بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info

آزمون «۱۸ آذر ۱۴۰۱»

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۲۰ سؤال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	حسابان دوازدهم	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	هندسه دوازدهم	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	آمارو احتمال	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	آمارو احتمال	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	فیزیک دوازدهم	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اجباری	فیزیک دهم	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
انتخابی	فیزیک یازدهم	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
	فیزیک دهم		۹۱-۱۰۰	
اجباری	شیمی دوازدهم	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
اجباری	شیمی دهم	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
انتخابی	شیمی یازدهم	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
	شیمی دهم		۱۳۱-۱۴۰	
جمع کل		۱۲۰	۱-۱۴۰	۱۶۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲و ریاضی پایه	امیرهوشنگ انصاری-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن‌آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان-سعید علم‌پور-حمید علیزاده-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوری سروش موئینی ـ جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی‌امیرآبادی-نادر حاجی‌زاده-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی شروین سیاح‌نیا-علیرضا شریف‌خطیبی-رضا عباسی‌اصل-محمدابراهیم گیتی‌زاده-امید محمدطاهری-مهرداد ملوندی
	آمارو احتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-رضا توکلی-روح انگیز جلیلیان-جواد حاتمی-عادل حسینی-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری- سوگند روشنی-عطا صادقی-محمد صحت‌کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشاد زاهدی-سعید شرق-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-مهلا تابش‌نیا-امیر حاتمیان-مرتضی خوش کیش-حسن رحمتی‌کوکنده- فرزاد رضایی-روزبه رضوانی آروین شجاعی- مبینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم سیدمحمدرضا میرقائمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

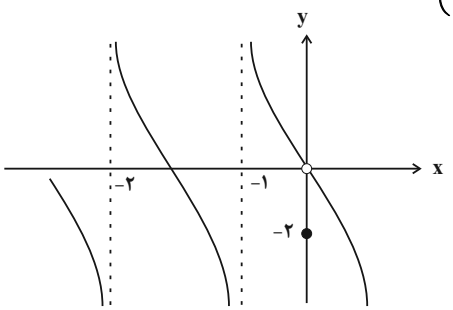
حسابان ۲: مثلثات، حدهای نامتناهی – حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۸ / **حسابان ۱: حد و پیوستگی:** صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱ وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱- تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته و اکیداً نزولی است. اگر $f(۳)=۲$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{x^۲-۶}{f(x)-۲}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) ۲

۳) $+\infty$ ۴) صفر

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حدود چپ و راست تابع $g(x)=f\left(\frac{۳}{x}\left(۱+[-\frac{x}{۳}]\right)\right)$ در $x=۳$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱) -۲ ، $+\infty$

۲) -۲ ، $-\infty$

۳) صفر، $+\infty$

۴) صفر، $-\infty$

۳- اگر $\lim\limits_{x\to(-۱)}\frac{a[x]-a^۲x}{۳x^۲+x-۲}=-\infty$ ، حدود a کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

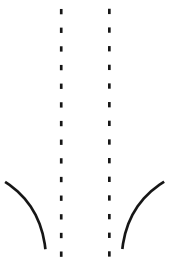
۱) $(۰,۱)$ ۲) $\mathbb{R}-(۰,۱)$

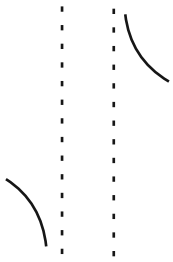
۳) $(۰,۲)$ ۴) $(۱,۲)$

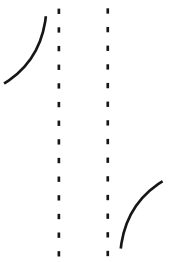
۴- نمودار $y=\frac{[x^۲+۴x+۴]\sin x}{x^۳-۴x}$ چند خط مجانب قائم دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

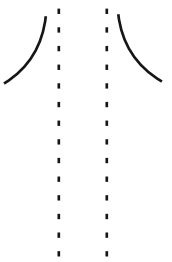
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵- اگر $f(x)=|x-۱|+|x-۳|$ ، نمودار تابع $g(x)=\frac{۱}{f(x)-۲}$ در اطراف خطوط مجانب‌های قائم خود چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶- تابع $f(x)=\frac{x[2x^2-x]}{\sin x}$ در چند نقطه از نقاط بازهٔ $(-1,1)$ حد ندارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

۷- حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin x-\sqrt{\cos x}}{\cos x-\sqrt{1+\sin x}}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-\infty$

۳) -1 ۴) -2

۸- تابع $f(x)=\begin{cases} a & ; \quad x=5 \\ \frac{bx-\sqrt{x-1}}{x-5} & ; \quad x\neq 5 \end{cases}$ روی دامنه‌اش پیوسته است، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{8}$

۳) $\frac{3}{20}$ ۴) $\frac{13}{10}$

۹- معادلهٔ $5\cos 2\theta+2\cos^2\frac{\theta}{2}+1=0$ در بازهٔ $[0,\frac{5\pi}{2}]$ چند جواب دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۷

۱۰- جواب کلی معادلهٔ $\tan 2x=\frac{1}{\cos 2x}+\frac{1}{2}$ با جواب کلی کدام معادله برابر است؟

۱) $\frac{\tan x}{\tan 2x}=2(1-\tan x)$ ۲) $10\sin x\cos x=3$

۳) $4\tan 2x+3\tan x=0$ ۴) $5\cos 2x+4=0$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضی پایه: ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳ / **حسابان ۱: جبر و معادله:** صفحه‌های ۷ تا ۳۶ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱۱- کدام سهمی فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد؟

۱) $y=-۲x^۲+۳x-۷$

۲) $y=x+۱-۴x^۲$

۳) $y=۵x-(x^۲+۲)$

۴) $y=x^۲-۸x+۲$

۱۲- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۱=۵x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\frac{\alpha}{\beta^۲-۱}$ و $\frac{\beta}{\alpha^۲-۱}$ است؟

۱) $۲۵x^۲=۱۳۵x+۱$

۲) $۲۵x^۲+۱۳۵x=۱$

۳) $۲۵x^۲+۱۳۵x+۱=۰$

۴) $۲۵x^۲+۱=۱۳۵x$

۱۳- جدول تعیین علامت $p(x)=\frac{x^۳-ax^۲+(a+۳)x-۴}{x^۲-۲bx+b}$ به صورت زیر است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

x		۱		c	
p(x)	−	تعریف نشده	+	۰	+

۱) ۸

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

۱۴- معادلهٔ $۲\left(x+\frac{۱}{x}\right)=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) صفر

۱۵- جزء صحیح جواب معادلهٔ $\sqrt{۲-\frac{۱}{x}}-\sqrt{\frac{x}{۲x-۱}}=\frac{۸}{۳}$ کدام است؟

۱) ۲−

۲) ۱−

۳) ۱

۴) صفر

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۶- معادلهٔ $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}=\sqrt{kx}$ جواب حقیقی دارد. حدود k کدام است؟

۱) $0<k<4$
۲) $k>1$
۳) $0<k<1$
۴) $k>4$

۱۷- عدد a را روی محور اعداد حقیقی در نظر بگیرید. فاصله عدد a^2 از ۱، a واحد بیشتر از فاصله عدد a^2 از ۴ است. مقدار غیرصحیح a کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{41}-1}{4}$
۲) $\frac{\sqrt{41}-1}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{41}+1}{2}$
۴) $\frac{\sqrt{41}+1}{4}$

۱۸- کم‌ترین مقدار تابع $y=|x+2|-k(x-|x-1|)$ صفر است. مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۳
۲) $\frac{5}{2}$
۳) $-\frac{1}{2}$
۴) ۱

۱۹- مساحت مثلث ABC با رئوس A، $B(0,1)$ و $C(2,0)$ برابر ۲ است. اگر نقطه A روی خط $x+2y=m$ قرار داشته باشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۱

۲۰- به ازای $m\in\mathbb{R}-[a,b]-\{c\}$، پاره‌خطی که نقاط $A(m-1,3-m)$ و $B(-1-m,m)$ را به هم وصل می‌کند، از سه ربع دستگاه مختصات می‌گذرد. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{1}{2}$
۳) صفر
۴) -1

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۲۱- بزرگ‌ترین عدد صحیح m که به ازای آن، معادلهٔ $2x^2+2y^2-2x+6y+m=0$ متعلق به یک دایره باشد، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۹

۲۲- خطوط $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از یک دایره هستند که از مبدأ مختصات عبور می‌کند. کدام‌یک از نقاط زیر روی این دایره قرار دارد؟

۱) $(0,2)$ ۲) $(1,-3)$

۳) $(2,-2)$ ۴) $(-1,1)$

۲۳- نقاط $A(a,-2)$ و $B(6-a,4)$ دو سر قطری از دایره به معادلهٔ $x^2+y^2+mx+ny-15=0$ هستند. مقدار مثبت a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳

۳) ۵ ۴) ۷

۲۴- به ازای چه مقادیری از m، خط $3x+4y=m$ بر دایرهٔ $x^2+y^2-2x-4y=4$ مماس است؟

۱) ۲۶- و ۴- ۲) ۲۶ و ۴

۳) ۲۶ و ۴- ۴) ۲۶- و ۴

۲۵- دو خط موازی d و d' در صفحه مفروض‌اند. اگر نقاط A و B روی خط d و نقاط C و D روی خط d' باشند، آن‌گاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد؟

۱) همواره صفر ۲) همواره یک

۳) صفر و یک ۴) صفر یا بی‌شمار

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۲۶- پاره‌خط AB به طول ۱۰ واحد در صفحه مفروض است. چند خط در این صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۴ واحد و از B به فاصلهٔ ۶ واحد باشند؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۲۷- دایرهٔ $C(O,R)$ در نقاط $(-۴,۰)$ و $(۰,۴)$ بر محورهای مختصات مماس است. طول کوتاه‌ترین وتری از این دایره که از نقطهٔ $M(-۲,۱)$ بگذرد، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۷}$ ۴) $\sqrt{۶}$

۲۸- خط $x+y=۳$ شامل یکی از قطرهای دایره‌ای است که از دو نقطهٔ $(۲,۰)$ و $(۰,۱)$ عبور می‌کند. معادلهٔ این دایره کدام است؟

۱) $x^۲+y^۲+۳x+۳y+۲=۰$

۲) $x^۲+y^۲-۳x-۳y+۲=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۳x+۳y-۲=۰$

۴) $x^۲+y^۲-۳x-۳y-۲=۰$

۲۹- از نقاط به طول ۴ و ۴- روی محور x ها، هر کدام دو مماس بر دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲=۴$ رسم می‌کنیم. مساحت چهارضلعی ساخته شده توسط نقاط تماس بر دایره کدام است؟

۱) $۸\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$

۳) ۱۲ ۴) ۶

۳۰- مربع ABCD به طول ضلع ۴ واحد مفروض است. اگر مکان هندسی نقاطی از سطح این مربع را که فاصلهٔ آن‌ها از قطر AC بیشتر از ۲ واحد باشد S بنامیم، مساحت ناحیهٔ S چند واحد مربع است؟

۱) $(۲-\sqrt{۲})^۲$ ۲) $(۴-\sqrt{۲})^۲$

۳) $۴(۴-\sqrt{۲})^۲$ ۴) $۴(۲-\sqrt{۲})^۲$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد، گراف و مدل‌سازی (تا سر مسیر): صفحه‌های ۲۶ تا ۳۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۳۱- به ازای چند عدد دو رقمی m، معادلهٔ سیاله $۶x+۲۱y=m^۲+۲$ دارای جواب است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵

۳) ۶۰ ۴) ۷۵

۳۲- به چند طریق می‌توان با ۴۱۰ لیتر شیر، ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری را چنان پر کرد که حداکثر ۷۰ ظرف استفاده شود؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱

۳) ۵ ۴) ۶

۳۳- فرض کنید $V(G)=\{a,b,c,d,e,f\}$، $N_G(a)=N_G(b)=N_G(c)$ و $N_G(d)=N_G(e)=N_G(f)$ باشد. اگر $deg(a)=۳$ باشد. حاصل $p+q+\Delta+\delta$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴

۳) ۲۵ ۴) ۲۱

۳۴- در چند حالت زیر یک گراف منتظم قابل رسم است؟

الف) ۸ – منتظم با ۲۱ یال

ب) ۷ – منتظم با ۹ رأس

پ) ۷ – منتظم با ۳۵ یال

ت) ۸ – منتظم با ۷ رأس

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

۳۵- در گراف G از مرتبه ۸ و اندازهٔ ۲۵، مقدار $\Delta-\delta$ کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۳۶- در یک گراف کامل از مرتبهٔ $p(p>۱)$ و اندازهٔ q، رابطهٔ $۲q-p^۲=۴\Delta-\delta^۲-۱$ برقرار است. نسبت $\frac{q}{\Delta}$ در این گراف کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳

۳) ۳/۵ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۳۷- گراف G با مجموعهٔ رأس‌های $V(G)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6\}$ مفروض است. اگر $N_G(v_1)$ دارای ۵ عضو باشد و رأس‌های v_2 تا v_6 ، دو به دو غیرمجاور باشند، حاصل $\sum_{i=1}^{6}|N_G[v_i]|$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲

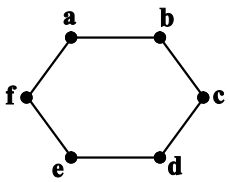
۳) ۱۰ ۴) ۶

۳۸- گراف G، $r-$ منتظم مرتبه p بوده و با حذف ۱۲ یال به $\frac{3r}{4}-$ منتظم از همان مرتبه تبدیل خواهد شد. حداقل تعداد یالی که باید به G اضافه کنیم تا گراف G به گراف کامل تبدیل شود، کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۶۶

۳) ۱۸ ۴) ۹۶

۳۹- گراف زیر، چند زیر گراف دارد به طوری که در تمامی آن‌ها $pq=6$ باشد؟



۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۱۸

۴) ۲۶

۴۰- در گراف G از مرتبه p و اندازهٔ q، رابطه $q-p=2$ برقرار است. اگر مجموع اندازهٔ گراف $\bar{G}$ و سه برابر اندازهٔ گراف G برابر ۲۴ باشد. تفاضل اندازهٔ گراف G و گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۴۱- در چه تعداد از گزاره نماهای زیر، مجموعه جواب با دامنه داده شده برابر نیست؟

الف) $\circ \le \frac{|x|}{|x|+1} < 1 \quad (D=\mathbb{R})$

ب) $\frac{x^2-1}{x+1} = x-1 \quad (D=\mathbb{N})$

پ) $x+\frac{1}{x} \le -2 \quad (D=(-\infty,\circ))$

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۴۲- گزارهٔ $p \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \sim$ با کدام‌یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

۱) p ۲) q

۳) T ۴) F

۴۳- گزارهٔ مرکب «اگر بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب کند آن‌گاه در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود» با چند تا از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی است؟

الف) اگر بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب نکند، آن‌گاه در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

ب) اگر بهروز در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نشود، آن‌گاه در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب نکرده است.

پ) بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب نمی‌کند یا در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.

ت) بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب می‌کند یا در رشتهٔ مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۴۴- رابطهٔ $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; p(x,y)$ ارزش درست دارد. $p(x,y)$ کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) $x < y$ ۲) $x \le y$

۳) $y < x$ ۴) $y \le x$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۴۵- اگر $A=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\}\}$ باشد، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

الف) $\forall x\in A; x\subseteq A$

ب) $\forall x\subseteq A; x\in A$

پ) $\forall x,y\in A; x\in y\vee y\in x$

ت) $\forall x,y\in A; x\subseteq y\vee y\subseteq x$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۶- متمم مجموعهٔ $(B-A)-(C-A)$ نسبت به مجموعهٔ مرجع کدام است؟

۱) $A\cup B'\cup C$ ۲) $(A\cup C)-B$

۳) $A-(B\cup C)$ ۴) $(A\cap C)-B$

۴۷- فرض کنید $C=(A'\cap B')\cup(B-A')$ باشد. حاصل $C'-(A-B)$ کدام است؟

۱) $A-B$ ۲) $A\cup C$

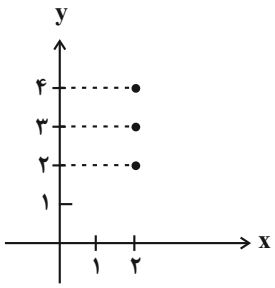
۳) C' ۴) $B-A$

۴۸- یکی از افرازهای مجموعهٔ A به‌صورت $\{a,b,c\}\{d,e\}$ است. تعداد افرازهای این مجموعه که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی باشد، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۴۹- اگر نمودار $A^2-B\times A$ به‌صورت شکل مقابل باشد. مجموعهٔ $(A\times B)\cap(B\times A)$ با فرض $B\subseteq A$ چند عضو دارد؟



۱) ۱

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۹

۵۰- سه مجموعهٔ غیرتهی A، B و C مفروض‌اند. اگر تعداد اعضای B دو واحد بیشتر از A، تعداد اعضای $B\times C$، نصف تعداد اعضای $A\times B$ و ۱۲ واحد کم‌تر از A^2 باشد، آن‌گاه مجموعهٔ $A\times C$ چند عضو دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸

۳) ۲۴ ۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخگویی به سؤالات آمار و احتمال اختیاری است و درتراز کل بی‌تأثیر است.

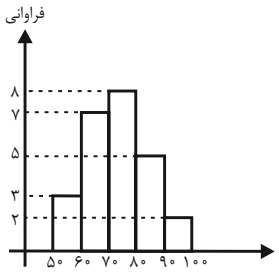
۵۱- در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، میانگین برابر ۱۰ است. فراوانی نسبی ، متناظر با دادهٔ ۱۱ کدام است؟

داده‌ها	۵	$x+۳$	۱۱	۲۵
فراوانی	۲	۳	x	۱

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۵۲- وزن دانش‌آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم در نمودار بافت نگاشت زیر نمایش داده شده است. اگر ۵ دانش‌آموز به ترتیب به وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم به این کلاس اضافه شوند، فراوانی نسبی دستهٔ وسط چه تغییری می‌کند؟



۱) ۰/۰۲ اضافه می‌شود.

۲) ۰/۰۴ اضافه می‌شود.

۳) ۰/۰۴ کم می‌شود.

۴) ۰/۰۲ کم می‌شود.

۵۳- نمرات زبان دانش‌آموزان یک دبیرستان مطابق جدول زیر است. در نمودار دایره‌ای متناظر با این نمرات، زاویهٔ مربوط به نمرهٔ A کدام است؟

نمره	A	B	C	D
درصد فراوانی	a	۲۷	۳۴	۲۴

۱) ۵۴° ۲) ۶۰°

۳) ۶۶° ۴) ۷۲°

۵۴- میانگین داده‌های $۳a+۴$، ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲، سه واحد بیشتر از میانگین داده‌های a، ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲ است. میانهٔ داده‌های دستهٔ دوم کدام است؟

۱) ۸/۵ ۲) ۹

۳) ۹/۵ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۵۵- نمرات درس ریاضیات گسستهٔ دانش‌آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانهٔ این نمرات کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱) ۰/۲
۲) ۰/۳
۳) ۰/۸
۴) صفر

۵۶- در داده‌های $۷,۴,۱,۷,۲,۸,۷,۲,۱۷,۱۲,۹,۱۷,۱۳$، اختلاف بین مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد کدام است؟

۱) ۳۴
۲) ۳۸
۳) ۴۲
۴) ۴۹

۵۷- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۵، ۱۳، ۱۲، ۶، ۸، ۱۴، ۳، ۵، ۲۳، ۹ و ۱۷، میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۵۸- به ۲۰ دادهٔ آماری با انحراف معیار ۵، حداقل چند دادهٔ مساوی با میانگین باید اضافه شود تا انحراف معیار به کمتر از ۴ برسد؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۵۹- اگر ضریب تغییرات داده‌های $x_۱, x_۲, ..., x_n$ برابر ۱/۲ و میانگین این داده‌ها برابر $\bar{x}$ باشد، ضریب تغییرات داده‌های $۳x_۱ + \bar{x}, ۳x_۲ + \bar{x}, ..., ۳x_n + \bar{x}$ کدام است؟

۱) ۰/۴
۲) ۰/۶
۳) ۰/۸
۴) ۰/۹

۶۰- واریانس داده‌های f، e، d، c، b، a و ۵، برابر ۱۴ است. اگر دو دادهٔ ۵ و f را از میان آنها حذف کنیم، میانگین داده‌ها تغییری نمی‌کند اما واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر می‌شود. مقدار f کدام است؟ $(f > ۵)$

۱) ۱۹
۲) ۲۰
۳) ۲۱
۴) ۲۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۶۱- در مورد نیروی وزن، چند مورد از عبارت‌های زیر درست بیان شده‌اند؟

الف) وزن یک جسم روی زمین، نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود.

ب) جهت وزن همواره به طرف مرکز زمین است.

پ) وزن یک جسم در ارتفاع‌های مختلف از سطح زمین، یکسان است.

ت) وزن یک جسم به جرم زمین بستگی ندارد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

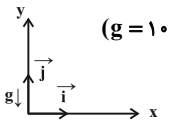
۶۲- سه نیروی افقی ۹، ۱۲ و ۱۷ نیوتونی به جسمی به جرم $2kg$ وارد می‌شوند و جسم در حال سکون بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. اگر ناگهان نیروی ۱۷ نیوتونی حذف شود، پس از ۴ ثانیه اندازهٔ تکانهٔ جسم متحرک چند واحد SI خواهد شد؟

۱) ۳۴ ۲) ۶۸ ۳) ۴۲ ۴) ۸۴

۶۳- گلوله‌ای به جرم m به‌صورت عمودی رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود و اندازهٔ شتاب گلوله قبل از رسیدن به بالاترین ارتفاع a_1، در بالاترین ارتفاع a_2 و در حرکت رو به پایین a_3 بنامیم، کدام مقایسه صحیح است؟

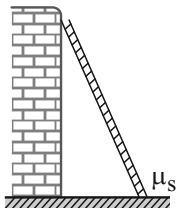
۱) $a_1 = a_2 = a_3$ ۲) $a_1 > a_2 > a_3$ ۳) $a_1 = a_3 > a_2$ ۴) $a_1 = a_3 < a_2$

۶۴- جسمی روی سطحی افقی با تندی اولیه $10\frac{m}{s}$ در جهت محور x پرتاب می‌شود. اگر نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند در SI به‌صورت $\vec{R} = -30\vec{i} + 120\vec{j}$ باشد، جسم پس از پیمودن چه مسافتی برحسب متر متوقف می‌شود؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۲۰ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۶۵- مطابق شکل یک نردبان یکنواخت به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و نردبان در آستانهٔ لغزش است. اگر نیرویی که دیوار بر نردبان وارد می‌کند، $\vec{F}_{N_1}$ و نیروی عمودی که سطح زمین بر آن وارد می‌کند، $\vec{F}_{N_2}$ باشد، نسبت $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}}$ کدام است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی نردبان و سطح زمین μ_s است.)



