشکیل شده است، جریان الکتریکی $0/5A$ عبور می‌کند. اگر سطح سیم‌لوله بر خط‌های میدان مغناطیسی گذرنده از آن عمود باشد، شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌لوله چند میکرو وبر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$, $\pi^2 = 10$)

(1) 10^{-6} (2) 10^{-5} (3) 10 (4) صفر

84- سطح پیچ‌های به شعاع 10cm که دارای 100 حلقه می‌باشد، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/02T$ می‌باشد. اگر جهت میدان مغناطیسی در مدت $0/04$ ثانیه تغییر کند و به $0/02T$ در خلاف جهت اولیه برسد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچ چند ولت است؟ ($\pi = 3$)

(1) صفر (2) $0/03$ (3) 3 (4) $0/06$

85- یک حلقه رسانای غلطان با تندی ثابت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت برون سویی می‌شود. جهت جریان القایی در پیچ هنگام ورود و خروج از میدان مغناطیسی چگونه است؟



- (1) همواره پادساعتگرد
 (2) هنگام ورود ساعتگرد و هنگام خروج پادساعتگرد
 (3) همواره ساعتگرد
 (4) هنگام ورود پادساعتگرد و هنگام خروج ساعتگرد

محل انجام محاسبات

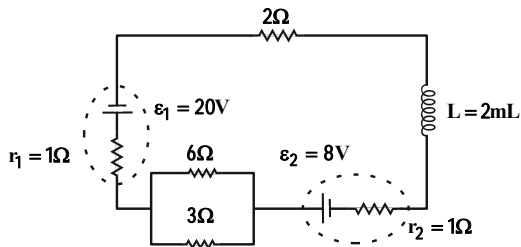
86- اگر از دو سیملوله آرمانی A و B جریان یکسانی عبور دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله‌ها برابر خواهد شد. اگر طول سیملوله A دو برابر طول سیملوله B و قطر سیملوله A نیز دو برابر قطر سیملوله B باشد، نسبت ضریب القاوری آن‌ها

کدام است؟ $\left(\frac{L_A}{L_B}\right)$

2 (1) 4 (2)

8 (3) 16(4)

87- در مدار شکل زیر، انرژی ذخیره شده در القاگر چند میلی ژول است؟ (از مقاومت الکتریکی سیملوله صرف نظر شود.)



2 (1)

4 (2)

8 (3)

16 (4)

88- پیچه یک مولد جریان متناوب در هر 5ms یک دور می‌چرخد. در لحظه $1/25\text{ms}$ زاویه سطح پیچه با خط‌های میدان مغناطیسی

چند رادیان است؟

صفر (1) $\frac{\pi}{3}$ (2)

$\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4)

89- معادله جریان - زمان برای جریان متناوبی در SI، به صورت $I = 0/2 \sin \frac{50\pi}{3} t$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای

چهارمین بار اندازه نیروی محرکه القایی به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

0/21 (1) 0/15 (2)

0/3 (3) 0/6 (4)

90- در مورد مبدل‌ها کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

(1) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کرد.

(2) در خط‌های انتقال توان الکتریکی به طور معمول از ولتاژ در حدود 400V استفاده می‌کنند.

(3) پیچه‌های مبدل را دور هسته آهنی می‌پیچند.

(4) ولتاژ تولید شده در نیروگاه تا استفاده از در منازل چند بار تغییر می‌کند.

وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

فیزیک 1: ترمودینامیک: صفحه‌های 127 تا 149

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک 2 (81 تا 90) و فیزیک 1 (91 تا 100) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

91- اگر طی فرایندی، دمای مطلق و فشار مقدار معینی گاز کامل به ترتیب دو و چهار برابر شود، حجم نهایی گاز چند برابر حجم اولیه آن خواهد شد؟

(1) $\frac{1}{2}$

(2) 2

(3) 4

(4) $\frac{1}{4}$

92- کدام عبارت درباره فرایندهای ترمودینامیکی برای مقدار معینی گاز کامل نادرست است؟

(1) کار در فرایند هم‌حجم صفر است.

(2) در فرایند هم‌فشار، بزرگی گرمای مبادله شده بیشتر از بزرگی تغییرات انرژی درونی است.

(3) در فرایند هم‌دمای، تغییرات انرژی درونی صفر است.

(4) در فرایند انبساط بی‌دررو، تغییرات انرژی درونی مثبت است.

93- در کدام فرایند زیر برای مقدار معینی گاز کامل، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد؟

(1) انبساط هم‌دمای

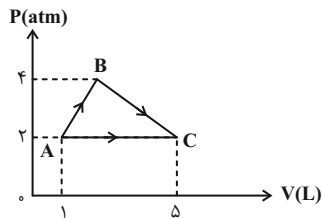
(2) انبساط بی‌دررو

(3) تراکم هم‌دمای

(4) انبساط هم‌فشار

94- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل طی دو مسیر متفاوت از حالت A به حالت C می‌رسد. کار انجام شده روی گاز در مسیر

ABC چند برابر کار انجام شده روی گاز در مسیر AC است؟



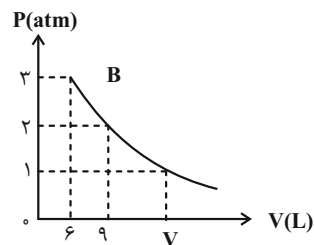
(1) 1

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{4}{3}$

(4) باید V_B معلوم باشد.

95- نمودار $P-V$ یک مول گاز کامل در یک فرایند آرمانی خاص مطابق شکل زیر است. در فشار 1 atm ، به ترتیب از راست به چپ،



حجم گاز بر حسب لیتر و دمای آن بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

(1) 15 و 48

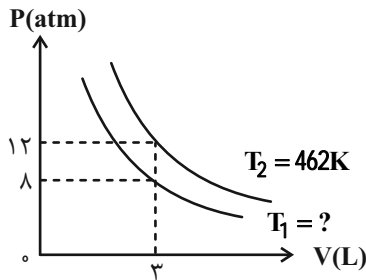
(2) 18 و -48

(3) 15 و 225

(4) 18 و 225

محل انجام محاسبات

96- اگر نمودار $P-V$ دو فرایند همدمای T_1 و $T_2 = 462K$ مطابق شکل زیر باشد، T_1 چند کلوین است؟



693 (1)

462 (2)

308 (3)

231 (4)

97- مقدار معینی گاز آرمانی چرخه‌ای را در سه مرحله طی می‌کند: انبساط بی‌دررو و با کار کل روی محیط $125J$ ، تراکم همدمای در

دمای $325K$ و افزایش فشار در حجم ثابت، در مرحله آخر چرخه، چند ژول انرژی به صورت گرما مبادله شده است؟

250 (2)

125 (1)

425 (4)

325 (3)

98- با یک ماشین گرمایی، می‌توان در هر دقیقه وزنه‌ای به جرم $50kg$ را به اندازه $20m$ با تندی ثابت از سطح زمین بالا برد. اگر

بازده این ماشین 25 درصد باشد، گرمایی که ماشین در هر دقیقه از منبع دمابالا می‌گیرد، چند کیلوژول است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

20 (2)

10 (1)

40 (4)

30 (3)

99- اگر اندازه گرمایی که یک یخچال آرمانی به محیط بیرون می‌دهد، $\frac{6}{5}$ برابر اندازه گرمایی باشد که از مواد داخل یخچال می‌گیرد،

نسبت گرمای گرفته شده از منبع دمابالین به کار انجام شده روی یخچال ($\frac{Q_L}{W}$) کدام است؟

5 (2)

4 (1)

7 (4)

6 (3)

100- یخچال (1) با توان مصرفی P جرم m از آب $\theta^\circ C$ را در مدت t به یخ صفر درجه سلسیوس و یخچال (2) با توان مصرفی $1/5P$

جرم $3m$ از آب $\theta^\circ C$ را در مدت $2t$ به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌کند. گرمایی که یخچال (2) به منبع دمابالا می‌دهد

چند برابر گرمایی است که یخچال (1) به منبع دمابالا می‌دهد؟

2 (2)

1 (1)

4 (4)

3 (3)

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 3: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های 44 تا 64

101- اگر دیواره متخلخل موجود در سلول گالوانی «مس - نقره» برداشته شود، چند مورد از عبارتهای زیر رخ می‌دهد؟

* الکترون‌ها بر روی تیغه مس جذب شده و فرایند کاهش در نیم سلول کاتدی رخ نمی‌دهد.

* با قطع شدن تدریجی جریان مدار، سلول گالوانی از کار خواهد افتاد.

* جمع شدن بارهای مثبت پس از مدتی منجر به عدم حرکت الکترون‌ها در سیم از طرف تیغه آندی به طرف تیغه کاتدی خواهد شد.

* اکسید شدن تیغه مسی منجر به ورود کاتیون‌های آن به محلول شده و در نتیجه محلول اطراف آند دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود.

1 (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

102- با توجه به پتانسیل‌های کاهش داده شده، به طور قطع چند مورد از محلول‌های زیر را می‌توان در ظرفی از جنس مس برخلاف ظرفی از جنس روی، نگهداری کرد؟

(آ) آهن (III) کلرید (ب) قلع (IV) نیترات (پ) آلومینیم سولفات

(ت) کادمیم (II) نیترات (ث) قلع (II) برمید

$E^\circ(\text{Cd}^{2+} / \text{Cd}) = -0/40\text{V}$, $E^\circ(\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}) = +0/77\text{V}$, $E^\circ(\text{Sn}^{4+} / \text{Sn}^{2+}) = +0/15\text{V}$

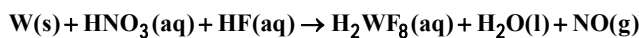
$E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0/76\text{V}$, $E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +0/34\text{V}$, $E^\circ(\text{Al}^{3+} / \text{Al}) = -1/66\text{V}$

1 (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

103- اگر در یک سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن در شرایط STP حجم گاز هیدروژن مصرف شده 179/2 لیتر باشد، تعداد یون‌های حاصل از نیم‌واکنش اکسایش کدام است؟

1 (1) $36/12 \times 10^{23}$ (2) $48/16 \times 10^{23}$ (3) $96/32 \times 10^{23}$ (4) $144/48 \times 10^{23}$

104- کدام گزینه درباره واکنش موازنه نشده زیر نادرست است؟ (W نماد عنصر تنگستن است.)



(1) W گونه کاهنده و HNO_3 گونه اکسنده است.

(2) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در این واکنش، برابر با 18 است.

(3) به ازای مصرف هر مول اسید ضعیف در این واکنش، $4/515 \times 10^{23}$ الکترون مبادله می‌شود.

(4) تغییر عدد اکسایش هر اتم تنگستن در این واکنش، 3 برابر عدد اکسایش کربن در CH_3Cl است.

105- چند مورد از عبارتهای زیر درباره سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن درست است؟

* رایج‌ترین سلول سوختی به شمار می‌آید و در آن همه انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

* الکترون‌ها و یون‌های H^+ در جهتی یکسان اما از طریق محیط‌های متفاوت از آند به سمت کاتد می‌روند.

* در قطب مثبت این سلول، یک نوع گاز وارد اما دو نوع گاز از آن خارج می‌شود.

* نیم‌واکنش کاتدی در این سلول، با نیم‌واکنش انجام شده در قطب مثبت سلول الکترولیتی برق‌کافت آب یکسان است.

* برای به دست آوردن emf این سلول، باید پتانسیل کاهش نیم‌واکنش کاتدی را از پتانسیل کاهش نیم‌واکنش اکسایش گاز هیدروژن

کم کنیم.

1 (1) یک (2) دو (3) سه (4) چهار

محل انجام محاسبات

106- در سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب، اگر $4/214 \times 10^{23}$ الکترون از مدار بیرونی عبور کند، اختلاف جرم فراورده‌های تولید شده در این سلول کدام است و اگر بخواهیم الکتریسیته مورد نیاز برای این سلول الکترولیتی را از سلول گالوانی «کروم - کبالت» تامین کنیم، کدام یک از نیم‌سلول‌ها در سلول گالوانی باید توسط سیم به الکتروود کاتدی سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب متصل شود؟ ($Cl = 35/5$, $Na = 23$: $g.mol^{-1}$)

$$E^\circ(Co^{2+} / Co) = -0/28V$$

$$E^\circ(Cr^{3+} / Cr) = -0/74V$$

کبالت 3/36 (4)

کروم 3/36 (3)

کبالت 8/75 (2)

کروم 8/75 (1)

107- در صورتی که مخلوط مذابی از دو ترکیب یونی منگنز (II) یدید و آهن (III) کلرید را در یک سلول الکترولیتی قرار دهیم، فراورده‌های حاصل از برقکافت آن‌ها کدام است؟

$$E^\circ(Fe^{3+} / Fe) = -0/04V \quad , \quad E^\circ(I_2 / I^-) = +0/54V$$

$$E^\circ(Mn^{2+} / Mn) = -1/18V \quad , \quad E^\circ(Cl_2 / Cl^-) = +1/36V$$

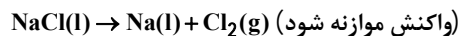
$Cl_2(g)$, $Fe(l)$ (4)

$I_2(l)$, $Fe(l)$ (3)

$Cl_2(g)$, $Mn(l)$ (2)

$I_2(l)$, $Mn(l)$ (1)

108- در برقکافت سدیم کلرید مذاب، مقدار 142 گرم گاز کلر تولید می‌شود. چنانچه بخواهیم از سدیم تولیدی برای تهیه صابون جامد به فرمول $RCOONa$ (گروه R، 12 کربنی و سیر شده است) استفاده کنیم، چند گرم از این صابون به دست می‌آید؟ (تمامی مواد به مقدار کافی در محیط واکنش حضور دارند.)



$$(H = 1, C = 12, O = 16, Cl = 35/5, Na = 23 : g.mol^{-1})$$

949 (4)

494 (3)

944 (2)

449 (1)

109- کدام گزینه نادرست است؟

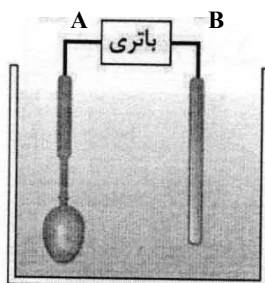
(1) نیم‌واکنش آندی برقکافت آب به صورت $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ است.

(2) نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب به صورت $2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq)$ است.

(3) نیم‌واکنش کاهش در خوردگی فلزات در محیط خنثی به صورت $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ است.

(4) نیم‌واکنش اکسایش در فرایند هال به صورت $Al(l) \rightarrow Al^{3+}(l) + 3e^-$ است.

110- شکل زیر، آبکاری یک قاشق مسی را با فلز نقره نشان می‌دهد. کدام مطلب درباره آن درست است؟

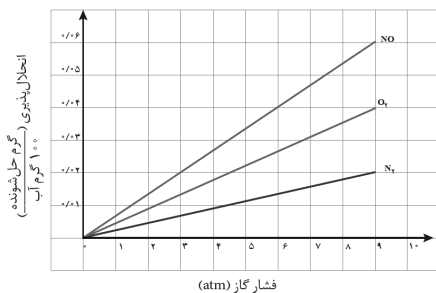


(1) جهت حرکت الکترون از قطب A به قطب B است.

(2) الکترولیت لازم برای آبکاری از جنس نمک مس است و $[Cu^{2+}]$ در طول فرایند آبکاری ثابت است.

(3) قطب A به کاتد متصل است و نیم‌واکنش کاتدی به صورت $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$ است.

(4) آند این سلول، همانند فرایند هال مصرف و خورده می‌شود و نیم‌واکنش آندی آن به صورت $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$ است.



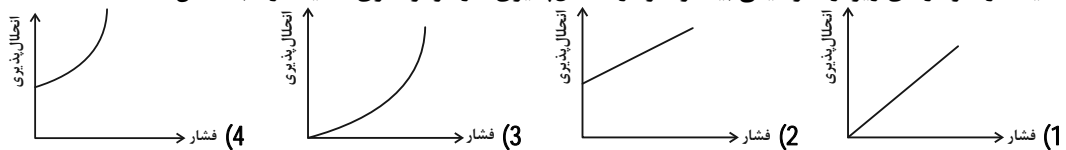
116- چند مورد از مطالب زیر، درباره انحلال پذیری گازها درست است؟

- * مقایسه انحلال پذیری گازها به صورت $\text{NH}_3 > \text{CO}_2 > \text{NO}$ درست است.
- * تاثیر فشار بر انحلال پذیری NO سه برابر تاثیر آن بر انحلال پذیری N_2 است.
- * در حل کردن قرص جوشان در آب، هر چه آب سردتر باشد، pH محلول حاصل کمتر می شود.
- * در هر دو حالت اشاره شده دچار کمبود اکسیژن می شود. (قرار دادن ماهی آب شیرین در آب دریا - افزایش یافتن دما)

* با توجه به نمودار روبه رو که مربوط به دمای 20°C است، برای بدست آوردن محلول 0/0125 مولار گاز اکسیژن باید فشار حداقل 9 اتمسفر باشد. (چگالی آب: 1g.mL^{-1})

- 5 (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4)

117- کدامیک از نمودارهای زیر از نظر کیفی بیانگر نمودار انحلال پذیری گاز گوگرد تری اکسید در آب خالص است؟



118- دو محلول هم حجم با غلظت های مختلف از نمک خوراکی را در یک لوله U شکل می ریزیم بطوریکه یک غشای نیمه تراوا در بین شان قرار داشته باشد (محلول A در سمت راست و محلول B در سمت چپ غشا قرار دارد) پس از مدتی مشاهده کردیم که

ارتفاع محلول در سمت راست لوله افزایش یافت. چند مورد از عبارات زیر نادرست است؟ ($\text{Na} = 23, \text{Cl} = 35/5 : \text{g.mol}^{-1}$)

- * جابه جایی مولکول های آب در هر دو جهت راست به چپ و چپ به راست بوده و زمانی که ارتفاع محلول ها ثابت شد، به معنای توقف این جابه جایی است.
- * محلول A و B به ترتیب می توانند دارای غلظت 200 گرم بر لیتر و 3 مولار باشند.
- * اگر بجای محلول A، از آب مقطر استفاده می شد، محلول B نمک زدایی می شد.
- * در دو مورد از سه مورد روبه رو ارتفاع دو مایع می تواند مجدداً یکسان شود (افزودن نمک به سمت چپ، متصل کردن سمت چپ لوله به پمپ خلا، وارد کردن فشار اضافی به سمت راست لوله)

* نگهداری طولانی مدت گوشت و ماهی در نمک، مربوط به خاصیت مشاهده شده در این فرایند است.

- 5 (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4)

119- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- * قدرت نیروی پیوند هیدروژنی بین آب و اتانول از قدرت پیوند هیدروژنی بین مولکول های آب بیشتر است.
- * میزان انحلال پذیری گازها در آب با افزایش دما و افزودن نمک به محلول به ترتیب افزایش و کاهش می یابد.
- * نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به کاتیون فلزات گروه 1 (در دوره های 3 و 4) با عدد اتمی آن ها، رابطه مستقیم دارد.
- * هنگامی که میوه های خشک مانند مویز درون آب قرار می گیرند، هیچ مولکولی از درون میوه به آب وارد نمی شود.
- * روش تقطیر برخلاف روش های اسمز معکوس و صافی کربن، قادر به جداسازی ترکیبات آلی فرار از آب نیست.

- 1 (یک) 2 (دو) 3 (سه) 4 (چهار)

120- کدامیک از عبارات های زیر نادرست است؟

- 1) در فرایند اسمز معکوس، به مرور و با اعمال فشار به محلول موجود، این محلول غلیظ تر خواهد شد.
- 2) غشای تراوا در دیواره یاخته های گیاهان امکان عبور برخی از ذره های سازنده مواد را فراهم می کند.
- 3) استفاده از روش های اسمز معکوس و صافی کربن در تصفیه آب، تمام آلودگی های موجود را از بین نمی برد.
- 4) در فرایند گذرندگی، مولکول های آب از محیط رقیق به محیط غلیظ منتقل می شوند.

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 1: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های 110 تا 122

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی 2 (121 تا 130) و شیمی 1 (131 تا 140) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

131- جدول زیر، به آزمایش انحلال قرص جوشان در آب و در دماهای داده شده مربوط است. چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

آزمایش	مقدار قرص جوشان	دمای آب (°C)
1	یک قرص	0
2	نصف قرص (پودر)	0
3	یک قرص	25
4	نصف قرص (پودر)	25

- سرعت واکنش در آزمایش 3، از آزمایش 1 بیشتر است.
 - سرعت واکنش در آزمایش 2، نصف سرعت واکنش در آزمایش 1، است.
 - آزمایش 4، در قیاس با 3 آزمایش دیگر، بیشترین سرعت واکنش را دارد.
 - با کامل شدن واکنش‌ها، حجم گاز جمع‌آوری شده در آزمایش 2، نسبت به 3 آزمایش دیگر، کمتر است.
- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)

132- کدام دو مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) پیوند هیدروژنی بین یک مولکول آب و یک مولکول اتانول، قوی‌تر از پیوند هیدروژنی بین دو مولکول آب است.
(ب) طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
(پ) انحلال‌پذیری گاز CO₂ به دلیل گشتاور دوقطبی بزرگتر از صفر و جرم مولی بیشتر، در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی بیشتر از گاز NO است.

(ت) چگالی یخ به دلیل وجود فضاهای خالی بین آرایش منظم شش‌ضلعی مولکول‌های H₂O، کمتر از چگالی آب است.

- 1 (1) و (پ) 2 (پ) و (ت) 3 (1) و (ت) 4 (ب) و (پ)

133- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- در مخلوط آب و هگزان، برخلاف محلول استون و آب، اجزای مخلوط، هیچ اختلاطی با یکدیگر ندارند.
- در حالت مایع، مولکول‌های آب، پیوندهای هیدروژنی ضعیفی دارند و به همین علت روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.
- در انحلال ید در هگزان، رنگ مخلوط بنفش است و مولکول‌های حل‌شونده، ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند.
- با اضافه کردن سدیم سولفات به آب، قدرت نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول، بیشتر از میانگین قدرت پیوند یونی در سدیم سولفات و پیوندهای هیدروژنی در آب خواهد بود.

- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)

134- در دمای 15°C و فشار 2 اتمسفر، 0/035 گرم گاز اکسیژن در 500g آب حل شده و محلولی سیرشده به دست آمده است. در

این دما انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در فشار 5 اتمسفر کدام است؟

- 1 (1) $1/75 \times 10^{-2}$ 2 (2) $1/02 \times 10^{-2}$ 3 (3) $1/5 \times 10^{-1}$ 4 (4) $2/4 \times 10^{-3}$

135- اگر در دمای 20°C انحلال‌پذیری گاز NO در فشار 9atm برابر 6 میلی‌گرم در 100g آب باشد، غلظت NO در همان دما و

فشار 3atm در محلول سیرشده آن به تقریب چند ppm است؟

- 1 (1) 200 2 (2) 20 3 (3) 2 4 (4) 0/2

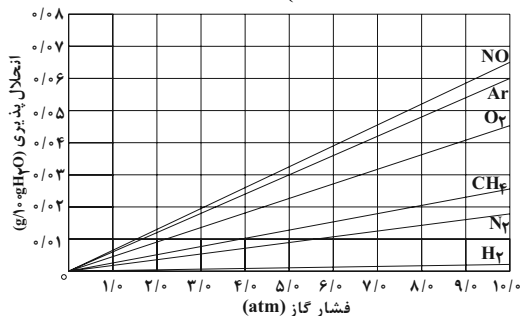
136- معادله انحلال‌پذیری (S) گاز نیتروژن برحسب فشار (P) در دمای اتاق از رابطه $S \left(\frac{\text{g}}{100\text{gH}_2\text{O}} \right) = 7/5 \times 10^{-3} P$ پیروی می‌کند. با

کاهش فشار از 5 اتمسفر به یک اتمسفر، به تقریب چند میلی‌مول گاز نیتروژن به ازای هر کیلوگرم آب از این محلول خارج می‌شود؟ ($N = 14\text{g.mol}^{-1}$)

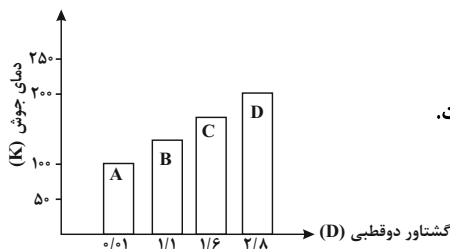
- 1 (1) 21/4 2 (2) 10/7 3 (3) 7/8 4 (4) 15/6

محل انجام محاسبات

137- با توجه به نمودار زیر که تأثیر فشار بر انحلال پذیری چند گاز را در آب 20°C نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Ar} = 40; \text{g.mol}^{-1})$



- (آ) تمامی این گازها بدون انجام واکنش شیمیایی در آب حل می‌شوند.
 (ب) در تمام موارد با افزایش جرم مولی گازها در فشار ثابت، شیب نمودار بیش‌تر شده است.
 (پ) غلظت گاز آرگون در فشار 5 atm برابر 300ppm است.
 (ت) با افزایش فشار گاز متان از 2 atm به 6 atm، مقدار 0/05 گرم دیگر از این گاز در نیم‌کیلوگرم محلول وارد می‌شود.
 (ث) در فشار 3 atm به تقریب می‌توان 1/2 گرم گاز NO در 0/6 لیتر آب حل نمود. (چگالی آب برابر با 1g.cm^{-3} است.)
 1 (آ)، (ب) و (ت) 2 (آ)، (ب) و (پ) 3 (ب)، (پ) و (ث) 4 (پ)، (ت) و (ث)
- 138- نمودار زیر رابطه گشتاور دوقطبی چند ترکیب آلی با جرم مولی یکسان را با نقطه جوش آنها نشان می‌دهد. کدام گزینه نادرست است؟



- 139- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟
- اغلب واکنش‌های شیمیایی درون بدن انسان، در محلول‌های آبی انجام می‌شود.
 - در اثر انحلال نیمی از ترکیب‌های «شکر، اوزون، اتیلن‌گلیکول و سدیم هیدروکسید» در آب، ماهیت ساختاری ماده تغییر نمی‌کند.
 - نیروی غالب در فرایند انحلال چربی در هگزان و سدیم کلرید در آب، به ترتیب از نوع وان‌دروالسی و یون - دوقطبی است.
 - با انحلال یک مول از هریک از ترکیب‌های آمونیوم نیترات و پتاسیم سولفات در آب، چهار مول یون آزاد می‌شود.
- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)
- 140- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟
- 1) برای تصفیه آب به روش تقطیر، برخلاف روش اسمز معکوس و صافی کربن، مرحله کلرزی باید انجام شود.
 - 2) اگر حالت فیزیکی در سرتاسر یک مخلوط یکسان باشد آن را مخلوط همگن می‌نامیم.
 - 3) محلول سیرشده استون در آب در دمای 25°C ، بی‌رنگ است.
 - 4) افزودن مقداری سدیم کلرید به آب باعث کاهش انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آن می‌شود.



آزمون «۲ دی ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه غیر مشترک)

نقشه سوال

مباحث نیمسال دوم دوازدهم
پاسخ گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس‌های نیمسال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می‌شود.
تراز درس‌های نیمسال دوم دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علی شهرابی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ (اختیاری): کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۴۴

۱۴۱- تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^6$ روی بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۴۲- اگر در تابع $f(x) = x^2 - \sqrt{ax}$ ، نقطه $(1, b)$ نقطه اکسترمم نسبی باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) -۳ (۴) ۱۳

۱۴۳- نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = 2\cos x + \cos 2x$ روی بازه $(0, 2\pi)$ چگونه است؟

- (۱) دو نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم (۲) دو نقطه ماکزیمم و یک نقطه مینیمم (۳) یک نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم (۴) فاقد نقطه ماکزیمم و مینیمم

۱۴۴- جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{x}$ روی بازه $(0, a)$ رو به بالا است. بیشترین مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۱۴۵- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 3\sqrt[3]{x} & ; x < -1 \\ -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2} & ; x \geq -1 \end{cases}$ در نقطه عطف آن کدام است؟

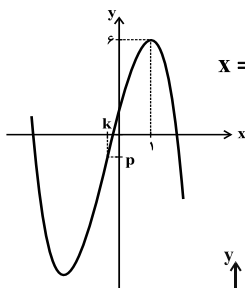
- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) صفر

۱۴۶- A و B نقاط عطف نمودار تابع $y = \cos(2x)$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ هستند. اگر خطوط مماس بر نمودار تابع در این نقاط یکدیگر را روی خط $y = k$ قطع کنند، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $-\pi$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$

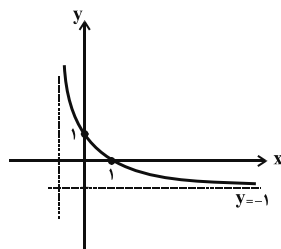
۱۴۷- شکل روبه‌رو مربوط به نمودار تابع $f(x) = -x^3 - 3x^2 + cx + d$ است. اگر خط مماس بر نمودار در $x = k$ از آن عبور کند، حاصل $p + k$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۱۱ (۳) -۱۲ (۴) -۱۳



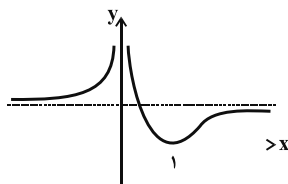
۱۴۸- بخشی از نمودار تابع هموگرافیک f در شکل زیر رسم شده است. $f(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$



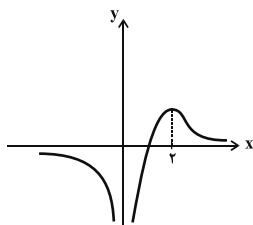
۱۴۹- نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. ضابطه $y = f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{x^2 + 1}{x^2}$ (۲) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x}$ (۳) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2}$ (۴) $\frac{x^2 - 1}{x^2}$



۱۵۰- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x^2+b}$ را نمایش می‌دهد. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱



محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳ (اختیاری): بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴

۱۵۱- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیرصفر و r عددی حقیقی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ (۲) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

(۳) $r\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times r\vec{b}$ (۴) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

۱۵۲- حجم متوازی‌السطوح تولید شده توسط سه بردار $(1, 2, -1)$ ، $(3, 1, 0)$ و $(m, -2, 1)$ برابر ۵ واحد مکعب است. مقادیر m کدام است؟

(۱) ۱۸ و ۸ (۲) -۸ و -۱۸ (۳) ۶ و -۴ (۴) ۴ و -۶

۱۵۳- اگر $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ، $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ و $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$ باشد، مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۵۴- اگر $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (3, 2, 1)$ باشند، طول تصویر قائم بردار \vec{a} روی بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\sqrt{17}}$ (۲) $\frac{5}{\sqrt{17}}$

(۳) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

۱۵۵- اگر $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ مفروض باشند، تصویر قائم بردار $(2\vec{b} - \vec{a}) \times (2\vec{a} - \vec{b})$ روی صفحه xy کدام است؟

(۱) $(3, 6, 0)$ (۲) $(-3, 6, 0)$

(۳) $(-3, -6, 0)$ (۴) $(3, -6, 0)$

۱۵۶- بردارهای $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (1, 1, -1)$ مفروض‌اند. کدام یک از بردارهای زیر، بر دو بردار $3\vec{a} - 2\vec{b}$ و $-2\vec{a} + 5\vec{b}$ عمود است؟

(۱) $(4, -3, 1)$ (۲) $(1, 1, 1)$

(۳) $(4, 3, -1)$ (۴) $(1, -1, 1)$

۱۵۷- بردار $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ با کدام یک از بردارهای داده شده، زاویه بزرگ‌تری می‌سازد؟

(۱) $(2, -7, -1)$ (۲) $(3, 0, 4)$

(۳) $(-2, 4, 1)$ (۴) $(4, 1, 6)$

۱۵۸- اگر $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 6$ و دو بردار \vec{a} و \vec{b} با هم زاویه 150° بسازند، طول بردار $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ کدام است؟

(۱) ۱۰۸ (۲) $54\sqrt{3}$

(۳) ۵۴ (۴) $108\sqrt{3}$

۱۵۹- شکل مقابل مکعبی به ضلع ۲ است. حاصل $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ کدام است؟

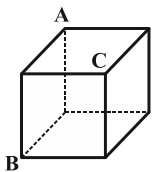
(۱) -۴ (۲) $-4\sqrt{3}$

(۳) $-4\sqrt{2}$ (۴) -۸

۱۶۰- مساحت مثلث ABC با سه رأس $A = (2, 3, 1)$ ، $B = (-1, 0, 4)$ و $C = (1, 2, 1)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{3}$



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳ (اختیاری): آشنایی با فیزیک اتمی/ آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۵۶

۱۷۱- بسامد فوتون A، ۲۵ درصد بیشتر از بسامد فوتون B و اندازه اختلاف طول موج آن‌ها $0.15 \mu\text{m}$ است. اندازه اختلاف انرژی این

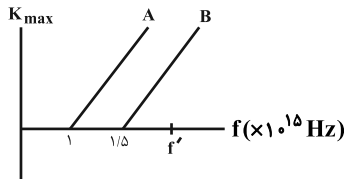
دو فوتون چند الکترون‌ولت است؟ ($hc = 12 \times 10^{-7} \text{ eV.m}$)

- (۱) ۰/۴
(۲) ۰/۶
(۳) ۱/۶
(۴) ۱/۸

۱۷۲- در شکل زیر، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی در آزمایش فوتوالکتریک بر حسب بسامد موج فرودی برای

دو فلز A و B رسم شده است. اگر به هر دو فلز فوتونی با بسامد f' بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از

فلز A چند الکترون‌ولت از بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز B بیشتر است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)



- (۱) ۱/۵
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۷۳- اندازه اختلاف کوتاه‌ترین طول موج گسیلی خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) با بلندترین طول موج گسیلی

خط‌های طیفی اتم هیدروژن در رشته لیمان ($n' = 1$)، چند نانومتر است؟ ($R = 0.1 \text{ nm}^{-1}$)

- (۱) ۹۰۰
(۲) $\frac{400}{3}$
(۳) $\frac{2300}{3}$
(۴) ۷۰۰

۱۷۴- اگر در اتم هیدروژن اختلاف انرژی دو تراز به صورت $\Delta E(n_U \rightarrow n_L) = E_U - E_L$ تعریف شود، کدام یک از عبارات‌های زیر

نادرست است؟

- (۱) $\Delta E(3 \rightarrow 2) = \Delta E(5 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 3)$
(۲) $\Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$
(۳) $\Delta E(4 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 3) = \Delta E(3 \rightarrow 2) - \Delta E(5 \rightarrow 4)$
(۴) $\Delta E(6 \rightarrow 2) = \Delta E(6 \rightarrow 1) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$

۱۷۵- با توجه به رابطه بور برای انرژی الکترون در اتم هیدروژن، اندازه اختلاف انرژی الکترون در ترازهای $n = 5$ و $n = 2$ چند

ریدبرگ است؟

- (۱) ۰/۲۱
(۲) ۰/۲۵
(۳) ۰/۰۴
(۴) ۰/۲۹

محل انجام محاسبات

١٧٦- در کدام یک از گزینه‌ها، دو عنصر نشان داده شده، ایزوتوپ یکدیگر هستند؟



١٧٧- اگر هستهٔ مادر ${}^{25}_{13}Al$ با گسیل یک پوزیترون واپاشی کند، هستهٔ دختر دارای چند نوترون خواهد بود؟

(١) ١١ (٢) ١٢

(٣) ٢٥ (٤) ١٣

١٧٨- تعداد هسته‌های یکسانی از دو مادهٔ پرتوزای A و B با نیمه‌عمرهای $(T_1)_A = 1/\delta h$ و $(T_1)_B = 4/\delta h$ در اختیار داریم. پس

از چند دقیقه نسبت تعداد هسته‌های پرتوزای فعال مادهٔ A به مادهٔ B برابر با $\frac{1}{16}$ خواهد شد؟

(١) ٩٠٠ (٢) ٥٤٠

(٣) ٦٠٠ (٤) ٧٢٠

١٧٩- ٢٤ گرم از مادهٔ رادیواکتیوی با نیمه‌عمر ١٣ سال وجود دارد. بعد از گذشت ٣ نیمه‌عمر، اگر تمامی جرم باقی‌مانده به انرژی

تبدیل شود، انرژی آن معادل با چند کیلووات ساعت است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

(١) 6×10^7 (٢) 6×10^8

(٣) $7/5 \times 10^7$ (٤) $7/5 \times 10^8$

١٨٠- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند بیشتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

(ب) در واکنش گداخت، دو هستهٔ کم‌جرم، باید به قدر کافی به هم نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگاه‌دارد.

(پ) در هم‌جوشی هسته‌های دو ایزوتوپ هیدروژن، هستهٔ هلیوم و یک پروتون پرتوزای تولید می‌شود.

(ت) در واکنش گداخت، دما باید بسیار بالا باشد تا هسته‌ها با انرژی جنبشی زیاد به هم برخورد کنند.

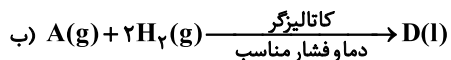
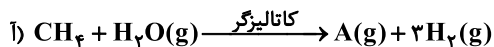
(١) ١ (٢) ٢ (٣) ٣ (٤) ٤

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۲۱

۱۸۱- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه نادرست است؟

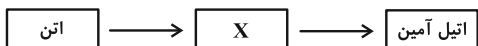


- ۱) تغییر عدد اکسایش کربن در واکنش (ا) برابر ۶ است.
 ۲) پایداری گاز A از پایداری گاز کربن دی‌اکسید کمتر است.
 ۳) گاز A در واکنش (ب) نقش کاهنده را دارد.
 ۴) نیروی غالب بین مولکولی در ترکیب D از نوع پیوند هیدروژنی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
 ۱۸۲- کدام گزینه درست است؟

- ۱) از واکنش پارازایلن با محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات در دمای اتاق، ترفتالیک اسید با بازده نسبتاً خوب تولید می‌شود.
 ۲) با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب، می‌توان بازدهی تولید ترفتالیک اسید از پارازایلن را افزایش داد.
 ۳) اتیلن گلیکول را همانند ترفتالیک اسید می‌توان به‌طور مستقیم از نفت خام به‌دست آورد.
 ۴) PET پلیمری است که برخلاف پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی دارد ولی می‌توان آن را بازیافت کرد.
 ۱۸۳- کدام گزینه درست است؟

- ۱) در روش مستقیم تولید متانول از متان از پتاسیم پرمنگنات به‌عنوان واکنش‌دهنده استفاده می‌شود.
 ۲) وجود کاتالیزگر در روش‌های مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول از متان، باعث افزایش بازده تبدیل متان به متانول شده است.
 ۳) متان گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد.
 ۴) از ویژگی پلاستیک‌ها، می‌توان به چگالی کم، نفوذناپذیری نسبت به آب و هوا و مقاومت در برابر خوردگی اشاره کرد.
 ۱۸۴- چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

- اتیل استات و کلرواتان از جمله موادی هستند که به‌طور مستقیم از اتن تهیه می‌شوند و در فرمول شیمیایی آن‌ها به ترتیب ۱۴ و ۸ اتم وجود دارد.
- در شرایط مناسب، گاز اتن به‌طور مستقیم به اتانویک اسید قابل تبدیل است.
- با قرار دادن گاز اتن در فشار و دمای بالا، ترکیبی با جرم مولکولی بالا تولید می‌شود که برخلاف اتن، سیر شده است.
- با توجه به شکل زیر، از ترکیب X می‌توان برای ضدعفونی کردن استفاده کرد.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

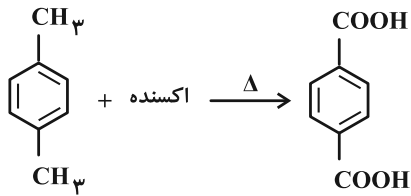
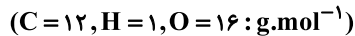
۱ (۱)

۱۸۵- همه گزینه‌های زیر نادرست‌اند؛ به جز

- ۱) افشانه‌های بی‌حس کننده موضعی را از واکنش گاز اتیلن با گاز کلر تهیه می‌کنند.
 ۲) PET یک پلی‌آمید است که از پلیمری شدن اتیلن گلیکول با ترفتالیک اسید به دست می‌آید.
 ۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ترفتالیک اسید برابر ۲+ است.
 ۴) فرمول اتیلن گلیکول به صورت $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ بوده و از اکسایش گاز اتن در اثر واکنش با محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات به‌دست می‌آید.

محل انجام محاسبات

۱۸۶- با توجه به واکنش زیر که مربوط به اکسایش پارازایلن در حضور پتاسیم پرمنگنات است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



آ) در این واکنش یون پرمنگنات (MnO_4^-) به منگنز (IV) اکسید تبدیل می‌شود و به ازای مصرف هر مول پتاسیم پرمنگنات، عدد اکسایش منگنز ۳ واحد تغییر می‌کند.
ب) با استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می‌توان بازده این واکنش را بالا برد.
پ) به ازای تولید $33/2$ گرم اسید دو عاملی در این واکنش، باید $1/2$ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله شود.

ت) تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در ماده آلی تولید شده، دو واحد از تعداد اتم‌های هیدروژن آن بیشتر است.

- (۱) فقط آ، ب
(۲) ب، پ، ت
(۳) آ، پ
(۴) آ، ب، ت

۱۸۷- کدام گزینه درست است؟

(۱) از اتانول به عنوان ضد عفونی کننده استفاده می‌شود و در مقیاس صنعتی می‌توان آن را از واکنش گاز اتن با آب در حضور H_2SO_4 به عنوان کاتالیزگر تهیه کرد.

(۲) استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH را می‌توان به طور مستقیم از گاز اتن تهیه کرد.

(۳) از واکنش گاز کلر و گاز اتن در شرایط مناسب ۱، ۲- دی کلرو اتان تهیه می‌شود که از آن به عنوان افشانه بی‌حس کننده استفاده می‌شود.

(۴) اتیل استات، حلال چسب بوده که از واکنش اتانویک اسید و ساده‌ترین الکل به دست می‌آید.

۱۸۸- با توجه به الگوی تولید PET چند مورد از مطالب زیر صحیح می‌باشد؟ ($O = 16, H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

* در هر یک از تک‌پارهای شرکت کننده در واکنش دو گروه عاملی مشابه وجود دارد.

* در هر واحد تکرار شونده در بسپار PET، یک حلقه بنزن و چهار اتم اکسیژن وجود دارد.

* در هر واحد تکرار شونده PET، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

* $33/2$ گرم از یکی از تک‌پارها می‌تواند محلولی حاوی ۱۸ گرم NaOH را به طور کامل خنثی کند.

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۹- پتاسیم پرمنگنات ای است که محلول غلیظ آن در شرایط مناسب پارازایلن را با بازده به ترفتالیک اسید با فرمول مولکولی تبدیل می‌کند.