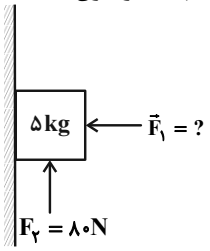
۱) μ_s ۲) $\frac{1}{\mu_s}$

۳) ۱ ۴) به جرم نردبان بستگی دارد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۶۶- در شکل زیر، اگر جسم ۵ کیلوگرمی در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، اندازهٔ اختلاف دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ چند نیوتون است؟



$(\mu_s = ۰/۵, g = ۱۰\frac{N}{kg})$

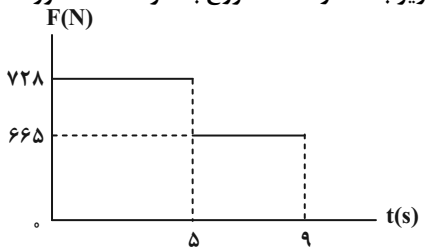
۱) ۶۰

۲) ۱۰۰

۳) ۸۰

۴) ۲۰

۶۷- شخصی به جرم ۷۰kg درون آسانسور ساکنی روی یک نیروسنج ایستاده است. اگر بعد از شروع به حرکت آسانسور تا لحظه‌ای که می‌ایستد، نمودار عددی که نیروسنج نشان می‌دهد بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، از لحظهٔ شروع به حرکت آسانسور تا لحظه‌ای که می‌ایستد، آسانسور چند متر را طی می‌کند؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



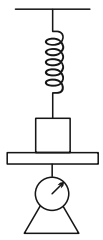
۱) ۴

۲) ۵

۳) ۹

۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۶۸- مطابق شکل زیر، جسمی روی ترازویی قرار گرفته و فنری با جرم ناچیز به آن متصل شده است. اگر فنر به اندازهٔ x فشرده شود ترازو عدد ۴۸N و اگر فنر به اندازه x کشیده شود ترازو عدد ۳۶N را نشان خواهد داد. جرم جسم چند کیلوگرم است؟



$(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

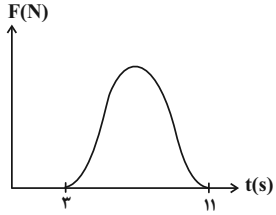
۱) ۶

۲) ۰/۶

۳) ۴۲

۴) ۴/۲

۶۹- نمودار نیروی خالص وارد بر یک جسم برحسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر مساحت زیر منحنی معادل ۶۰ واحد SI باشد، مقدار نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم در این بازهٔ زمانی چند نیوتون است؟



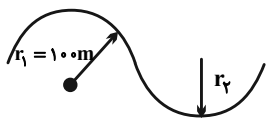
۱) ۷/۵

۲) ۵

۳) ۱۵

۴) ۲۰

۷۰- شکل زیر مسیر حرکت اتومبیلی را در دو پیچ متوالی و افقی نشان می‌دهد. اگر حداکثر تندی مجاز اتومبیل در پیچ بزرگ‌تر ۲۵ درصد بیشتر از حداکثر تندی مجاز در پیچ کوچک‌تر باشد، شعاع پیچ کوچک‌تر چند متر است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی در کل مسیر ثابت است.)



۱) ۸۰

۲) ۶۰

۳) ۶۴

۴) ۳۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۲۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۷۱- چند کیلوگرم آب $70^\circ C$ را با $20kg$ آب $10^\circ C$ مخلوط کنیم تا آب $50^\circ C$ حاصل شود؟ (اتلاف انرژی نداریم.)

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۷۲- فلزی با ظرفیت گرمایی C و دمای $75^\circ C$ را داخل ظرفی به ظرفیت گرمایی $400\frac{J}{K}$ که محتوی ۵۰۰ گرم آب $10^\circ C$ است، می‌اندازیم. اگر دمای تعادل $50^\circ C$ باشد، C چند واحد SI است؟ (اتلاف گرما ناچیز و $c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.K}$)

۱) ۴۰۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۳۷۵۰ ۴) ۲۰۰۰

۷۳- چند کیلوژول گرما لازم است تا $2kg$ یخ $-5^\circ C$ را به آب $60^\circ C$ تبدیل کند؟ (اتلاف انرژی نداریم، $L_F = 334\frac{kJ}{kg}, c_{یخ} = 2100\frac{J}{kg^\circ.C}, c_{آب} = 4200\frac{J}{kg^\circ.C}$)

۱) ۱۱۹۳۰۰۰ ۲) ۲۱۹۳۰۰۰ ۳) ۱۱۹۳ ۴) ۲۱۹۳

۷۴- قطعه یخی به جرم $810g$ و دمای $-10^\circ C$ را در ظرف آبی با دمای صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. اگر در تعادل دمای قطعه یخ به $-2^\circ C$ برسد، چند گرم بر جرم یخ افزوده شده است؟ (اتلاف انرژی نداریم، $L_F = 320\frac{J}{g}, c_{یخ} = 2\frac{J}{g^\circ.C}$)

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۳۰

۷۵- حداکثر چند گرم یخ $-20^\circ C$ را می‌توان به ۳۰۰ گرم آب $30^\circ C$ اضافه کرد تا تمامی یخ ذوب شود؟ (تبادل گرما فقط بین آب و یخ انجام می‌شود، $c_{یخ} = 2/1\frac{J}{g.K}$، $c_{آب} = 4/2\frac{J}{g.K}$ و $L_F = 336\frac{J}{g}$)

۱) ۹۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۳۰۰

۷۶- در دو ظرف جداگانه و هم‌جنس A و B، به جرم‌های مساوی آب می‌ریزیم. اگر بر اثر تبخیر سطحی، جرم برابری از آب در هر دو ظرف به ترتیب در مدت زمان Δt_A و Δt_B تبخیر شده باشد، در کدام حالت $\Delta t_A > \Delta t_B$ است؟

۱) سطح مقطع ظرف A بیشتر از سطح مقطع ظرف B باشد.

۲) فشار روی آب در ظرف A کمتر از فشار روی آب در ظرف B باشد.

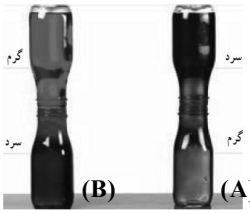
۳) دمای آب در ظرف A کمتر از دمای آب در ظرف B باشد.

۴) ضریب انبساط خطی ظرف A بیشتر از ضریب انبساط خطی ظرف B باشد.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۷۷- مطابق شکل زیر به کمک کارت ویزیت مقوایی مانع از مخلوط شدن آب درون بطری‌ها شده‌ایم. اگر هم‌زمان کارت‌ها را از بین بطری‌ها خارج کنیم، برای بطری‌های شکل .... همرفت .... رخ خواهد داد.



۱) A- طبیعی

۲) B- طبیعی

۳) A- واداشته

۴) B – واداشته

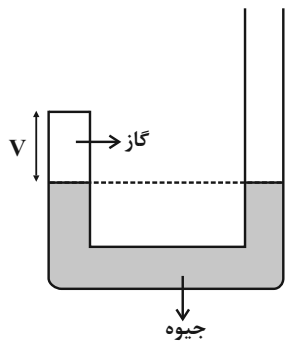
۷۸- مخزنی به حجم ۱۲ لیتر حاوی مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیوم در دمای $۴۷^{\circ}C$ و فشار $۶/۴atm$ است. اگر جرم مخلوط گازها ۴۰ گرم باشد، چند درصد از جرم مخلوط را هلیوم تشکیل می‌دهد؟ ($M_{O_۲}=۳۲\frac{g}{mol}$ ، $M_{He}=۴\frac{g}{mol}$ ، $R=۸\frac{J}{mol.K}$ و $۱atm=۱۰^{۵}Pa$)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰ ۴) ۸۰

۷۹- چگالی گاز کاملی در فشار یک اتمسفر و دمای ۲۷ درجهٔ سلسیوس برابر $۱/۴\frac{kg}{m^{۳}}$ است. چگالی همان مقدار از این گاز در فشار ۲ اتمسفر و دمای ۱۲۷ درجهٔ سلسیوس چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۲/۱ ۳) ۱/۲ ۴) ۱۲

۸۰- در نوعی از آزمایش بویل، داخل لولهٔ U شکل که یک طرف آن بسته است، جیوه به حال تعادل قرار دارد و حجم گاز آرمانی محبوس در طرف چپ لوله برابر V است. در شاخهٔ سمت راست جیوه می‌ریزیم به طوری که اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه برابر ۳۸cm می‌شود. فشار و حجم گاز آرمانی محبوس به‌ترتیب چقدر خواهد شد؟ ($P_{۰}=۷۶cmHg$)



۱) $۲V, ۳۸cmHg$

۲) $\frac{۲}{۳}V, ۱۱۴cmHg$

۳) $\frac{۱}{۳}V, ۱۵۲cmHg$

۴) $\frac{۱}{۲}V, ۷۶cmHg$

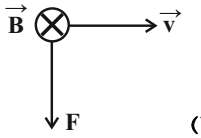
محل انجام محاسبات

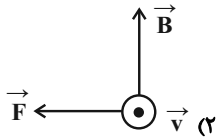
https://konkur.info

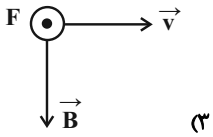
فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

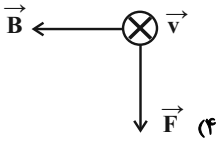
توجه :
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- با توجه به شکل‌های نشان داده شده، در کدام گزینه نیروی وارد بر بار منفی q درست نشان داده نشده است؟

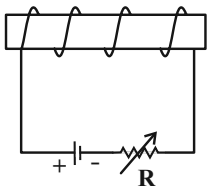
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸۲- مطابق شکل یک آهنربای الکتریکی می‌سازیم، با انجام کدام یک از گزینه‌های زیر می‌توان تعداد گیره‌های فلزی بیشتری را با این آهنربای الکتریکی جذب کرد؟



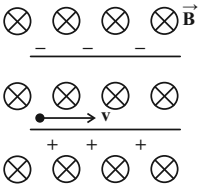
۱) طول سیملوله را افزایش دهیم.

۲) قطب‌های باتری را عوض کنیم.

۳) از تعداد دورهای سیملوله بکاهیم.

۴) مقاومت رئوستا را کاهش دهیم.

۸۳- ذره‌ای با بار $+۲nC$ و جرم یک میلی‌گرم با تندی $۴\times۱۰^{۶}\,m/s$ مطابق شکل زیر وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E=۵۰۰\frac{N}{C}$ و مغناطیسی $B=۴G$ وجود دارد. شتاب حرکت ذره چند $\frac{m}{s^{۲}}$ خواهد شد؟ (اثر نیروی گرانش ناچیز است.)



۱) ۲/۴

۲) ۴/۲

۳) $۲/۴\times۱۰^{-۳}$

۴) $۴/۲\times۱۰^{-۳}$

۸۴- دو ذرهٔ باردار q_A و $q_B=۴q_A$ عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شوند. اگر جرم ذرهٔ A نصف جرم ذرهٔ B و تکانهٔ دو ذره با یکدیگر برابر باشد، بزرگی نیروی وارد بر ذرهٔ A چند برابر بزرگی نیروی وارد بر ذرهٔ B است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) ۴

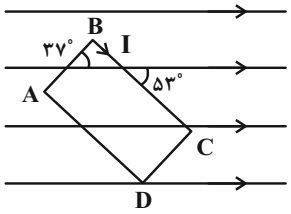
۸۵- الکترونی با انرژی جنبشی $۴/۵\times۱۰^{-۱۷}J$ در یک میدان مغناطیسی به بزرگی $۲۰۰G$ در حال حرکت است. اگر زاویهٔ بین حرکت الکترون و میدان مغناطیسی ۹۰° باشد، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون بر حسب نیوتون کدام است؟ $(m_e=۹\times۱۰^{-۳۱}kg, e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۳/۲\times۱۰^{۶}$ ۲) $۳/۲\times۱۰^{-۱۴}$ ۳) $۱/۶\times۱۰^{۶}$ ۴) $۱/۶\times۱۰^{-۱۴}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۸۶- در شکل زیر یک قابل مستطیل شکل حامل جریان الکتریکی در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر طول مستطیل دو برابر عرض آن و اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر هر عرض مستطیل ۳۰ نیوتون باشد، اندازهٔ نیروی وارد بر طول مستطیل (BC) چند نیوتون است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$



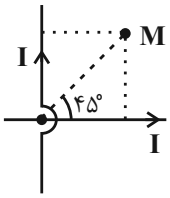
۱) ۸۰

۲) ۴۰

۳) ۹۰

۴) ۴۵

۸۷- جهت میدان مغناطیسی برایند ناشی از دو سیم با جریان‌های برابر در نقطهٔ M در کدام جهت است؟



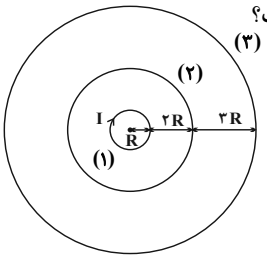
۱) برون سو

۲) درون سو

۳) رو به بالا

۴) میدان برایند در این نقطه صفر است و جهتی ندارد.

۸۸- در شکل زیر برایند میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌های حامل جریان صفر است. اگر اندازهٔ جریان در هر دو حلقهٔ (۲) و (۳) یکسان و برابر با I' باشد، کدام گزینه در مورد I' و جهت آن در حلقه‌های (۲) و (۳) درست است؟



۱) $I' = I$، الزاماً جهت جریان در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

۲) $I' = 2I$، الزاماً جهت جریان در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

۳) $I' = I$، جهت جریان در حلقهٔ (۲) پادساعتگرد و در حلقهٔ (۳) ساعتگرد است.

۴) $I' = 2I$، جهت جریان در حلقهٔ (۲) پادساعتگرد و در حلقهٔ (۳) ساعتگرد است.

۸۹- میدان مغناطیسی ایجاد شده درون سیملوله‌ای که شامل N حلقهٔ به هم چسبیده می‌باشد و از آن جریان الکتریکی می‌گذرد، برابر با ۰/۰۱۶ تسلا است. اگر سیملوله را از وسط طولش نصف کرده و جریان الکتریکی عبوری را ۲۵ درصد کاهش دهیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز آن چند گاوس می‌شود؟

۱) ۴۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۴۰

۹۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱) مس در یک میدان مغناطیسی قوی به مقدار مختصری با خط‌های میدان هم‌سو می‌شود.

۲) دو قطبی‌های سرب و بیسموت در میدان مغناطیسی خارجی قوی، در خلاف سوی میدان خارجی قرار می‌گیرند.

۳) در میدان مغناطیسی، فولاد دارای خاصیت مغناطیسی موقت می‌گردد.

۴) کبالت، نیکل و آلومینیم جزء مواد فرومغناطیسی‌اند.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۲۶ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

توجه:
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- یک گوی آلومینیومی به جرم ۱۰۰ گرم و دمای $100^\circ C$ و یک کرهٔ فلزی با دمای $80^\circ C$ را در درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $150\frac{J}{K}$ که حاوی ۵۰۰ گرم آب با دمای $30^\circ C$ است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه پس از رسیدن به تعادل گرمایی $50^\circ C$ گردد، ظرفیت گرمایی کرهٔ فلزی چند $\frac{J}{K}$ می‌باشد؟ $(c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.^\circ C}, c_{آلومینیم} = 900\frac{J}{kg.^\circ C})$

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۱۳۵۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۱۶۵۰

۹۲- جرم یخ در مخلوطی از آب و یخ برابر با ۱۰۰ گرم است. اگر به این مخلوط $15/12kJ$ گرما دهیم، حجم مخلوط چند سانتی‌متر مکعب کاهش می‌یابد؟ $(c_{آب} = 4/2\frac{kJ}{kg.K}, L_F = 336\frac{kJ}{kg}, \rho_{یخ} = 0/9\frac{g}{cm^3}, \rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3})$

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۹۳- گرمکنی در فشار یک اتمسفر ۱/۵ لیتر آب $20^\circ C$ را در مدت ۵ دقیقه به دمای جوش می‌رساند. با این گرمکن طی مدت ۶ دقیقه حداکثر چند گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس را می‌توان به آب $100^\circ C$ تبدیل کرد؟ (اتلاف انرژی نداریم، $\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3}, c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.K}, L_{F_{یخ}} = 336\frac{kJ}{kg}$)

۱) ۴۰۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ۴) ۱۶۰۰

۹۴- داخل ظرفی عایق با ظرفیت گرمایی $168\frac{J}{K}$ که محتوی ۴۰۰g آب $5^\circ C$ است، فلزی به جرم ۲۵۰g و دمای $54^\circ C$ را به آرامی می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، چه کسری از گرمایی که فلز از دست داده، توسط آب دریافت شده است؟ $(c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.K}$، $c_{فلز} = 840\frac{J}{kg.K}$ و تبادل گرمایی با محیط نداریم.)

۱) $\frac{10}{11}$ ۲) $\frac{1}{11}$ ۳) $\frac{25}{44}$ ۴) $\frac{15}{44}$

۹۵- چند کیلوژول گرما لازم است تا ۵ گرم یخ با دمای ۴- درجهٔ فارنهایت به آب با دمای ۱۰ درجهٔ سلسیوس تبدیل شود؟ $(c_{آب} = 4/2\frac{J}{g.^\circ C}, c_{یخ} = 2/1\frac{J}{g.^\circ C}, L_F = 336\frac{J}{g})$

۱) ۲/۱ ۲) ۱۹۹۵ ۳) ۱۸۹۵ ۴) ۲۱۰۰

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۹۶- حداقل چند گرم آب $40^\circ C$ را بر روی قطعه یخی به جرم $200g$ و دمای $0^\circ C$ بریزیم، تا تمام یخ ذوب شود؟

$$(c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.^\circ C}, L_F = 336000\frac{J}{kg})$$

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۴ ۳) ۱۰۰ ۴) ۴۰۰

۹۷- چند مورد از عبارات زیر، جملهٔ روبه‌رو را به‌صورت صحیح تکمیل می‌کند؟ «در سطح آزاد هر مایع، ....»

الف) در هر دمایی تبخیر رخ می‌دهد.

ب) مقدار مایع در اثر تبخیر کاهش می‌یابد.

پ) تبخیر روی می‌دهد که آهنگ تبخیر سطحی با افزایش دما و فشاری که بر مایع وارد می‌شود، افزایش می‌یابد.

ت) با افزایش سطح آزاد مایع، آهنگ تبخیر سطحی آن سریع‌تر می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸- اگر در فشار ثابت حجم مقدار معینی گاز از $7L$ به $13/3L$ برسد، دمای گاز بر حسب درجهٔ سلسیوس ۱۱ برابر می‌شود. دمای اولیهٔ گاز چند درجهٔ فارنهایت است؟

۱) ۴۸/۶ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۷ ۴) ۸۰/۶

۹۹- مخزنی به حجم ۱۱/۲ لیتر حاوی مخلوطی از گازهای آرمانی اکسیژن و هیدروژن به جرم ۲۲ گرم در دمای $27^\circ C$ است. اگر نسبت جرم گاز هیدروژن به گاز اکسیژن $\frac{3}{8}$ باشد، فشار مخلوط چند اتمسفر است؟ $(m_{O_2} = 32\frac{g}{mol}, m_{H_2} = 2\frac{g}{mol}, R = 8\frac{J}{mol.K})$

۱) ۳/۷۵ ۲) ۰/۳۷۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۷/۵

۱۰۰- یک لوله آزمایش به طول L که هر دو انتهای آن باز است را تا عمق $25cm$ در جیوه فرو می‌بریم. سپس دهانه بالایی آن‌را با انگشت مسدود کرده و از جیوه خارج می‌کنیم. اگر ارتفاع جیوهٔ داخل لوله ۱۰ سانتی‌متر کاهش یابد، L بر حسب سانتی‌متر کدام است؟ ($P_0 = 75cmHg$ و دما را ثابت فرض کنید.)

۱) ۴۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۰۱- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) کسب اطمینان از کیفیت فراورده‌های دارویی، بهداشتی، غذایی و ... در قلمرو علم ترموشیمی قرار دارد.

ب) چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که دارای باتری‌های قابل شارژ و لامپ‌های LED و سلول‌های خورشیدی است.

پ) دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی، دو رکن اساسی تحقق فناوری‌های مربوط به افزایش سطح رفاه و آسایش مردم است.

ت) الکتروشیمی، افزون بر تهیهٔ مواد جدید به کمک انرژی شیمیایی، می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبزگام بردارد.

۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) ب و پ ۴) الف و ت

۱۰۲- تیغه‌ای به جرم ۲۵ گرم از آلومینیم را وارد ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر نقره نیترات می‌کنیم. اگر پس از مدتی غلظت محلول نقره نیترات نصف شود و در این مدت واکنش با فرض آن که ۷۵ درصد جرم رسوب تولید شده بر روی تیغه قرار گیرد، جرم تیغه در این لحظه برابر چند گرم است؟ $(Al = ۲۷, Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۴/۶۴ ۲) ۲۸/۲۲ ۳) ۲۷/۸۸ ۴) ۲۸/۲۶

۱۰۳- با توجه به واکنش‌های زیر، سومین گونهٔ اکسندهٔ از نظر قدرت اکسندگی قوی در کدام گزینه آمده است؟

الف) $Fe^{۲+}(aq) + Zn(s) \rightarrow Fe(s) + Zn^{۲+}(aq)$

ب) $Ag(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow$ (واکنش رخ نمی‌دهد)

پ) $Sn^{۲+}(aq) + Fe(s) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + Sn(s)$

ت) $Cu^{۲+}(aq) + Sn(s) \rightarrow Cu(s) + Sn^{۲+}(aq)$

۱) $Sn^{۲+}$ ۲) $Cu^{۲+}$ ۳) Ag^{+} ۴) $Fe^{۲+}$

۱۰۴- یون $Ni^{۲+}$ اکسنده‌تر از یون $Zn^{۲+}$ است. درباره سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های نیکل و روی کدام عبارت درست است؟

۱) روی در نقش آند (قطب مثبت) بوده و نیکل نیز کاتد (قطب منفی) خواهد بود.

۲) جهت حرکت الکترون‌ها از طرف نیم‌سلول روی به طرف نیم‌سلول نیکل است.

۳) آنیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به طرف نیم‌سلول نیکل می‌روند.

۴) کاتیون‌های $Ni^{۲+}$ با عبور از دیوارهٔ متخلخل به طرف نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ سلول‌های گالوانی به درستی بیان شده است؟

$E°(Cu^{۲+} / Cu) = +۰/۳۴V$ $E°(Cr^{۳+} / Cr) = -۰/۷۴V$ $E°(Pt^{۲+} / Pt) = +۱/۲۰V$

$E°(Co^{۲+} / Co) = -۰/۲۸V$ $E°(Au^{۳+} / Au) = +۱/۵۰V$ $E°(Zn^{۲+} / Zn) = -۰/۷۶V$

* در سلول گالوانی $Au - Zn$، الکترون‌ها از طریق مدار بیرونی، به سمت نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.
* در سلول گالوانی $Cu - SHE$، با گذر زمان pH محلول الکترولیت در نیم‌سلول استاندارد، کاهش می‌یابد.
* در سلول گالوانی $Co - Cr$، الکترود فلزی که عدد اتمی بیشتری دارد، کاهش جرم پیدا خواهد کرد.
* در سلول گالوانی $Au - Pt$، آنیون‌ها از طریق دیوارهٔ متخلخل به سمت قطب منفی سلول (نیم‌سلول پلاتین) می‌روند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۰۶- در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های Mn و SHE، نیم‌سلول Mn قطب منفی سلول بوده و در سلول گالوانی متشکل از نیم‌سلول‌های Cu و SHE، نیم‌سلول SHE آند می‌باشد. چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های Cu و Mn درست هستند؟

* به مرور زمان محلول حاوی Mn^{2+} غلیظ‌تر می‌شود.
* نیم‌سلول Cu^{2+}/Cu به عنوان قطب مثبت عمل می‌کند.
* الکترون‌ها در مدار خارجی از طرف نیم‌سلول منگنز به طرف نیم‌سلول مس حرکت می‌کنند.
* با گذشت زمان از جرم تیغهٔ منگنزی کاسته خواهد شد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۷- اگر در سلول گالوانی «کادمیم-بیسموت» جرم اولیهٔ الکترودهای کادمیم و بیسموت با یکدیگر برابر باشد؛ با انتقال $۷/۲۲۴\times۱۰^{۲۳}$ الکترون از نیم‌سلول آندی به نیم‌سلول کاتدی، اختلاف جرم دو تیغهٔ آندی و کاتدی به چند گرم می‌رسد؟

$(E°(Cd^{2+}/Cd)=-۰/۴۰V, E°(Bi^{3+}/Bi)=+۰/۳۱V, Bi=۲۰۹, Cd=۱۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) ۱۶/۴ ۲) ۸۲ ۳) ۱۵۰/۸ ۴) ۷۵۴

۱۰۸- در سلول گالوانی «X-Y»، نیم‌سلول X قطب مثبت سلول و در سلول گالوانی «Y-Z» الکترود Z نقش کاهنده را دارد؛ کدام مورد(ها) از عبارت‌های زیر دربارهٔ سلول گالوانی «Z-X»، به نادرستی بیان شده است؟

الف) به مرور زمان درون محلول‌های الکترولیت این سلول، نسبت $\frac{[Z^{n+}]}{[X^{m+}]}$ کاهش می‌یابد.

ب) در این سلول، جهت حرکت الکترون‌ها درون مدار بیرونی، از الکترود Z به سمت الکترود X می‌باشد.

پ) اگر فلز X برخلاف Z با محلول HCl واکنش ندهد، قطعاً emf این سلول از سلول «Y – SHE» بیشتر است.

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب» ۳) «الف» و «پ» ۴) «ب» و «پ»

۱۰۹- اگر $E°$ نیم‌سلول A^{2+}/A برابر با $-۰/۴$ ولت بوده و emf سلول گالوانی که واکنش $۲B(s)+۳A^{2+}(aq)\rightarrow ۲B^{3+}(aq)+۳A(s)$ در آن انجام می‌شود، برابر با $+۰/۳۴$ ولت باشد، $E°$ نیم‌واکنش $۳e^- + B^{3+}\rightarrow B(s)$ چند ولت خواهد بود؟

۱) $-۰/۷۴$ ۲) $-۰/۰۶$ ۳) $+۰/۰۶$ ۴) $+۰/۷۴$

۱۱۰- چند مورد از موارد زیر دربارهٔ لیتیم و باتری‌های لیتیمی درست است؟

* لیتیم در بین فلزات، کمترین چگالی را دارد.
* $E°$ فلز لیتیم از بقیهٔ عناصر هم گروه خود بیشتر است.
* از ویژگی‌های مهم باتری‌های دگمه‌ای، سبک بودن و قابل شارژ بودن آنها است.
* پسماندهای الکتریکی سمی هستند در نتیجه نباید در طبیعت رها شوند و باید به درستی دفن شوند.
* برخی از پسماندهای الکتریکی به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از فلزات ارزشمند، منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

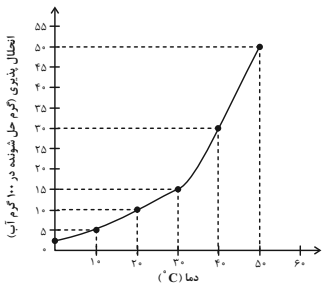
۱) دو ۲) سه ۳) چهار ۴) پنج

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۱۰ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۱۱- اگر نمودار انحلال‌پذیری – دما برای یک نمک به صورت مقابل باشد و ۲۳۰ گرم از محلول آن را (که حاوی ۲۰۰ گرم حلال است) از دمای $50^\circ C$ تا $20^\circ C$ سرد کنیم، چند گرم رسوب تولید خواهد شد؟



۱) صفر

۲) ۵

۳) ۱۰

۴) ۴۰

۱۱۲- انحلال‌پذیری نمک X در دماهای $60^\circ C$ و $30^\circ C$ به‌ترتیب برابر ۵۸ و ۴۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب می‌باشد، اگر انحلال‌پذیری نمک Y در دمای $60^\circ C$ ، ۱۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب از انحلال‌پذیری نمک X در همین دما کمتر باشد؛ عرض از مبدأ نمودار انحلال‌پذیری – دمای نمک Y حداقل چقدر باشد تا در هر دمایی انحلال‌پذیری نمک X بیشتر از نمک Y باشد؟ (نمودار انحلال‌پذیری – دما را برای این دو نمک خطی در نظر بگیرید.)

۱) ۱۹ ۲) ۲۱ ۳) ۳۴ ۴) ۳۱

۱۱۳- انحلال‌پذیری نمکی از رابطهٔ $S = 38 - 0/2\theta$ تبعیت می‌کند. چند مورد از عبارت‌های زیر دربارهٔ این نمک نادرست است؟

الف) انحلال‌پذیری این نمک با دما رابطهٔ مستقیم دارد.

ب) محلول سیرشده این نمک در دمای $10^\circ C$ حاوی ۳۸ درصد جرمی از این نمک است.

پ) اگر در دمای $20^\circ C$، مقدار ۳۲ گرم از این نمک را در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم، محلولی سیرنشده حاصل می‌شود.

ت) با سرد کردن محلولی از آن با دمای $50^\circ C$ تا دمای $20^\circ C$ مقداری از نمک حل شده، ته‌نشین می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۴- معادلهٔ انحلال‌پذیری سدیم نیترات به صورت $S = 0/8\theta + 72$ است. در چه دمایی، غلظت محلول سیرشدهٔ این نمک به ۱۰ مولار با چگالی ۱/۸۵ گرم بر میلی‌لیتر می‌رسد؟ $(Na = 23, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۷/۷۵ ۲) ۱۶/۲۵ ۳) ۳۶/۵ ۴) ۴۳/۷۵

۱۱۵- با توجه به جدول داده شده که بیانگر انحلال‌پذیری نمک AB با جرم مولی $120 g.mol^{-1}$ در دماهای مختلف است، می‌توان نتیجه گرفت:

$\theta(^\circ C)$	۰	۲۰	۴۰	۶۰
$S\left(\frac{g\ AB}{100 g\ H_2O}\right)$	۲۵	۳۷	۴۹	۶۱

۱) با افزایش دمای یک محلول سیرشده از این نمک، محلول فراسیرشده تولید خواهد شد.

۲) با حل شدن ۰/۳ مول از نمک AB در ۱۰۰ گرم آب در دمای $20^\circ C$، محلولی سیرشده به دست می‌آید.

۳) معادله انحلال‌پذیری این نمک به صورت $S = 0/6\theta + 25$ می‌باشد.

۴) نمودار انحلال‌پذیری نمک AB به صورت نزولی است.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۱۶- جهت‌گیری مولکول‌های نیتروژن تری‌فلوئورید و گوگرد دی‌اکسید در میدان الکتریکی به‌ترتیب از راست به چپ مشابه کدامیک از مولکول‌های زیر است؟ $(_1H, _6C, _7N, _8O, _{14}Si, _{15}P, _{16}S, _{17}Cl)$

۱) اتانول – متان
۲) کربن دی‌اکسید – سیلیسیم تتراکلرید
۳) گوگرد تری‌اکسید – آب
۴) کربن مونوکسید – فسفر تری‌کلرید

۱۱۷- با توجه به مقایسه‌های زیر، نسبت تعداد مقایسه‌های درست به تعداد مقایسه‌های نادرست کدام است؟

* انحلال پذیری در آب: $C_2H_5OH > C_3H_6O$
* گشتاور دو قطبی: $H_2O > H_2S$
* نقطهٔ جوش: $HF > NH_3$
* قدرت نیروی بین مولکولی: $Br_2 < I_2$

۱) $\frac{1}{3}$
۲) ۳
۳) ۱
۴) صفر

۱۱۸- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

* اتانول حلالی قطبی است که از سه عنصر تشکیل شده و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
* در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن در راس حلقه‌های شش ضلعی از یک طرف با تشکیل دو پیوند کووالانسی و از طرف دیگر با تشکیل دو پیوند هیدروژنی به اتم هیدروژن متصل شده است.
* مولکول‌های آب در هر سه حالت جامد، مایع و گاز دارای ساختاری خمیده هستند.
* هگزان، به عنوان رقیق‌کننده رنگ (تینر) مورد استفاده قرار می‌گیرد.
* در بخار آب فقط پیوند کووالانسی بین اتم‌ها وجود داشته و به نظر می‌رسد بین مولکول‌ها پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود.

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ حالت‌های فیزیکی مختلف آب درست است؟

* در حالت بخار، مولکول‌های آب آزادانه و منظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند.
* در حالت مایع، به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی ضعیف، مولکول‌های آب روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.
* در ساختار یخ، مولکول‌های آب شبکه‌ای مانند کندوی عسل را به وجود می‌آورند که در شش بُعد گسترش یافته است.
* به دلیل وجود حفره‌های موجود در ساختار شبکه‌ای یخ، آب به هنگام انجماد افزایش چگالی پیدا می‌کند.

۱) صفر
۲) یک
۳) دو
۴) سه

۱۲۰- چند مورد از موارد زیر از نظر درستی یا نادرستی همانند جملهٔ زیر می‌باشند؟

«اتانول و استون دو حلال در صنعت و آزمایشگاه هستند که اتانول نسبت به استون آسان‌تر تبخیر می‌شود.»

* تمامی محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های آبی هستند.
* چگالی هگزان مایع همانند گشتاور دو قطبی (μ) آن از آب کمتر است.
* هوا و آب دریا از جمله محلول‌هایی هستند که از یک حلال و چند حل‌شونده تشکیل شده‌اند.
* محلول‌های ید در هگزان و بنزین خودرو، دو محلول غیرآبی هستند که به‌ترتیب رنگ‌های بنفش و سبز دارند.

۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه :

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از تغییرات زیر منجر به افزایش سرعت واکنش انجام شده بین فلز منیزیم با محلول هیدروکلریک اسید خواهد شد؟

* افزایش فشار هوا بر روی ظرف واکنش
* افزودن آب به محلول اسیدی و دو برابر کردن حجم آن
* کاهش دمای ظرف واکنش
* استفاده از برادهٔ منیزیم به جای یک قطعه از آن

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۲- کدامیک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) سرعت تولید یا مصرف یک ماده در یک واکنش در گسترهٔ زمانی قابل اندازه‌گیری را سرعت متوسط آن ماده می‌گویند.

۲) سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها در واکنش‌های شیمیایی با یکدیگر برابر است.

۳) بررسی شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی و عوامل موثر بر سرعت واکنش‌ها، در حیطهٔ علم سینتیک است.

۴) شیمی‌دان‌ها به دنبال سرعت بخشیدن به واکنش‌هایی هستند که بتواند فراورده‌های گوناگونی را با صرفهٔ اقتصادی تولید کنند.

۱۲۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) افزودن مقداری پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش تجزیهٔ آن را افزایش می‌دهد.

ب) انفجار واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی مادهٔ منفجر شونده به حالت مایع یا گاز، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

پ) با نصف کردن یک مکعب زغال، سطح تماس آن به تقریب ۱/۵ برابر می‌شود.

ت) واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر است، زیرا در خاک باغچه کاتالیزگر برای این واکنش وجود دارد.

ث) انحلال قرص جوشان خرد شده نسبت به قرص جوشان کامل (با جرم‌های برابر)، حجم بیشتری از گاز CO_2 را در مدت زمان یکسان تولید می‌کند.

۱) الف، پ و ت ۲) ت و ث ۳) ب، پ ۴) الف، ب و ت

۱۲۴- با توجه به تغییرات غلظت HCl در واکنش گازی $4HCl + O_2 \rightarrow 2Cl_2 + 2H_2O$ مطابق با جدول زیر، سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه دوم، چند برابر سرعت واکنش در ۴۵۰ ثانیهٔ پایانی طبق جدول خواهد بود؟

t(s)	۰	۲۰	۴۰	۶۰	۸۰	۱۵۰	۲۵۰	۴۰۰	۶۰۰
$[HCl](mol.L^{-1})$	۰/۵۰۰	۰/۳۵۰	۰/۲۵۰	۰/۲۰۰	۰/۱۸۰	۰/۱۴۰	۰/۱۱۰	۰/۰۷۵	۰/۰۵۰

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۲۵- واکنش $8HNO_3(aq)+3Cu(s)\rightarrow 3Cu(NO_3)_2(aq)+2NO(g)+4H_2O(l)$ در یک ظرف ۵ لیتری سربسته انجام شده است. اگر سرعت متوسط تولید گاز NO برابر $0/004 mol.L^{-1}.s^{-1}$ باشد، چند دقیقه زمان لازم است تا ۱۱۵۲ گرم فلز مس خالص در این واکنش مصرف شود؟ $(H=1, N=14, O=16, Cu=64 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۲/۲ ۴) ۳۰

۱۲۶- مقداری لیتیم پراکسید خالص را با مقدار کافی گاز کربن‌دی‌اکسید مطابق معادلهٔ موازنه نشدهٔ زیر در شرایط STP واکنش می‌دهیم، اگر پس از گذشت ۵ دقیقه از آغاز واکنش، جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش ۱۵ گرم افزایش یابد؛ سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در این بازهٔ زمانی برحسب $mL.s^{-1}$ کدام است؟ $(O=16, C=12, Li=7 : g.mol^{-1})$

$$Li_2O_2(s)+CO_2(g)\rightarrow Li_2CO_3(s)+O_2(g)$$

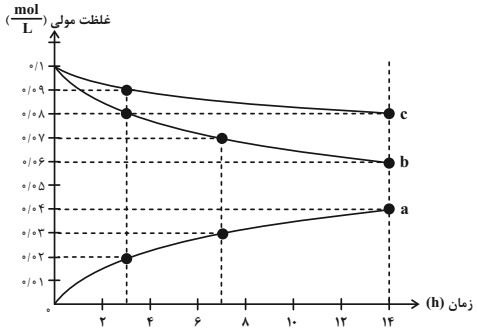
۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۲۷- در ظرفی ۴۰ لیتری و در شرایط STP، مقدار ۵/۶ لیتر گاز اکسیژن با مقدار کافی گاز SO_2 وارد واکنش شده و پس از ۳۰۰ ثانیه جرم گاز اکسیژن به ۴ گرم می‌رسد سرعت تولید گاز SO_3 در این بازهٔ زمانی چند $mol.L^{-1}.min^{-1}$ است؟

$$2SO_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2SO_3(g)$$

۱) $\frac{1}{1600}$ ۲) $\frac{1}{400}$ ۳) $\frac{1}{800}$ ۴) $\frac{1}{200}$

۱۲۸- طبق نمودار روبه‌رو که مربوط به واکنش گاز نیتروژن مونواکسید با گاز اکسیژن است، کدام گزینه نادرست است؟



۱) منحنی b مربوط به گاز قهوه‌ای رنگ و منحنی c، مربوط به گاز اکسیژن است.

۲) سرعت مصرف اکسیژن نصف سرعت تولید گاز نیتروژن دی‌اکسید است.

۳) سرعت مصرف گاز نیتروژن مونواکسید در بازهٔ زمانی ۳ تا ۷ ساعت، برابر با سرعت تولید گاز نیتروژن دی‌اکسید در همان بازهٔ زمانی است.

۴) اگر زمان انجام واکنش را ۱۴ ساعت در نظر بگیریم، در ۳ ساعت اول نیمی از فراورده تولید می‌شود.

۱۲۹- بر اساس جدول زیر که مربوط به واکنش $2SO_3(g)\rightarrow 2SO_2(g)+O_2(g)$ می‌باشد. مقدار $x+y$ کدام است؟

$-\frac{\Delta[SO_3]}{2\Delta T}$	زمان (s)	$[SO_3]$	$[O_2]$
$7/5\times10^{-3} mol.L^{-1}.min^{-1}$	۰	۰/۱	۰
	۲۰	x	y

۱) $7/5\times10^{-3}$ ۲) $9/75\times10^{-2}$ ۳) $9/5\times10^{-2}$ ۴) $7/25\times10^{-3}$

۱۳۰- هرگاه در واکنش موازنه نشدهٔ زیر، طی مدّت ۵ دقیقه کاهش جرم مخلوط واکنش برابر ۴/۳۲ گرم باشد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن چند لیتر بر ثانیه می‌باشد و در ۲ دقیقه ابتدایی واکنش به تقریب چند گرم K_2O تولید شده است؟ (سرعت این واکنش را ثابت و حجم مولی گازها را ۲۴ لیتر در نظر بگیرید.) $(O=16, N=14, K=39 : g.mol^{-1})$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$KNO_3(s)\xrightarrow{t>500^\circ C}K_2O(s)+N_2(g)+O_2(g)$$

۱) 3 ، $1/6\times10^{-2}$ ۲) $1/5$ ، 8×10^{-3} ۳) $3/76$ ، 8×10^{-3} ۴) $3/76$ ، $1/6\times10^{-2}$

محل انجام محاسبات

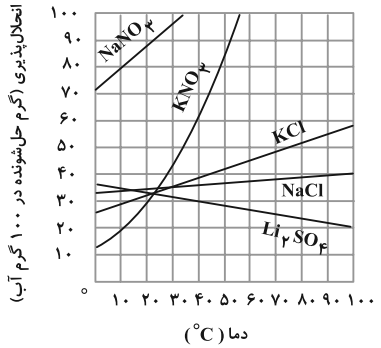
https://konkur.info

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۱۰ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

توجه :

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) و شیمی ۱ (۱۳۱ تا ۱۴۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳۱- با توجه به نمودار زیر، درصد جرمی پتاسیم نیترات در محلول سیر شده آن در دمای $39^\circ C$ برابر ... بوده و با سرد کردن ۹۰۰ گرم محلول سیر شدهٔ پتاسیم کلرید از دمای $75^\circ C$ تا دمای $44^\circ C$، مقدار ... گرم حل‌شونده رسوب خواهد کرد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱) ۳۷/۵ ، ۶۰

۲) ۴۴/۴۴ ، ۸۰

۳) ۳۷/۵ ، ۸۰

۴) ۴۴/۴۴ ، ۶۰

۱۳۲- انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دماهای ۶۰ و ۲۰ درجه سانتی‌گراد به‌ترتیب ۸۲/۵ و ۳۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. اگر دمای ۳۶/۵ گرم محلول سیر شدهٔ آن را از $60^\circ C$ تا $20^\circ C$ کاهش دهیم و رسوب حاصل مطابق واکنش زیر تجزیه شود، چند گرم گاز اکسیژن تولید خواهد شد؟ $(K=39, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

$KNO_3 \longrightarrow KNO_2 + O_2$ (معادلهٔ واکنش موازنه شود.)

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۳/۲ ۴) ۱/۶

۱۳۳- اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری در نمک‌های A و B به‌ترتیب $S_A = -0/3\theta + 70$ و $S_B = 1/4\theta + 36$ (S انحلال‌پذیری، θ دما بر حسب درجه سلسیوس) باشد؛ در چه دمایی انحلال‌پذیری دو نمک یکسان می‌شود و اگر ۳۲۲ گرم محلول سیر شدهٔ نمک A را از دمای $80^\circ C$ تا دمای $30^\circ C$ سرد کنیم، چند گرم نمک رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) $30-20^\circ C$ ۲) $0-20^\circ C$ ۳) $30-31^\circ C$ ۴) $0-31^\circ C$

۱۳۴- چه تعداد از مولکول‌های زیر در میدان الکتریکی، رفتاری شبیه به مولکول O_3 دارند؟

$CH_2Cl_2 - COCl_2 - NH_3 - SO_2 - N_2O - CO_2$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۳۵- کدام گزینه درست است؟

۱) در ترکیبات هیدروژن‌دار عنصرهای گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی، نقطهٔ جوش نخستین ترکیب هریک از گروه‌ها از دومین ترکیب همان گروه بیشتر است.

۲) در ترکیب‌های قطبی، همواره با افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد.

۳) AsH_3 نسبت به PH_3 آسان‌تر مایع می‌شود.

۴) هیدروژن فلوئورید همانند آب، در دمای اتاق به حالت مایع است.

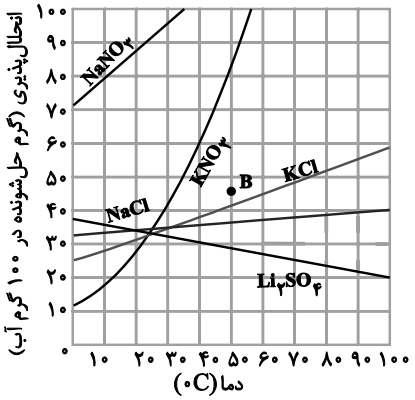
محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۳۶- معادلهٔ انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در آب به صورت $S = ۰/۳\theta + ۲۷$ است. برای تبدیل ۹۰۰ گرم محلول ۵۰۰۰۰ppm از آن در دمای $۹۰^\circ C$ به محلولی سیر شده در همین دما، چند گرم نمک دیگر باید در محلول حل شود؟

۱) ۴۱۶/۷ ۲) ۴۴۱ ۳) ۴۵۹ ۴) ۴۸۶

۱۳۷- با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟ $(KNO_۳ \simeq ۱۰۰ g.mol^{-۱})$



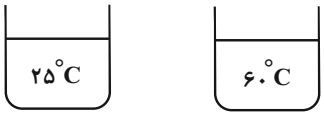
۱) معادلهٔ انحلال‌پذیری لیتیم سولفات برحسب دما تقریباً بصورت $S = -۰/۱۶\theta + ۳۶$ است.