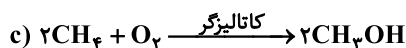
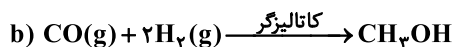
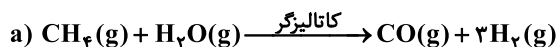
(۱) اکسنده - بالا - $C_6H_4(COOH)_2$

(۲) کاهنده - نسبتاً خوب - $C_8H_6O_4$

(۳) اکسنده - نسبتاً خوب - $C_8H_6O_4$

(۴) کاهنده - بالا - C_6H_5COOH

۱۹۰- بازده درصدی واکنش‌های a و b به ترتیب کدام گزینه می‌تواند باشد، تا بتوان طبق واکنش‌های زیر از واکنش $8 kg$ متان با مقدار اضافی بخار آب، مقداری متانول به دست آورد که از واکنش $4 kg$ متان با مقدار کافی O_2 در حضور کاتالیزگر (واکنش c) و بازده ۹۰٪ تولید می‌شود؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



- (۱) ۵۰ - ۹۰ (۲) ۳۰ - ۴۵ (۳) ۴۵ - ۷۰ (۴) ۶۵ - ۹۰



آزمون ۲ دی ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-میلاذ چاشمی-عادل حسینی-میثم حمزه لویی-طاہر دادستانی-فرامرز سپهری-میلاذ سجادی لاریجانی-علی شعبانی-علی شهبابی-عرفان صادقی-پویان طهرانیان-کامیار علییون-وحید ون آبادی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-سیدامیر ستوده-محسن محمدکریمی-مهرداد ملوندی-سروش موئینی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-محسن بهرام پور-رضا توکلی-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-امیرهوشنگ خسته-مسعود درویشی-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی-فر-مهدی عزیزی-عزیزاله علی اصغری-علی اکبر علیزاده-مرتضی فہیم علوی-نوید مجیدی-میلاذ منصور-نیلو فر مہدوی-امیر وفاقی
فیزیک	خسرو ارغوانی-فر-حسن اسحاق زاده-محمد اسدی-بابک اسلامی-نصراله افاضل-عبدالرضا امینی-نسب-زہرہ آقامحمدی-امیرمہدی جعفری-ملیحہ جعفری-محمدعلی راست پیمان-ہننام رستمی-مہدی سلطانی-سعید طاہری-بروجنی حمید عباسی-عرفان عسکریان-چایجان-علی قائمی-مسعود قرہ خانی-محسن قندچلر-بہادر کامران-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سپهر مہرور-علی نظری-حامد نیسانی-مصطفی واقتی-شادمان ویسی
شیمی	حامد اسماعیلی-شہرام امیرمحمودی-جعفر یازوکی-محمد رضا پورجاوید-علی جدی-احمد رضا جعفری-نژاد-مرتضی خوش کیش-موسی خیاط-علیمحمدی-فرزاد رضایی-مرتضی رضائی-زادہ-محمد رضائی-امید رضوانی-روزبہ رضوانی-رضا سلیمانی-ساجد شیری-امیرحسین طیبی-سودکلایی-محمد عظیمیان-زوارہ-حسن عیسی زادہ-محمد پارسا فراہانی-محمد حسن محمدزادہ-مقدم رضا ہنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علی شهبابی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مہدی ملامضانہ علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش	یاسر راش
		علی محمدزادہ شیبتری	علی محمدزادہ شیبتری	زہرہ آقامحمدی	محمدحسن محمدزادہ مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیہ اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل ارجمندی	سمیہ اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی
حروفنگار	میلاذ سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

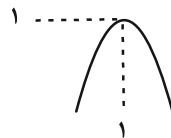


حسابان ۲

گزینه ۳» -۱

(میلار سیاری لاریبانی)

نمودار سهمی در همسایگی $x=1$ به صورت زیر است:



پس در یک همسایگی $x=1$ ، مقادیر $f(x)$ کمتر از ۱ است و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{f^2(x)-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{(f(x)+1)(f(x)-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2(f(x)-1)} = \frac{2}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

گزینه ۴» -۲

(پویان طهرانیان)

حد هر کدام از گزینه‌ها را حساب و بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[-2x]+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{[(-2)^-]+1}{1(1-1^+)} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[-2x]+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{[2^+]+1}{-1(1-1^+)} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[-2x]+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{[0^+]+1}{0^-(1-0^+)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[-2x]+1}{x^3(1-x^4)} = \frac{[0^-]+1}{0^+(1-0^+)} = \frac{\text{صفر مطلق}}{0^+} = \text{صفر}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

گزینه ۱» -۳

(ظاهر رادستانی)

حدود چپ و راست در $x=1$ هر دو برابر $-\infty$ است، پس $x=1$ باید ریشه مضاعف مخرج باشد. ریشه دیگر مخرج را c در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} x^3 + ax + b &= (x-1)^2(x-c) = (x^2 - 2x + 1)(x-c) \\ \Rightarrow x^3 + ax + b &= x^3 - (c+2)x^2 + (2c+1)x - c \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c+2=0 \Rightarrow c=-2 \Rightarrow \begin{cases} a=2c+1=-3 \\ b=-c=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a+b=-7$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۵)

گزینه ۱» -۴

(عادل سسینی)

حد این تابع در $\pm\infty$ زمانی یک عدد حقیقی می‌شود که درجه صورت کم‌تر از یا مساوی با درجه مخرج باشد. اگر کمتر باشد، حاصل حد صفر و اگر مساوی باشد حاصل یک عدد ناصفر است.

حال در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:

الف) درجه صورت و مخرج برابر باشند:

$$2n-1=3 \Rightarrow n=2 \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 5x^2 - 1}{2x^3 - 3x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{2x^3} = 1$$

ب) درجه مخرج بزرگ‌تر باشد:

$$2n-1 > n, 3 \Rightarrow n > 2$$

در این حالت $m=0$ است.

پس مجموع مقادیر m برابر ۱ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

گزینه ۳» -۵

(کامیار علییون)

ابتدا باید حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1}$ را حساب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پس حاصل حد با حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f \circ f \circ f)(x)]$ برابر است. در این حد

نیز مرحله به مرحله پیش می‌رویم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

اما تابع از مقادیر کم‌تر از یک به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f)(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

در نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f \circ f \circ f(x)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = [3^-] = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲ و ۶۱ تا ۶۶)

گزینه ۲» -۶

(علی شهبازی)

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2x+2}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1}$$



$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{(x-2)(x-1) - (x-3)^2}{(x-1)^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{3x-7}{(x-1)^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 7x}{2x^2 - 4x + 2} = \frac{3}{2}$$

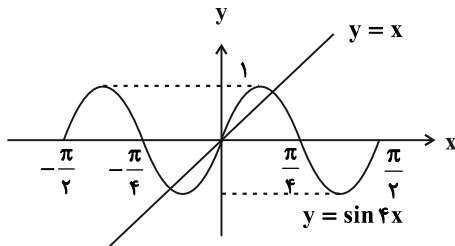
(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۹- گزینه «۴» (علی شهبازی)

حد تابع در $+\infty$ برابر صفر است، پس خط $y=0$ تنها مجانب افقی f است.

ریشه‌های مخرج از حل معادله $x - \sin 4x = 0$ یا $\sin 4x = x$ بدست

می‌آیند. از روش هندسی کمک می‌گیریم:



دو نمودار در سه نقطه متقاطع‌اند، یعنی معادله $x - \sin 4x = 0$ سه جواب

و نمودار تابع سه مجانب قائم دارد. پس در کل $4 = 3 + 1$ مجانب دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۱۰- گزینه «۲» (علی شهبازی)

حد تابع f در $+\infty$ و $-\infty$ را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3x+1|-x}{x+4} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-x}{x} = 2 \text{ --- مجانب افقی } y=2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x+1|-x}{x+4} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x-x}{x} = -4 \text{ --- مجانب افقی } y=-4 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله مجانب‌ها} = 6$$

ریشه‌های مخرج تابع g هم، مجانب‌های قائم g هستند.

$$2x^2 - 8x + a = 0$$

فاصله مجانب‌ها همان اختلاف ریشه‌ها است که باید برابر ۶ باشد، پس:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 6 \Rightarrow \frac{\sqrt{64-4a}}{2} = 6 \Rightarrow 64-4a = 144 \Rightarrow a = -10$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷، ۶۷ و ۶۸)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{+\infty} \right) = 2 - 0^+ = 2^-$$

حد $f(x)$ در $+\infty$ برابر ۲ است، ولی تابع از مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \text{gof} = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2^-}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)^+ = -\infty$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲ و ۶۱ تا ۶۶)

۷- گزینه «۴» (میثم ممزه‌لویی)

ابتدا مخرج تابع را گویا می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{(ax-\delta) \times (\sqrt{4x^2+\delta+3x})}{(\sqrt{4x^2+\delta-3x})(\sqrt{4x^2+\delta+3x})} = \frac{(ax-\delta)(\sqrt{4x^2+\delta+3x})}{\delta-\delta x^2}$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(ax-\delta)(\sqrt{4x^2+\delta+3x})}{\delta-\delta x^2} = \frac{a(a-\delta)}{0^-} = -\infty$$

پس باید $a - \delta > 0$ و در نتیجه $a > \delta$ باشد.

حال سراغ محاسبه حد آخر می‌رویم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax-\delta}{\sqrt{4x^2+\delta-3x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{|2x| - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{-\delta x} = -\frac{a}{\delta}$$

پس حاصل این حد در محدوده $(-1, -\infty)$ تغییر می‌کند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۸- گزینه «۱» (شاهین پروازی)

حد را در مزدوج عبارت داخل پراونتز ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} - \frac{x-3}{x-1} \right) \times \frac{\left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} + \frac{x-3}{x-1} \right)}{\left(\sqrt{\frac{x-2}{x-1}} + \frac{x-3}{x-1} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{x-2}{x-1} - \frac{(x-3)^2}{(x-1)^2} \right)$$



ریاضی پایه

گزینه ۴» -۱۱

(امیرمهدی باقری نصر آباری)

می‌دانیم، $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ ، پس داریم:

$$\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \log_a^b + \log_b^a \quad (*)$$

از طرفی $ab = 1$ و $b = \frac{1}{a}$ است. پس داریم:

$$\log_a^b + \log_b^a = \log_a \frac{1}{a} + \log_{\frac{1}{a}} a = \log_a a^{-1} + \log_{a^{-1}} a$$

$$= -1 - 1 = -2$$

(مسایان ۱- صفحه ۸۶)

گزینه ۲» -۱۲

(علی شهبازی)

با توجه به خط‌چین افقی رسم شده که معادله‌اش $y = -2$ است، نتیجه می‌گیریم $-b = -2$ ، پس $b = 2$ است.

تا این جا ضابطه به صورت $f(x) = 2^{x+c} - 2$ شد.

تابع از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، پس: $f(0) = 0 \Rightarrow 2^c - 2 = 0 \Rightarrow c = 1$

$$\Rightarrow c - b = -1$$

پس ضابطه تابع $f(x) = 2^{x+1} - 2$ است و داریم:

$$f(c-b) = f(-1) = 2^{-1+1} - 2 = -1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه ۴» -۱۳

(پویان طهرانیان)

$$3^{2x-1} = (3^2)^{1-\frac{x}{2}} \Rightarrow 3^{2x-1} = 3^{3-x}$$

از طرفین تساوی بالا در مبنای ۳ لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow 2x - 1 = (3 - x) \log_3 2$$

با فرض $\log_3 2 = \frac{2}{5}$ داریم:

$$2x - 1 = \frac{9}{5} - \frac{2}{5}x \Rightarrow \frac{13}{5}x = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{13}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

گزینه ۱» -۱۴

(ظاهر راستانی)

معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 10 \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x + \left(\frac{5}{2}\right)^x = 4$$

با تغییر متغیر $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_1} = 2 + \sqrt{3} \\ t_2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

با ضرب طرفین تساوی بالا داریم:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x_1} \left(\frac{2}{5}\right)^{x_2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x_1+x_2} = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1 = \left(\frac{2}{5}\right)^0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه ۳» -۱۵

(علی شهبازی)

ضابطه f را به کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{8^x - 27}{2^x - 3} = \frac{(2^x)^3 - 3^3}{2^x - 3} = \frac{(2^x - 3)(4^x + 3(2^x) + 9)}{2^x - 3}$$

$$\xrightarrow{2^x \neq 3} f(x) = 4^x + 3(2^x) + 9$$

f تابعی اکیداً صعودی با دامنه $\mathbb{R} - \{\log_2 3\}$ است.

حد تابع در $-\infty$ و $+\infty$ ، سر و ته بازه برد f را می‌دهد:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

از طرفی اگر $2^x = 3$ باشد، آن‌گاه خروجی f برابر است با:

$$(2^x)^2 + 3(2^x) + 9 = 3^2 + 3(3) + 9 = 27$$

$$R_f = (9, +\infty) - \{27\} \quad \text{پس:}$$

$D_{f^{-1}}$ همان R_f است، پس $D_{f^{-1}}$ شامل ۱۰ عدد طبیعی نمی‌شود:

$$\{1, 2, \dots, 9, 27\}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)



۱۶- گزینه «۳»

(عارل مسینی)

روش اول: $x=1$ در دامنه تابع قرار ندارد، پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند. از طرفی $x=2$ نیز باید در دامنه قرار داشته باشد، پس گزینه «۳» درست است.
روش دوم:

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x-2)\log(2x-1)}{\log x}}$$

برای هر سه عبارت جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

	۰	۱/۲	۱	۲
$x-2$	-	-	-	+
$\log(2x-1)$	-	-	-	+
$\log x$	-	-	+	+
عبارت	-	-	تن	+

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد، پس با توجه به جدول بالا $D_f = [2, +\infty)$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۷- گزینه «۱»

(امیرمهد باقری نصرآبادی)

از قوانین لگاریتم استفاده می‌کنیم تا پس از ساده کردن a و b را به هم ربط دهیم:

$$a = \log_2 42 = \log_2 2 \times 21 = \log_2 2 + \log_2 21 = 1 + \log_2 21$$

$$\Rightarrow \log_2 21 = a - 1$$

$$b = \log_{21} 3 = \log_2 3 \times \log_{21} 2 = \log_2 3 \times \left(\frac{1}{a-1}\right)$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = b(a-1) \Rightarrow \log_2 2 = \frac{1}{b(a-1)}$$

حال حاصل $\log_9 8$ را حساب می‌کنیم:

$$\log_9 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \frac{3}{2b(a-1)}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۸- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

$$\log_{\frac{1}{2}}(a^x + b^y) = \frac{1}{2} + \log_2 a = 2 + \log_{\frac{1}{2}} b = T$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(a^x + b^y) = T \Rightarrow a^x + b^y = \left(\frac{1}{2}\right)^T = 2^T \left(\frac{1}{2}\right)^T \quad (*)$$

$$\frac{1}{2} + \log_2 a = T \Rightarrow \log_2 a = T - \frac{1}{2} \Rightarrow a = (2)^{T-\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^T = \sqrt{2}a$$

$$2 + \log_{\frac{1}{2}} b = T \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} b = T - 2 \Rightarrow b = \left(\frac{1}{2}\right)^{T-2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^T = \frac{b}{\lambda}$$

حال بر اساس رابطه (*) داریم:

$$a^x + b^y = (\sqrt{2}a) \left(\frac{b}{\lambda}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\lambda} ab$$

$$\Rightarrow \frac{a^x + b^y}{ab} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\lambda}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۹- گزینه «۳»

(علی شعبانی)

ابتدا از طرفین معادله داده شده، در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم تا معادله درجه دوم بسازیم:

$$x^y - x = \log_{10}^{\Delta} = \log \Delta \Rightarrow x^y - x - \log \Delta = 0$$

در این معادله درجه دوم $S = \alpha + \beta = 1$ و $P = \alpha\beta = -\log \Delta$ است، پس داریم:

$$A = (\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = S + P = 1 - \log \Delta = \log 2$$

حال با استفاده از ویژگی $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ حاصل 100^A را حساب می‌کنیم:

$$100^A = 100^{\log 2} = 2^{\log 100} = 2^2 = 4$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۲۰- گزینه «۲»

(میثم عمزه‌لوئی)

ابتدا معادله را مرتب می‌کنیم؛ این را هم می‌دانیم که $x > 1$ است.

$$\sqrt{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{\log_2 x} + 2\log_2 x^{-\frac{1}{2}} = 2$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{\log_2 x} - \log_2 x = 2$$

با تغییر متغیر $\sqrt{\log_2 x} = T$ داریم:

$$3T - T^2 = 2 \Rightarrow T^2 - 3T + 2 = (T-1)(T-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = \sqrt{\log_2 x_1} = 1 \Rightarrow \log_2 x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \\ T_2 = \sqrt{\log_2 x_2} = 2 \Rightarrow \log_2 x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 16 \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های معادله برابر $18 = x_1 + x_2$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۴»

(معمد فنران)

معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ متعلق به یک دایره است، هرگاه

$$a^2 + b^2 - 4c > 0$$

باشد. با بررسی گزینه‌ها داریم:

گزینه «۱»: $a = 4, b = -3, c = 5$

$$a^2 + b^2 - 4c = 16 + 9 - 20 = 5 > 0$$

گزینه «۲»: $a = -5, b = 3, c = 8$

$$a^2 + b^2 - 4c = 25 + 9 - 32 = 2 > 0$$

گزینه «۳»: $x^2 + y^2 + 3x - 2y + 3 = 0$

$$a = 3, b = -2, c = 3$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 9 + 4 - 12 = 1 > 0$$

گزینه «۴»: $x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y + 2 = 0$

$$a = -\frac{3}{2}, b = 2, c = 2$$

$$a^2 + b^2 - 4c = \frac{9}{4} + 4 - 8 = -\frac{7}{4} < 0$$

بنابراین معادله گزینه «۴» به یک دایره تعلق ندارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۲۲- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

خط d و دایره C در صورتی یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند که فاصله مرکز دایره از خط، کوچکتر از شعاع دایره باشد.

$$C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$$

مرکز دایره: $O(1, -1)$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 4(-3)} = \sqrt{5}$$

اگر فاصله نقطه O از خط $x - 2y + m = 0$ را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|1 - 2(-1) + m|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|m + 3|}{\sqrt{5}}$$

$$d < R \Rightarrow \frac{|m + 3|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5} \Rightarrow |m + 3| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < m + 3 < 5 \Rightarrow -8 < m < 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۲۳- گزینه «۲»

(معمد فنران)

می‌دانیم شعاع گذرنده از نقطه تماس، بر خط مماس بر دایره در این نقطه عمود است، پس داریم:

$$O(1, 1) \Rightarrow m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2$$

اگر خط مماس را با d نمایش دهیم، آن‌گاه $m_d = -\frac{1}{2}$ و در نتیجه معادله

خط مماس به صورت زیر است:

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y - 6 = -x + 2$$

$$\Rightarrow x + 2y = 8$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه $(-2, 5)$ در معادله این خط صدق می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۲۴- گزینه «۳»

(فرزانه فاکپاش)

ابتدا مرکز و شعاع هر کدام از دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$C: x^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0$$

$$O(-1, -2), R = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 4^2 - 4(-k)} = \frac{1}{2} \sqrt{20 + 4k} = \sqrt{5 + k}$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$$

$$O'(3, 1), R' = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 - 4(9)} = 1$$

طول خط‌المركزین دو دایره برابر است با:

$$OO' = \sqrt{(3+1)^2 + (1+2)^2} = 5$$

شرط مماس داخل بودن دو دایره عبارت است از:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 5 = |\sqrt{5 + k} - 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5 + k} - 1 = 5 \Rightarrow \sqrt{5 + k} = 6 \Rightarrow 5 + k = 36 \Rightarrow k = 31 \\ \sqrt{5 + k} - 1 = -5 \Rightarrow \sqrt{5 + k} = -4 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۲۵- گزینه «۳»

(سوگنر روشنی)

تمام قطرهای دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، بنابراین ابتدا با انتخاب دو مقدار متفاوت برای پارامتر m ، مختصات مرکز دایره را پیدا می‌کنیم.

$$m = -1 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$$

$$m = 2 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین نقطه $O(4, -2)$ مرکز دایره C است. شعاع این دایره برابر است با:

$$R = OA = \sqrt{(1-4)^2 + (2+2)^2} = 5$$

از طرفی $O'(0, 0)$ مرکز و $R' = 2$ شعاع دایره C' است، پس داریم:

$$d = OO' = \sqrt{(0-4)^2 + (0+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده $R - R' < d < R + R'$ است، پس دو دایره متقاطع هستند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۲۶- گزینه «۴»

(فرزانه فاکپاش)

مرکز و شعاع دو دایره عبارتند از:

$$C: x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow O(0, 0), R = 4$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$$

$$O'(3, -4), R' = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 5$$



(امیرمسین ابومویب)

۲۹- گزینه «۱»

ابتدا مرکز و شعاع دو دایره را تعیین می‌کنیم:

$$C: x^2 + y^2 + 14x + 2y + 49 = 0$$

$$O(-7, -1), R = \frac{1}{2}\sqrt{14^2 + 2^2 - 4(49)} = 1$$

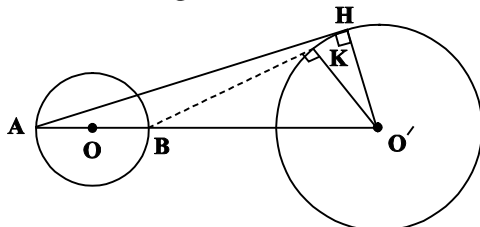
$$C': x^2 + y^2 - 14x + 2y - 94 = 0$$

$$O'(7, -1), R' = \frac{1}{2}\sqrt{(-14)^2 + 2^2 - 4(-94)} = 12$$

طول خط‌المركزین دو دایره برابر است با:

$$OO' = |7 - (-7)| = 14$$

چون $OO' > R + R'$ پس دو دایره متخارج هستند.