۲) نقطهٔ B نسبت به منحنی انحلال‌پذیری KCl نشان دهندهٔ یک محلول فراسیر شده و نسبت به محلول $KNO_۳$ نشان دهندهٔ یک محلول سیر نشده است.

۳) غلظت محلول سیر شدهٔ پتاسیم نیترات در دمای $۵۶^\circ C$ به تقریب برابر با $۱۰ mol.L^{-۱}$ است. $(d_{\text{محلول}} = ۱ g.mL^{-۱})$

۴) هنگامی که دمای ۲۰ گرم محلول سیر شده سدیم نیترات را از $۳۵^\circ C$ به $۱۰^\circ C$ کاهش دهیم، ۲ گرم رسوب تشکیل می‌شود.

۱۳۸- با توجه به شکل زیر که محلول سیر شدهٔ نمک AB را در دو دمای متفاوت نشان می‌دهد، همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند؛ به‌جز ...



درصد جرمی = ٪۴۰ درصد جرمی = ٪۲۰

۱) انحلال‌پذیری نمک AB در دمای $۲۵^\circ C$ برابر ۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب می‌باشد.

۲) با سرد کردن ۵۰۰ گرم محلول سیر شده از دمای $۶۰^\circ C$ به دمای $۲۵^\circ C$، مقدار ۱۵۰ گرم نمک AB رسوب می‌کند.

۳) اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری این نمک به تقریب به صورت $S = ۱/۱۹\theta + b$ باشد، مقدار b برابر ۴/۷۵- است.

۴) با حرارت دادن ۱۰۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی این نمک و تبخیر کامل آب آن، مقدار ۲۰۰g نمک AB در ته ظرف باقی می‌ماند.

۱۳۹- انحلال‌پذیری یک نمک از معادلهٔ $S = -۰/۱۵\theta + ۳۶$ پیروی می‌کند. با توجه به آن، کدام گزینه صحیح است؟

۱) این معادله را می‌توان به انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات نسبت داد.

۲) با افزایش دما انحلال‌پذیری آن افزایش می‌یابد.

۳) برای تهیهٔ یک محلول سیرشده در دمای $۴۰^\circ C$، می‌توان ۵۰ گرم از این نمک را در ۲۰۰ گرم آب حل کرد.

۴) با گرم کردن ۲۶۰ گرم محلول سیر شده از دمای $۴۰^\circ C$ تا $۶۰^\circ C$ ، ۶ گرم رسوب حاصل می‌شود.

۱۴۰- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) در شرایط یکسان، گاز هیدروژن سولفید آسان‌تر از گاز هیدروژن برمید به حالت مایع تبدیل می‌شود.

ب) از استون برخلاف اتانول نمی‌توان محلول سیر شده در آب تهیه کرد.

پ) در ساختار یخ، فضاهای خالی در دو بُعد گسترش یافته است.

ت) میزان قطبیت مولکول‌های آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

۱) الف، ت ۲) الف، ب ۳) ب، پ ۴) پ، ت

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

آزمون «۱۸ آذر ۱۴۰۱»
اختصاصی دوازدهم ریاضی
(دفترچه غیرمشترک)

دفترچه سؤال

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

مباحث نیم‌سال دوم دوازدهم
پاسخ‌گویی به سؤالات این دفترچه اختیاری است.
برای درس‌های نیم‌سال دوم دوازدهم تراز جداگانه در کارنامه داده می‌شود.
تراز درس‌های نیم‌سال دوم دوازدهم در تراز کل بی‌تأثیر است.

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان دوازدهم	۱۰	۱۴۱-۱۵۰	۱۰'
هندسه دوازدهم	۱۰	۱۵۱-۱۶۰	۱۵'
ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۰	۱۶۱-۱۷۰	۱۵'
فیزیک دوازدهم	۱۰	۱۷۱-۱۸۰	۱۰'
شیمی دوازدهم	۱۰	۱۸۱-۱۹۰	۱۰'
جمع کل	۵۰	۱۴۱-۱۹۰	۶۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲ (اختیاری): مشتق، کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۶ — وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

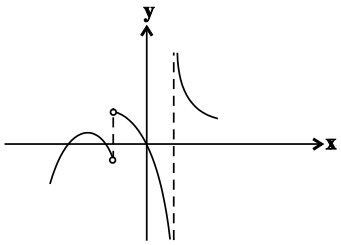
۱۴۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{2x^2-2}$ روی بازهٔ $[1,3]$، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x=4$ می‌باشد؟

۱) $\sqrt{30}$ ۲) $\frac{\sqrt{30}}{2}$ ۳) $\frac{4}{\sqrt{30}}$ ۴) $\frac{\sqrt{30}}{4}$

۱۴۲- $x=a$ طول نقطه بحرانی مشتق‌ناپذیر و $x=b$ طول نقطه بحرانی مشتق‌پذیر تابع $f(x)=|x^3-1|$ است. مساحت ناحیهٔ محدود به نیم‌خط‌های مماس راست و چپ در $x=a$ و خط مماس در $x=b$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

۱۴۳- نمودار مشتق تابع پیوستهٔ f به‌صورت زیر است. تعداد مینیمم‌های نسبی f کدام است؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۴۴- فاصلهٔ بین نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=-x|x|$ در بازه $[-1,2]$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) $\sqrt{30}$ ۳) $\sqrt{33}$ ۴) $\sqrt{34}$

۱۴۵- می‌خواهیم مخزنی به شکل مکعب مستطیل با قاعدهٔ مربع به حجم ۱۰ مترمکعب و در باز بسازیم. قیمت مصالح مورد نیاز کف برای هر متر مربع ۱۰۰ هزارتومان و برای دیوارهای کناری ۴۰ هزار تومان است. اندازهٔ ضلع قاعدهٔ مخزن بر حسب متر کدام باشد تا هزینهٔ مصالح مصرف شده حداقل باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۶- اگر تابع $y=x^3-(m+2)x^2+3x$ اکیداً صعودی باشد، حدود m کدام است؟

۱) $m\geq 1$ یا $m\leq -5$
۲) $-5\leq m\leq 1$
۳) $0\leq m\leq 4$
۴) $m\geq 4$ یا $m\leq 0$

۱۴۷- اگر نقطهٔ $A(2,\frac{4}{3})$ اکسترمم نسبی تابع $f(x)=\frac{x^2+ax}{x+b}$ باشد، عرض اکسترمم نسبی دیگر تابع و نوع آن کدام است؟

۱) $\frac{16}{3}$ و ماکزیمم ۲) $\frac{2}{3}$ و ماکزیمم ۳) $\frac{16}{3}$ و مینیمم ۴) $\frac{2}{3}$ و مینیمم

۱۴۸- مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=x+a-\sqrt{1-x^2}$ به ترتیب M و m است. اگر $\frac{M}{m}=2$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $1-2\sqrt{2}$ ۲) $1+2\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}-1$ ۴) $\sqrt{2}+1$

۱۴۹- به ازای کدام مقدار a تابع $y=\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x+a$ در بازهٔ $(0,\frac{\pi}{2})$ دارای ماکزیمم یا مینیممی به عرض $y=\frac{3}{4}$ خواهد بود؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) -1

۱۵۰- فرض کنید d، فاصله نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x)=\frac{ax}{x^2+1}$ بر حسب پارامتر a باشد. آهنگ لحظه‌ای تغییر d وقتی که $a=1/5$ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{3}{5}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{5}{7}$ ۴) $\frac{5}{2}$

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

هندسه ۳ (اختیاری): بردارها: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱۵۱- مجموع مقادیر m که به ازای آنها نقطهٔ $A=(1,m-1,1)$ از دو صفحهٔ xz و xy به یک فاصله باشد، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) ۲

۱۵۲- اگر دو بردار $\vec{a}=(m,m-2,n)$ و $\vec{b}=(n,-n,2m+n)$ موازی باشند، حاصل $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$ کدام است؟ $(n>0)$

۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۵۳- اگر بردارهای $\vec{a}=(2,-1,1)$ و $\vec{b}=(1,2,-1)$، دو ضلع مجاور یک متوازی‌الاضلاع باشند، آنگاه طول بزرگ‌ترین قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $\sqrt{10}$ ۲) ۴ ۳) $\sqrt{14}$ ۴) ۳

۱۵۴- دو نقطهٔ $A=(-1,2,1)$ و $B=(-3,0,1)$ مفروضند. از وسط پاره‌خط AB، برداری هم‌ارز با بردار $\vec{a}=(k^2+1,-k,k-1)$ رسم می‌کنیم که انتهای آن، نقطهٔ $(-2,3,3)$ است. k کدام است؟

۱) ۲ ۲) -2 ۳) ± 2 ۴) ± 4

۱۵۵- تصویر قائم بردار $\vec{a}=(-1,1,0)$ بر امتداد بردار $\vec{b}=(2,-1,-2)$ کدام است؟

۱) $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ ۲) $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$ ۳) $(2,-1,-2)$ ۴) $(-2,1,2)$

۱۵۶- اگر $|\vec{a}|=2$، $|\vec{b}|=3$ و زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 120° باشد، اندازهٔ بردار $(\vec{a}+2\vec{b})\times(2\vec{a}+\vec{b})$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) $9\sqrt{3}$ ۴) $15\sqrt{3}$

۱۵۷- اگر نقاط $A=(-1,1,2)$ و $C=(3,-2,2)$ دو رأس از مربع $ABCD$ باشند، حاصل $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) $\frac{25}{2}$ ۳) $25\sqrt{2}$ ۴) $\frac{25\sqrt{2}}{2}$

۱۵۸- اگر $\vec{a}=(1,-1,2)$ و $\vec{b}=(1,-1,0)$ باشد، کسینوس زاویهٔ حادهٔ بین قطرهای متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۵۹- اگر $x-2y+3z=11$ باشد، مینیمم عبارت $x^2+4y^2+z^2$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۲۱ ۴) ۱۳

۱۶۰- اگر $\vec{a}=(2,1,-2)$ و $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(1,1,1)$ باشد، حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) -8 ۳) -9 ۴) ۹

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

ریاضیات گسسته (اختیاری): ترکیبیات (شمارش): صفحه‌های ۶۲ تا ۷۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱۶۱- کدام دو مربع لاتین از میان مربع‌های لاتین زیر متعامد هستند؟

A=
۱	۲	۳	۴
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳

B=
۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

C=
۱	۴	۲	۳
۲	۱	۳	۴
۳	۲	۴	۱
۴	۳	۱	۲

۱) A و B ۲) A و C ۳) B و C ۴) هیچ‌کدام

۱۶۲- کدام‌یک از موارد زیر از ویژگی‌های مربع لاتین $n \times n$ نیست؟

۱) در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن، عدد تکراری وجود ندارد.

۲) در هیچ یک از قطرهای آن، عدد تکراری وجود ندارد.

۳) هر یک از اعداد ۱ تا n در تمام سطرها و در تمام ستون‌ها وجود دارد.

۴) با تعویض جای دو سطر آن، باز هم یک مربع لاتین حاصل می‌شود.

۱۶۳- در مربع لاتین ۳×۳ شکل مقابل، مجموع اعداد مربوط به خانه‌های مشخص‌شده در شکل، حداکثر چقدر است؟

•		•
•		•

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۱۶۴- به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۶ نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۷۲۰

۱۶۵- چند عضو از مجموعهٔ $A = \{1,2,3,...,200\}$ بر هیچ‌یک از اعداد ۵ و ۶ بخش‌پذیر نیست؟

۱) ۱۲۷ ۲) ۱۳۰ ۳) ۱۳۳ ۴) ۱۳۶

۱۶۶- چند تابع مانند f از مجموعهٔ $A = \{a,b,c,d\}$ به مجموعهٔ $B = \{1,2,3\}$ می‌توان تعریف کرد به‌گونه‌ای که $R_f = B$ باشد؟

۱) ۲۷ ۲) ۵۴ ۳) ۴۵ ۴) ۳۶

۱۶۷- در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر فوتبال، ۱۴ نفر والیبال و ۱۰ نفر بسکتبال بازی می‌کنند. اگر بدانیم ۴ نفر عضو هیچ‌یک از این سه تیم نبوده و ۶ نفر فوتبال و والیبال، ۵ نفر فوتبال و بسکتبال و ۴ نفر والیبال و بسکتبال بازی می‌کنند، آنگاه چند نفر هر سه رشتهٔ ورزشی را بازی می‌کنند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶۸- در چند جایگشت از حروف کلمهٔ TEHRAN، هیچ‌کدام از حروف T، R و N سر جای خود قرار ندارند؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۶۶ ۳) ۴۲۰ ۴) ۴۲۶

۱۶۹- چند تابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ $A = \{1,2,3,4\}$ به مجموعه $B = \{1,2,3,4,5\}$ وجود دارد که حتماً شامل یکی از دو عضو (۲و۱) یا (۳و۱) باشد؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۱۷۰- روستاهای e,d,c,b,a در یکی از بخشهای یک شهرستان وجود دارند. به چند طریق می‌توان بین این روستاها جاده احداث کرد به گونه‌ای که هیچ کدام از روستاهای a، b و c بدون ارتباط با سایر روستاها نمانند؟ (بین هر دو روستا حداکثر یک جاده احداث می‌شود)

۱) ۸۵۴ ۲) ۹۱۶ ۳) ۹۶۰ ۴) ۱۰۰۲

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

فیزیک ۳ (اختیاری): برهم‌کنش‌های موج - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۳۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۷۱- آزمایش یانگ را در آب با ضریب شکست $\frac{۴}{۳}$ انجام می‌دهیم. اگر بسامد نور مورد آزمایش را ۲۰ درصد افزایش و آزمایش را به جای آب در هوا انجام دهیم، پهنای هر یک از نوارهای تاریک و روشن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۹}{۱۰}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۷۲- در یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت، یکی از بسامدهای تشدیدی $۲۸۰Hz$ و بسامد تشدیدی بعدی $۳۲۰Hz$ است. اگر طول تار $۲۰cm$ باشد، طول‌موج هماهنگ سوم تار چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴۰ ۲) $\frac{۴}{۳۰}$ ۳) $\frac{۴۰}{۳}$ ۴) ۰/۴

۱۷۳- تعداد فوتون‌های گسیلی یک منبع نور با طول‌موج $۳۰۰nm$ و توان $۱۲۰W$ در هر ثانیه برابر با کدام گزینه است؟

$(h = ۶/۴\times۱۰^{-۳۴} J.s \ , \ c = ۳\times۱۰^{۸} \frac{m}{s})$

۱) ۳×۱۰^{۲۰} ۲) $۱/۸۷۵\times۱۰^{۲۰}$

۳) $۱/۸۷۵\times۱۰^{۱۵}$ ۴) ۳×۱۰^{۱۷}

۱۷۴- کدام گزینه در توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک فیزیک کلاسیک، با تجربه (آزمایش) سازگاری ندارد؟

۱) افزایش شدت نور فرودی بر سطح فلز، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را افزایش می‌دهد.

۲) اگر به جای یک لامپ تک‌فام، از چند لامپ تک‌فام استفاده کنیم، در این صورت انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۳) پدیدهٔ فوتوالکتریک به ازای هر بسامدی رخ می‌دهد.

۴) هر سه گزینهٔ فوق سازگاری ندارند.

۱۷۵- تابش فرابنفشی با طول‌موج $۲۰۰nm$ بر سطح فلزی با تابع کار $۴/۳۸eV$ تابیده می‌شود. بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز چند متر بر ثانیه است؟ $(hc = ۱۲۴۰eV.nm \ ، \ e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} C$ و $m_e = ۹/۱\times۱۰^{-۳۱} kg)$

۱) ۸×۱۰^{۵} ۲) $۴\sqrt{۵}\times۱۰^{۵}$

۳) $۲\sqrt{۱۰}\times۱۰^{۵}$ ۴) ۴×۱۰^{۵}

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۷۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در دمای اتاق، بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیهٔ فروسرخ طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد.

ب) طیف گسیلی رشتهٔ داغ یک لامپ روشن، یک طیف پیوسته است.

پ) طیف گسیلی خطی برای گازهای مختلف یکسان است.

ت) تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از بر هم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۷- گسترهٔ طول‌موج‌های رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$ چند برابر گسترهٔ طول موج‌های رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ است؟(گسترهٔ طول‌موج در هر رشته برابر با اختلاف بین بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج آن رشته است.)

۱) $\frac{۴۸}{۵}$ ۲) $\frac{۲۴}{۵}$ ۳) ۴ ۴) ۹

۱۷۸- الکترونی در اتم هیدروژن در تراز $n = ۶$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل چند فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد و کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی بین آن‌ها چند نانومتر است؟

$(R = ۰/۰۱(nm)^{-۱})$

۱) ۱۵ و $\frac{۷۲۰}{۷}nm$ ۲) ۱۵ و ۱۰۰nm ۳) ۵ و $\frac{۷۲۰}{۷}nm$ ۴) ۵ و ۱۰۰nm

۱۷۹- در اتم هیدروژن، اگر اختلاف انرژی الکترون بین ترازهای ۱ و ۲ برابر ΔE و بین ترازهای ۱ و ۵ برابر $\Delta E'$ باشد، $\Delta E' - \Delta E$ چند ریدبرگ است؟

۱) ۰/۲۹ ۲) ۰/۲۱ ۳) ۰/۵۸ ۴) ۰/۴۲

۱۸۰- الکترون در اتم هیدروژن از مدار با شعاع r به مدار با شعاع r' گذار می‌کند. اگر r و r' به ترتیب ۱۶ و ۴ برابر شعاع مدار بور باشند، انرژی الکترون طی این گسیل ..... ریدبرگ ..... می‌یابد.

۱) $\frac{۱}{۴}$ ، کاهش ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ، افزایش ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ، کاهش ۴) $\frac{۱}{۴}$ ، افزایش

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

شیمی ۳ (اختیاری): شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (تا سر گروه عاملی): صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱ — وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۱۸۱- اگر در تعادل $2SO_2(g)+O_2(g)\rightleftharpoons 2SO_3(g)$ در دمای ثابت فشار افزایش یابد، کدام مورد رخ می‌دهد؟

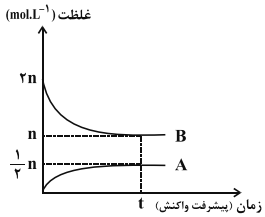
۱) شمار مول گازهای اکسیژن و گوگرد تری‌اکسید کاهش می‌یابد.

۲) تعادل جدیدی ایجاد می‌شود که در آن نسبت به تعادل اولیه غلظت همهٔ مواد افزایش می‌یابد.

۳) شمار مول‌های فراورده برخلاف واکنش دهنده‌ها کاهش می‌یابد.

۴) همانند تعادل $N_2(g)+O_2(g)\rightleftharpoons 2NO(g)$، به سمت راست جابه‌جا می‌شود.

۱۸۲- با توجه به نمودار روبه‌رو که مربوط به یک تعادل گازی است، کدام گزینه درست است؟



۱) با کاهش حجم، واکنش در زمان کمتر و با فراوردهٔ کمتر به تعادل می‌رسد.

۲) با افزایش حجم، غلظت تعادلی A و B کاهش می‌یابد و مقدار K بدون تغییر باقی می‌ماند.

۳) واحد K، $L.mol^{-1}$ است و مقدار عددی آن با دما رابطهٔ مستقیم و با حجم رابطهٔ معکوس دارد.

۴) تغییر حجم تعادل را جابه‌جا نمی‌کند و مقدار عددی K همواره برابر $\frac{1}{2n}$ است.

۱۸۳- چند مورد از عبارت‌های زیر در رابطه با تعادل $A(g)+B(g)\rightleftharpoons AB(g)+Q$ درست است؟

الف) ثابت تعادل آن در دمای $50^\circ C$ بزرگ‌تر از ثابت تعادل در دمای $35^\circ C$ است.

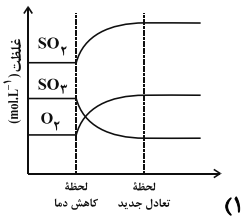
ب) خارج کردن مقداری از AB سبب جابه‌جایی تعادل در جهت تعداد مول گازی بیشتر می‌شود.

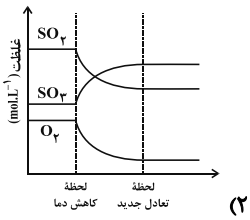
پ) افزایش دما باعث افزایش سرعت واکنش در جهت برگشت و کاهش سرعت در جهت رفت خواهد شد.

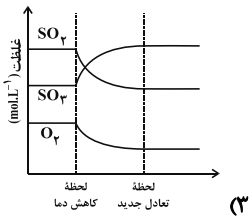
ت) افزایش دما و افزایش فشار تأثیر یکسانی بر روی جابه‌جایی تعادل دارند.

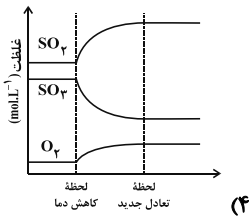
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸۴- کدام‌یک از نمودارهای زیر در رابطه با تغییر غلظت مواد موجود در تعادل گرماده $2SO_2(g)+O_2(g)\rightleftharpoons 2SO_3(g)$ با کاهش دما درست است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


محل انجام محاسبات

https://konkur.info

۱۸۵- تعادل گازی $2A \rightleftharpoons 2B + C$ را در دمای معین در ظرفی به حجم یک لیتر، با ۲ مول گاز A آغاز می‌کنیم تا به تعادل برسد. در این تعادل ۰/۵ مول گاز C و یک مول گاز A وجود دارد. حال در دمای ثابت، به این تعادل مقدار ۰/۳ مول گاز C می‌افزاییم. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) مقدار ثابت تعادل در تعادل اولیه (قبل از تغییر مقدار C) برابر $0/5 mol.L^{-1}$ است.

ب) با افزودن C به تعادل اولیه، ثابت تعادل جدید برابر با $0/8 mol.L^{-1}$ می‌شود.

پ) در تعادل جدید شمار مول‌های A و C نسبت به تعادل اولیه افزایش و شمار مول‌های B کاهش می‌یابد.

ت) با افزودن C تعادل در جهت برگشت یعنی مصرف C پیش می‌رود تا تمام ۰/۳ مول اضافه شده به تعادل را مصرف کند.

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر، نادرست است؟

۱) در برخی کشورها برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را به عنوان کود شیمیایی به‌طور غیرمستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

۲) در واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن و تولید آمونیاک، مولکول‌های N_2 نقش اکسنده را دارند.

۳) با اینکه گیاهان با جوّی سرشار از گاز نیتروژن احاطه شده‌اند، امّا امکان جذب این عنصر ضروری را به‌صورت مستقیم از هوا ندارند.

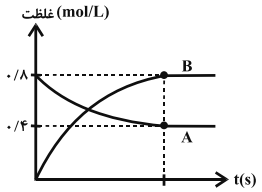
۴) آمونیاک و اوره از جمله ترکیب‌های نیتروژن‌دار هستند که می‌توان آنها را به خاک افزود.

۱۸۷- در تعادل گازی $A_2 + B_2 \rightleftharpoons 2AB$ سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها پایین‌تر است. با کاهش حجم ظرف تعادل در دمای ثابت شمار مول‌های AB ..... و با افزایش دما ثابت تعادل ..... یافته و مقدار A_2 و B_2 در تعادل جدید ..... می‌یابد.

۱) ثابت می‌ماند ـ افزایش ـ کاهش ۲) تغییر می‌کند ـ افزایش ـ کاهش

۳) ثابت می‌ماند ـ کاهش ـ افزایش ۴) تغییر می‌کند ـ کاهش ـ افزایش

۱۸۸- در نمودار زیر، تغییرات غلظت مواد A و B در تعادل گازی نمایش داده شده است، براین اساس، ثابت تعادل برابر چند $mol.L^{-1}$ است و اگر حجم ظرف کاهش یابد، شمار مول A ..... یافته و مقدار عددی ثابت تعادل .....



۱) ۱/۶، کاهش، افزایش می‌یابد.

۲) ۰/۶۲۵، کاهش، کاهش می‌یابد.

۳) ۱/۶، افزایش، تغییر نمی‌کند.

۴) ۰/۶۲۵، افزایش، تغییر نمی‌کند.

۱۸۹- مقداری گاز N_2O_5 را وارد ظرفی به حجم ۲ لیتر می‌کنیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در لحظهٔ تعادل، ۰/۲ مول NO_2 و ۰/۴ مول N_2O_5 در ظرف وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل چند $mol^3.L^{-3}$ است؟

$$2N_2O_5(g) \rightleftharpoons 4NO_2(g) + O_2(g)$$

۱) 10^{-3} ۲) $6/25 \times 10^{-3}$ ۳) $6/25 \times 10^{-5}$ ۴) 10^{-4}

۱۹۰- کدام گزینه در مورد سامانهٔ تعادلی: $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ درست است؟

۱) با افزایش دما، پس از برقراری تعادل، شمار مول‌های مواد گازی در سامانهٔ تعادلی افزایش می‌یابد.

۲) با کاهش حجم در دمای ثابت $[NO_2]$ کاهش و $[N_2O_4]$ افزایش می‌یابد.

۳) با افزودن مقداری NO_2 به سامانهٔ تعادلی در دما و حجم ثابت، غلظت $[NO_2]$ در سامانهٔ تعادلی جدید نسبت به سامانهٔ تعادلی اولیه کمتر خواهد بود.

۴) با افزایش حجم در دمای ثابت، سامانهٔ گازی پررنگ‌تر می‌شود.

محل انجام محاسبات

https://konkur.info

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۸ آذر ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه مشترک)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	امیرهوشنگ انصاری-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن‌آرا-میلاد چاشمی-عادل حسینی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان-سعید علم‌پور-حمید علیزاده-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-میلاد منصوری سروش موئینی ـ جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی‌امیرآبادی-نادر حاجی‌زاده-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی شروین سیاح‌نیا-علیرضا شریف‌خطیبی-رضا عباسی‌اصل-محمدابراهیم گیتی‌زاده-امید محمدطاهری-مهرداد ملوندی
	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-رضا توکلی-روح انگیز جلیلیان-جواد حاتمی-عادل حسینی-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری- سوگند روشنی-عطا صادقی-محمد صحت‌کار-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-فرشاد زاهدی-سعید شرق-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی واثقی-شادمان ویسی
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-مهلا تابش‌نیا-امیر حاتمیان-مرتضی خوش کیش-حسن رحمتی‌کوکنده- فرزاد رضایی-روزبه رضوانی آروین شجاعی- مبینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم سیدمحمدرضا میرقائمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی علی سرآبادانی	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	عادل حسینی علی محمدزاده شبستری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازبینی نهایی: امیرحسین عزیزی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مجتبی خلیل‌ارجمندی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

https://konkur.info

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد پاشمی)*

تنها توضیحاتی که در مورد تابع f داده شده است، پیوسته، اکیداً نزولی و $f(۳)=۲$، پس اگر تابع f را مثلاً $f(x)=-x+۵$ در نظر بگیریم تمام این شروط برقرار می‌شوند. داریم:

$$\lim_{x\to ۳^-}\frac{x^۲-۶}{f(x)-۲}=\lim_{x\to ۳^-}\frac{x^۲-۶}{-x+۳}=\frac{۳}{۰^+}=+\infty$$

دقت کنید که هر تابع دیگری که سه شرط گفته شده را دارا باشد، قابل قبول است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(سعید علم‌پور)*

هرکدام از حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$\text{حد چپ}: \lim_{x\to ۳^-}g(x)=\lim_{x\to ۳^-}f\left(\frac{۳}{x}\left(۱+[-\frac{x}{۳}]\right)\right)=f(۰)=-۲$$

$$\text{حد راست}: \lim_{x\to ۳^+}g(x)=\lim_{x\to ۳^+}f\left(\frac{۳}{x}\left(۱+[-\frac{x}{۳}]\right)\right)$$

$$=\lim_{x\to ۳^+}f\left(-\frac{۳}{x}\right)=\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی – حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(شاهین پروازی)*

در یک همسایگی چپ $x=-۱$، $[x]=-۲$ است و داریم:

$$\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{a[x]-a^۲x}{۳x^۲+x-۲}=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{a^۲-۲a}{(x+۱)(۳x-۲)}=\frac{a^۲-۲a}{۰^+}=-\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است $a^۲-۲a$ منفی باشد.

$$\Rightarrow a^۲-۲a=a(a-۲)<۰\Rightarrow ۰<a<۲\ (۱)$$

در یک همسایگی راست $x=-۱$، $[x]=-۱$ است و داریم:

$$\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{a[x]-a^۲x}{۳x^۲+x-۲}=\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{a^۲-a}{(x+۱)(۳x-۲)}=\frac{a^۲-a}{۰^-}=-\infty$$

برای آنکه تساوی بالا برقرار باشد، لازم است $a^۲-a$ مثبت باشد.

$$\Rightarrow a^۲-a=a(a-۱)>۰\Rightarrow a<۰\ \text{یا}\ a>۱\qquad (۲)$$

از اشتراک دو مجموعهٔ (۱) و (۲) بازهٔ قابل قبول برای a، $(۱,۲)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی – حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(سعید علم‌پور)*

مجانب‌های قائم از بین ریشه‌های مخرج انتخاب می‌شود:

$$x^۳-۴x=x(x^۲-۴)=x(x-۲)(x+۲)=۰\Rightarrow x=۰,\pm ۲$$

در همسایگی هر سه مقدار، حد تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۰}\frac{[(x+۲)^۲]\sin x}{x(x+۲)(x-۲)}=\lim_{x\to ۰}\frac{\sin x}{x}\times\lim_{x\to ۰}\frac{[(x+۲)^۲]}{(x+۲)(x-۲)}$$

$$=(۱)\times(-۱\ \text{یا}-\frac{۳}{۴})=-۱\ \text{یا}-\frac{۳}{۴}$$

$$\lim_{x\to -۲}\frac{[(x+۲)^۲]\sin x}{x(x+۲)(x-۲)}=\lim_{x\to -۲}\frac{۰}{x(x+۲)(x-۲)}=۰$$

$$\lim_{x\to ۲}\frac{[(x+۲)^۲]\sin x}{x(x-۲)(x+۲)}=\frac{(۱۵\ \text{یا}\ ۱۶)\sin ۲}{۰^\pm}=\pm\infty$$

پس تنها خط مجانب قائم نمودار این تابع $x=۲$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(علی سلامت)*

ابتدا تابع $y=f(x)-۲$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)-۲=|x-۱|+|x-۳|-۲=\begin{cases}-۲x+۲ & ;\ x<۱\\ ۰ & ;\ ۱\le x\le ۳\\ ۲x-۶ & ;\ x>۳\end{cases}$$

روی بازهٔ $[۱,۳]$ مخرج $g(x)$ برابر صفر است. بنابراین:

$$D_g=(-\infty,۱)\cup(۳,+\infty)$$

مخرج $g(x)$ در $x=۱$ برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط در همسایگی چپ $x=۱$ تعریف شده داریم:

$$\lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{f(x)-۲}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{-۲x+۲}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{-۲(x-۱)}=+\infty$$

$x=۱$

مخرج تابع $g(x)$ در $x=۳$ برابر صفر است و از آن جایی که تابع فقط در همسایگی راست $x=۳$ تعریف شده داریم:

$$\lim_{x\to ۳^+}\frac{۱}{f(x)-۲}=\lim_{x\to ۳^+}\frac{۱}{۲x-۶}=\lim_{x\to ۳^+}\frac{۱}{۲(x-۳)}=+\infty$$

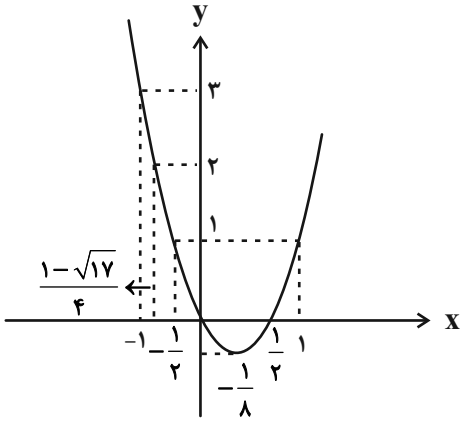
$x=۳$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تابع $y=\frac{x}{\sin x}$ در تمام نقاط بازهٔ $(-۱,۱)$ حد دارد، پس نقاطی که f در آن‌ها حد ندارد، همان نقاطی است که نمودار تابع $g(x)=[۲x^۲-x]$ در آن‌ها حد ندارد؛ تابع g نیز در نقاطی که $۲x^۲-x$ مقداری صحیح داشته باشد، حد ندارد.

نمودار سهمی $y=۲x^۲-x$ را در شکل زیر می‌بینیم:



https://konkur.info

با توجه به نمودار بالا، در نقاط $x=\frac{1-\sqrt{17}}{4}$ ، $x=-\frac{1}{2}$ ، $x=0$ و $x=\frac{1}{2}$ مقادیر سهمی عددی صحیح است، پس تابع g و در نتیجه تابع f در این نقاط حد ندارند.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۷- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

روش اول: هوپیتال

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin x-\sqrt{\cos x}}{\cos x-\sqrt{1+\sin x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x+\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{-\sin x-\frac{\cos x}{2\sqrt{1+\sin x}}}=\frac{1}{-\frac{1}{2}}=-2$$

روش دوم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin x-\sqrt{\cos x}}{\cos x-\sqrt{1+\sin x}}\times\underbrace{\frac{1+\sin x+\sqrt{\cos x}}{1+\sin x+\sqrt{\cos x}}}_{2}\times\frac{\overbrace{\cos x+\sqrt{1+\sin x}}^{2}}{\cos x+\sqrt{1+\sin x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(1+\sin x)^2-\cos x}{\cos^2 x-(1+\sin x)}=\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin^2 x+2\sin x-\cos x}{(1-\sin^2 x)-(1+\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-\cos^2 x-\cos x+2+2\sin x}{-\sin^2 x-\sin x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2 x+\cos x-2}{\sin^2 x+\sin x}-\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x}{\sin^2 x+\sin x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(\cos x+2)(\cos x-1)}{\sin x(\sin x+1)}-\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x}{\sin x(\sin x+1)}$$

$$=3\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sin x}-2=3\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}-2$$

$$=-3\lim_{x\to 0}\tan\frac{x}{2}-2=0-2=-2$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تابع باید در $x=5$ نیز پیوسته باشد، یعنی حد آن با مقدار تابع برابر باشد.

$$f(5)=a$$

پس تابع $y=\frac{bx-\sqrt{x-1}}{x-5}$ در $x=5$ حد دارد، برای اینکار حد صورت این کسر نیز باید صفر باشد.

$$\Rightarrow 5b-2=0\Rightarrow b=\frac{2}{5}$$

حال حد تابع بالا را با روش هوپیتال به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to 5}\frac{\frac{2}{5}x-\sqrt{x-1}}{x-5}=\lim_{x\to 5}\frac{\frac{2}{5}-\frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{1}=\frac{3}{20}$$

برای پیوستگی حاصل این باید برابر مقدار a باشد:

$$\Rightarrow a=\frac{3}{20}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

معادله را بر حسب $\cos\theta$ به صورت زیر می‌نویسیم:

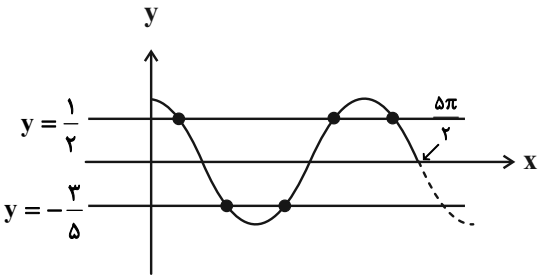
$$5(2\cos^2\theta-1)+2(\frac{1+\cos\theta}{2})+1=0$$

$$\Rightarrow 10\cos^2\theta+\cos\theta-3=0$$

$$\Rightarrow (5\cos\theta+3)(2\cos\theta-1)=0$$

$$\Rightarrow \cos\theta=\frac{1}{2},-\frac{3}{5}$$

حال برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها، نمودار $y=\cos x$ و خطوط $y=\frac{1}{2}$ و $y=-\frac{3}{5}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل بالا، خط‌ها نمودار تابع را در ۵ نقطه قطع می‌کند.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

با استفاده از اتحادهای زیر، معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta},\cos 2\theta=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$$

پس داریم:

$$\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{1+\tan^2 x}{1-\tan^2 x}+\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{\frac{1}{2}\tan^2 x+\frac{3}{2}}{1-\tan^2 x}$$

$$\xrightarrow{\tan x\neq\pm 1} 2\tan x=\frac{1}{2}\tan^2 x+\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x-4\tan x+3=0$$

$$\xrightarrow{\tan x\neq 1}\tan x=3$$

جواب‌های این معادله با جواب‌های معادلهٔ گزینهٔ «۱» برابر است:

$$\frac{\tan x}{\tan 2x}=2(1-\tan x)\Rightarrow\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\tan^2 x=2-2\tan x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x-4\tan x+3=(\tan x-1)(\tan x-3)=0$$

$\tan x=1$ غیرقابل قبول است، زیرا $\tan 2x$ غیرقابل تعریف می‌شود، پس $\tan x=3$ جواب این معادله است.

در معادله‌های سایر گزینه‌ها، جواب‌هایی بیش از جواب‌های معادلهٔ $\tan x=3$ تولید می‌شود.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

https://konkur.info

ریاضی پایه

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

سهمی $y=ax^۲+bx+c$ با شرایط $a<۰$، $b>۰$، $c\le ۰$ و $\Delta=b^۲-۴ac>۰$ فقط از ناحیه دوم دستگاه مختصات نمی‌گذرد. این شرایط در سهمی گزینه «۳» برقرار است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی ملارمضانی)*

در معادلهٔ $x^۲-۵x-۱=۰$ داریم: $S=\alpha+\beta=۵$ و $P=\alpha\beta=-۱$.

از طرفی جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، یعنی:

$$\alpha^۲-۱=۵\alpha\ ,\ \beta^۲-۱=۵\beta$$

پس ریشه‌های معادلهٔ مورد نظر را $\alpha'=\frac{\alpha}{۵\beta}$ و $\beta'=\frac{\beta}{۵\alpha}$ در نظر می‌گیریم:

$$S'=\alpha'+\beta'=\frac{\alpha}{۵\beta}+\frac{\beta}{۵\alpha}=\frac{۱}{۵}\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right)=\frac{۱}{۵}\left(\frac{\alpha^۲+\beta^۲}{\alpha\beta}\right)$$

$$\Rightarrow S'=\frac{۱}{۵}\left(\frac{S^۲-۲P}{P}\right)=\frac{۱}{۵}\left(\frac{(۵)^۲-۲(-۱)}{(-۱)}\right)=-\frac{۲۷}{۵}$$

$$P'=\alpha'\beta'=\frac{\alpha}{۵\beta}\times\frac{\beta}{۵\alpha}=\frac{۱}{۲۵}$$

پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$x^۲+\frac{۲۷}{۵}x+\frac{۱}{۲۵}=۰\Rightarrow ۲۵x^۲+۱۳۵x+۱=۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

با توجه آنکه $x=c$ ریشه صورت و مرتبه زوج است و $x=۱$ ریشه مخرج (و شاید مشترک با صورت) و مرتبه فرد است، تنها حالت زیر برای $p(x)$ قابل قبول است:

$$p(x)=\frac{(x-۱)(x-c)^۲}{(x-۱)^۲}=\frac{(x-۱)(x^۲-۲cx+c^۲)}{x^۲-۲x+۱}$$

$$\Rightarrow \frac{x^۳-ax^۲+(a+۳)x-۴}{x^۲-۲bx+b}$$

$$=\frac{x^۳-(۲c+۱)x^۲+(c^۲+۲c)x-c^۲}{x^۲-۲x+۱}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b=۱\\ c^۲=۴\xrightarrow{c>۱}c=۲\Rightarrow a=۵\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۸$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(سامان سلامیان)*

با تغییر متغیر $t=x+\frac{۱}{x}$، معادلهٔ گویای داده شده به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود:

$$t^۲-۲=۲t\Rightarrow t^۲-۲t-۲=۰$$

$$\Rightarrow t=۱\pm\sqrt{۳}$$

اما باید دقت کنیم که $\left|x+\frac{۱}{x}\right|\ge ۲$ است، پس جواب $t=۱-\sqrt{۳}$ قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow t=x+\frac{۱}{x}=۱+\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow x^۲-(۱+\sqrt{۳})x+۱=۰$$

در این معادله Δ، S و P هر سه مثبت هستند، پس معادله دو جواب مثبت دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۷ تا ۱۹)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(سامان سلامیان)*

معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{\frac{۲x-۱}{x}}-\sqrt{\frac{x}{۲x-۱}}=\frac{۸}{۳}$$

حال با تغییر متغیر $t=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x}}$ داریم:

$$t-\frac{۱}{t}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow ۳t^۲-۸t-۳=۰\Rightarrow t=-\frac{۱}{۳}\ \text{یا}\ ۳$$

اما بدیهی است که مقدار مثبت tقابل قبول است.

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{۲x-۱}{x}}=۳\Rightarrow\frac{۲x-۱}{x}=۹\Rightarrow ۲x-۱=۹x$$

$$\Rightarrow x=-\frac{۱}{۷}\Rightarrow[x]=-۱$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

برای اینکه معادله جواب داشته باشد، باید $k>۰$ باشد، زیرا در غیر این صورت بر اساس دامنه متغیر x، معادله جواب نخواهد داشت. حال برای $k>۰$ داریم:

$$\sqrt{x+۱}=\sqrt{k}\sqrt{x}-\sqrt{x}=(\sqrt{k}-۱)\sqrt{x}$$

طرفین تساوی را به توان دو می‌رسانیم:

$$x+۱=(\sqrt{k}-۱)^۲x\Rightarrow((\sqrt{k}-۱)^۲-۱)x=۱$$

$$\Rightarrow x=\frac{۱}{(\sqrt{k}-۱)^۲-۱}$$

دامنه جواب بازهٔ $[۰,+\infty)$ است، پس جواب بالا باید نامنفی باشد:

$$\Rightarrow(\sqrt{k}-۱)^۲\ge ۱\Rightarrow\sqrt{k}-۱\ge ۱\Rightarrow\sqrt{k}\ge ۲$$

$$\Rightarrow k\ge ۴$$

https://konkur.info

اما دقت کنید که به ازای $k=4$ معادله جواب حقیقی نخواهد داشت، پس حدود $k>4$ قابل قبول است.

(حسابان 1- جبر و معادله: صفحه‌های 20 و 21)

17- **گزینهٔ «4»** (جهانبخش نیکنام)

فاصله عدد a^2 از 1 برابر $|a^2-1|$ و فاصله آن از 4 برابر $|a^2-4|$ است. پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$|a^2-1|-|a^2-4|=a$$

مشخص است که a مثبت است (بخاطر جملهٔ «a واحد بیشتر است»)، حال معادله بالا را در محدوده‌های $0\le a<1$ ، $1\le a<2$ و $a\ge 2$ حل می‌کنیم.

$$0\le a<1: -a^2+1-(-a^2+4)=-3=a \text{ غ ق ق}$$

$$1\le a<2: a^2-1-(-a^2+4)=2a^2-5=a\Rightarrow 2a^2-a-5=0$$

$$\Rightarrow a=\frac{1\pm\sqrt{41}}{4}\xrightarrow{1\le a<2} a=\frac{1+\sqrt{41}}{4}$$

$$a\ge 2: a^2-1-(a^2-4)=3=a\Rightarrow a=3$$

پس مقدار ناصحیح a برابر $\frac{1+\sqrt{41}}{4}$ است.