مطابق شکل مماس‌های رسم شده از نقاط A و B به ترتیب، بلندترین و کوتاه‌ترین مماس‌هایی هستند که می‌توان از نقاط واقع بر دایره C، بر دایره C' رسم کرد. داریم:

$$O'A = OO' + OA = 15$$

$$\triangle O'AH: AH^2 = O'A^2 - O'H^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

$$\Rightarrow AH = 9$$

$$O'B = OO' - OB = 13$$

$$\triangle O'BK: BK^2 = O'B^2 - O'K^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow BK = 5$$

پس اختلاف طول دو مماس برابر است با:

$$AH - BK = 9 - 5 = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(مهرراد ملونری)

۳۰- گزینه «۳»

مرکز و شعاع دایره $C': x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ به صورت زیر است:

$$O'(1, 1), R' = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 2^2 - 4(1)} = 1$$

چون دایره C بر محور X مماس است، شعاع آن برابر قدر مطلق عرض مرکز دایره است. پس $R = 16$ و در نتیجه با توجه به اینکه دو دایره C و C' مماس بیرونی‌اند، داریم:

$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{(m-1)^2 + (16-1)^2} = 16 + 1$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 17^2 - 15^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 8 \Rightarrow m = 9 \\ m-1 = -8 \Rightarrow m = -7 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر} = 2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

بنابراین دایره C از دایره C' کوچک‌تر است. برای پیدا کردن معادله وتر مشترک دو دایره، معادلات دو دایره را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 - 16 = x^2 + y^2 - 6x + 8y \Rightarrow 6x - 8y - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 4y - 8 = 0$$

فاصله نقطه $O(0, 0)$ (مرکز دایره کوچک‌تر) از وتر مشترک برابر است با:

$$D = \frac{|3(0) - 4(0) - 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{8}{5}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(مهرراد ملونری)

۲۷- گزینه «۲»

با فرض $a = 2m$ ، مرکز دایره C به صورت $O(-1, -m)$ است. خطوط داده شده بر دایره C مماس‌اند، پس فاصله مرکز دایره از این دو خط با هم برابر بوده و مساوی شعاع دایره است:

$$R = |-m - 1| = \frac{|3(-1) - 4(-m) - 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5m + 5 = 4m - 5 \Rightarrow m = -10 \Rightarrow a = -20, R = 9 \quad (1) \\ 5m + 5 = 5 - 4m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow a = 0, R = 1 \quad (2) \end{cases}$$

در هر کدام از حالت‌ها، شعاع دایره را از روی معادله ضمنی دایره به دست می‌آوریم:

$$(1): R = 9 = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + (-20)^2} - 4b$$

$$\Rightarrow 404 - 4b = 18^2 = 324 \Rightarrow b = 20$$

$$(2): R = 1 = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 0^2} - 4b$$

$$\Rightarrow 4 - 4b = 2^2 = 4 \Rightarrow b = 0$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(امیرمسین ابومویب)

۲۸- گزینه «۴»

فرض کنید معادله دایره محیطی مثلث OAB به صورت

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \text{ باشد. در این صورت داریم:}$$

$$O(0, 0) \Rightarrow 0 + 0 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$A(-2, 4) \Rightarrow 4 + 16 - 2a + 4b = 0 \Rightarrow a - 2b = 10$$

$$B(4, 2) \Rightarrow 16 + 4 + 4a + 2b = 0 \Rightarrow 2a + b = -10$$

$$\begin{cases} a - 2b = 10 \\ 2a + b = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \end{cases}$$

بنابراین معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ است. دایره را با محور Y ها تلاقی می‌دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y^2 - 6y = 0 \Rightarrow y(y - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 6 \end{cases}$$

بنابراین طول وتر ایجاد شده برابر فاصله دو نقطه تلاقی دایره با محور Y ها، یعنی برابر ۶ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)



ریاضیات گسسته

گزینه «۲» -۳۱

(رضا توکلی)

دو یال زمانی مجاورند که در یک رأس مشترک باشند. اگر $ab \in E$ باشد. یال ab با $\deg(a) + \deg(b) - 2$ یال مجاور است. پس:

$$\deg(a) + \deg(b) - 2 = \gamma \xrightarrow{\deg(a)=5} \deg(b) = 4$$

بنابراین رأس b با چهار رأس مجاور است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ و ۳۶)

گزینه «۴» -۳۲

(سوگند روشنی)

هنگامی که همسایگی بسته رأس v_p برابر ۴ است، درجه این رأس ۳ می باشد. بنابراین ۳ یال به v_p وصل شده است.

و باید ۱ یال دیگر را انتخاب کنیم زیرا $\sum_{v \in V} \deg(v)$ یا مجموع درجات گراف ۸ و در نتیجه تعداد یال های گراف ۴ خواهد بود.

$$(2q = 8 \Rightarrow q = 4)$$

اگر رأس v_p را کنار بگذاریم، ۴ رأس دیگر حداکثر ۶ $\binom{4}{2}$ یال می توانند داشته باشند که از میان آن ها ۱ یال را انتخاب می کنیم.

از طرفی ۳ یالی که از v_p خارج می شوند می توانند به $\binom{4}{3} = 4$ حالت به ۳ رأس دیگر وصل شوند.

$$\binom{4}{3} \times \binom{6}{1} = 24$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۱» -۳۳

(سوگند روشنی)

حالاتی که حاصلضرب مرتبه و اندازه گراف ۵۰ شود برابر

$$\begin{cases} p = 5 \\ q = 10 \end{cases} \text{ است که از این حالات } \begin{array}{c|cccccc} p & 1 & 50 & 2 & 25 & 5 & 10 \\ \hline q & 50 & 1 & 25 & 2 & 10 & 5 \end{array}$$

گراف همبند است و فقط گراف کامل مرتبه ۵ قابل قبول است.

برای زیر گراف ۳- منتظم باید ۴ رأس داشته باشیم و تعداد حالاتی که ۴

رأس از این رئوس انتخاب کنیم. $\binom{5}{4} = 5$ حالت است.

از طرفی گراف ۳- منتظم مرتبه ۵ وجود ندارد پس فقط ۵ حالت انتخاب گراف ۳- منتظم مرتبه ۴ را خواهیم داشت.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۹)

گزینه «۲» -۳۴

(فرشاد صدیقی فر)

در گراف G داریم:

$$rp = 2q \Rightarrow 6p = 2q (*)$$

در گراف G' داریم:

$$r'p = 60$$

$$\xrightarrow{r+r'=p-1 \text{ می دانیم}} 6+r' = p-1 \rightarrow r' = p-7$$

$$\rightarrow (p-7)p = 60 \Rightarrow p = 12 \xrightarrow{(*)} 72 = 2q \Rightarrow q = 36$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

گزینه «۱» -۳۵

(امیرسین ابومبوب)

مجموع درجات رأس های گراف \bar{G} زمانی بیشترین مقدار ممکن را دارد که مجموع درجات رأس های گراف G دارای کمترین مقدار ممکن باشد. برای این منظور لازم است که تعداد رأس های با درجه δ ، حداکثر مقدار ممکن یعنی هفت رأس از گراف باشد.

اما در این حالت گراف فقط یک رأس فرد (از درجه ۷) خواهد داشت که امکان پذیر نیست (تعداد رأس های فرد گراف همواره عددی زوج است). بنابراین لازم است یک رأس گراف از درجه ۳ و ۶ رأس دیگر از درجه $\delta = 2$ باشند.

در این صورت داریم:

$$G \text{ مجموع درجات گراف } = 7 + 3 + 6 \times 2 = 22$$

$$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} \times 2 \rightarrow 2q(G) + 2q(\bar{G})$$

$$= p(p-1)$$

$$\Rightarrow G \text{ مجموع درجات گراف } + \bar{G} \text{ مجموع درجات گراف } = p(p-1)$$

$$\Rightarrow \bar{G} \text{ مجموع درجات گراف } = 8 \times 7 - 22 = 34$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ تا ۴۱)

گزینه «۳» -۳۶

(نیلوفر مهدوی)

$$pr = 2q \Rightarrow 16 \times 12 = 2q \Rightarrow q = 96$$



مسیرهای موجود از رأس a به رأس c در گراف \bar{G} عبارتند از:

$abc, adc, abdc, adbc, aedc, aedbc$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

۳۹- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

اگر در گرافی به ازاء هر دو رأس دلخواه $N[x] = N[y]$ باشد و یا به عبارتی یال xy وجود داشته باشد یعنی گراف کامل است و خواهیم داشت:

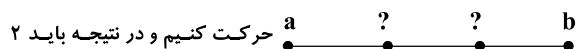
$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$p + q = 21 \Rightarrow p + \frac{p(p-1)}{2} = 21 \Rightarrow \frac{2p + p(p-1)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{p(p+1)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow p(p+1) = 42 \Rightarrow p = 6$$

برای مسیر به طول ۳ در گراف کامل مرتبه ۶ باید به صورت



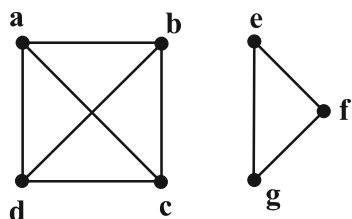
رأس از ۴ رأس را انتخاب کنیم و این دو رأس ۲! جابه جایی دارند.

$$\binom{4}{2} \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۴۰- گزینه «۴» (امیرفرسین ابومحبوب)

با توجه به مینیمم درجه در گراف G ، این گراف باید از دو بخش که به ترتیب ۳ و ۴ رأس دارند، تشکیل شده باشد. این گراف در صورتی دارای بیشترین تعداد دور به طول ۳ است که شامل یک گراف K_3 و یک گراف K_4 باشد. در این صورت مطابق شکل دورهای به طول ۳ عبارتند از:



$abca, abda, acda, bcdb, efge$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

برای آن که گراف ۱۲ منتظم از مرتبه ۱۶ با برداشتن حداقل تعداد یال ناهمبند شود کافی است یک رأس گراف را تنها کنیم یعنی از یک رأس همه ۱۲ یال را برداریم پس $a = 12$ است.

همچنین b برابر $81 = 96 - 15$ است زیرا گراف مرتبه ۱۶ حداقل ۱۵ یال لازم دارد تا همبند باشد.

حال مرتبه گراف ۱۲ منتظم با اندازه $150 = 12 \times 81 - 12 = 150$ برابر است با:

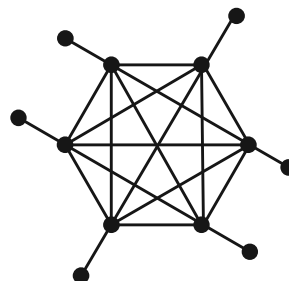
$$12 \times p = 2 \times 150 \rightarrow p = 25$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ و ۳۹)

۳۷- گزینه «۲» (مسن بهرام پور)

می دانیم در گرافی با ۶ رأس حداکثر $\binom{6}{2} = 15$ یال وجود دارد. برای

اینکه گرافی از مرتبه ۱۲ با ۲۱ یال بسازیم که دقیقاً ۶ رأس از درجه ۱ دارد کافی است به هر رأس گراف کامل مرتبه ۶، یک یال متصل کنیم و تعداد دور به طول ۴ برابر است با:

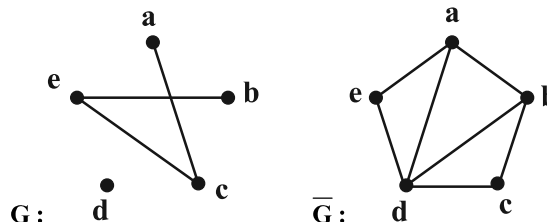


$$\binom{6}{4} \frac{(6-1)!}{2} = 15 \times 2 = 30$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۳۸)

۳۸- گزینه «۴» (امیرفرسین ابومحبوب)

با توجه به مجموعه همسایگی باز رئوس a, b, d و مجاور بودن دو رأس c و e ، گراف G و مکمل آن به صورت زیر هستند:





آمار و احتمال

گزینه ۳» ۴۱-

(امیرضیبن ایومپوب)

اگر پیشامد هم رنگ نبودن دو مهره خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، آنگاه پیشامد A' (متمم پیشامد A) آن است که دو مهره خارج شده هم رنگ باشند. احتمال پیشامد A' برابر است با:

$$P(A') = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{6}{30} + \frac{2}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

دو مهره قرمز دو مهره آبی

بنابراین احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

گزینه ۲» ۴۲-

(فرزانه فاکپاش)

احتمال فضای نمونه برابر یک است، پس با توجه به فرض سؤال داریم:

$$P(\{a, d\}) = 2P(a) \Rightarrow P(a) + P(d) = 2P(a) \\ \Rightarrow P(d) = 2P(a)$$

$$2P(a) = \frac{3}{4} P(\{a, b, c\}) \Rightarrow P(\{a, b, c\}) = \frac{4}{3} P(a)$$

$$P(\{a, b, c\}) + P(d) = 1 \Rightarrow \frac{4}{3} P(a) + 2P(a) = 1 \\ \Rightarrow \frac{10}{3} P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{3}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

گزینه ۴» ۴۳-

(افشین فاصه‌فان)

اگر پیشامد A سیاه بودن مهره سوم و پیشامدهای B_1 و B_2 به ترتیب سفید بودن و سیاه بودن دو مهره اول باشند، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \binom{3}{2} \times \frac{4}{5} + \binom{4}{2} \times \frac{2}{5} \\ = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{6}{2} \times \frac{2}{5} \\ = \frac{1}{1} \times \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه ۳» ۴۴-

(امیرحوشنگ فمسه)

احتمال برنده نشدن فرد B را برابر x در نظر می‌گیریم. در این صورت

احتمال برنده شدن افراد A ، B و C به ترتیب x^2 ، $1-x$ و $\frac{x^2}{2}$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow x^2 + (1-x) + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2}{2} - x = 0 \Rightarrow x \left(\frac{3x}{2} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$P(A) = x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow P(A') - P(A) = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

گزینه ۴» ۴۵-

(امیرضیبن ایومپوب)

اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند، آنگاه A و B' نیز مستقل از یکدیگرند و در نتیجه داریم:

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow 0/9 = P(A)(1 - P(B')) + P(B')$$

$$\Rightarrow 0/9 = \frac{P(A \cap B) + P(B')}{0.1} \Rightarrow P(B') = 0/8 \Rightarrow P(B) = 0/2$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow 0/1 = P(A) \times 0/2$$

$$\Rightarrow P(A) = 0/5$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/5 - 0/1 = 0/4$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

گزینه ۴» ۴۶-

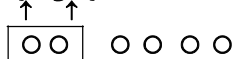
(سوکندر روشنی)

تعداد حالت‌های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با:

$$n(S) = \frac{6!}{2} = 360$$

تعداد حالت‌هایی که در آن‌ها حداقل یک کتاب بین ریاضی و فیزیک قرار داشته باشد، برابر است با کل حالت‌ها منهای حالت‌هایی که کتاب ریاضی بلافاصله بعد از کتاب فیزیک باشد که در این شرایط، دو کتاب به صورت یک بسته در نظر گرفته می‌شوند.

ریاضی فیزیک



$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$n(A) = 360 - 120 = 240$$



$$\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)} = \frac{P(A|B')}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(نیلوفر مهری)

۴۹- گزینه «۱»

در فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, \dots, 700\}$ ، پیشامدهای A ، B و C را به ترتیب بخش‌پذیری بر ۷، ۲ و ۵ در نظر می‌گیریم. هدف یافتن تعداد اعضای مجموعه $A - (B \cup C)$ است. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} P[A - (B \cup C)] &= P(A) - P[A \cap (B \cup C)] \\ &= P(A) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)] \\ &= P(A) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)) \\ &= \frac{\left[\frac{700}{7} \right] - \left(\left[\frac{700}{14} \right] + \left[\frac{700}{35} \right] - \left[\frac{700}{70} \right] \right)}{700} \\ &= \frac{100 - \left(\frac{50}{700} + \frac{20}{700} - \frac{10}{700} \right)}{700} = \frac{40}{700} = \frac{2}{35} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(علی‌اکبر علیزاده)

۵۰- گزینه «۲»

در بین ۷ مهره موجود در کیسه سوم، ۳ مهره از ابتدا به کیسه اول، ۲ مهره از ابتدا به کیسه دوم و ۲ مهره از ابتدا به کیسه سوم تعلق داشته‌اند. پس طبق نمودار درختی زیر و قانون احتمال کل، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از این کیسه برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{کیسه اول} \Rightarrow \frac{3}{7} \text{ سفید} \rightarrow \frac{3}{8} \\ \text{کیسه دوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \text{ سفید} \rightarrow 0 \\ \text{کیسه سوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \text{ سفید} \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \times 0 + \frac{2}{7} \times 1 = \frac{9}{56} + \frac{2}{7} = \frac{25}{56}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{سفید} | \text{کیسه سوم}) = \frac{\frac{2}{7} \times 1}{\frac{25}{56}} = \frac{16}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

$$P(A) = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(غریزه فاکپاش)

۴۷- گزینه «۳»

$$P(A - B) - P(B - A) = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow (P(A) - P(A \cap B)) - (P(B) - P(A \cap B)) = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow P(A) - P(B) = \frac{4}{15}$$

$$P(A' \cup B') - P(A \cup B) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow (1 - P(A \cap B)) - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{4}{5}$$

$$\begin{cases} P(A) + P(B) = \frac{4}{5} \\ P(A) - P(B) = \frac{4}{15} \end{cases}$$

$$2P(A) = \frac{4}{5} + \frac{4}{15} = \frac{16}{15} \Rightarrow P(A) = \frac{8}{15}$$

$$P(B) = \frac{4}{5} - \frac{8}{15} = \frac{4}{15} \quad (2)$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{15}} = 2$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(نیلوفر مهری)

۴۸- گزینه «۱»

با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B')}$$

$$= \frac{P(A) - P(B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{1 - \frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{6}{7}} = \frac{2}{9}$$

آمار و احتمال - اختیاری

۵۱- گزینه «۴» (امیرفرسین ابومصوب)

برابری اندازه طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.
(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۲- گزینه «۲» (میلار منصور)

میزان رضایت از شغل به صورت کم، متوسط و زیاد، دسته‌بندی می‌شود و متغیر کیفی ترتیبی است. تعداد فرزندان یک خانواده، متغیر کمی گسسته، جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی و میزان دمای هوا، متغیر کمی پیوسته است.
(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۵۳- گزینه «۴» (علی ایمانی)

انتخاب نفرات اول تا سوم ممتاز هر کلاس، پدیده‌ای تصادفی و احتمالی نیست و این افراد با توجه به نمرات، کاملاً معین هستند، پس نمونه‌گیری غیراحتمالی است.
(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۵۴- گزینه «۳» (امیر وفائی)

چون دو قسمت از ده قسمت به طور کامل انتخاب شده است، پس نمونه‌گیری خوشه‌ای صورت گرفته است. اگر اندازه نمونه را با n و اندازه جامعه را با N نمایش دهیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۵۵- گزینه «۴» (امیرفرسین ابومصوب)

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری اریب است. بنابراین آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند نازیب کنند و در واقع نمونه‌گیری نازیب، ارزش بالایی برای بررسی یک جامعه دارد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۵ و ۱۲۲)

۵۶- گزینه «۲» (فرزانه کاکاپاش)

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر μ میانگین جامعه و σ و n به ترتیب انحراف معیار و اندازه نمونه باشند، آن‌گاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1/5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2, 4]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۵۷- گزینه «۱» (امیر وفائی)

چون ۴ نفر تاکنون انتخاب شده‌اند، پس ۲۶ نفر باقی مانده است. حال فرد موردنظر در انتخاب پنجم نباید برگزیده شود و سپس در انتخاب ششم باید به عنوان عضو نمونه انتخاب گردد، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P = \frac{25}{26} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{26}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرین؛ صفحه ۱۱۶)

۵۸- گزینه «۱» (امیرفرسین ابومصوب)

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین اعداد انتخاب‌شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4+5+11+14+18+20}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین به صورت زیر است:

$$\frac{N}{2} = 12 \Rightarrow N = 24$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲۵)

۵۹- گزینه «۴» (نیلوفر مهری)

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\sigma \text{ انحراف معیار جامعه است})$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 37 \\ \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &= 43 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 6$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{4} = 1.5$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۶۰- گزینه «۳» (مرتضی فهیم‌علوی)

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+8}{8} = 4.5$$

میانگین جامعه برابر است با:

بنابراین اگر یک نمونه ۶ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین نمونه برابر ۴/۵ باشد، در این صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$6 \times 4/5 = 27$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با $1+2+\dots+8=36$ است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع دو عضوی که در نمونه نمی‌باشند برابر با ۹ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{1, 8\}, \{2, 7\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}$$

$$\binom{8}{6} = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

تعداد کل نمونه‌های ۶ تایی برابر است با:

بنابراین احتمال اینکه یک نمونه ۶ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند،

$$P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

برابر است با:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

فیزیک ۳

گزینه ۲

(پایک اسلامی)

با استفاده از تعریف انرژی جنبشی بر حسب تکانه، داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{2m} \xrightarrow{p_2 = (p_1 + \epsilon)} \frac{kg.m}{s}$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{(p_1 + \epsilon)^2 - p_1^2}{2m}$$

$$\Rightarrow 21 = \frac{12p_1 + 2\epsilon}{2 \times 2} \Rightarrow p_1 = 4 \frac{kg.m}{s}$$

بنابراین:

$$p_2 = 10 \frac{kg.m}{s}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{10}{4} = 2.5$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه ۱

(امیرمهدی پهنری)

می‌دانیم: مساحت زیر نمودار نیرو - زمان

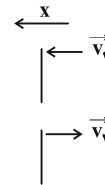
اندازه تغییرات بردار تکانه توپ برابر است با:

$$|\Delta \vec{p}| = F_{av} \Delta t \Rightarrow m |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 300 \times (\Delta - 1) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 0.3 |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 1/2 \frac{kg.m}{s} \Rightarrow |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 4 \frac{kg.m}{s}$$

جسم با سرعت \vec{v}_1 به دیوار برخورد می‌کند و با سرعت \vec{v}_2 از دیوار جدا

می‌شود. پس بنابراین داریم:



در نتیجه:

$$v_1 + v_2 = 4 \xrightarrow{v_1 = \frac{m}{s}} v_2 = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

گزینه ۳

(مسعود قره‌قانی)

با توجه به رابطه اندازه شتاب مرکزگرا، داریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $\frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \quad \times$

۲) $\frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} = 4 \times 2 = 8 \quad \times$

۳) $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$

۴) $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = 2 \times 2^2 = 8 \quad \times$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

گزینه ۱

(عرفان عسکریان پایمان)