(حسابان 1- جبر و معادله: صفحهٔ 26)

18- **گزینهٔ «1»** (میلاد منصوری)

بر اساس ریشه‌های عبارت‌های قدرمطلقی ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y=\begin{cases}-(2k+1)x+k-2 & ; \quad x<-2\\ (1-2k)x+k+2 & ; \quad -2\le x<1\\ x-k+2 & ; \quad x\ge 1\end{cases}$$

در حالت‌های زیر این تابع مینیمم خواهد داشت:

الف) شیب ضابطه اول برابر صفر و شیب ضابطه دوم نیز مثبت باشد، در این حالت روی بازهٔ $(-\infty,-2]$ کم‌ترین مقدار تابع رخ می‌دهد:

$$\left.\begin{array}{l}-(2k+1)=0\Rightarrow k=-\frac{1}{2}\\ 1-2k\ge 0\Rightarrow k\le\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow y_{min}=k-2=-\frac{5}{2}\neq 0$$

ب) شیب ضابطه اول منفی باشد و شیب ضابطه دوم نامنفی باشد، در این حالت کم‌ترین مقدار در $x=-2$ رخ می‌دهد:

$$\left.\begin{array}{l}-(2k+1)<0\Rightarrow k>-\frac{1}{2}\\ 1-2k\ge 0\Rightarrow k\le\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow -\frac{1}{2}<k\le\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_{min}=y(-2)=5k=0\Rightarrow k=0 \text{ قابل قبول}$$

پ) شیب ضابطه‌های اول و دوم منفی باشند، در این حالت کم‌ترین مقدار در $x=1$ رخ می‌دهد:

$$\left.\begin{array}{l}-(2k+1)<0\Rightarrow k>-\frac{1}{2}\\ 1-2k<0\Rightarrow k>\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow k>\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_{min}=y(1)=3-k=0\Rightarrow k=3 \text{ قابل قبول}$$

پس مقادیر قابل قبول k ، صفر و 3 هستند.

(حسابان 1- جبر و معادله: صفحهٔ 24)

19- **گزینهٔ «1»** (عادل حسینی)

مختصات نقطه A را $A(x,y)$ در نظر می‌گیریم.

مساحت مثلث را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_A & y_A\\ x_B & y_B\\ x_C & y_C\\ x_A & y_A\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}(y_Ax_B+y_Bx_C+x_Cy_A)\\ -(y_Ax_B+y_Bx_C+y_Cx_A)\end{matrix}\right|$$

$$\Rightarrow S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x & y\\ 0 & 1\\ 2 & 0\\ x & y\end{vmatrix}=\frac{1}{2}|x+2y-2|=2$$

$$\Rightarrow |x+2y-2|=4\Rightarrow x+2y-2=\pm 4$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+2y=6\\ x+2y=-2\end{cases}$$

پس مجموع مقادیر m برابر $6-2=4$ است.

(حسابان 1- جبر و معادله: صفحه‌های 29 تا 36)

20- **گزینهٔ «4»** (عادل حسینی)

برای اینکه پاره‌خط AB از سه ربع دستگاه مختصات بگذرد، باید طول نقاط A و B و هم‌چنین عرض آن‌ها غیرهم علامت باشند:

$$\begin{cases}x_A=m-1, x_B=-1-m\Rightarrow x_Ax_B<0\\ \qquad\Rightarrow (m-1)(m+1)>0\Rightarrow m<-1 \text{ ی } m>1\\ y_A=3-m, y_B=m\Rightarrow y_Ay_B<0\Rightarrow m(m-3)>0\\ \qquad\Rightarrow m>3 \text{ ی } m<0\end{cases}$$

اشتراک مجموعه‌های بالا، مجموعهٔ $\mathbb{R}-[-1,3]$ است. از طرفی پاره‌خط AB نباید از مبدأ مختصات بگذرد، پس نباید نسبت $\frac{y_A}{x_A}$ با نسبت $\frac{y_B}{x_B}$ برابر باشد:

$$\frac{y_A}{x_A}\neq\frac{y_B}{x_B}\Rightarrow\frac{3-m}{m-1}\neq\frac{m}{-1-m}$$

$$\Rightarrow m^2-m\neq m^2-2m-3\Rightarrow m\neq -3$$

پس مجموعه قابل‌قبول برای m برابر $\mathbb{R}-[-1,3]-\{-3\}$ است. این یعنی $a=-1$، $b=3$ و $c=-3$ و در نتیجه $a+b+c=-1$ است.

(حسابان 1- جبر و معادله: صفحه‌های 29 تا 36)

https://konkur.info

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

معادلهٔ $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ متعلق به یک دایره است، هرگاه $a^۲+b^۲-۴c>۰$ باشد. بنابراین داریم:

$$۲x^۲+۲y^۲-۲x+۶y+m=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x^۲+y^۲-x+۳y+\frac{m}{۲}=۰$$

$$(-۱)^۲+۳^۲-۴\left(\frac{m}{۲}\right)>۰\Rightarrow ۱۰-۲m>۰$$

$$\Rightarrow ۲m<۱۰\Rightarrow m<۵$$

پس بزرگ‌ترین عدد صحیح m که به ازای آن، معادلهٔ داده شده متعلق به یک دایره باشد، برابر $m=۴$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تمامی قطرهای یک دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، پس داریم:

$$\begin{cases}x+y=۱\\x-y=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲\\y=-۱\end{cases}\Rightarrow \text{مرکز دایره}: O'(۲,-۱)$$

این دایره از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$\text{شعاع دایره}: R=OO'=\sqrt{(۲-۰)^۲+(-۱-۰)^۲}=\sqrt{۵}$$

$$\text{معادلهٔ دایره}: (x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۵$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطهٔ $(-۳,۱)$ در معادلهٔ دایره صدق می‌کند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

نقاط $A(a,-۲)$ و $B(۶-a,۴)$ دو سر قطری از دایره هستند، پس نقطهٔ وسط آن‌ها مرکز دایره است:

$$W=\frac{A+B}{۲}=(۳,۱)$$

از طرفی با توجه به معادلهٔ ضمنی دایره داریم:

$$\text{مرکز دایره}: W\left(-\frac{m}{۲},-\frac{n}{۲}\right)=(۳,۱)\Rightarrow\begin{cases}m=-۶\\n=-۲\end{cases}$$

$$\text{شعاع دایره}: R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۶)^۲+(-۲)^۲-۴(-۱۵)}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۰۰}=۵$$

طول قطر AB، دو برابر شعاع دایره است، پس داریم:

$$AB=۲R\Rightarrow\sqrt{(۶-a-a)^۲+(۴+۲)^۳}=۱۰$$

$$\Rightarrow\sqrt{(۶-۲a)^۲+۶^۲}=۱۰\Rightarrow(۶-۲a)^۲=۱۰۰-۳۶=۶۴$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۶-۲a=۸\Rightarrow a=-۱\\۶-۲a=-۸\Rightarrow a=۷\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سامان اسپهرم)*

$$x^۲+y^۲-۲x-۴y-۴=۰$$

مرکز: $O(۱,۲)$

شعاع: $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲+(-۴)^۲-۴(-۴)}=۳$

شرط مماس بودن خط بر دایره آن است که فاصلهٔ مرکز دایره از خط، برابر شعاع دایره باشد. اگر فاصلهٔ مرکز دایره از خط $۳x+۴y-m=۰$ را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d=\frac{|۳(۱)+۴(۲)-m|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{|۱۱-m|}{۵}$$

$$d=R\Rightarrow\frac{|۱۱-m|}{۵}=۳\Rightarrow|۱۱-m|=۱۵$$

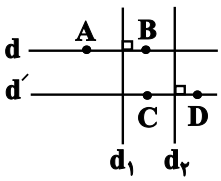
$$\Rightarrow\begin{cases}۱۱-m=۱۵\Rightarrow m=-۴\\۱۱-m=-۱۵\Rightarrow m=۲۶\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

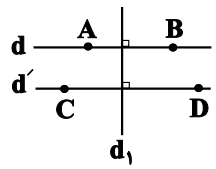
۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB و نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ C و D به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط CD واقع‌اند. با توجه به اینکه پاره‌خط‌های AB و CD موازی یکدیگرند، یکی از دو وضعیت زیر امکان‌پذیر است.

۱) عمودمنصف AB موازی با عمودمنصف CD باشد. در این صورت مسئله فاقد جواب است.



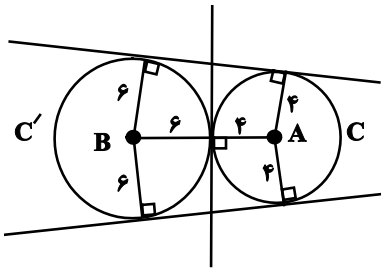
۲) عمود منصف AB بر عمودمنصف CD منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ مشابه تمرین ۲ صفحهٔ ۳۹)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

دو دایرهٔ $C(A,۴)$ و $C'(B,۶)$ مماس خارج هستند. مماس مشترک‌های این دو دایره خطوطی از صفحه هستند که از A به فاصلهٔ ۴ و از B به فاصلهٔ ۶ واحد قرار دارند.



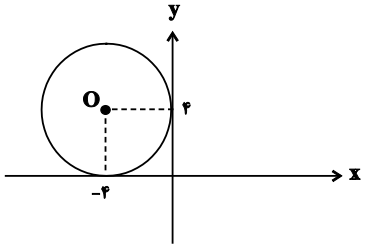
https://konkur.info

با توجه به اینکه دو دایرهٔ مماس خارج، ۳ مماس مشترک دارند، پس ۳ خط در صفحه با ویژگی مورد نظر وجود دارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

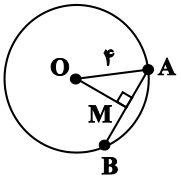
۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

دایره‌ای که بر محورهای مختصات در دو نقطهٔ $(-۴,۰)$ و $(۰,۴)$ مماس باشد، دایره‌ای است به مرکز $O(-۴,۴)$ و شعاع $R=۴$.



کوتاه‌ترین وتر گذرنده از هر نقطه در دایره، وتری است که بر قطر گذرنده از آن نقطه عمود است.

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس مطابق شکل داریم:



$$OM=\sqrt{(-۲+۴)^۲+(۱-۴)^۲}=\sqrt{۱۳}$$

$$\overset{\Delta}{OAM}: AM=\sqrt{OA^۲-OM^۲}=\sqrt{۱۶-۱۳}=\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AB=۲AM=۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید $O(\alpha,\beta)$ مرکز این دایره باشد. چون مرکز دایره روی خط $x+y=۳$ واقع است، پس $\beta=۳-\alpha$ بوده و در نتیجه با فرض $A(۲,۰)$ و $B(۰,۱)$ داریم:

$$OA=OB\Rightarrow\sqrt{(\alpha-۲)^۲+\beta^۲}=\sqrt{\alpha^۲+(\beta-۱)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}(\alpha-۲)^۲+(۳-\alpha)^۲=\alpha^۲+(۲-\alpha)^۲$$

$$\Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha+۴+۹-۶\alpha+\alpha^۲=\alpha^۲+۴-۴\alpha+\alpha^۲$$

$$\Rightarrow ۶\alpha=۹\Rightarrow\alpha=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\beta=۳-\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

$$\text{شعاع دایره}=OA=\sqrt{\left(\frac{۳}{۲}-۲\right)^۲+\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۹}{۴}}=\sqrt{\frac{۵}{۲}}$$

بنابراین معادلهٔ دایره به صورت زیر است:

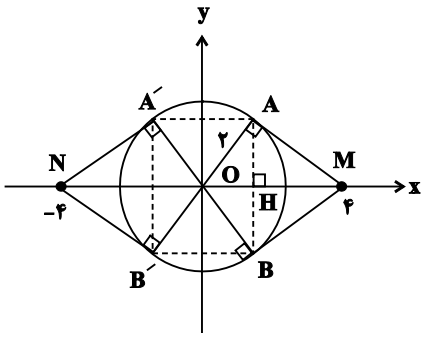
$$\left(x-\frac{۳}{۲}\right)^۲+\left(y-\frac{۳}{۲}\right)^۲=\frac{۵}{۲}\Rightarrow x^۲-۳x+\frac{۹}{۴}+y^۲-۳y+\frac{۹}{۴}=\frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۳x-۳y+۲=۰$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های۴۰ تا ۴۲)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل چهارضلعی حاصل، یک مستطیل است که طول اضلاع آن به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\overset{\Delta}{OAM}: AM=\sqrt{OM^۲-OA^۲}=\sqrt{۱۶-۴}=۲\sqrt{۳}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$AH\times OM=OA\times AM$$

$$\Rightarrow AH=\frac{۲\times۲\sqrt{۳}}{۴}=\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AB=۲AH=۲\sqrt{۳}$$

همچنین در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$OA^۲=OH\times OM\Rightarrow OH=\frac{۲^۲}{۴}=۱$$

$$\Rightarrow AA'=۲OH=۲$$

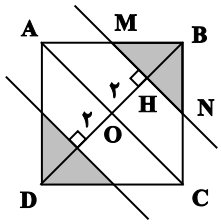
$$S_{ABB'A'}=AB\times AA' : \text{مساحت چهارضلعی موردنظر}$$

$$=۲\sqrt{۳}\times۲=۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دو خط موازی با قطر AC و به فاصلهٔ ۲ واحد از آن رسم می‌کنیم. ناحیهٔ رنگی در شکل، همان ناحیهٔ S است. مطابق شکل داریم:



$$OB=\frac{۴\sqrt{۲}}{۲}=۲\sqrt{۲}\Rightarrow BH=۲\sqrt{۲}-۲$$

$$AOB: MH\parallel AO\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}}\frac{BM}{AB}=\frac{BH}{BO}$$

$$\Rightarrow\frac{BM}{۴}=\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۲\sqrt{۲}}\Rightarrow BM=۴-۲\sqrt{۲}=BN$$

$$S_{BMN}=\frac{۱}{۲}\times BM\times BN=\frac{۱}{۲}(۴-۲\sqrt{۲})^۲$$

$$S_{\text{مساحت ناحیهٔ }S}=۲S_{BMN}=(۴-۲\sqrt{۲})^۲=۴(۲-\sqrt{۲})^۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

https://konkur.info

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

شرط لازم و کافی برای آن‌که معادلهٔ سیاله $ax+by=c$ دارای جواب باشد، آن است که: $(a,b)|c$

بنابراین:

$$(۶,۲۱)\,|\,m^۲+۲$$

$$۳\,|\,m^۲+۲ \Rightarrow m^۲+۲\overset{۳}{\equiv}۰ \Rightarrow m^۲\overset{۳}{\equiv}-۲\overset{۳}{\equiv}۱$$

بنابراین اگر m مضرب ۳ نباشد، معادله دارای جواب است. کافی است مضارب ۳ را از کل اعداد دو رقمی کنار بگذاریم.

$$\text{تعداد} = \left[\frac{۹۹}{۳}\right]-\left[\frac{۹}{۳}\right]=۳۰ \Rightarrow ۹۰-۳۰=۶۰$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحهٔ ۲۶)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(محسن بهرام‌پور)*

اگر x و y را به‌ترتیب تعداد ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری فرض کنیم. می‌توانیم بنویسیم: $(k\in\mathbb{Z})$

$$۵x+۷y=۴۱۰ \Rightarrow ۷y\overset{۵}{\equiv}۴۱۰ \Rightarrow ۲y\overset{۵}{\equiv}۰ \Rightarrow y\overset{۵}{\equiv}۰ \Rightarrow y=۵k$$

$$۵x+۳۵k=۴۱۰ \Rightarrow ۵x=-۳۵k+۴۱۰ \Rightarrow x=-۷k+۸۲$$

$$x+y\le ۷۰ \Rightarrow -۷k+۸۲+۵k\le ۷۰ \Rightarrow ۲k\ge ۱۲ \Rightarrow k\ge ۶ \quad (۱)$$

$$x=-۷k+۸۲\ge ۰ \Rightarrow k\le ۱۱ \quad (۲)$$

$$y=۵k\ge ۰ \Rightarrow k\ge ۰ \quad (۳)$$

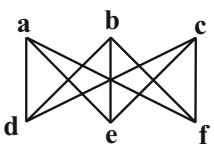
$$(۱),(۲),(۳): ۶\le k\le ۱۱$$

پس به ۶ طریق می‌توان ۴۱۰ لیتر را در ظرف‌های ۵ و ۷ لیتری پر کرد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(رضا توکلی)*

اگر $N_G(a)=N_G(b)$ باشد، بین a و b یالی رسم نمی‌شود و $deg(a)=deg(b)$ می‌باشد. پس یال‌های ab و ac و bc رسم نمی‌شود و $deg(b)=deg(c)=۳$ می‌باشد. در نتیجه تنها شکل زیر قابل رسم است:



$$p=۶,\ q=۹,\ \Delta=\delta=۳$$
$$p+q+\Delta+\delta=۲۱$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

در گراف $k-$ منتظم از مرتبهٔ p و اندازهٔ q، رابطه $kp=۲q$ برقرار است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

الف) $۸p=۲\times ۲۱ \Rightarrow p=\frac{۲۱}{۴}$ غ‌ق‌ق

ب) گراف فرد منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، در نتیجه گراف ۷- منتظم مرتبه ۹ نیز قابل رسم نیست.

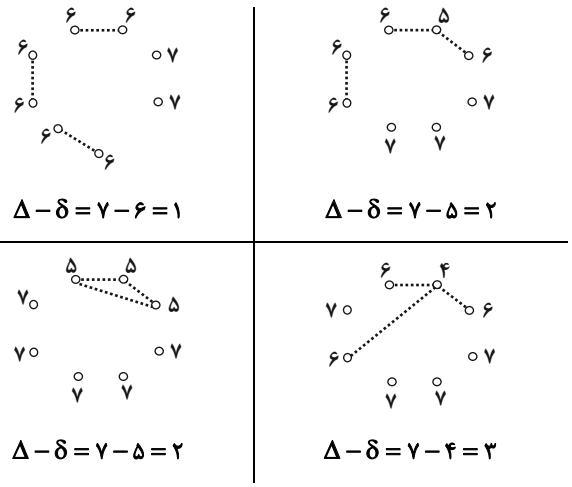
پ) $۷p=۲\times ۳۵ \Rightarrow p=۱۰$ ق‌ق پس این گراف قابل رسم است.

ت) گرافی که ۷ رأس دارد بیشترین درجه‌ای که می‌تواند داشته باشد، ۶ است. در نتیجه گراف ۸- منتظم مرتبه ۷ قابل رسم نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۵)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

گراف کامل مرتبه ۸ دارای $q=\frac{۸\times ۷}{۲}=۲۸$ یال است. در نتیجه گراف G در صورت سؤال، گراف کاملی است که ۳ یال آن را حذف کرده‌ایم و $\Delta-\delta$ یکی از حالت‌های زیر است:



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

در یک گراف کامل مرتبه p، $q=\frac{p(p-۱)}{۲}$ و $\Delta=\delta=p-۱$ است.

بنابراین داریم:

https://konkur.info

$$۲\times\frac{p(p-۱)}{۲}-p^۲=۴(p-۱)-(p-۱)^۲-۱$$

$$\Rightarrow p^۲-p-p^۲=۴p-۴-p^۲+۲p-۱-۱$$

$$\Rightarrow p^۲-۷p+۶=۰\Rightarrow(p-۱)(p-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}p=۱ \text{ غ ق ق}\\ p=۶\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{q}{\Delta}=\frac{\frac{p(p-۱)}{۲}}{p-۱}=\frac{p}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به فرض سؤال، رأس $v_۱$ با رئوس $v_۲$ تا $v_۶$ مجاور است و با توجه به اینکه رئوس $v_۲$ تا $v_۶$ دو به دو غیرمجاور هستند، پس رأس $v_۱$ از درجهٔ ۵ و سایر رئوس از درجهٔ یک هستند.

تعداد اعضای همسایگی بستهٔ هر رأس، یک واحد بیشتر از درجهٔ آن است، پس داریم:

$$\sum_{i=۱}^{۶}|N_G[v_i]|=۶+۵\times۲=۱۶$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۶)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

تعداد یال‌های گراف $r-$ منتظم از مرتبه p برابر $\frac{rp}{۲}$ می‌باشد. در نتیجه:

$$q=\frac{rp}{۲}\ ,\ q'=\frac{\frac{۳r}{۴}\times p}{۲}$$

$$q-۱۲=q'\Rightarrow\frac{rp}{۲}-۱۲=\frac{\frac{۳r}{۴}\times p}{۲}$$

$$\xrightarrow{\times۲}rp-۲۴=\frac{۳}{۴}rp\Rightarrow rp=۹۶$$

می‌دانیم $r<p$ و $r=۴k$ در نتیجه:

$$pr=۲۴\times۴=۱۲\times۸$$

$$(۱)\begin{cases}p=۲۴\\ r=۴\end{cases}\Rightarrow q=\frac{۲۴\times۴}{۲}=۴۸$$

گراف $K_{۲۴}$ دارای $\frac{۲۴\times۲۳}{۲}=۲۷۶$ یال است، پس با افزودن ۲۲۸ یال به آن کامل می‌شود.

$$(۲)\begin{cases}p=۱۲\\ r=۸\end{cases}\Rightarrow q=\frac{۱۲\times۸}{۲}=۴۸$$

گراف $K_{۱۲}$ دارای $\frac{۱۲\times۱۱}{۲}=۶۶$ یال است، پس با افزودن ۱۸ یال به آن کامل خواهد شد.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(عطا صادقی)*

اگر بخواهیم $pq=۶$ باشد، دو حالت رخ می‌دهد:

الف) $p=۶$ و $q=۱$ باشد.

در این حالت هر ۶ رأس باید انتخاب شوند و یکی از ۶ یال را باید انتخاب کنیم. در نتیجه تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{۶}{۱}=۶$$

ب) $p=۳$ و $q=۲$ باشد.

در این حالت ۳ رأس باید به گونه‌ای انتخاب شوند که دو یال مجاور هم باشند، برای مثال سه رأس $\{a,b,c\}$ و یال‌های $\{ab,bc\}$ بنابراین ۶ زیر گراف با این ویژگی وجود دارد.

بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها با شرط $pq=۶$ برابر ۱۲ است.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۷)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهیر نیکنام)*

نکته: $$q(\bar{G})=\frac{p(G)(p(G)-۱)}{۲}-q(G)$$

$$\begin{cases}q-p=۲\\ (\frac{p(p-۱)}{۲}-q)+۳q=۲۴\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}q=p+۲\\ p(p-۱)+۴q=۴۸\end{cases}$$

$$\Rightarrow p^۲-p+۴(p+۲)=۴۸$$

$$\Rightarrow p^۲+۳p-۴۰=۰\Rightarrow(p-۵)(p+۸)=۰\xrightarrow{P>۰}p=۵$$

$$\Rightarrow q=۵+۲=۷$$

در نتیجه: $q(\bar{G})=\frac{۵\times۴}{۲}-۷=۳$

$$\Rightarrow q(G)-q(\bar{G})=۷-۳=۴$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

https://konkur.info

آمار و احتمال

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(محسن بهرام‌پور)*

به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) می‌دانیم $|x|+۱ \geq |x| \geq ۰$ است. اگر طرفین را بر $|x|+۱$ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $۰ \leq \frac{|x|}{|x|+۱} < ۱$

در نتیجه مجموعه جواب گزاره‌نما $\mathbb{R}$ بوده که با دامنه برابر است.