در این سؤال، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای سکه به همراه دیسک توسط نیروی اصطکاک ایستایی تامین می‌شود. چون کمترین دوره چرخش دیسک مورد سؤال است، اصطکاک ایستایی بیشینه خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، داریم:

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_{s,max} = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2} \Rightarrow \mu_s F_N = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2}$$

$$\Rightarrow \mu_s mg = m \frac{4\pi^2 r}{T_{min}^2} \Rightarrow T_{min}^2 = \frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}$$

$$\frac{r = 5cm}{\mu_s = 0.5} \rightarrow T_{min}^2 = \frac{4\pi^2 \times 0.05}{0.5 \times 10} \Rightarrow T_{min} = \frac{\pi}{5} s$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

گزینه ۴

(فسین مقوم)

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره برای حرکت دایره‌ای یکنواخت آن توسط نیروی گرانشی تامین می‌شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$F_{مرکزگرا} = F_{گرانشی} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{GmM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

می‌دهد، بنابراین بسامد آن $f = \frac{N}{t} = \frac{30}{60} = 0.5 \text{ Hz}$ است. در نتیجه داریم:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow m = \frac{E}{2\pi^2 A^2 f^2} = \frac{3/6 \times 10^{-2}}{2 \times 10^2 \times (0.06)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow m = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(مصطفی واتقی)

گزینه «۲» - ۶۹

$$\begin{cases} \Delta t = 4/1 - 2/1 = 2 \text{ s} \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.25} = 4 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

در مدت زمان $\frac{T}{2}$ نوسانگر مسافت $2A$ را می‌پیماید:

$$2A = 4 \text{ cm} \Rightarrow A = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times (0.25) = 0.5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (0.2) (0.02)^2 (0.5\pi)^2 = 1 \text{ mJ}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0.2) (2\pi \times 10^{-2})^2 = 0.4 \text{ mJ}$$

$$U = E - K = 1 - 0.4 = 0.6 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(شارمان ونسی)

گزینه «۱» - ۷۰

می‌دانیم تعداد نوسان‌ها از رابطه $n = \frac{t}{T}$ به دست می‌آید و دوره تناوب

آونگ ساده کم‌دامنه طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ محاسبه می‌شود. چون

آونگ B طول بیشتری دارد، پس $T_B > T_A$ است و در نتیجه:

$$n_A > n_B \Rightarrow n_A - n_B = 1$$

$$\Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = 1 \Rightarrow t \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) = 1 \Rightarrow t = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{r}{r'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{R_e + h}{R_e + h'}} = \sqrt{\frac{R_e + R_e}{R_e + 2R_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{2}{4}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

گزینه «۴» - ۶۶ (سین مفرومی)

با استفاده از رابطه بسامد نوسان‌های هماهنگ ساده سامانه جرم - فنر، داریم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{k_B}{k_A}} \times \sqrt{\frac{m_A}{m_B}}$$

$$\frac{k_B = 4k_A}{f_B = 2f_A} \Rightarrow 2 = \sqrt{4} \times \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{9}{4} = 2.25$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه «۲» - ۶۷ (علی نظری)

ابتدا با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت نوسانگر ساده داریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2} \cos \left(\frac{\pi}{30} \times \omega \right)$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{\pi}{30} \times \omega \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{30} \omega = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

از طرفی داریم:

$$F_{\max} = m a_{\max} = m(A\omega^2)$$

$$\Rightarrow F_{\max} = 0.1 \times (4 \times 10^{-2}) \times (10^2) = 0.4 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

گزینه «۱» - ۶۸ (سعید ظاهری پروینی)

پاره‌خطی که نوسانگر طی می‌کند از $-A$ تا $+A$ است. پس طولش دو

برابر دامنه نوسان است و در نتیجه دامنه نوسان 6 cm است. چون در هر

دقیقه ۶۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند، در هر دقیقه ۳۰ نوسان کامل انجام

فیزیک ۱

گزینه «۴» -۷۱

(بگذار کلمران)

کاری که محیط بر روی گاز (دستگاه) انجام می‌دهد، در هنگام تراکم، مثبت و در هنگام انبساط، منفی است و هنگامی که حجم ثابت باشد صفر است دقت کنید در این سؤال محور قائم نشان دهنده حجم گاز می‌باشد.

$$A \rightarrow B: W_{AB} = 0$$

$$B \rightarrow C: W_{BC} < 0$$

$$C \rightarrow D: W_{CD} < 0$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

گزینه «۱» -۷۲

(فسرو ارغوانی فر)

با توجه به اینکه $P_A V_A = P_C V_C$ می‌باشد لذا $T_A = T_C$ و در نتیجه $\Delta U_{ABC} = 0$ می‌باشد.

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = -W_{ABC} \Rightarrow \left| \frac{W_{ABC}}{Q_{ABC}} \right| = 1$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۵)

گزینه «۲» -۷۳

(مهمر علی راست‌پیمان)

در فرایند بی‌دررو بین دستگاه و محیط گرمایی مبادله نمی‌شود، یعنی: $Q = 0$

$$\Delta U = W$$

پس $\Delta U = W + Q$ است، پس $W > 0$ و $\Delta U > 0$ و دمای گاز افزایش

می‌یابد.

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0$$

$$\Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow T_f > T_i$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

گزینه «۳» -۷۴

(فامر نیسانی)

$$\begin{cases} \Delta U_1 = 0 \Rightarrow \text{هم دما} \rightarrow \text{فرایند ۱} \\ \Delta U_2 = W_2 \Rightarrow \text{بی دررو} \rightarrow \text{فرایند ۲} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق گفته مسئله}} \Delta U_1 + 100 = \Delta U_2$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 0 + 100 = W_2 \Rightarrow W_2 = 100 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

گزینه «۴» -۷۵

(مسعود قره‌قانی)

برای محاسبه دمای گازهای کامل با استفاده از معادله حالت داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{nR}$$

$$\Rightarrow T_B = \frac{2/5 \times 10^5 \times 8 \times 10^{-3}}{0.25 \times 8} = 1000 \text{ K}$$

$$P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow T_C = T_A$$

$$\Rightarrow T_C = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{2/5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}}{0.25 \times 8} = 500 \text{ K}$$

$$\theta_C = T_C - 273 = 500 - 273 = 227^\circ \text{C}$$

$$\theta_B = T_B - 273 = 1000 - 273 = 727^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

گزینه «۳» -۷۶

(مایهه بعفری)

طبق متن کتاب درسی، زمانی که بخار آب از دیگ بخار وارد استوانه می‌شود،

متوسط شده و فشار آن کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه ۱۴۱)

۷۷- گزینه «۲»

(بانک اسلامی)

نسبت بیشترین حجم گاز به کمترین حجم آن در چرخه یک ماشین گرمایی، نسبت تراکم نامیده می‌شود. بنابراین:

$$r = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{2V}{\frac{V}{3}} = 6$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

۷۸- گزینه «۱»

(بانک اسلامی)

در هر دقیقه ماشین گرمایی ۹۰ چرخه را طی می‌کند و $21/6 \text{ kJ}$ گرما از منبع دما بالا دریافت می‌کند. بنابراین گرمای دریافتی در هر چرخه برابر است با:

$$Q_H = \frac{21/6 \times 10^3}{90} = 240 \text{ J}$$

حال با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{156}{240} \Rightarrow \eta = 0/35 \Rightarrow \eta = 35\%$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

۷۹- گزینه «۴»

(بانک اسلامی)

در چرخه یک یخچال، با انجام کار W ، گرمای Q_L از منبع دمای پایین دریافت و گرمای Q_H به منبع دمای بالا داده می‌شود.

بنابراین علامت W و Q_L مثبت و علامت Q_H منفی است. از طرفی طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، امکان ندارد گرما خود به خود از

منبع با دمای پایین به منبع با دمای بالا برود و همواره $W \neq 0$ است.

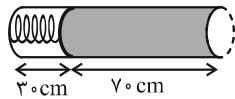
بنابراین با این توضیحات گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

۸۰- گزینه «۲»

(سیپر مهرور)

در ابتدا طول هر قسمت 5 cm است. با برداشتن گیره، فنر 2 cm فشرده شده و طول سمت راست به 7 cm می‌رسد.



$$V = A \times L = 5 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 35 \text{ cm}^3 = 35 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

تعداد مول‌های گاز آرمانی اکسیژن موجود در استوانه برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{16}{32} = 0/5 \text{ mol}$$

طبق معادله حالت گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 35 \times 10^{-6} = 0/5 \times 8 \times (273 + 77) \\ \Rightarrow P = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

حال نیرویی را که گاز به پیستون وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم.

$$F = P \times A = 4 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 2 \times 10^3 \text{ N}$$

با توجه به قانون هوک داریم:

$$F = kx \Rightarrow 2 \times 10^3 = k \times 2 \times 10^{-1} \Rightarrow k = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)



فیزیک ۲

گزینه «۲»

(ممسن قنبرلر)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow L = \frac{2U}{I^2} \Rightarrow H = \frac{J}{A^2} = \frac{W.s}{A^2}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{I=\frac{V}{R}} U = \frac{1}{2} L \left(\frac{V^2}{R^2} \right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{2UR^2}{V^2} \Rightarrow H = \frac{J.\Omega^2}{V^2} = \frac{W.s.\Omega^2}{V^2}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{F=I\ell B \sin \theta} U = \frac{1}{2} L \left(\frac{F}{\ell B \sin \theta} \right)^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{J.T^2.m^2}{N^2}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

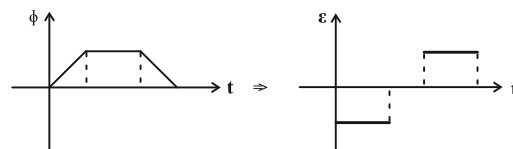
گزینه «۴»

(مسین مقرومی)

با ورود قاب ابتدا شار مغناطیسی عبوری از قاب افزایش و وقتی که تمام قاب

درون ناحیه مغناطیسی قرار بگیرد ثابت می‌ماند و با شروع خروج قاب از

ناحیه مغناطیسی، شار عبوری از قاب کم می‌شود. پس:



(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100 \times 0 / 5}{20 \times 10^{-2}} = 10^{-4} \pi T$$

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow \Phi = 10^{-4} \pi \times \pi \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow \Phi = 10^{-6} \pi^2 = 10^{-6} \times 10 = 10^{-5} Wb = 10 \mu Wb$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا مساحت حلقه را به دست می‌آوریم.

$$A = \pi r^2 = 3 \times (0.1)^2 = 0.03 m^2$$

اکنون به کمک رابطه نیروی محرکه القایی متوسط داریم:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\epsilon} = -NBA \frac{(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\epsilon} = -100 \times 0.03 \times 0.02 \times \frac{(-1-1)}{0.04} \Rightarrow \bar{\epsilon} = 3V$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

هنگام ورود پیچه به درون میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی گذرنده از پیچه

افزایش می‌یابد. طبق قانون لنز، جریان القایی با افزایش شار مخالفت می‌کند.

بنابراین جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد. هنگام خروج پیچه از میدان

مغناطیسی، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز جهت جریان القایی

پادساعتگرد می‌باشد.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

$$I = I_m \sin \frac{\gamma \pi}{T} t = I_m \sin \frac{\gamma \pi}{T} \times \frac{T}{4}$$

$$\Rightarrow I = I_m \sin \frac{\pi}{4}$$

یعنی زاویه بین خط عمود بر سطح پیچه و خطهای میدان $\frac{\pi}{4}$ rad است پس

زاویه بین سطح پیچه و خطهای میدان صفر خواهد شد.

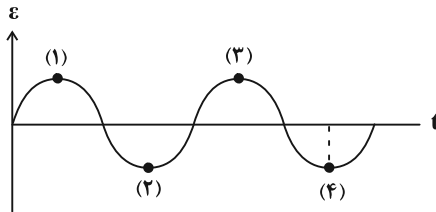
(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مهری سلطانی)

گزینه «۱» -۸۹

$$I = I_m \sin \left(\frac{\gamma \pi}{T} t \right)$$

$$\frac{\gamma \pi}{T} = \frac{50\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6}{50} = \frac{12}{100} \text{ s}$$



در لحظه $\frac{\gamma T}{4}$ برای چهارمین بار، اندازه نیروی محرکه القایی بیشینه خواهد

شد:

$$\gamma \frac{T}{4} = \gamma \times \frac{12}{4} = \gamma \times 3 = 3 \times 0.03 = 0.09 \text{ s}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(فسین مفرومی)

گزینه «۲» -۹۰

گزینه ۲ نادرست است، زیرا از ولتاژ 40 kV استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

(زهره آقامحمدی)

گزینه «۳» -۸۶

چون میدان مغناطیسی و جریان عبوری از سیملوله‌ها یکسان است، داریم:

$$B_A = B_B \xrightarrow{B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}} \frac{N_A}{\ell_A} = \frac{N_B}{\ell_B} \xrightarrow{\ell_A = 2\ell_B} N_A = 2N_B$$

با استفاده از رابطه ضریب القاوری می‌توان نوشت:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B} \right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A} \right)$$

$$\xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2 \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

(فسین مفرومی)

گزینه «۲» -۸۷

ابتدا جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum r + R_{eq}} = \frac{20 - 8}{1 + 1 + 2 + 2} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

(مقاومت‌های موازی ۶ و ۳ اهمی برابر با مقاومت معادل ۲ اهم است.)

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

(زهره آقامحمدی)

گزینه «۱» -۸۸

دوره جریان برابر $T = 5 \text{ ms}$ است. لحظه $1/25 \text{ ms}$ برابر با $\frac{T}{4}$ است.



فیزیک ۱

گزینه «۱» - ۹۱

(علی قائمی)

اگر مؤلفه‌های ترمودینامیکی برای قبل از فرایند را با P_1 ، V_1 و T_1 و مؤلفه‌های ترمودینامیکی برای بعد از فرایند را با P_2 ، V_2 و T_2 نام‌گذاری کنیم، با نوشتن هر دو معادله حالت و تقسیم معادله دوم بر معادله اول داریم:

$$\text{در حالت اول: } P_1 V_1 = nRT_1$$

$$\text{در حالت دوم: } P_2 V_2 = nRT_2$$

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad T_2 = 2T_1 \quad \frac{4P_1 V_2}{P_1 V_1} = \frac{2T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

گزینه «۴» - ۹۲

(بهنا رستمی)

عبارت گزینه (۴) نادرست است، در فرایند انبساط بی‌دررو، تغییرات انرژی درونی، منفی است.

$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \xrightarrow{\Delta U = W} \Delta U < 0$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۲۹)

گزینه «۴» - ۹۳

(مسعود قره‌قانی)

در فرایند هم‌دمای مقدار معینی گاز کامل، انرژی درونی تغییری نمی‌کند.

در انبساط بی‌دررو داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

$$\Delta V > 0 \Rightarrow W < 0 \rightarrow \Delta U < 0$$

در انبساط هم‌فشار مقدار معینی گاز کامل، چون دمای گاز افزایش می‌یابد،

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش خواهد یافت.

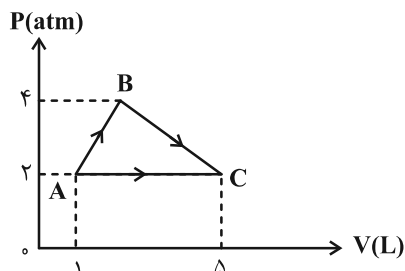
(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۲۹)

گزینه «۲» - ۹۴

(مسئله اسحاق زاده)

مساحت زیر نمودار $A \rightarrow C$ را S_1 و مساحت داخل مثلث را S_2 در نظر

می‌گیریم.



$$W_{A \rightarrow C} = -S_1 = -2 \times (5-1) \times 10^2 = -800 \text{ J}$$

$$W_{\text{چرخه}} = -S_2 = -\frac{4 \times 2}{2} \times 100 = -400 \text{ J}$$

کار انجام شده در فرایند ABC برابر با مجموع S_1 و S_2 است.

$$W_{ABC} = -(S_1 + S_2) = -1200 \text{ J}$$

بنابراین:

$$\frac{W_{ABC}}{W_{AC}} = \frac{-1200}{-800} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

گزینه «۲» - ۹۵

(همید عباسی)

چون حاصل ضرب PV در نمودار مقدار ثابتی است، پس فرایند نشان داده

شده هم‌دما است. بنابراین:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 3 \times 6 = 1 \times V = 18 \text{ L}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} = \frac{1 \times 10^5 \times 18 \times 10^{-3}}{1 \times 8} = 225 \text{ K}$$

$$T = 273 + \theta \Rightarrow 225 = 273 + \theta \Rightarrow \theta = -48^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۲۹)



-۹۶ گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

با توجه به نمودار در حجم ثابت، فشار $\frac{2}{3}$ برابر شده است، بنابراین دمای مطلق نیز $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود.

$$T_1 = \frac{2}{3} T_2 = \frac{2}{3} \times 462 = 308 \text{ K}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

-۹۷ گزینه «۱»

(مهمدر اسری)

با توجه به توضیحات صورت سوال داریم:

$$Q_{12} = 0 \Rightarrow \text{فرایند } 1 \rightarrow 2 \text{ بی‌دررو}$$

$$W_{21} = 0 \Rightarrow \text{فرایند } 2 \rightarrow 1 \text{ حجم ثابت}$$

$$Q_{23} = -W_{23} \Rightarrow \text{فرایند } 2 \rightarrow 3 \text{ دما ثابت}$$

در هر چرخه می‌توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \text{ در کل چرخه}$$

$$\Rightarrow (Q_{12} + W_{12}) + (Q_{23} + W_{23}) + (Q_{31} + W_{31}) = 0$$

$$\Rightarrow (0 + W_{12}) + 0 + (Q_{31} + 0) = 0$$

$$\Rightarrow Q_{31} = -W_{12} = -(125) \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

-۹۸ گزینه «۴»

(نصراله افاضل)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی و کار لازم برای جابه‌جایی وزنه، می‌توان نوشت:

$$|W| = mgh = 50 \times 10 \times 20 = 10000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{10000}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 40000 \text{ J} = 40 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

-۹۹ گزینه «۲»

(بابک اسلامی)

در یک یخچال با انجام کار W ، گرمای Q_L از مواد داخل یخچال (منبع دما پایین) گرفته شده و گرمای Q_H به محیط بیرون (منبع دما بالا) داده می‌شود، بنابراین در این یخچال داریم:

$$|Q_H| = \frac{6}{5} Q_L$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک در مورد یخچال‌ها، داریم:

$$|Q_H| = W + Q_L$$

$$\frac{|Q_H| = \frac{6}{5} Q_L}{|Q_H| = W + Q_L} \Rightarrow \frac{6}{5} Q_L = W + Q_L \Rightarrow \frac{Q_L}{W} = 5$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

-۱۰۰ گزینه «۳»

(بابک اسلامی)

برای تبدیل جرم m از آب $\theta^\circ \text{C}$ به یخ صفر درجه سلسیوس، اندازه گرمای گرفته شده و کار انجام شده توسط یخچال (۱) برابر است با:

$$Q_{L,1} = mc\theta + mL_F$$

$$W_1 = Pt$$

برای تبدیل جرم νm از آب $\theta^\circ \text{C}$ به یخ صفر درجه سلسیوس، اندازه گرمای گرفته شده و کار انجام شده توسط یخچال (۱) برابر است با:

$$Q_{L,2} = \nu mc\theta + \nu mL_F$$

$$W_2 = \nu / \Delta P \times \nu t = \nu Pt$$

طبق قانون اول ترمودینامیک در چرخه یک یخچال داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W \Rightarrow \begin{cases} |Q_{H,1}| = Q_{L,1} + W_1 \\ |Q_{H,2}| = Q_{L,2} + W_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |Q_{H,1}| = mc\theta + mL_F + Pt \\ |Q_{H,2}| = \nu mc\theta + \nu mL_F + \nu Pt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_{H,2}}{Q_{H,1}} = \nu$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

شیمی ۳

گزینه ۱-۱ «۴»

(معمردفا پورجاویر)

تنها موردی که رخ نمی‌دهد عبارت اول است.

در سلول گالوانی «مس - نقره» نیم‌سلول مس در نقش آند بوده و نیم‌سلول نقره نیز کاتد خواهد بود. اگر دیواره متخلخل از این سلول حذف شود،

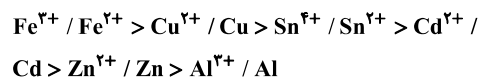
الکترون‌های حاصل از اکسایش مس (در آند) جذب کاتیون‌های Ag^+ موجود در محلول شده و وارد سیم رابط (مدار بیرونی) نمی‌شوند. بنابراین فرآیند کاهش در نیم‌سلول کاتدی اتفاق نمی‌افتد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

گزینه ۱-۲ «۳»

(معمردفا پورجاویر)

با توجه به مقادیر E° داده شده، سری الکتروشیمیایی برای گونه‌های داده شده عبارت است از:



برای فراهم بودن شرایط نگهداری محلول در ظرف باید امکان انجام واکنش بین کاتیون محلول و فلز سازنده ظرف وجود نداشته باشد. با توجه به امکان

انجام واکنش بین گونه سمت چپ بالاتر با گونه سمت راست، یون Fe^{3+} با هر دو فلز Cu و Zn واکنش داده و امکان نگهداری آن در این ظرف وجود ندارد. یون Al^{3+} نیز با هیچ یک از این فلزها واکنش نمی‌دهد و می‌توان آن را در هر دو ظرف نگهداری کرد. اما یون‌های Sn^{4+} و Cd^{2+} با روی واکنش داده و با مس واکنش نمی‌دهند. بنابراین می‌توان آن‌ها را در ظرف مسی نگه داشت.

توجه داشته باشید که با توجه به اطلاعات داده شده، نمی‌توان در مورد امکان انجام واکنش بین Sn^{2+} با Cu و Zn نظری داد. زیرا هر دو در یک طرف نیم‌واکنش‌ها قرار دارند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۴۷)

گزینه ۱-۳ «۳»

(معمردفا پورجاویر)

با توجه به نیم‌واکنش اکسایش انجام شده در این سلول $(H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-)$ می‌توان تعداد یون‌های H^+ حاصل

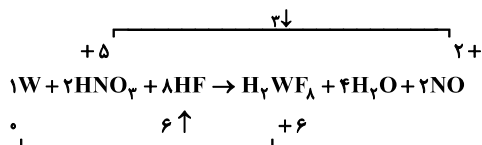
از آن را به صورت زیر به دست آورد:

$$179 / 2 L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22 / 4 L H_2} \times \frac{2 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} H^+}{1 \text{ mol } H^+} = 96 / 22 \times 10^{23} H^+$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

گزینه ۱-۴ «۴»

(امیرمسین طیبی سورکلایی)



W: گونه کاهنده و H_2WF_8 : گونه حاصل از اکسایش و HNO_3 :

گونه اکسنده و NO: گونه حاصل از کاهش می‌باشد.

بررسی گزینه «۳»:

$$? e^- : 1 \text{ mol } HF \times \frac{6 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } HF} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 4 / 515 \times 10^{23} e^-$$

بررسی گزینه «۴»: نادرست: تغییر عدد اکسایش عنصر تنگستن (+۶) بود.

عدد اکسایش C در CH_3Cl برابر با ۲- می‌باشد. $6 \neq 3 \times (-2)$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

گزینه ۱-۵ «۲»

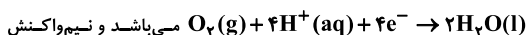
(امیرمسین طیبی سورکلایی)

موارد دوم و سوم درست‌اند.

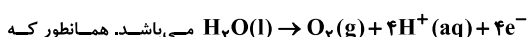
بررسی موارد نادرست:

مورد اول: بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی در این دستگاه به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. (نه همه آن!)

مورد چهارم: نیم‌واکنش کاتدی در این سلول



انجام شده در قطب مثبت (آند) سلول برکافت آب به صورت



می‌بینید این دو واکنش با یکدیگر یکسان نیستند.

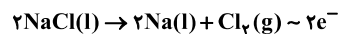
مورد پنجم: emf سلول‌های گالوانی از رابطه $E^\circ - E^\circ$ کاتد $emf = E^\circ$

به دست می‌آید. به این معنا که در آن‌ها باید E° را از کاتد کم کنیم.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۰۶- گزینه «۱»

(امیرفشین طیبی سورکلایی)



$$?g\text{Na} = \frac{4}{214} \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Na}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{23g \text{ Na}}{1 \text{ mol Na}} = 16/1g \text{ Na}$$

$$?g \text{Cl}_2 = \frac{4}{214} \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/02 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{71g \text{ Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 24/85g \text{ Cl}_2$$

$$\text{اختلاف جرم فرآورده‌های حاصل} = 24/85 - 16/1 = 8/75g$$

در سلول‌های الکترولیتی الکتروکاتدی به قطب منفی باطری و الکتروکاتدی به قطب مثبت باطری متصل می‌شود.

سلول‌های گالوانی یک نوع باطری محسوب می‌شوند که قطب مثبت آن‌ها نیم‌سلول کاتدی و قطب منفی آن‌ها نیم‌سلول آندی می‌باشد. در نتیجه الکتروکاتدی در سلول برقکافت آب باید به نیم‌سلول آندی سلول گالوانی «کروم - کبالت» متصل شود.

در سلول‌های گالوانی نیم‌سلول آندی از جنس عنصری است که E° کمتری داشته باشد.

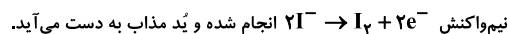
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹ و ۵۵)

۱۰۷- گزینه «۳»

(مهمدرضا پورباویر)

در کاتد رقابت بین دو یون Fe^{2+} و Mn^{2+} است. از آنجا که نیم‌واکنش $\text{Fe}^{3+} + e^- \rightarrow \text{Fe}$ دارای E° بزرگ‌تری نسبت به نیم‌واکنش $\text{Mn}^{2+} + 2e^- \rightarrow \text{Mn}$ می‌باشد، برنده این رقابت Fe^{3+} بوده و در کاتد آهن مذاب تولید می‌شود.

در رقابت آندی وضعیت کاملاً برعکس بوده و بین دو گونه I^- و Cl^- گونه‌ای که E° کمتری دارد (I^-) برنده رقابت خواهد بود. بنابراین



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۰۸- گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

ابتدا تعیین می‌کنیم طی برقکافت سدیم کلرید چند مول سدیم به دست می‌آید:



$$? \text{ mol Na} = 142g \text{ Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{71g \text{ Cl}_2} \times \frac{2 \text{ mol Na}}{1 \text{ mol Cl}_2} = 4 \text{ mol Na}$$

اکنون محاسبه می‌کنیم که هر مول صابون RCOONa گروه آلیلی R است و برابر با $\text{C}_{17}\text{H}_{35}$ چند گرم جرم دارد:

$$(12 \times 17) + (25 \times 1) + (12 + 16 \times 2 + 23) = 144 + 25 + 67 = 236g \cdot \text{mol}^{-1}$$

مقدار صابون به دست آمده برابر است با:

$$4 \text{ mol Na} \times \frac{1 \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol Na}} \times \frac{236g \text{ RCOONa}}{1 \text{ mol RCOONa}} = 944g \text{ RCOONa}$$

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵ و ۶ و ۵۵)

۱۰۹- گزینه «۴»

(نامر اسماعیلی)



نیم‌واکنش کاهش در فرایند هال:

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۵ و ۵۷)

۱۱۰- گزینه «۴»

(مهمدرضا خراغانی)

قطب A قطب منفی است که قاشق را به عنوان کاتد به آن متصل می‌کنیم و قطب B قطب مثبت است که تیغه نقره را به عنوان آند به آن متصل می‌کنیم. الکترولیت مورد استفاده از نمک نقره است و جهت حرکت الکترون‌ها از تیغه نقره به قاشق یعنی از قطب B به A است و در طول فرایند غلظت الکترولیت $[\text{Ag}^+]$ ثابت است. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

گزینه «۳»: نیم‌واکنش کاتدی $\text{Ag}^+(\text{aq}) + e^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$ است که در الکتروکاتد متصل به قطب (A) یعنی کاتد انجام می‌گیرد. (رد گزینه ۳) گزینه «۴»: در فرایند هال تیغه‌های گرافیتی در آند خورده می‌شوند و در این فرایند نیز تیغه نقره در آند خورده می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(مهمدرضا یعقوبی نژاد)

عبارت‌های «اول» و «چهارم» و «پنجم» نادرست هستند. بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: گشتاور دوقطبی ید دقیقاً صفر است. عبارت دوم: چون انحلال مولکولی دارد.

عبارت سوم: یعنی کدام موارد در یک دیگر محلول هستند. از بین این ۴ مورد ید در پروپان و استون در اتانول محلول هستند.

۱۱۴ - گزینه «۲» (امیرمسین طیبی سوگرلایی)

الف) فرض می‌کنیم محلول هر دو گاز دارای ۱۰۰g آب باشد؛ در نتیجه در محلول O_2 ، ۰/۰۴ گرم گاز اکسیژن و در محلول N_2 ، ۰/۰۲ گرم گاز نیتروژن وجود خواهد داشت. می‌دانیم در مولکول O_2 ($\ddot{O} = \ddot{O}$) دو جفت الکترون پیوندی و در مولکول N_2 ($: N \equiv N :$) ۳ جفت الکترون پیوندی داریم.

$$\text{جفت } e^- \text{ پیوندی } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0.04 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ پیوندی } O_2 = 2/5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ پیوندی } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} = 0.02 \text{ g } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ پیوندی } N_2 = 2/1 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

پس نتیجه می‌گیریم که محفظه گاز O_2 ، دارای جفت e^- پیوندی بیشتری می‌باشد.

پاسخ پرسش ب) در صورت سؤال گفته شده است که از تغییر حجم محلول‌ها بر اثر انحلال صرف نظر کنید در نتیجه می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$M = \frac{10 \times 0.03}{30} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۱۵ - گزینه «۱» (مهمرضا پوریاویر)

بیشتر شدن دما در یک محلول گازی موجب کاهش انحلال‌پذیری آن خواهد شد و کاهش فشار نیز موجب کمتر شدن انحلال‌پذیری گازها می‌شود. بنابراین در فشار 1 atm میزان انحلال‌پذیری یک گاز به کمترین مقدار خود خواهد رسید.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۱۶ - گزینه «۱» (امیررضا جعفری نژاد)

هر پنج مورد درست است. بررسی عبارات:
عبارت اول) NH_3 برای برقراری پیوند هیدروژنی، CO_2 هم برای جرم و حجم بالا و واکنش دادن با آب

عبارت چهارم: استون یک حلال مناسب چربی است که گشتاور بزرگ‌تر از صفر دارد.

عبارت پنجم: اگر ماده‌ای توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی داشته باشد، هم در اتانول (که غیر آبی است) حل می‌شود و هم آب.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۱۱۲ - گزینه «۱» (امیرمسین طیبی سوگرلایی)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به ازای هر مول آلومینیم نترات، ۴ مول یون آب پوشیده تولید می‌شود.

$$Al(NO_3)_3 \rightarrow Al^{3+} + 3NO_3^-$$

$$\text{مول } Al(NO_3)_3 \times \frac{3 \text{ mol } Al(NO_3)_3}{1 \text{ L}} = 2/5 \text{ L}$$

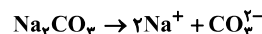
$$\text{یون } Al(NO_3)_3 = 3 \text{ mol}$$

گزینه «۲»: متانول در آب انحلال مولکولی دارد و هیچ یونی تولید نمی‌کند.

گزینه «۳»: کلسیم فسفات یک ماده نامحلول در آب است.

گزینه «۴»: می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$M = \frac{10 \times 21/2}{106} = 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$\text{مول } Na_2CO_3 \times \frac{2 \text{ mol } Na_2CO_3}{1 \text{ L}} = 4 \text{ L}$$

$$\text{یون } Na_2CO_3 = 24 \text{ mol}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۳)

۱۱۳ - گزینه «۲» (مهمرضا پوریاویر)

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

از آنجا که استون و یُد در یکدیگر حل می‌شوند، نیروی موجود در بین آن‌ها در حالت مخلوط بیش از میانگین نیروها در حالت خالص آن‌ها خواهد بود.

انحلال آمونیوم کلرید و سدیم نترات در آب به صورت یونی بوده و استون به شکل مولکولی در آب حل می‌شود. اما یُد در آب حل نمی‌شود. بنابراین در

بین این مواد تنها انحلال یک ماده به شکل مولکولی انجام می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

عبارت پنجم: زمانی که گوشت‌ها نمک سود می‌شوند، غلظت محیط اطراف گوشت بسیار زیاد می‌شود و باعث می‌شود آب میان بافتی و آب درون سلول از گوشت خارج شود و گوشت دیرتر فاسد شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(امیرمسین طیبی سوگرلایی)

۱۱۹- گزینه «۲»

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد اول: به دلیل انحلال‌پذیری اتانول در آب، نتیجه می‌گیریم که نیروی پیوند هیدروژنی بین اتانول و آب از نیروی پیوند هیدروژنی بین آب و آب قوی‌تر است.

مورد دوم: انحلال‌پذیری گازها در آب با افزایش دما همانند افزودن نمک به محلول، کاهش می‌یابند.

مورد سوم: نیاز روزانه بدن به یون K^+ ، حدود ۲ برابر یون Na^+ می‌باشد. مورد چهارم: در این فرایند مقداری از ویتامین‌ها و مواد آلی موجود در میوه به درون آب وارد می‌شوند.

مورد پنجم: مطابق شکل کتاب درسی درست می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۹)

(ممدرضا پوریاویر)

۱۲۰- گزینه «۲»

دیوارهٔ یاخته‌ها در گیاهان دارای غشای نیمه‌تراوا است که امکان عبور برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک نظیر آب و یون‌ها از آن وجود دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

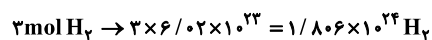
شیمی ۲

(امدرضا جعفری نژاد)

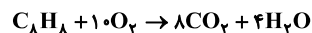
۱۲۱- گزینه «۱»

همهٔ موارد درست هستند. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: یک مول پلی‌استیرن سه مول پیوند دوگانه دارد که بوسیله ۳ مول H_2 سیر می‌شود.



برای سوختن کامل یک مول از آن هم به ۱۰ مول اکسیژن نیاز داریم:



عبارت دوم) با بدست آوردن شیب دو نمودار متوجه می‌شویم که شیب نمودار مربوط به گاز NO سه برابر شیب نمودار N_2 است.

عبارت سوم) آب سرد بهتر می‌تواند گاز را در خود حل کند. CO_2 علاوه بر انحلال مولکولی، با آب واکنش هم می‌دهد که محصول آن کربنیک اسید است. هرچقدر دمای آب کمتر باشد، CO_2 بیشتری حل می‌شود. کربنیک اسید بیشتری تولید می‌شود و pH هم کمتر می‌شود.

عبارت چهارم) کمبود اکسیژن ماهی یعنی انحلال کمتر اکسیژن در آب، حل کردن نمک در آب و افزایش دما هم هر دو باعث کاهش انحلال گاز می‌شوند.

$$\text{عبارت پنجم: } \frac{0.0125 \text{ mol}}{L} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times 0.1 L = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{g } O_2}{100 \text{ g } H_2O}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۵)

(ممدرضا پوریاویر)

۱۱۷- گزینه «۱»

طبق قانون هنری با افزایش فشار انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت خطی افزایش می‌یابد. بنابراین نمودارهای ۳ و ۴ نادرست خواهند بود. از طرفی در فشار صفر، میزان انحلال‌پذیری گازها صفر خواهد بود و نمودار فشار - انحلال‌پذیری در آن‌ها از مبدأ مختصات عبور خواهد کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۵)

(امدرضا جعفری نژاد)

۱۱۸- گزینه «۳»

مورد دوم و پنجم درست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: در لحظه تعادل، جابه‌جایی‌ها هنوز ادامه دارد ولی سرعت هر دو جهت با هم برابر شده است.

عبارت دوم: طبق فرض سوال، محلول A از محلول B غلیظ‌تر است که مولکول‌های آب به سمت آن آمده‌اند.

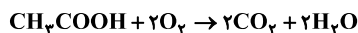
$$200 \frac{\text{g}}{L} \times \frac{1 \text{ mol}}{58 / 5 \text{ g}} = 3 / 4 \Rightarrow 3 / 4 > 3$$

عبارت چهارم: در هر سه مورد می‌تواند این اتفاق بیفتد. در مورد اول که غلظت محلول B را زیاده‌تر می‌کنیم. در مورد دوم هم فشار هوا را از سمت چپ حذف می‌کنیم و طبق قاعده هم‌ترازی، ارتفاع سمت چپ بالاتر می‌رود. در مورد سوم که اسمز معکوس اتفاق می‌افتد.

مورد اول: درست، گروه عاملی آن‌ها -(C(=O)-O-H)- برخلاف

گروه عاملی استری -(C(=O)-O)- شامل ۳ عنصر می‌باشد.

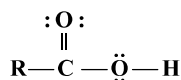
مورد دوم: درست، آشناترین عضو این خانواده، استیک اسید می‌باشد.



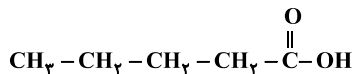
$$? \text{ mol O}_2 : 3 \text{ g CH}_3\text{COOH} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 0.1 \text{ mol O}_2$$

مورد سوم: نادرست، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن‌ها ثابت و برابر با ۴ است و با افزایش شمار اتم‌های کربن تغییری نمی‌کند.



مورد چهارم: نادرست، پنتانوئیک اسید دارای ۳ گروه CH_2 در ساختار خود است.



$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 60 + 10 + 32 = 102 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

مورد پنجم: با افزایش نیروی بین مولکولی وان‌دروالسی در ترکیبات آلی، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

برای مثال ویتامین K بخش ناقطبی بسیار بزرگی دارد و در آب نامحلول است.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱۲۵- گزینه «۲» (اممدرضا پهنغری نژاد)

فقط مورد سوم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

مورد اول: ویتامین K برخلاف ویتامین A حلقه بنزنی دارد. هرکدام ۵ پیوند دوگانه کربن-کربن دارند و برای سیرشدن هر پیوند دوگانه نیز یک مولکول هیدروژن نیاز است.

مورد سوم: ویتامین K توانایی برقراری پیوند هیدروژنی ندارد. چون هیدروژن متصل به O، F، N ندارد.

مورد چهارم: به دلیل برقراری پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود برخلاف آلکان‌ها، نقطه جوش بالاتری دارد.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

عبارت دوم: سیانو اتن: ۹ جفت الکترون پیوندی و ۲ الکترون ناپیوندی $\frac{9}{2}$

تترافلئور اتن: ۶ جفت الکترون پیوندی و ۲۴ الکترون ناپیوندی $\frac{6}{24}$

$$\frac{9}{\frac{6}{24}} = 18$$

عبارت سوم: تفلون و پلی‌وینیل کلراید

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه ۱۰۴)

۱۲۲- گزینه «۲» (اممدرضا پهنغری نژاد)

فقط مورد چهارم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: اتانول را هم می‌شود از واکنش اشاره شده بدست آورد. هم آبکافت اتیل بوتانوات و اتیل هیتانوات

عبارت دوم: طبق نمودار صفحه ۱۱۰ کتاب درسی درست است.

عبارت چهارم: آب و اتانول به هر نسبتی در هم حل می‌شوند و نمی‌توان محلول سیرشده از آن‌ها تهیه کرد.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۲۳- گزینه «۳» (مممدرضا پوریاویر)

نام دیگر استیک اسید، اتانوئیک اسید است. اسیدی که بر اثر گزش مورچه وارد بدن ما می‌شود، فرمیک اسید (متانوئیک اسید) نام دارد.

کربوکسیلیک اسیدی که گروه R آن C_7H_9 است، دارای فرمول $\text{C}_7\text{H}_9\text{COOH}$ بوده و نام آن پنتانوئیک اسید است.

هپتانول و اتانول به ترتیب دارای فرمول $\text{C}_7\text{H}_{15}\text{OH}$ و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ هستند که بخش ناقطبی آن‌ها به ترتیب شامل ۲۲ و ۱۷ اتم است.

فرمول مولکولی ویتامین D به صورت $\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$ بوده و فرمول مولکولی ویتامین A نیز $\text{C}_{20}\text{H}_{30}\text{O}$ می‌باشد. نسبت تعداد H در ویتامین D به

$$\text{تعداد C در ویتامین A برابر با } \frac{44}{20} = 2.2 \text{ خواهد بود.}$$

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۱۲۴- گزینه «۳» (امیرسعید طیبی سوکرلایی)

موارد اول و دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی همه موارد:



۱۲۶- گزینه «۳» (امیرضیاء طیبی سورکلایی)



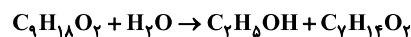
ابتدا شمار اتم‌های کربوکسیلیک اسید و استر را به دست می‌آوریم:

$$\rightarrow \frac{1:1}{\frac{9/66}{46}} = \frac{0/2}{1} \text{mol}$$

$$\frac{27/2}{M} = \frac{0/21}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{مول اسید} = 0/21$$

$$\Rightarrow M = 130 \text{ g.mol}^{-1} \xrightarrow{C_n H_{2n} O_p} 14n + 22 = 130$$

$$\Rightarrow n = 7 \xrightarrow{+2} \text{استر ۹ کربنی}$$

در نتیجه فرمول استر اولیه $C_9 H_{18} O_7$ می‌باشد.

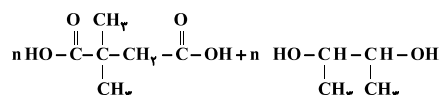
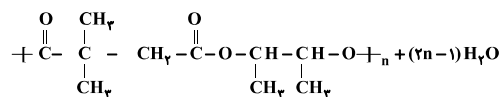
$$? g : 47 / 46 g C_9 H_{18} O_7 \times \frac{1 \text{ mol } C_9 H_{18} O_7}{158 g C_9 H_{18} O_7} \times \frac{1 \text{ mol } C_7 H_{14} OH}{1 \text{ mol } C_9 H_{18} O_7}$$

$$\times \frac{R}{100} \times \frac{46 g C_7 H_{14} OH}{1 \text{ mol } C_7 H_{14} OH} = 9 / 66 g C_7 H_{14} OH \Rightarrow R = 70\%$$

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

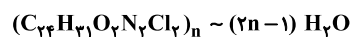
۱۲۷- گزینه «۴» (مهمرضا پورجاوید)

فرمول ساختاری دی‌اسید و دی‌الکل سازنده این پلی‌استر طبق واکنش زیر به دست می‌آیند:

به این ترتیب فرمول مولکولی دی‌کربوکسیلیک اسید و دی‌الکل به ترتیب $C_p H_{10} O_p$ و $C_p H_{10} O_p$ خواهد بود.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۲۸- گزینه «۳» (امیرضیاء طیبی سورکلایی)

فرمول شیمیایی این پلی‌آمید برابر با $(C_{2p} H_{2p} O_p N_p Cl_p)_n$ می‌باشد و جرم مولی آن $449n$ گرم بر مول است.می‌دانیم برای آبکافت یک پلی‌آمید به ازای هر مول از پلی‌آمید به $(2n-1)$ مول آب نیاز داریم.

$$\frac{\text{پلی‌آمید } 1 \text{ mol}}{449n \text{ g پلی‌آمید}} \times \text{پلی‌آمید } 224 / 5 \text{ g} : \text{H}_2\text{O} \text{ مولکول؟}$$

$$\times \frac{(2n-1) \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول H}_2\text{O}$$

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱۲۹- گزینه «۲» (امیررضا جعفری نژاد)

فقط عبارت چهارم نادرست است. بررسی برخی عبارات:

عبارت اول: طبق نمودار صفحه ۹۹ کتاب درسی درست است.