ب) تساوی $\frac{x^۲-۱}{x+۱} = x-۱$ به ازاء $x \neq -۱$ همواره برقرار است. در نتیجه مجموع جواب گزاره‌نما با دامنه برابر است.

پ) به ازاء $x < ۰$ به صورت بازگشتی می‌توان ثابت کرد $x+\frac{۱}{x} \leq -۲$ است و در نتیجه مجموعه جواب گزاره‌نما با دامنه داده شده برابر است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

گزاره داده شده را به صورت زیر ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sim[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow \sim p$$
$$\equiv [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \vee \sim p$$
$$\equiv [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee \sim p \equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p$$
$$\equiv (q \vee p) \vee \sim p \equiv q \vee (p \vee \sim p) \equiv q \vee T \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

گزاره مرکب به صورت اگر $\frac{\text{بهروز در آزمون کنکور رتبهٔ زیر ۱۰۰ کسب کند}}{p}$ آنگاه $\frac{\text{در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود}}{q}$ است.

$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (گزاره پ)

$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ (گزاره ب)

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(رضا توکلی)*

در گزینهٔ «۳» به ازاء $x = ۱$ عدد طبیعی کوچک‌تر از آن پیدا نمی‌شود و در گزینه‌های دیگر داریم:

گزینهٔ «۱»: اگر $y = x+۱$ باشد، همواره درست است.

گزینهٔ «۲»: اگر $y = x$ باشد. همواره درست است.

گزینهٔ «۴»: اگر $y = x$ باشد. همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

گزارهٔ «الف»: درست است، چون هر عضو A، زیر مجموعه‌ای از A نیز هست.

گزارهٔ «ب» نادرست است، زیرا $\{\{\{\varnothing\}\}\}$ زیرمجموعه‌ای از A است، ولی عضو A نیست.

گزارهٔ «پ» نادرست است، چون اگر $x = \varnothing$ و $y = \{\{\varnothing\}\}$ باشد، آن‌گاه هیچ کدام از بین x و y، عضو دیگری نیست.

گزارهٔ «ت» نادرست است، چون اگر $x = \{\varnothing\}$ و $y = \{\{\varnothing\}\}$ باشد، آن‌گاه هیچ کدام از بین x و y، زیر مجموعهٔ دیگری نیست.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۱۹)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(B-A)-(C-A)]' = [(B \cap A') \cap (C \cap A')']'$$
$$= (B \cap A')' \cup (C \cap A') = (B' \cup A) \cup (C \cap A')$$
$$= B' \cup [A \cup (C \cap A')] = B' \cup [(A \cup C) \cap \underbrace{(A \cup A')}_{U}]$$
$$= B' \cup (A \cup C) = A \cup B' \cup C$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجید نیکنام)*

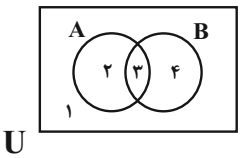
روش اول:

$$C = (A' \cap B') \cup (B - A')$$
$$C = (A \cup B)' \cup (B \cap A)$$
$$C' = (A \cup B) \cap (B' \cup A')$$
$$= ((A \cup B) \cap B') \cup ((A \cup B) \cap A')$$
$$C' = (B' \cap A) \cup (A' \cap B)$$
$$= (A - B) \cup (B - A)$$
$$\Rightarrow C' - (A-B) = [(A-B) \cup (B-A)] - (A-B) = B - A$$

با استفاده از نمودار ون و شماره‌گذاری می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم.

روش دوم:

$$\Rightarrow A' \cap B' = \{۱\},\ A - B = \{۲\},\ B - A' = B \cap A = \{۳\}$$
$$C = \{۱\} \cup \{۳\} = \{۱,۳\}$$
$$C' - (A-B) = \{۲,۴\} - \{۲\} = \{۴\} = B - A$$



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

https://konkur.info

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (سوگند روشنی)

با توجه به افراز داده شده، مجموعه A به صورت $A=\{a,b,c,d,e\}$ و پنج عضوی است. در نتیجه تعداد افرازهای آن به گونه‌ای که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی است برابر است با:

$$\boxed{۴}\boxed{۱} \Rightarrow \binom{۵}{۱}\binom{۴}{۴}=۵$$

$$\boxed{۲}\boxed{۲}\boxed{۱} \Rightarrow \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۳}{۲}\binom{۱}{۱}}{۲!}=۱۵$$

$$\Rightarrow ۵+۱۵=۲۰$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

مطابق شکل $A^۲-B\times A=\{(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴)\}$ است. از طرفی:

$$A^۲-B\times A=A\times A-B\times A=(A-B)\times A$$
$$=\{(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴)\}$$

$$\Rightarrow (A-B)=\{۲\},\ A=\{۲,۳,۴\}$$

با فرض $B\subseteq A$ خواهیم داشت: $B=\{۳,۴\}$ و در نتیجه $A\cap B=\{۳,۴\}$ است.

$$|(A\times B)\cap(B\times A)|=|A\cap B|^۲=۲^۲=۴$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$\frac{n(B\times C)}{n(A\times B)}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{n(B)\times n(C)}{n(A)\times n(B)}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow n(A)=۲n(C)$$

اگر فرض کنیم $n(C)=x$ باشد، آن‌گاه $n(A)=۲x$ و $n(B)=۲x+۲$ است و در نتیجه داریم:

$$n(A^۲)-n(B\times C)=۱۲\Rightarrow(n(A))^۲-n(B)\times n(C)=۱۲$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۲x-۱۲=۰\Rightarrow x^۲-x-۶=۰\Rightarrow(x-۳)(x+۲)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\ x=-۲\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

بنابراین $n(C)=۳$ و $n(A)=۲\times۳=۶$ است و داریم:

$$n(A\times C)=n(A)\times n(C)=۶\times۳=۱۸$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

آمار و احتمال (اختیاری)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** (روح‌انگیز جلیلیان)

$$\bar{x}=۱۰\Rightarrow\frac{۲\times۵+۳(x+۳)+۱۱x+۲۵}{۲+۳+x+۱}=۱۰$$

$$\Rightarrow\frac{۱۴x+۴۴}{۶+x}=۱۰\Rightarrow ۴x=۱۶\Rightarrow x=۴$$

بنابراین داریم: $\frac{x}{۶+x}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}=$ فراوانی نسبی دادهٔ ۱۱

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۶)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

جدول فراوانی داده‌های اولیه مطابق با نمودار بافت نگاشت داده شده به صورت زیر است:

حدوددسته	[۵۰,۶۰)	[۶۰,۷۰)	[۷۰,۸۰)	[۸۰,۹۰)	[۹۰,۱۰۰)
فراوانی	۳	۷	۸	۵	۲

با افزودن دانش‌آموزانی به وزن‌های ۸۲، ۷۶، ۶۳، ۹۴ و ۶۹ کیلوگرم، تعداد کل داده‌ها ۵ واحد و تعداد داده‌های دستهٔ وسط یک واحد افزایش می‌یابد. داریم:

$\frac{۸}{۲۵}=۰/۳۲=$ فراوانی نسبی اولیهٔ دستهٔ وسط

$\frac{۹}{۳۰}=\frac{۳}{۱۰}=۰/۳=$ فراوانی نسبی ثانویهٔ دستهٔ وسط

چون فراوانی نسبی ثانویه دستهٔ وسط کمتر از فراوانی نسبی اولیهٔ آن است، پس فراوانی نسبی آن ۰/۰۲ کم شده است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** (نیلوفر مهروی)

مجموع درصدهای فراوانی برابر ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$a+۲۷+۳۴+۲۴=۱۰۰\Rightarrow a=۱۵$$

بنابراین زاویهٔ متناظر با نمرهٔ A در نمودار دایره‌ای این نمرات برابر است با:

$$\alpha=\frac{۱۵}{۱۰۰}\times۳۶۰^\circ=۵۴^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی خویی‌علوی)

فرض کنید مجموع داده‌های ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۳ و ۲، برابر x باشد. در این‌صورت داریم:

$$\frac{x+۳a+۴}{۶}=\frac{x+a}{۶}+۳\xrightarrow{\times۶}x+۳a+۴=x+a+۱۸$$

$$\Rightarrow ۲a=۱۴\Rightarrow a=۷$$

بنابراین دستهٔ دوم داده‌ها به‌صورت ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۷، ۳ و ۲ هستند و میانهٔ این داده‌ها برابر میانگین دو دادهٔ وسط است، یعنی داریم:

$$Q_۲=\frac{۷+۱۱}{۲}=۹$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

https://konkur.info

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{5\times10+8\times12+7\times14+10\times15+6\times17+4\times18}{5+8+7+10+6+4}=\frac{568}{40}=14/2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، دادهٔ بیستم برابر ۱۴ و دادهٔ بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانهٔ داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های وسط) است:

$$Q_2=\frac{14+15}{2}=14/5$$

در نتیجه داریم:

$$Q_2-\bar{x}=14/5-14/2=0/3$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهدوی)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1,2,2,4,7,7,7,8,9,12,13,17,17$$

مد داده‌ها برابر ۷ است و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد برابر است با:

$$1+2+2+4=9$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس دادهٔ هفتم میانه و میانگین داده‌های دهم و یازدهم برابر چارک سوم است.

$$Q_3=\frac{12+13}{2}=12/5$$

مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با: $13+17+17=47$

بنابراین اختلاف بین مجموع این دو دسته از داده‌ها برابر است با: $47-9=38$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$3,5,6,8,9,12,13,14,15,17,23$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ است، پس میانهٔ ۵ دادهٔ اول، یعنی دادهٔ سوم برابر چارک اول و میانه ۵ دادهٔ آخر، یعنی دادهٔ نهم برابر چارک سوم است.

$$Q_1=6, Q_3=15$$

چارک اول و چارک سوم این داده‌ها روی جعبه و داده‌های بین آنها درون جعبه قرار دارند، بنابراین میانگین داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{6+8+9+12+13+14+15}{7}=\frac{77}{7}=11$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

برای ۲۰ دادهٔ اولیهٔ داریم:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_{20}-\bar{x})^2}{20}=25$$

$$\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_{20}-\bar{x})^2=500$$

فرض کنید k دادهٔ برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحراف معیار داده‌های جدید را با σ' نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_{20}-\bar{x})^2+k(\bar{x}-\bar{x})^2}{20+k}=\frac{500}{20+k}$$

$$\sigma'<4\Rightarrow\sigma'^2<16\Rightarrow\frac{500}{20+k}<16\Rightarrow500<320+16k$$

$$\Rightarrow16k>180\Rightarrow k>11/25$$

بنابراین حداقل باید ۱۲ دادهٔ برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا انحراف معیار کمتر از ۴ شود.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با $\bar{x}$ و σ_x و میانگین و انحراف معیار داده‌های جدید را با $\bar{y}$ و σ_y نمایش دهیم، آنگاه با توجه به اینکه $\bar{x}$ عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases}\bar{y}=3\bar{x}+\bar{x}=4\bar{x}\\ \sigma_y=3\sigma_x\end{cases}$$

$$\frac{CV_2}{CV_1}=\frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}}=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\times\frac{\bar{x}}{\bar{y}}=\frac{3\sigma_x}{\sigma_x}\times\frac{\bar{x}}{4\bar{x}}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{CV_2}{1/2}=\frac{3}{4}\Rightarrow CV_2=0/9$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

با حذف داده‌های ۵ و f، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، پس میانگین این دو داده با میانگین داده‌های باقی‌مانده برابر است. همچنین با حذف داده‌های ۵ و f، واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر صفر است که در نتیجه داده‌های e، d، c، b و a برابر یکدیگرند. اگر هر کدام از این داده‌ها را مساوی a در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{5+f}{2}=\frac{a+b+c+d+e}{5}=\frac{5a}{5}=a\Rightarrow5+f=2a$$

$$\Rightarrow5-a=a-f\Rightarrow(5-a)^2=(a-f)^2=(f-a)^2\ (1)$$

واریانس داده‌های اولیه برابر ۱۴ است. با توجه به اینکه میانگین داده‌ها برابر a است، داریم:

$$14=\frac{(5-a)^2+5(a-a)^2+(f-a)^2}{7}\xrightarrow{(1)}2(5-a)^2=98$$

$$\Rightarrow(5-a)^2=49\Rightarrow|5-a|=7\xrightarrow{5<a}a-5=7\Rightarrow a=12$$

$$5+f=2a=24\Rightarrow f=19$$

تذکر: از $f>5$ نتیجه می‌شود که میانگین دو دادهٔ ۵ و f، بزرگتر از ۵ است، پس $a>5$.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

https://konkur.info

فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا محبی)*

وزن یک جسم همان نیروی گرانشی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود، همواره به‌طرف مرکز زمین است و به جرم زمین بستگی دارد و هم‌چنین وزن یک جسم در ارتفاع‌های متفاوت از سطح زمین، یکسان نیست.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

وقتی سه نیروی افقی به جسمی وارد شوند و جسم در حال سکون روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، یعنی برایند آن‌ها برابر صفر است. پس برایند دو نیروی ۹ و ۱۲ نیوتونی برابر همان ۱۷ نیوتون است (فقط در جهت معکوس). پس:

$$F_{net} = ۱۷N$$

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow ۱۷ = \frac{\Delta p}{۴} \Rightarrow \Delta p = ۶۸ \frac{kg.m}{s}$$

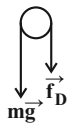
$$\xrightarrow{v_۰ = ۰ \Rightarrow p_۰ = ۰} p_۱ = ۶۸ \frac{kg.m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۴۶ تا ۴۸)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام رستمی)*

اندازهٔ شتاب گلوله هنگام بالا رفتن: $f_D + mg = ma_۱$

$$\Rightarrow a_۱ = \frac{f_D + mg}{m}$$

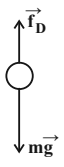


در نقطهٔ اوج سرعت صفر است، در نتیجه نیروی مقاومت هوا در آن لحظه نیز صفر است و بنابراین اندازهٔ شتاب در آن لحظه g است.

$$a_۲ = g$$

اندازهٔ شتاب گلوله هنگام بازگشت: $mg - f_D = ma_۳$

$$\Rightarrow a_۳ = \frac{mg - f_D}{m}$$

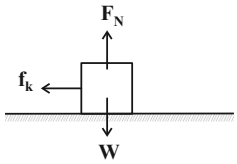


بنابراین: $a_۱ > a_۲ > a_۳$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(احسان ایرانی)*

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



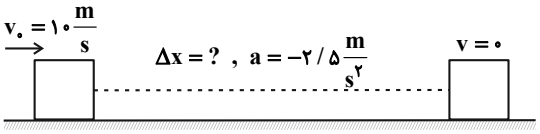
با توجه به شکل مشخص می‌شود که نیروهای $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_k$، مؤلفه‌های نیروی وارد شده از سطح به جسم هستند. یعنی:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{R} = -f_k\vec{i} + F_N\vec{j} \\ \vec{R} = -۳۰\vec{i} + ۱۲۰\vec{j}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} f_k = ۳۰N \\ F_N = ۱۲۰N\end{array}\right.$$

$$F_N = mg \Rightarrow ۱۲۰ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۱۲kg$$

در پرتاب جسم روی سطح افقی، تنها نیروی افقی موثر بر جسم نیروی اصطکاک است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-۳۰}{۱۲} = -۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$



برای به‌دست آوردن مسافت طی شده تا لحظهٔ توقف، از معادلهٔ سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان) داریم:

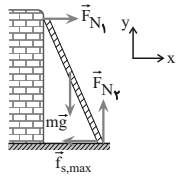
$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[a = -۲/۵ \frac{m}{s^۲}]{v_۰ = ۱۰ \frac{m}{s}} \Delta x = \frac{-v_۰^۲}{۲a}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{-۱۰^۲}{۲ \times (-۲/۵)} = \frac{-۱۰۰}{-۵} = ۲۰m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی کنکور ریاضی)*

مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده‌ایم. چون دستگاه در حال تعادل است، برایند نیروهای وارد بر نردبان در راستای x و y صفر است. بنابراین داریم:



$$F_{N_۱} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N_۱} = \mu_s F_{N_۲}$$

بنابراین:

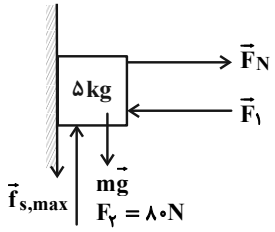
$$\frac{F_{N_۲}}{F_{N_۱}} = \frac{F_{N_۲}}{\mu_s F_{N_۲}} = \frac{۱}{\mu_s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲)

https://konkur.info

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و به سمت پایین خواهد بود.



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_N$$
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/5F_1$$
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_2 = mg + f_{s,max} \Rightarrow 80 = 50 + 0/5F_1$$
$$\Rightarrow 30 = 0/5F_1 \Rightarrow F_1 = 60N$$

اندازهٔ اختلاف دو نیرو برابر است با:

$$\Delta F = |F_2 - F_1| = 80 - 60 = 20N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

وقتی آسانسور ساکن است، نیروسنج وزن شخص را نشان می‌دهد.

$$F_N = mg = 70 \times 10 = 700N$$

چون آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده و در ابتدا عددی که نیروسنج نشان می‌دهد از وزن شخص بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت حرکت تندشونده و به سمت بالا بوده است و در نتیجه اندازهٔ شتاب آسانسور برابر است با:

$$F'_N = m(g + a_1) \Rightarrow 728 = 70 \times (10 + a_1) \Rightarrow a_1 = 0/4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی آسانسور طی مدت $5s$ با شتاب $a_1 = 0/4 \frac{m}{s^2}$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0/4 \times 5^2 \Rightarrow \Delta x = 5m$$

در قسمت دوم حرکت، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد کمتر از وزن شخص است و چون آسانسوری به سمت بالا در حال حرکت است، بنابراین حرکت آن کندشونده خواهد بود. داریم:

$$F''_N = m(g + a_2) \Rightarrow 665 = 70 \times (10 + a_2) \Rightarrow a_2 = -0/5 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی آسانسور طی مدت $4s$ با شتاب $a_2 = -0/5 \frac{m}{s^2}$ و به سمت بالا برابر است با:

$$\Delta x_2 = -\frac{1}{2} a_2 t_2^2 = -\frac{1}{2} \times (-0/5) \times 4^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 4m$$

بنابراین در مجموع آسانسور $\Delta x = 5 + 4 = 9m$ را از شروع تا پایان حرکت طی کرده است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(سعید شرق)*

در حالت اول که فنر فشرده شده است، نیرویی هم‌جهت با وزن به جسم وارد می‌کند و داریم:

$$mg + k\Delta x = 48N$$

در حالت دوم که فنر کشیده شده است، نیرویی در خلاف جهت با وزن به جسم وارد می‌کند و داریم:

$$mg - k\Delta x = 36N$$

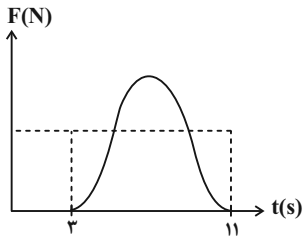
دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

$$2mg = 48 + 36 \Rightarrow mg = 42 \xrightarrow{g=10N/kg} m = 4/2kg$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قره‌خانی)*

می‌دانیم مساحت زیر نمودار $F-t$ نشان دهندهٔ تغییرات تکانه (Δp) است. همچنین برای سادگی کار آن‌را با مساحت مستطیلی که با نقطه‌چین در شکل نشان داده شده برابر فرض می‌کنند. بنابراین:



$$\Delta p = F_{av}\Delta t \Rightarrow 60 = F_{av} \times 8 \Rightarrow F_{av} = \frac{60}{8} = 7/5N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به این‌که نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت در مسیر دایره‌ای و افقی اتومبیل را تأمین می‌کند، داریم:

$$f_s = m\frac{v^2}{r}$$

از طرفی برای داشتن بیشینه تندی مجاز، نیروی اصطکاک ایستایی باید بیشینه باشد، پس داریم:

$$f_{s,max} = m\frac{v_{max}^2}{r} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv_{max}^2}{r}$$
$$\xrightarrow{F_N = mg} v_{max}^2 = \mu_s gr$$

پس داریم:

$$\frac{(v_{max}^2)_2}{(v_{max}^2)_1} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow r_2 = 100 \times \left(\frac{(v_{max})_2}{(v_{max})_1}\right)^2$$
$$\xrightarrow{(v_{max})_1 = 1/25(v_{max})_2} r_2 = 100 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 64m$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

https://konkur.info

فیزیک ۱

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

$$Q_1+Q_2=0\Rightarrow m_1c(\theta_e-\theta_1)+m_2c(\theta_e-\theta_2)=0$$

$$\Rightarrow m_1(50-70)+20\times(50-10)=0$$

$$\Rightarrow -20m_1+800=0\Rightarrow m_1=\frac{800}{20}=40kg$$

روش دوم:

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2}{m_1c_1+m_2c_2}\xrightarrow{c_1=c_2}\theta_e=\frac{m_1\theta_1+m_2\theta_2}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow 50=\frac{m_1\times70+20\times10}{m_1+20}\Rightarrow 50m_1+1000=70m_1+200$$

$$\Rightarrow 20m_1=800\Rightarrow m_1=40kg$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

برای تعیین دمای تعادل داریم:

$$Q_1+Q_2+Q_3=0$$
$$\Rightarrow (C\Delta\theta)_{\text{فلز}}+(C\Delta\theta)_{\text{ظرف}}+(mc\Delta\theta)_{\text{آب}}=0$$

$$\Rightarrow C\times(50-75)+400\times(50-10)+0/5\times4200\times(50-10)=0$$

$$\Rightarrow 25C=16000+84000\Rightarrow C=\frac{16000+84000}{25}=4000\frac{J}{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

مراحل این فرایند را به‌صورت طرح‌واره در شکل زیر ملاحظه می‌کنید:

$$\text{آب}\,60^\circ C\xrightarrow{Q_3}\text{آب}\,0^\circ C\xrightarrow{Q_2}\text{یخ}\,0^\circ C\xrightarrow{Q_1}\text{یخ}\,-5^\circ C$$

$$Q_T=Q_1+Q_2+Q_3=(mc\Delta\theta)_{\text{یخ}}+mL_F+(mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_T=2\times2100\times5+2\times334000+2\times4200\times60$$
$$\Rightarrow Q_T=21000+668000+504000=1193000J$$
$$\Rightarrow Q_T=1193kJ$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

آب صفر درجهٔ سلسیوس به عنوان جسم گرم، گرما از دست می‌دهد و ابتدا به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل و یخ صفر درجهٔ سلسیوس به‌دست آمده نیز به یخ $-2^\circ C$ تبدیل می‌شود. از طرفی یخ $-10^\circ C$ به یخ $-2^\circ C$ تبدیل می‌شود.