عبارت دوم: پلی‌اتن سبک، شاخه دار است.

عبارت سوم: در این حالت پلی‌اتنی با بیشترین جرم مولی بدست می‌آید و

جرم مولی بیشتر یعنی جاذبه بین مولکولی بیشتر و نقطه جوش بالاتر!

عبارت چهارم: خیر، به علت نقش کاتالیزوری مولکول‌های شونده، در

آبکافت تسریع می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۹، ۱۱۷ و ۱۱۹)

۱۳۰- گزینه «۱» (امیررضا جعفری نژاد)

همه موارد درست هستند. بررسی عبارات:

عبارت اول: تفاوت‌شان در این است که دی‌اسید دو تا COOH دارد،

دی‌آمین هم دو تا NH₂، تفاوت جرم شان می‌شود.

$$(2 \times 45) - (2 \times 16) = 58$$

$$\text{عبارت دوم: } 4150 \text{ گرم دی‌اسید یعنی } 25 \text{ مول } 25 \text{ و } \frac{4150}{166} = 25$$

$$\text{گرم دی‌آمین یعنی } 15 \text{ مول } 15 \text{ و } \frac{1620}{108} = 15 \text{ مول از دی‌اسید با } 15 \text{ مول}$$

دی‌آمین در واکنش شرکت کرده (۱۰ مول مونومر از دی‌اسید اضافی‌ست) و

۱۴ مول H₂O تولید می‌شود. این ۱۴ مول آب، ۲۵۲ گرم جرم دارند کهچون چگالی آب ۱ g.cm⁻³ است. ۲۵۲ گرم آب ۲۵۲ سانتی‌متر مکعب

(میلی‌لیتر) حجم دارد.

عبارت سوم: چون دو H متصل به N دارد.



عبارت چهارم: جرم هر مول واحد تکرارشونده این پلیمر ۲۳۸ گرم است.

(رضا سلیمانی)

۱۳۳- گزینه «۲»

موارد سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: در مخلوط‌های ناهمگن به حالت مایع مانند مخلوط آب و هگزان،

اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند.

مورد دوم: در حالت مایع، مولکول‌های آب با یکدیگر پیوندهای هیدروژنی قوی

دارند، اما روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.

مورد سوم: انحلال ید در هگزان، انحلالی مولکولی است و مولکول‌های ید،

ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند.

مورد چهارم: سدیم سولفات در آب حل می‌شود. برای مواد محلول در آب،

قدرت نیروی جاذبه حلال - حل‌شونده در محلول، بیشتر از میانگین جاذبه

حل‌شونده خالص و حلال خالص است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۱)

(امیر رضوانی)

۱۳۴- گزینه «۱»

بر اساس قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها در آب با فشار آن‌ها

رابطه‌ای مستقیم و خطی دارد. پس می‌توانیم از تناسب استفاده کنیم:

$$(S_1) \times 2 \text{ atm} = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0.045 \text{ g O}_2}{50 \text{ g H}_2\text{O}} = 0.009 \text{ g O}_2$$

در این دما و فشار، در ۱۰۰g آب، ۰/۰۰۹g گاز اکسیژن حل شده است.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0.009 \text{ g O}_2} = \frac{5 \text{ atm}}{2 \text{ atm}} \Rightarrow S_2 = 1/75 \times 10^{-2} \text{ g O}_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(مرتضی رضائی زاده)

۱۳۵- گزینه «۲»

نمودار «انحلال پذیری - فشار» گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند، خطی

است.

$$2 \text{ atm} = 3 \text{ atm} \times \frac{6 \text{ mg NO}}{9 \text{ atm}} = 2 \text{ mg NO}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{(2 \times 10^{-2}) \text{ g}}{(100 + 2 \times 10^{-3}) \text{ g}} \times 10^6 \approx 20 \text{ ppm}$$

نکته: نمودار انحلال‌پذیری گازهایی مانند N_2 ، O_2 و NO که با آب

واکنش نمی‌دهند، در دمای ثابت، خطی است. به طوری که اگر فشار گاز n

برابر شود، انحلال‌پذیری آن‌ها نیز n برابر خواهد شد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)



۳۵۷۰ گرم یعنی ۱۵ مول، هر مول ۸ پیوند دو گانه دارد. پس ۱۲۰ مول

پیوند دوگانه ۴۷۶۰ گرم یعنی ۲۰ مول، هر مول ۶ جفت الکترون ناپیوندی

دارد. پس ۱۲۰ مول جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

شیمی ۱

(سراسری تهرنی ۱۴۰۰)

۱۳۱- گزینه «۲»

عبارات اول و سوم درست‌اند. بررسی عبارات:

عبارت اول: به دلیل بالاتر بودن دمای آزمایش ۳، سرعت واکنش در آزمایش ۳

از آزمایش ۱ بیش‌تر است.

عبارت دوم: سرعت واکنش در آزمایش شماره ۲ از سرعت واکنش در

آزمایش ۱ بالاتر است، زیرا پودر در مقایسه با قرص سطح تماس بیش‌تری

دارد اما نسبت سرعت آزمایش (۱) به (۲) برابر ۰/۵ نیست.

عبارت سوم: واکنش در آزمایش شماره ۴ بیش‌ترین سرعت را دارد، زیرا در

این آزمایش، دما و سطح تماس بالاتر از سایر آزمایش‌ها است.

عبارت چهارم: مقدار نهایی فرآورده، به دمای آزمایش بستگی ندارد. بنابراین

حجم گاز جمع‌آوری شده در آزمایش‌های ۲ و ۴ برابر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴) (شیمی ۲، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

(سایر شیرینی)

۱۳۲- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد ب: طبق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش

می‌یابد.

مورد پ: انحلال‌پذیری گاز CO_2 به دلیل واکنش با آب و تشکیل

کربنیک‌اسید و از طرفی جرم مولی بیشتر، از انحلال‌پذیری NO در هر دمایی

بیشتر است. (دقت شود CO_2 برخلاف NO مولکولی ناقطبی است.)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۱ و ۱۱۵)

۱۳۶-گزینه ۲»

(روزبه رضوانی)

اختلاف انحلال پذیری گاز N_2 در دو فشار ۱ و ۵ اتمسفر

$$S_2 - S_1 = 2/5 \times 10^{-3} (5-1) = 3 \times 10^{-2} \text{ g}$$

انحلال پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می شود، پس به ازای یک کیلوگرم آب، مقدار گاز N_2 آزاد شده برابر ۳/۰ گرم است.

$$? \text{ m mol } N_2 = \frac{0/3 \text{ g } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{28 \text{ g } N_2} \times 10^3 \text{ mmol } N_2}{1 \text{ mol } N_2} \approx 10/7 \text{ m mol } N_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنک؛ زندگی، صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۱۳۷-گزینه ۱»

(رضا هنرمند)

بررسی موارد:

(آ) این گازها به صورت فیزیکی در آب حل می شوند. (درست)

(ب) در مورد گازهای (CH_4, N_2) و همچنین گازهای (Ar, NO) با کاهش جرم مولی مواجه هستیم. (نادرست)

(پ) در فشار ۵ atm انحلال پذیری گاز Ar برابر با ۰/۰۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب است:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } Ar}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/03}{100} \times 10^6 = 300 \text{ ppm} \text{ (درست)}$$

(ت) انحلال پذیری گاز متان در فشارهای ۲ و ۶ اتمسفر به ترتیب ۰/۰۰۵ و ۰/۰۱۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

مقدار افزایش انحلال CH_4 به ازای افزایش فشار در ۱۰۰ گرم آب:

$$= 0/015 - 0/005 = 0/01 \text{ g (آب ۱۰۰ گرم آب)}$$

مقدار افزایش انحلال CH_4 در نیم کیلوگرم آب در ۱۰۰ گرم آب:

$$= 500 \text{ g } H_2O \times \frac{0/01 \text{ g } CH_4}{100 \text{ g } H_2O} = 0/05 \text{ g } CH_4 \text{ (درست)}$$

(ث) مطابق نمودار، در فشار ۳ atm مقدار NO حل شده برابر با ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. توجه: با توجه به اینکه چگالی آب 1 g.cm^{-3} است؛ بنابراین جرم $0/6 \text{ L}$ آب، ۶۰۰ گرم است.

$$? \text{ g } NO = 600 \text{ g } H_2O \times \frac{0/02 \text{ g } NO}{100 \text{ g } H_2O} = 0/12 \text{ g } NO \text{ (نادرست)}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک؛ زندگی، صفحه های ۹۵ و ۱۱۵)

۱۳۸-گزینه ۴»

(حسن عیسی زاده)

مواد A و B به ترتیب کم ترین و بیش ترین قطبیت را دارند، بنابراین مخلوط حاصل از آنها، ناهمگن خواهد بود. در صورتی که I_2 و CS_2 هر دو ناقطبی هستند و مخلوطی همگن ایجاد می کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنک؛ زندگی، صفحه ۱۲۰)

۱۳۹-گزینه ۲»

(رضا هنرمند)

موارد دوم و چهارم نادرست اند. بررسی موارد:

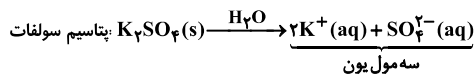
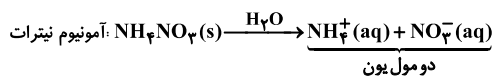
مورد اول: اغلب محلول های موجود در بدن انسان، محلول های آبی هستند.

مورد دوم: شکر، اوزون و اتیلن گلیکول، ترکیب های مولکولی دارند و در اثر انحلال در آب، یون تولید نمی کنند.

مورد سوم: چربی و هگزان، هر دو ناقطبی اند و جاذبه ذرات محلول آن ها از نوع واندروالیسی است.

در محلول سدیم کلرید در آب، جاذبه میان ذرات موجود در محلول از نوع یون - دوقطبی است.

مورد چهارم:



از انحلال یک مول آمونیوم نیترات، ۲ مول یون و از انحلال یک مول پتاسیم سولفات، ۳ مول یون در محلول ایجاد می شود.

(شیمی ۱- آب، آهنک؛ زندگی، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۴۰-گزینه ۴»

(امیر رضوانی)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: در هر سه روش تصفیه آب، به کلر زنی نیاز است، زیرا میکروب ها باقی می مانند.

گزینه «۲»: در مخلوط هگزان در آب هر دو مایع هستند ولی در یکدیگر حل نمی شوند و مخلوط آن ها ناهمگن است.

گزینه «۳»: استون به هر نسبتی در آب حل می شود، بنابراین نمی توان از آن محلول سیر شده در آب تهیه کرد.

گزینه «۴»: افزودن نمک به آب باعث می شود که مولکول های آب اطراف یون ها را احاطه کرده و مقداری از مولکول های گازی اکسیژن از آب خارج می شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنک؛ زندگی، صفحه های ۹۳، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۹ و ۱۲۱)



حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- گزینه «۲»

(کاتلم ابلالی)

مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم.

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^5 + x^4 - x^3 - x^2 = (x^5 - x^3) + (x^4 - x^2) \\ &= x^3(x^2 - 1) + x^2(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 + x^2) \\ &= x^2(x+1)^2(x-1) \end{aligned}$$

x	-∞	-1	0	1
f'(x)	-	0	-	0

بنابراین تابع f روی بازه $(-\infty, 1]$ و روی هر بازه زیر مجموعه آن نیز اکیداً نزولی است، پس بیشترین مقدار a برابر ۱ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۱)

۱۴۲- گزینه «۴»

(میلار پاشمی)

$$\begin{aligned} f'(1) &= 2x - \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{x}} \Big|_{x=1} = 0 \Rightarrow 2 - \frac{\sqrt{a}}{2} = 0 \\ \Rightarrow \sqrt{a} &= 4 \xrightarrow{a>0} a = 16 \\ b &= f(1) \Rightarrow b = 1 - 4 = -3 \\ \Rightarrow a + b &= 13 \end{aligned}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۴۳- گزینه «۱»

(عرفان صابرقی)

$$\begin{aligned} f(x) &= 2 \cos x + \cos 2x \\ f'(x) &= -2 \sin x - 2 \sin 2x = -2 \sin x - 2(2 \sin x \cdot \cos x) \\ \xrightarrow{f'(x)=0} & -2 \sin x(1 + 2 \cos x) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 & \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} x = \pi \\ x = \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \\ \cos x = \frac{-1}{2} & \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

معادله $f'(x) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، سه جواب دارد. حال با جدول

تغییرات رفتار تابع داریم:

x	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$
f'	-	0	+
f	↘	min	↗
		max	
		↘	min
			↗

تابع دو نقطه مینیمم نسبی و یک نقطه ماکزیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۴۴- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

$$f'(x) = \frac{4\sqrt{x}-1}{x^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{2-6\sqrt{x}}{x^3}$$

برای اینکه جهت تقعر تابع رو به بالا باشد، لازم است $f''(x) > 0$ باشد. داریم:

$$\frac{2-6\sqrt{x}}{x^3} > 0 \xrightarrow{D_{f'}=D_{f''}=(0,+\infty)} 2-6\sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x < \frac{1}{9} \xrightarrow{x>0} x \in \left(0, \frac{1}{9}\right)$$

بنابراین بیشترین مقدار a، $\frac{1}{9}$ است.

(حسابان ۲- صفحه ۱۲۹)

۱۴۵- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

مطابق قسمت (ب) مثال صفحه ۱۳۳، کتاب درسی می‌دانیم طول نقطه عطف نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ ، $x = 0$ است. پس با توجه به محدود کردن دامنه آن به $x < -1$ و همچنین اینکه سهمی نقطه عطف ندارد، طول نقطه عطف نمودار تابع f، قطعاً $x = -1$ است و داریم:

$$f(-1) = -\frac{1}{\sqrt[3]{1}} - \frac{5}{\sqrt[3]{1}} = -3$$

تابع f در $x = -1$ پیوسته است. بنابراین کافی است شیب خط مماس بر آن را در $x = -1$ به دست آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} & ; x < -1 \\ -x & ; x \geq -1 \end{cases}$$

تابع در $x = -1$ مشتق پذیر نیز می‌باشد و $f'(-1) = 1$ است. بنابراین خط مماس بر نمودار تابع در نقطه $(-1, -3)$ به صورت زیر است:

$$y = x - 2$$



عرض از مبدا این خط برابر ۲- است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۱۴۶- گزینه «۱»

(ویدئو آموزشی)

$$y' = -2 \sin(2x)$$

$$y'' = -4 \cos(2x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} x = \frac{\pi}{4}, x = -\frac{\pi}{4}$$

$$\left| \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow m = y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = -2 \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y = -2x + \frac{\pi}{2} \\ y = 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow m = y' \left(-\frac{\pi}{4} \right) = +2 \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y = 2x + \frac{\pi}{2} \\ y = 0 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع دو خط}} \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۲۶)

۱۴۷- گزینه «۲»

(علی شهبازی)

نقطه $(1, 6)$ ، اکسترم نسبی تابع f است، پس:

$$f'(1) = 0 \Rightarrow -3 - 6 + c = 0 \Rightarrow c = 9 \quad (1)$$

$$f(1) = 6 \Rightarrow -1 - 3 + 9 + d = 6 \Rightarrow d = 1 \quad (2)$$

نقطه $x = k$ ، نقطه عطف تابع است، پس: $f''(k) = 0$:

$$f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 \Rightarrow f''(x) = -6x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow k = -1$$

$$p = f(-1) = 1 - 3 - 9 + 1 = -10$$

$$\Rightarrow p + k = -10 + (-1) = -11$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۰)

۱۴۸- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

$y = f(x)$ را به صورت $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ می‌گیریم، داریم:

$$I) f(0) = 1 \Rightarrow \frac{b}{d} = 1 \Rightarrow b = d \Rightarrow f(x) = \frac{ax+b}{cx+b}$$

$$II) f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a \Rightarrow f(x) = \frac{ax-a}{cx-a}$$

III) خط $y = -1$ ، مجانب افقی نمودار است، یعنی $\frac{a}{c} = -1$ است.

$$\Rightarrow c = -a \Rightarrow f(x) = \frac{ax-a}{-ax-a} = \frac{x-1}{-x-1} = \frac{1-x}{1+x}$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{1-2}{1+2} = -\frac{1}{3}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۱۴۹- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

$x = 0$ ، مجانب قائم نمودار تابع است، به طوری که در همسایگی آن علامت

f یکسان است، بنابراین $x = 0$ ، باید ریشه مضاعف عبارت مخرج باشد. از

طرفی نمودار تابع در $x = 1$ بر محور x ها مماس است یعنی $x = 1$ باید

ریشه مضاعف عبارت صورت باشد.

در نتیجه ضابطه $y = f(x)$ را می‌توان به صورت

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

۱۵۰- گزینه «۴»

(فرامرز سپهری)

$x = 0$ ، مجانب قائم نمودار است و از آنجا که در دو طرف آن علامت تابع

یکسان است، $x = 0$ باید ریشه مضاعف عبارت مخرج باشد، بنابراین $b = 0$

است.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x+a}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{a}{x^2}$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow \text{نیز طول نقطه اکسترم نسبی نمودار تابع است، پس باید}$$

باشد:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{2a}{x^3} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{4} - \frac{a}{4} = 0$$

$$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow a + b = -1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

هندسه ۳- اختیاری

۱۵۱- گزینه «۴»

(امیرفرسین ابومحبوب)

۱) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} با هم موازی هستند اگر و فقط اگر

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$$

۲) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۲)

۱۵۲- گزینه «۴»

(مهرداد ملونری)

حجم متوازی‌السطوح تولید شده توسط سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \text{ است. با فرض } \vec{a} = (m, -2, 1), \vec{b} = (1, 2, -1) \text{ و}$$

$$\vec{c} = (3, 1, 0) \text{ داریم.}$$

$$\begin{cases} \vec{b} = (1, 2, -1) \\ \vec{c} = (3, 1, 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = (1, -3, -5)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = m + 6 - 5 = m + 1$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \Rightarrow |m + 1| = 5 \Rightarrow \begin{cases} m + 1 = 5 \Rightarrow m = 4 \\ m + 1 = -5 \Rightarrow m = -6 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه ۸۳)

۱۵۳- گزینه «۲»

(امیرفرسین ابومحبوب)

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 36 = 8 + 12 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 8$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 64 = 8 \times 12$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 32 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 4\sqrt{2}$$

مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۱۵۴- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (1, -1, -1) \\ \vec{b} &= (3, 2, 1) \end{aligned} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (4, 1, 0) = \vec{c}$$

اگر \vec{a}' تصویر قائم بردار \vec{a} روی بردار \vec{c} باشد، داریم:

$$\Rightarrow |\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{c}|}{|\vec{c}|} = \frac{4 - 1 + 0}{\sqrt{4^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۵۵- گزینه «۳»

(عباس اسری امیرآباری)

$$(\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{b}) = \vec{c} \times \vec{a} - \frac{\vec{b} \times \vec{b}}{0} - \frac{\vec{c} \times \vec{a}}{0} + \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{-\vec{b} \times \vec{a}} = \vec{c} \times \vec{a}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{b} &= (1, 1, -1) \\ \vec{a} &= (1, -2, 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{a} = (-1, -2, -3)$$

$$\vec{c} \times \vec{a} = (-3, -6, -9) \xrightarrow{\text{تصویر قائم روی صفحه } xy} (-3, -6, 0)$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۵۶- گزینه «۱»

(مصن ممد کریمی)

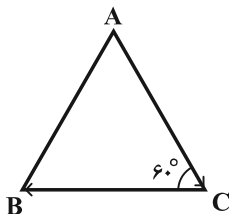
اگر برداری بر دو بردار $3\vec{a} - 2\vec{b}$ و $-2\vec{a} + 5\vec{b}$ عمود باشد، بر صفحه شامل

بردارهای \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس موازی بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ می‌باشد.



(سروش موئینی)

گزینه ۱» -۱۵۹



AC، BC و AB، هر سه قطر وجه‌های مکعب هستند، پس مثلث ABC

متساوی‌الاضلاع است و زاویه ACB برابر ۶۰° خواهد بود. چون انتهای

برداری AC بر ابتدای بردار CB منطبق است، پس زاویه بین دو بردار

AC و CB، مکمل زاویه ACB یعنی برابر ۱۲۰° است و داریم:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cos 120^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(سیرامیر ستوده)

گزینه ۱» -۱۶۰

ابتدا دو بردار AB و AC را تشکیل می‌دهیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (-3, -3, 3) \\ \overrightarrow{AC} &= (-1, -1, 0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (3, -3, 0)$$

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (2, 3, 1) \\ \vec{b} &= (1, 1, -1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-4, 3, -1)$$

برداری گزینه ۱، قرینه این بردار است یعنی با $\vec{a} \times \vec{b}$ موازی است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

گزینه ۳» -۱۵۷

(مفسر ممبر کریمی)

اگر حاصل ضرب داخلی هر یک از بردارهای داده شده را در بردار \vec{a} محاسبه

کنیم، خواهیم دید که به غیر از گزینه ۳، مابقی مثبت خواهند شد. پس بردار \vec{a}

با بردارهای داده شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ زاویه‌ای حاده می‌سازد، اما چون

حاصل ضرب داخلی بردار \vec{a} در بردار گزینه ۳ منفی است، زاویه‌ای که با این

برداری می‌سازد منفرجه است.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

گزینه ۳» -۱۵۸

(سروش موئینی)

چون $\vec{a} \times \vec{b}$ بر \vec{a} عمود می‌شود، زاویه بین این دو بردار قائمه است، پس

سینوس آن برابر ۱ است. در نتیجه داریم:

$$|\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a}| |\vec{a} \times \vec{b}| \times 1 = |\vec{a}| |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

از طرفی، $|\vec{a}| = 6$ و $|\vec{b}| = 3$ ، پس:

$$|\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 15^\circ = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 30^\circ = 54$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

ریاضیات گسسته - اختیاری

گزینه ۲

(نویز میبری)

هر سال دارای ۱۲ ماه و هر هفته دارای ۷ روز است. بنابراین به تعداد $۸۴ = ۱۲ \times ۷$ ترکیب متفاوت شامل یک روز از هفته و یک ماه از سال وجود دارد.

حال چون $۴ = \left[\frac{۳۳۷}{۸۴} \right]$ ، پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل $۴ + ۱ = ۵$

دانش آموز در این دبیرستان وجود دارند که در یک روز از هفته و در یک ماه از سال متولد شده‌اند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

گزینه ۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

طبق تعمیم اصل لانه کبوتری هرگاه $(kn + 1)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، آنگاه لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k + 1)$ کبوتر در آن قرار گرفته است. بنابراین داریم:

$$k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$$

$$۸۵ \geq 6n + 1 \Rightarrow 6n \leq ۸۴ \Rightarrow n \leq ۱۴$$

بنابراین اگر ۸۵ شاخه گل را حداکثر در ۱۴ گلدان قرار دهیم، آنگاه گلدانی وجود دارد که در آن حداقل ۷ شاخه گل قرار گرفته است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۸۲)

گزینه ۴

(علیرضا شریف‌نظیری)

زیرمجموعه‌هایی دو عضوی از مجموعه A که مجموع اعضای آنها برابر ۵۸ است، عبارت‌اند از:

$$\{۸, ۵۰\}, \{۱, ۴۷\}, \{۱۴, ۴۴\}, \{۱۷, ۴۱\}, \{۲۰, ۳۸\}, \{۲۳, ۳۵\}, \{۲۶, ۳۲\}$$

همچنین اعداد ۲، ۵ و ۲۹ در هیچ کدام از این زیرمجموعه‌ها قرار نمی‌گیرند. با انتخاب ۱۰ عدد (برابر مجموع تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی و اعدادی که در هیچ کدام از این زیرمجموعه‌ها قرار نمی‌گیرند) ممکن است مجموع هیچ دو عضوی برابر ۵۸ نباشد ولی با انتخاب عدد یازدهم، حداقل دو عدد وجود دارند که به یکی از زیرمجموعه‌های دو عضوی مشخص شده تعلق دارند و در نتیجه مجموع آنها برابر ۵۸ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۸۴)

گزینه ۳

(امیرحسین ابومبوب)

تعداد یال‌های گراف کامل $K_{۱۱}$ برابر است با:

$$q(K_{۱۱}) = \frac{۱۱ \times ۱۰}{۲} = ۵۵$$

با توجه به اینکه $۹ = \left[\frac{۵۵ - ۱}{۶} \right]$ ، پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل ۱۰ یال

در این گراف وجود دارد که هم‌رنگ باشند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

گزینه ۳

(علیرضا شریف‌نظیری)

گزینه ۱: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۴۸ مربع به طول ضلع ۱ تقسیم کرد. چون $۵۰ > ۴۸$ ، پس مربعی به ضلع ۱ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۲ نقطه باشد.

گزینه ۲: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۱۲ مربع به طول ضلع ۲ تقسیم کرد. چون $۵۰ > ۱۲ \times ۴$ ، پس مربعی به ضلع ۲ در این مستطیل وجود دارد که شامل حداقل ۵ نقطه باشد.

گزینه ۳: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۶ مستطیل به طول اضلاع ۲ و ۴ تقسیم کرد. با توجه به رابطه $۵۰ < ۶ \times ۹$ ، نمی‌توان مطمئن بود که مستطیلی به طول اضلاع ۲ و ۴ در مستطیل مفروض و شامل ۱۰ نقطه وجود داشته باشد. (ممکن است در هیچ کدام از مستطیل‌های کوچک‌تر، بیشتر از ۹ نقطه وجود نداشته باشد.)

گزینه ۴: مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۸ را می‌توان به ۸ مستطیل به طول اضلاع ۳ و ۲ تقسیم کرد. چون $۵۰ > ۸ \times ۶$ ، پس مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۲ در مستطیل مفروض وجود دارد که شامل حداقل ۷ نقطه باشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۸۰)

گزینه ۲

(نویز میبری)

طبق قضیه تقسیم، در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد b ، باقی مانده یکی از



تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که بر هیچ کدام از اعداد ۷ و ۱۱ بخش پذیر

نباشند، معادل تعداد اعضای مجموعه $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_7$ است.

داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_7| = |S| - |A_1 \cup A_7| = 900 - 198 = 702$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(امیرمسین ابومحوب)

۱۶۹- گزینه «۳»

فرض کنید تعداد کسانی که هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند، برابر $2x$ باشد. در این صورت x نفر نیز هیچ کدام از این دو رشته را بازی نکرده و $25-x$ نفر حداقل یکی از این دو رشته را بازی می‌کنند. اگر مجموعه دانش‌آموزانی که فوتبال و والیبال بازی می‌کنند را به ترتیب با A_1 و A_7 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|A_1 \cup A_7| = |A_1| + |A_7| - |A_1 \cap A_7|$$

$$\Rightarrow 25 - x = 16 + 13 - 2x \Rightarrow x = 4$$

تعداد کسانی که در این کلاس فقط فوتبال یا فقط والیبال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$|A_1 - A_7| + |A_7 - A_1| = |A_1| + |A_7| - 2|A_1 \cap A_7|$$

$$= 16 + 13 - 2 \times 8 = 13$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مهری عزیزی)

۱۷۰- گزینه «۴»

اعداد مکعب کامل ۳ رقمی B و اعداد مربع کامل ۳ رقمی A

$$100 \leq k^2 \leq 999 \Rightarrow 10 \leq k \leq 31 \xrightarrow{\text{تعداد}} |A| = 22$$

$$100 \leq k^3 \leq 999 \Rightarrow 5 \leq k \leq 9 \xrightarrow{\text{تعداد}} |B| = 5$$

$$100 \leq k^6 \leq 999 \Rightarrow k = 3 \xrightarrow{\text{تعداد}} |A \cap B| = 1$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |A \cup B| = |S| - |A \cup B| \quad \text{بنابراین داریم:}$$

$$= 900 - (22 + 5 - 1) = 874$$

کل اعداد ۳ رقمی

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

اعداد $5, 4, 3, 2, 1, 0$ است، یعنی تعداد لانه‌ها برابر $n = 6$ است. با توجه به

اینکه $k + 1 = 4$ است، پس $k = 3$ بوده و در نتیجه طبق تعمیم اصل لانه

کبوتری، حداقل تعداد اعداد انتخابی برابر است با:

$$kn + 1 = 3 \times 6 + 1 = 19$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(امیرمسین ابومحوب)

۱۶۷- گزینه «۳»

یک تابع تعریف شده از مجموعه A به مجموعه B در صورتی غیرپوشا است که برد آن فاقد حداقل یکی از اعضای مجموعه B باشد. اگر توابعی از مجموعه A به مجموعه B که برد آنها فاقد عضوهای ۱، ۲ و ۳ باشند را به ترتیب با A_3, A_2, A_1 نشان دهیم، داریم:

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 = 16$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$\text{تعداد توابع غیرپوشا} = |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3 \times 16 - 3 \times 1 + 0 = 45$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۸)

(مسعود روشی)

۱۶۸- گزینه «۳»

اگر S مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی و A_1 و A_7 زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آنها به ترتیب بر ۷ و ۱۱ بخش پذیر هستند، داریم:

$$|S| = 999 - 99 = 900$$

$$|A_1| = \left[\frac{999}{7} \right] - \left[\frac{99}{7} \right] = 142 - 14 = 128$$

$$|A_7| = \left[\frac{999}{11} \right] - \left[\frac{99}{11} \right] = 90 - 9 = 81$$

$$|A_1 \cap A_7| = \left[\frac{999}{77} \right] - \left[\frac{99}{77} \right] = 12 - 1 = 11$$

$$|A_1 \cup A_7| = 128 + 81 - 11 = 198$$

فیزیک ۳- اختیاری

گزینه «۱» - ۱۷۱

(ممسن قنچرلر)

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\Delta}{\Delta} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\Delta}{\Delta} \Rightarrow \frac{\lambda_A + 0.15}{\lambda_A} = \frac{\Delta}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_A = 0.6 \mu\text{m} \\ \lambda_B = 0.6 + 0.15 = 0.75 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{12 \times 10^{-7}}{0.6 \times 10^{-6}} = 2 \text{ eV} \\ E_B = \frac{12 \times 10^{-7}}{0.75 \times 10^{-6}} = 1.6 \text{ eV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 2 - 1.6 = 0.4 \text{ eV}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

گزینه «۲» - ۱۷۲

(ممسر علی راست‌پیمان)

با توجه به اطلاعات روی نمودار و معادله فوتوالکتریک، خواهیم داشت:

$$B : K_{\max} = hf - W_e \Rightarrow (K_{\max})_B = hf' - h(1/\Delta \times 10^{15})$$

$$A : K_{\max} = hf - W_e \Rightarrow (K_{\max})_A = hf' - h(10^{15})$$

بنابراین:

$$(K_{\max})_A - (K_{\max})_B = (hf' - 10^{15}h) - (hf' - 1/\Delta \times 10^{15}h)$$

$$\Rightarrow (K_{\max})_A - (K_{\max})_B = 0.5 \times 10^{15}h = 0.5 \times 10^{15} \times 4 \times 10^{-15}$$

$$\Rightarrow (K_{\max})_A - (K_{\max})_B = 2 \text{ eV}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

گزینه «۳» - ۱۷۳

(عبدالرضا امینی نسب)

در هر رشته، کوتاه‌ترین طول موج زمانی گسیل می‌شود که الکترون از

تراز $n = \infty$ به تراز مربوط به آن رشته گذار انجام دهد. برای سری پاشن

($n' = 3$) داریم:

$$n' = 3, n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{R}{9}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R} = 900 \text{ nm}$$

در هر رشته بلندترین طول موج زمانی گسیل می‌شود که الکترون از یک تراز

بالتر به تراز مربوط به آن رشته گذار انجام دهد. برای سری لیمان ($n' = 1$)

$$n' = 1, n = 2 \quad \text{داریم:}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

$$900 - \frac{400}{3} = \frac{2700}{3} - \frac{400}{3} = \frac{2300}{3} \text{ nm} \quad \text{در نتیجه:}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

گزینه «۴» - ۱۷۴

(بابک اسلامی)

با استفاده از تعریف داریم:

گزینه «۱»:

$$\Delta E(\Delta \rightarrow 2) - \Delta E(\Delta \rightarrow 3) = (E_\Delta - E_2) - (E_\Delta - E_3)$$

$$= E_3 - E_2 = \Delta E(3 \rightarrow 2)$$

گزینه «۲»:

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = (E_4 - E_2) + (E_2 - E_1)$$

$$= E_4 - E_1 = \Delta E(4 \rightarrow 1)$$

گزینه «۳»:

$$\Delta E(4 \rightarrow 2) - \Delta E(\Delta \rightarrow 3) = (E_4 - E_2) - (E_\Delta - E_3)$$

$$= (E_4 - E_2) - (E_\Delta - E_3) = \Delta E(3 \rightarrow 2) - \Delta E(\Delta \rightarrow 4)$$

گزینه «۴»:

$$\Delta E(6 \rightarrow 1) + \Delta E(2 \rightarrow 1) = (E_6 - E_1) + (E_2 - E_1)$$

$$= E_6 + E_2 - 2E_1 \neq \Delta E(6 \rightarrow 2)$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)



$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{N_0 A}{N_0 B} \times \frac{\frac{1}{2}^{\frac{t}{T_B}}}{\frac{1}{2}^{\frac{t}{T_A}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = 1 \times \frac{24/5}{21/5} \Rightarrow 2^{-4} = 24/5 \cdot 1/5 \Rightarrow 2^{-4} = 2^{-4}$$

$$\Rightarrow t = 9h = 540 \text{ min}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(مفسر قندچلر)

گزینه «۳» ۱۷۹-

ابتدا جرم ماده باقی‌مانده بعد از سه نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow m = 3g$$

طبق رابطه $E = mc^2$ ، انرژی حاصل از ۳ گرم ماده را برحسب ژول به‌دست

آورده و سپس آن را به کیلووات ساعت تبدیل می‌کنیم.

$$E = mc^2 = (3 \times 10^{-3}) \times (9 \times 10^{16}) = 27 \times 10^{13} J$$

$$\Rightarrow E = \frac{27 \times 10^{13}}{36 \times 10^5} = 7.5 \times 10^7 \text{ kW.h}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۲» ۱۸۰-

مورد «الف» نادرست است چون در واکنش «گداخت» مجموع جرم

محصولات کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است و این اختلاف جرم

سبب آزاد شدن مقدار زیادی انرژی می‌شود. ($E = mc^2$)

مورد «ب» نادرست است، چون در این فرایند هسته هلیوم و یک نوترون

پرانرژی تولید می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۱» ۱۷۵-

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow E_\delta - E_\gamma = \frac{-E_R}{\delta^2} - \left(\frac{-E_R}{\gamma^2}\right) = \frac{-E_R}{\delta^2} + \frac{E_R}{\gamma^2}$$

$$\Rightarrow E_\delta - E_\gamma = \frac{21E_R}{100} = 0.21E_R$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

(بابک اسلامی)

گزینه «۳» ۱۷۶-

هسته‌هایی که تعداد پروتون مساوی دارند، دارای خواص شیمیایی یکسان هستند و

ایزوتوپ نامیده می‌شوند. با توجه به اینکه یک عنصر به‌صورت ${}^A_Z X_N$ نشان داده

می‌شود که در آن $A = Z + N$ است، بنابراین عنصرهای نشان داده شده در

گزینه «۳» با عدد اتمی $Z = 19$ ، ایزوتوپ هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه ۱۳۹)

(بابک اسلامی)

گزینه «۴» ۱۷۷-



بنابراین محصول نهایی منیزیم است و طبق رابطه $A = Z + N$ ، تعداد

$$25 = 12 + N \Rightarrow N = 13$$

نوترون‌های آن برابر است با:

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

(بابک اسلامی)

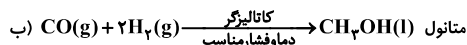
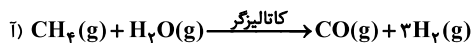
گزینه «۲» ۱۷۸-

با استفاده از رابطه تعداد هسته‌های پرتوزای فعال یک ماده پرتوزا، داریم:

شیمی ۳ (اختیاری)

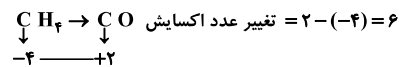
۱۸۱- گزینه «۳»

(مقدمه عظیمیان/زواره)



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



گزینه «۲»: پایداری کربن مونوکسید (CO) از پایداری کربن دی‌اکسید (CO₂) کمتر است.

گزینه «۳»: در واکنش (ب) عدد اکسایش C در CO از +۲ به -۲ در CH₃OH تغییر کرده و بنابراین کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

گزینه «۴»: نیروی بین مولکولی غالب در متانول از نوع پیوند هیدروژنی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۸۲- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: به منظور تولید ترفتالیک اسید با بازده بالا از پارازیلن، باید از محلول پتاسیم برمگنات در دمای بالا استفاده کرد. البته به منظور افزایش بازدهی، استفاده از اکسیژن در حضور کاتالیزگرهای مناسب می‌تواند راه‌گشا باشد.

گزینه «۳»: این مواد را نمی‌توان به‌طور مستقیم از نفت خام به‌دست آورد.

گزینه «۴»: همانند پلیمرهای سنتزی، PET نیز ماندگاری بالایی دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

۱۸۳- گزینه «۴»

(علی جری)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در این روش از گاز O₂ در حضور کاتالیزگر استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: کاتالیزگر، سبب افزایش بازده درصدی واکنش‌ها نمی‌شود.

گزینه «۳»: متانول مایعی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۹)

۱۸۴- گزینه «۲»

(مرتضی خوش‌کیش)

موارد سوم و چهارم درست است. بررسی موارد:

مورد اول: اتیل استات با فرمول C₄H₈O₂ دارای ۱۴ اتم است که به صورت مستقیم از واکنش اتانول و استیک اسید تهیه می‌شود. کلرواتان با فرمول C₂H₅Cl دارای ۸ اتم است که به صورت مستقیم از واکنش اتن و گاز هیدروژن کلرید تهیه می‌شود.

مورد دوم: برای تهیه اسیدها، ابتدا باید آلکن را به الکل و سپس الکل را به اسید تبدیل کرد، بنابراین نمی‌توان اتن را به‌طور مستقیم به اتانویک اسید تبدیل کرد.

مورد سوم: با قرار دادن گاز اتن در فشار و دمای بالا ترکیب پلیمری پلی اتن تولید می‌شود که ترکیبی با جرم مولکولی بالاست و برخلاف اتن، سیر شده می‌باشد.

مورد چهارم: با توجه به شکل، ترکیب‌های اتن و اتیل آمین به ترتیب آلکن و آمین دو کربنه هستند، بنابراین ترکیب X الکل دو کربنه یعنی اتانول می‌باشد که برای ضدعفونی کردن استفاده می‌شود.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

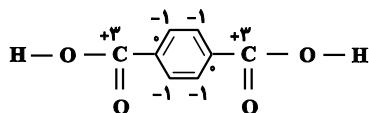
۱۸۵- گزینه «۳»

(یعقوب پازوکی)

گزینه «۱»: افشان‌های بی‌حس کننده را از واکنش گاز اتیلن با هیدروژن کلرید (HCl) به‌دست می‌آورند.

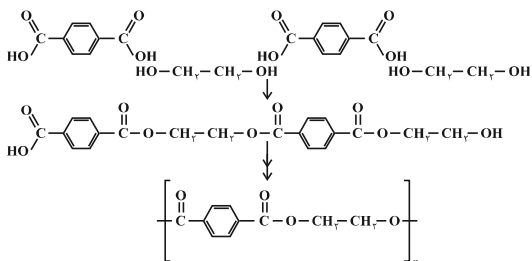
گزینه «۲»: پلی اتیلن ترفتالات یک پلی استر می‌باشد.

گزینه «۳»: $+2 = 2(+3) + 4(-1) + 2(0) = +2$ مجموع عدد اکسایش



$$? \text{g NaOH} = 33 / 2 \text{g C}_8\text{H}_8\text{O}_4 \times \frac{1 \text{mol C}_8\text{H}_8\text{O}_4}{166 \text{g C}_8\text{H}_8\text{O}_4}$$

$$\times \frac{2 \text{mol NaOH}}{1 \text{mol C}_8\text{H}_8\text{O}_4} \times \frac{40 \text{g NaOH}}{1 \text{mol NaOH}} = 16 \text{g NaOH}$$



(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۱۸۹- گزینه «۳» (مهمر عظیمیان زواره)

پتاسیم پرمنگنات در این واکنش نقش اکسنده را دارد و بازده واکنش نسبتاً

خوب است، فرمول مولکولی ترفتالیک اسید $\text{C}_8\text{H}_4(\text{COOH})_2$ یا

$\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ می‌باشد.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۱۵)

۱۹۰- گزینه «۱» (موسی قیاط علیمهمری)

$$\text{واکنش a) } 800 \text{g CH}_4 \times \frac{1 \text{mol CH}_4}{16 \text{g CH}_4} \times \frac{1 \text{mol CO}}{1 \text{mol CH}_4} = 50 \text{mol CO}$$

$$\text{نظری واکنش b) } 50 \text{mol CO} \times \frac{1 \text{mol CH}_3\text{OH}}{1 \text{mol CO}} = 50 \text{mol CH}_3\text{OH}$$

$$\text{واکنش c) } 400 \text{g CH}_4 \times \frac{1 \text{mol CH}_4}{16 \text{g CH}_4} \times \frac{2 \text{mol CH}_3\text{OH}}{2 \text{mol CH}_4} \times \frac{90}{100}$$

$$= 225 \text{mol CH}_3\text{OH}$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار علمی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{225}{500} \times 100 = 45\%$$

حاصل ضرب بازده a و b باید برابر ۴۵٪ شود.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

گزینه «۴»: از واکنش گاز اتن با محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات، در

شرایط مناسب اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۱۸۶- گزینه «۴» (مهمر رضائی)

تنها عبارت «پ» نادرست است.

تغییر عدد اکسایش هر واحد پارازایلن در تبدیل به ترفتالیک اسید، برابر ۱۲

است. بنابراین:

$$? \text{mole}^- = 33 / 2 \text{g C}_8\text{H}_8\text{O}_4 \times \frac{1 \text{mol C}_8\text{H}_8\text{O}_4}{166 \text{g C}_8\text{H}_8\text{O}_4} \times \frac{12 \text{mole}^-}{1 \text{mol C}_8\text{H}_8\text{O}_4}$$

$$= 2 / 4 \text{mole}^-$$

(شیمی ۳؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۱۸۷- گزینه «۱» (مهمر مسن مهمر زاده مقرم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: استیک اسید را نمی‌توان به‌طور مستقیم از گاز اتن تهیه کرد.

گزینه «۳»: کلرواتان به‌عنوان افشانه بی‌حس‌کننده موضعی مورد استفاده قرار

می‌گیرد که از واکنش هیدروژن کلرید با گاز اتن تهیه می‌شود.

گزینه «۴»: اتیل استات از واکنش اتانویک اسید و اتانول به‌دست می‌آید.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۱۳)

۱۸۸- گزینه «۱» (شهرام امیرمهموری)

بررسی موارد:

مورد اول: صحیح است. ترفتالیک اسید دارای دو گروه عاملی اسیدی و اتیلن

گلیکول دارای دو گروه عاملی الکی است.

مورد دوم: صحیح است.

مورد سوم: نادرست است. در هر واحد تکرار شونده PET، ۸ اتم هیدروژن وجود دارد.

مورد چهارم: نادرست است. ترفتالیک اسید دارای دو گروه عاملی اسیدی

است. بنابراین هر مول آن با دو مول از NaOH به‌طور کامل خنثی می‌شود.

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور

WWW.KONKUR.INFO

Konkur
.info

<https://konkur.info>