$$\text{آب}\,0^\circ C\xrightarrow{Q_1}\text{یخ}\,0^\circ C\xrightarrow{Q_2}\text{یخ}\,-2^\circ C\xleftarrow{Q_3}\text{یخ}\,-10^\circ C$$

جرم آب که به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌شود را m' می‌نامیم:

$$Q_1+Q_2+Q_3=0\Rightarrow -m'L_F+m'c\Delta\theta'+(m_{\text{یخ}}c\Delta\theta)=0$$

$$\Rightarrow -m'(320)+m'\times2\times(-2)+810\times2\times(8)=0$$

$$\Rightarrow -324m'=-12960\Rightarrow m'=40g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

$$m\,\text{گرم یخ}\,-20^\circ C\xrightarrow{mc\Delta\theta}m\,\text{گرم یخ}\,0^\circ C\xrightarrow{mL_F}m\,\text{گرم آب}\,0^\circ C$$

$$300\,\text{گرم آب}\,30^\circ C\xrightarrow{m_{\text{آب}}c\Delta\theta}300\,\text{گرم آب}\,0^\circ C$$

$$Q_1+Q_2+Q_3=0\Rightarrow m\times2/1\times(0-(-20))+m\times336+300\times4/2\times(0-30)=0$$

$$\Rightarrow 10m+80m=9000\Rightarrow m=100g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(میثم رشتیان)*

اگر بخواهیم تبخیر سطحی در ظرف A در مدت زمان بیشتری صورت گیرد، باید آهنگ تبخیر سطحی در ظرف A کمتر باشد. با افزایش عواملی چون دمای مایع، دمای محیط و مساحت سطح مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش و با کاهش فشار، تبخیر سطحی با آهنگ بیشتری انجام خواهد شد. پس اگر دمای آب در ظرف A کمتر از دمای آب در ظرف B باشد، آهنگ تبخیر آب در ظرف A کمتر بوده و $\Delta t_A>\Delta t_B$ خواهد شد.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

https://konkur.info

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام رستمی)*

برای ایجاد جریان همرفتی باید بخشی از سیال (مایع یا گاز) که دمای بالاتری دارد پایین‌تر از سیال با دمای پایین‌تر قرار بگیرد (A)، از طرفی همرفتی که بدون دخالت پمپ انجام شود، همرفت طبیعی است.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا با توجه به معادلهٔ حالت، مقدار مول گاز را پیدا می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{۶/۴\times۱۰^{۵}\times۱۲\times۱۰^{-۳}}{۸\times۳۲۰}$$

$$\Rightarrow n = \frac{۶۴۰\times۱۲}{۸\times۳۲۰} = ۳mol$$

$$\Rightarrow n_{He} + n_{O_۲} = ۳ \qquad (۱)$$

از طرفی با توجه به جرم مولی گازها می‌توان نوشت:

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = nM \Rightarrow m_{He} = ۴n_{He}, m_{O_۲} = ۳۲n_{O_۲}$$

همچنین داریم:

$$m_{He} + m_{O_۲} = ۴۰ \Rightarrow ۴n_{He} + ۳۲n_{O_۲} = ۴۰ \qquad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$n_{He} = ۲mol \ , \ n_{O_۲} = ۱mol$$

بنابراین:

$$m_{He} = ۲\times۴ = ۸g \Rightarrow \text{درصد جرمی هلیوم} = \frac{۸}{۴۰}\times۱۰۰ = ۲۰٪$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم رابطهٔ قانون گازها به‌صورت زیر می‌باشد:

$$PV = nRT$$

ازطرفی برای مقایسهٔ حالت مقدار معینی از یک گاز کامل داریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}$$

در این رابطه، دما حتماً باید برحسب کلوین جای‌گذاری شود ولی فشارها و حجم‌ها باید یکای یکسانی داشته باشند.

$$\begin{cases} T_۱ = ۲۷۳ + ۲۷ = ۳۰۰K & , \quad P_۱ = ۱atm \\ T_۲ = ۲۷۳ + ۱۲۷ = ۴۰۰K & , \quad P_۲ = ۲atm \end{cases}$$

با جای‌گذاری داریم:

$$\frac{۱\times V_۱}{۳۰۰} = \frac{۲\times V_۲}{۴۰۰} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۲}{۳}$$

از طرفی می‌دانیم چگالی گاز با حجم آن نسبت عکس دارد. بنابراین:

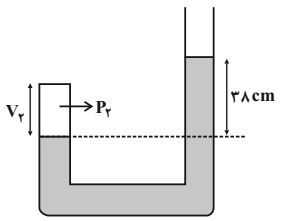
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{\rho_۱ = ۱/۴ \frac{kg}{m^۳}} \rho_۲ = \frac{۳}{۲}\times۱/۴ = ۲/۱\frac{kg}{m^۳}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_۲ = h_{Hg} + P_۰ = ۳۸ + ۷۶ = ۱۱۴cmHg$$

در آزمایش بویل، دمای گاز ثابت است، پس می‌توان نوشت:

$$P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \xrightarrow{P_۱ = P_۰} ۷۶\times V = ۱۱۴V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۲}{۳}V$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

https://konkur.info

فیزیک ۲

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با توجه به قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت طوری روی بردار $\vec{v}$ (سرعت) باشد که وقتی تا می‌شوند، روی بردار $\vec{B}$ (میدان مغناطیسی) قرار گیرند. در این صورت انگشت شست دست راست، جهت نیروی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد، در این جا چون بار q منفی است نتیجهٔ به‌دست آمده را وارون می‌کنیم تا جهت نیروی وارد بر بار منفی به‌دست آید یا چهار انگشت دست چپ را طوری روی $\vec{v}$ قرار می‌دهیم که وقتی تا شوند روی بردار $\vec{B}$ قرار گیرند در این صورت انگشت شست دست چپ، جهت نیروی وارد بر بار منفی را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه مقاومت رئوستا را کاهش دهیم، جریان مدار افزایش یافته و طبق رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$، با افزایش جریان سیملوله، میدان مغناطیسی سیملوله افزایش یافته و آهنربای موقت قوی‌تری خواهیم داشت و تعداد گیره‌های بیشتری را جذب می‌کند.

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

جهت میدان الکتریکی رو به بالا است پس بر بار مثبت هم جهت میدان نیرو به سمت بالا وارد می‌شود. با توجه به جهت میدان مغناطیسی و جهت سرعت و با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی هم رو به بالا خواهد شد. پس داریم:

$$F_E + F_B = ma \Rightarrow |q|E + |q|vB = ma$$

$$a = \frac{2\times10^{-9}\times(500+4\times10^{6}\times4\times10^{-4})}{10^{-6}} = 4/2m/s^2$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(میثم رشتیان)*

با توجه به برابری تکانه‌ها داریم:

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_A = 2v_B$$

$$F = |q|vB\sin\alpha \xrightarrow[\text{B ثابت}]{\alpha=90^\circ} \frac{F_A}{F_B} = \frac{|q_A|}{|q_B|}\times\frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{q_A}{4q_A}\times\frac{2v_B}{v_B} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{4}\times2 \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، تندی حرکت الکترون را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 4/5\times10^{-17} = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{10^{-17}}{10^{-31}} = 10^{14} \Rightarrow v = 10^7\,\frac{m}{s}$$

سپس با جای‌گذاری در رابطهٔ $F = |q|vB\sin\theta$، اندازهٔ نیرو را به‌دست می‌آوریم:

$$F = |q|vB\sin\theta = 1/6\times10^{-19}\times10^{7}\times200\times10^{-4}\times1$$

$$\Rightarrow F = 3/2\times10^{-14}N$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

https://konkur.info

۸۶- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود خردمانی)*

$$F = BI\ell \sin\alpha$$

$$\frac{F_{عرض}}{F_{طول}} = \frac{BI\ell_{عرض}\sin ۳۷^\circ}{BI\ell_{طول}\sin ۵۳^\circ} \Rightarrow \frac{۳۰}{F_{طول}} = \frac{L\times ۰/۶}{۲L\times ۰/۸}$$

$$\Rightarrow F_{طول} = \frac{۳۰\times ۱/۶}{۰/۶} = ۸۰N$$

(فیزیک ۲ – مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(شاهرمان ویسی)*

با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان ناشی از جریان سیم افقی در نقطهٔ M برون‌سو $\odot$ و میدان ناشی از جریان سیم عمودی در نقطهٔ M درون سو است $\otimes$، اما چون اندازهٔ جریان عبوری از سیم‌ها و فاصلهٔ نقطهٔ M از سیم‌ها یکسان است $(\theta = ۴۵^\circ)$، اندازهٔ میدان هر دو سیم برابر است و چون در این نقطه میدان‌ها در خلاف جهت یکدیگر هستند، پس میدان برایند در نقطهٔ M صفر است و جهت ندارد.

(فیزیک ۲– مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(شاهرمان ویسی)*

ابتدا میدان ناشی از حلقهٔ اول را در مرکز می‌یابیم.

طبق قاعدهٔ دست راست: $B_۱ = \frac{\mu_۰ NI}{۲R} \Rightarrow B_۱ = \frac{\mu_۰}{۲}\frac{I}{R} \quad \otimes$

اندازه میدان‌های ناشی از حلقه‌های ۲ و ۳ را هم حساب می‌کنیم:

$$B_۲ = \frac{\mu_۰}{۲}\frac{I'}{۳R} \quad , \quad B_۳ = \frac{\mu_۰}{۲}\frac{I'}{۶R}$$

اگر $I' = I$ باشد، $B_۲ + B_۳ < B_۱$ می‌شود و هیچگاه میدان در مرکز حلقه‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

اما اگر $I' = ۲I$ و هر جریان در هر دو حلقهٔ بیرونی پادساعتگرد باشد، داریم:

$$\overset{\odot}{B_۲} + \overset{\odot}{B_۳} = \overset{\otimes}{B_۱}$$

(فیزیک ۲ – مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(محسن قندچلر)*

میدان مغناطیسی درون سیملوله‌ای رابطهٔ $B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell}$ به‌دست می‌آید. نصف کردن طول سیملوله تأثیری در مقدار میدان ندارد. زیرا در این حالت هم N نصف می‌شود و هم l. از آنجاییکه جریان الکتریکی با اندازهٔ میدان رابطهٔ مستقیم دارد، خواهیم داشت:

$$\frac{B'}{B} = \frac{I'}{I} \Rightarrow \frac{B'}{۰/۰۱۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow B' = ۰/۰۱۲T = ۱۲۰G$$

(فیزیک ۲ – مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

گزینهٔ «۱»: نادرست، مس از مواد دیامغناطیسی است.

گزینهٔ «۳» نادرست، زیرا فولاد در میدان مغناطیسی خارجی خاصیت مغناطیسی خواهد داشت و در خارج میدان، بخشی از این خاصیت را حفظ می‌کند.

گزینهٔ «۴»: نادرست، آلومینیم جزء مواد پارامغناطیسی است.

(فیزیک ۲ – مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

https://konkur.info

فیزیک ۱

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

$$(m_1c_1\Delta\theta_1)_{\text{آلومینیم}}+(C\Delta\theta)_{\text{کره}}+(m_2c_2\Delta\theta_2)_{\text{آب}}+(C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}}=0$$
$$\Rightarrow 0/1\times900\times(50-100)+C_{\text{کره}}\times(50-80)$$
$$+0/5\times4200\times(50-30)+150\times(50-30)=0$$
$$\Rightarrow -4500-30C_{\text{کره}}+42000+3000=0$$
$$\Rightarrow 30C_{\text{کره}}=40500\Rightarrow C_{\text{کره}}=1350\frac{J}{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی واثقی)*

ابتدا جرم یخ ذوب شده را محاسبه می‌کنیم:

$$Q=mL_F\Rightarrow 15/12\times1000=m\times336000$$
$$\Rightarrow m=0/045kg=45g$$

جرم یخ ذوب شده با جرم آب ایجاد شده با هم برابر است، پس:

$$V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow\begin{cases}V_{\text{آب}}=\frac{45}{1}=45cm^3\\ V_{\text{یخ}}=\frac{45}{0/9}=50cm^3\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{کاهش‌حجم مخلوط}=45-50=-5cm^3$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

توان گرمکن ثابت است. یعنی:

$$P_1=P_2\xrightarrow{P=\frac{Q}{t}}\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2}$$

$$\Rightarrow\frac{m_1c_1\Delta\theta}{t_1}=\frac{m_2L_F+m_2c_2\Delta\theta_2}{t_2}$$

$$\xrightarrow{\rho_{\text{آب}}=1\frac{g}{cm^3}=1\frac{kg}{L}}\frac{1/5\times4200\times80}{5\times60}=\frac{336000m+42000m}{6\times60}$$
$$\Rightarrow m=0/8kg=800g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

چون تبادل گرمایی با محیط نداریم، می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}}+Q_{\text{ظرف}}+Q_{\text{فلز}}=0$$

در ابتدا دمای آب و ظرف یکسان است.

$$mc_{\text{آب}}\Delta\theta+C_{\text{ظرف}}\Delta\theta+m'c'\Delta\theta'=0$$
$$\Rightarrow 0/4\times4200\times(\theta_e-5)+168(\theta_e-5)+0/25\times840(\theta_e-54)=0$$
$$\Rightarrow\theta_e=10^\circ C$$

بنابراین:

$$\left|\frac{Q_{\text{آب}}}{Q_{\text{فلز}}}\right|=\frac{0/4\times4200\times5}{0/25\times840\times44}=\frac{10}{11}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا گونه)*

ابتدا دمای ۴- درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$-4=\frac{9}{5}\theta+32\Rightarrow\theta=-20^\circ C$$

یخ $-20^\circ C$ ابتدا به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شده سپس ذوب می‌شود و پس از آن به آب با دمای $10^\circ C$ خواهد رسید، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q=m_{\text{یخ}}c_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}}+m_{\text{یخ}}L_F+m_{\text{یخ}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}$$
$$\Rightarrow Q=\frac{5}{1000}\times2100\times(0-(-20))+\frac{5}{1000}\times336\times10^3+\frac{5}{1000}$$
$$\times4200\times(10-0)=210+1680+210=2100J=2/1kJ$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

https://konkur.info

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون باید تمام یخ ذوب شود، بنابراین حالت نهایی تعادل آب صفر درجهٔ سلسیوس خواهد بود، داریم:

$$\text{یخ } ۰^\circ C \xleftarrow{Q_۲} \text{آب } ۰^\circ C \xrightarrow{Q_۱} \text{آب } ۴۰^\circ C$$

$$|Q_۱| = |Q_۲| \Rightarrow (m_۱ c_۱ \Delta\theta)_{\text{آب}} = m_۲ L_F$$

$$\Rightarrow m_۱ \times ۴۲۰۰ \times ۴۰ = \frac{۲}{۱۰} \times ۳۳۶۰۰۰ \Rightarrow m_۱ = ۰/۴kg = ۴۰۰g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(شارمان ویسی)*

آهنگ تبخیر سطحی با فشار هوای وارد بر مایع رابطهٔ عکس دارد. موارد «الف»، «ب»، «ت» جمله را به‌صورت صحیح کامل می‌کنند.

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

ابتدا تغییر دما بر حسب کلوین را به‌دست می‌آوریم:

$$T_۱ = ۲۷۳ + \theta_۱$$

$$T_۲ = ۲۷۳ + \theta_۲ \xrightarrow{\theta_۲ = ۱۱\theta_۱} T_۲ = ۲۷۳ + ۱۱\theta_۱$$

$$P_{\text{ثابت}} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{۱۳/۳}{۷} = \frac{۲۷۳ + ۱۱\theta_۱}{۲۷۳ + \theta_۱}$$

$$\Rightarrow \theta_۱ = ۲۷^\circ C$$

$$F_۱ = \frac{۹}{۵}\theta_۱ + ۳۲ \xrightarrow{\theta_۱ = ۲۷^\circ C} F_۱ = \frac{۹}{۵} \times ۲۷ + ۳۲$$

$$\Rightarrow F_۱ = ۸۰/۶^\circ F$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

اکسیژن را گاز (۱) و هیدروژن را گاز (۲) می‌گیریم.

$$\begin{cases} m_۱ + m_۲ = ۲۲g \\ \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۳}{۸} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_۱ = ۱۶g \\ m_۲ = ۶g \end{cases}$$

با توجه به رابطهٔ $n = \frac{m}{M}$، تعداد مول‌های هر گاز را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} n_۱ = \frac{۱۶}{۳۲} = ۰/۵mol \\ n_۲ = \frac{۶}{۲} = ۳mol \end{cases} \Rightarrow n_{\text{کل}} = n_۱ + n_۲ = ۳/۵mol$$

با توجه به معادلهٔ حالت گاز آرمانی داریم:

$$PV = nRT$$

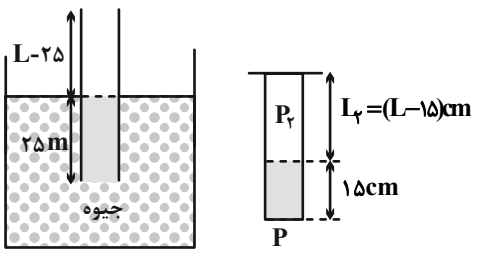
$$\xrightarrow{T = ۲۷ + ۲۷۳ = ۳۰۰K} P \times ۱۱/۲ \times ۱۰^{-۳} = ۳/۵ \times ۸ \times ۳۰۰$$

$$\Rightarrow P = ۷/۵ \times ۱۰^۵ Pa = ۷/۵atm$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(شارمان ویسی)*

شکل مناسبی برای سؤال رسم می‌کنیم.



$$P_۱ = P_۰ \qquad P_۲ + ۱۵ = P_۰$$
$$L_۱ = (L - ۲۵)cm \qquad P_۲ = P_۰ - ۱۵ = ۶۰cmHg$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \xrightarrow{V = AL} P_۱L_۱ = P_۲L_۲$$

$$\Rightarrow ۷۵(L - ۲۵) = ۶۰(L - ۱۵)$$

$$\Rightarrow ۵L - ۱۲۵ = ۴L - ۶۰ \Rightarrow L = ۶۵cm$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

https://konkur.info

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

موارد «ب» و «پ» درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) کسب اطمینان از کیفیت فراورده‌های دارویی، بهداشتی و غـذایی و ... در قلمرو علم الکتروشیمی قرار دارد.

ت) الکتروشیمی افزون بر تهیهٔ مـواد جدیـد بـه کمـک انـرژی «الکتریکـی» می‌تواند در راستای پیاده‌کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

معادلهٔ واکنش موازنه شده:

$$Al(s)+3Ag^{+}(aq)\rightarrow Al^{3+}(aq)+3Ag(s)$$

مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

$$?\,mol\,Ag^{+}=0/4L\times 0/2\frac{mol}{L}=0/08mol\,Ag^{+}$$

چون غلظت نصف شده است؛ در نتیجه غلظت محلـول نقـره نیتـرات پـس از گذشت مدتی از آغاز واکنش، $0/1\frac{mol}{L}$ می‌شود.

مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش:

$$?\,mol\,Ag^{+}=0/4\times 0/1=0/04mol\,Ag^{+}$$

$$\text{مقدار مول مصرفی } Ag^{+}=0/08-0/04=0/04mol\,Ag^{+}$$

$$\text{مقدار Al مصرف شده}=?\,g\,Al=0/04mol\,Ag^{+}\times\frac{1mol\,Al}{3mol\,Ag^{+}}\times\frac{27g\,Al}{1mol\,Al}=0/36g\,Al$$

$$\text{مقدار Ag تولید شده}=?\,g\,Ag=0/04mol\,Ag^{+}\times\frac{3mol\,Ag}{3mol\,Ag^{+}}\times\frac{108g\,Ag}{1mol\,Ag}=4/32g\,Ag$$

$$\text{جرم تیغه}=\text{جرم اولیه}-\text{جرم Al مصرف شده}+\frac{75}{100}(\text{جرم Ag تولیدشده})$$

$$=25-0/36+\frac{75}{100}(4/32)=27/88g$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

- با توجه به واکنش «الف» چون انجـام پـذیر بـوده اسـت Fe^{2+} اکسـندهٔ قوی‌تری از Zn^{2+} است. اکسندگی: $Fe^{2+}>Zn^{2+}$

- در واکنش «ب» چون انجام پذیر نبوده است Ag^{+} اکسندهٔ قـوی‌تـری از Cu^{2+} بوده است. اکسندگی: $Ag^{+}>Cu^{2+}$

- واکنش «پ»: اکسندگی: $Sn^{2+}>Fe^{2+}$

- واکنش «ت» چون انجام‌پـذیر بـوده اسـت Cu^{2+} اکسـندهٔ قـوی‌تـری از Sn^{2+} بوده است. اکسندگی: $Cu^{2+}>Sn^{2+}$

ترتیب قدرت اکسندگی: $Ag^{+}>Cu^{2+}>Sn^{2+}>Fe^{2+}>Zn^{2+}$

پس سومین اکسندهٔ قوی Sn^{2+} است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحهٔ ۴۷)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

از آنجا که قدرت اکسندگی Ni^{2+} بیشتر از Zn^{2+} است، Ni در سـری الکتروشیمیایی بالاتر از Zn قرار داشته و در سلول گالوانی حاصـل از آن‌هـا Ni کاتد (قطب مثبت) و Zn آند (قطب منفی) خواهـد بـود. کـاتیون‌هـای

https://konkur.info

Zn^{2+} از دیوارهٔ متخلخل عبور کرده و به طرف کاتد می‌روند. آنیون‌ها نیز از دیوارهٔ متخلخل عبور کرده و از طرف کاتد به آند می‌روند. جهت حرکت الکترون‌ها نیز در تمام سلول‌های گالوانی از سمت آند به کاتد است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد اوّل: در سلول گالوانی $Zn-Au$ الکترود روی آند سلول بوده و الکترون‌ها به سمت نیم‌سلول Au حرکت می‌کنند.

مورد سوّم: الکترود Cr که عدد اتمی کوچک‌تری دارد نقش آند داشته و کاهش جرم تیغه دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در سلول گالوانی $Mn-SHE$، نیم‌سلول Mn قطب منفی (آند) بوده و در نتیجه Mn در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از H_2 بوده و E° نیم‌سلول Cu^{2+}/Cu عددی مثبت بوده و جایگاه آن نیز در سری الکتروشیمیایی بالاتر از H_2 خواهد بود.

در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های این دو فلز، نیم‌سلول Cu به عنوان کاتد و نیم‌سلول Mn در نقش آند خواهند بود. به این ترتیب تمام عبارت‌های گفته شده درست خواهند بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

$$3Cd^{2+} \sim 2Bi^{3+} \sim 6e^- \rightarrow \frac{x\,g\,Bi}{2\times209} = \frac{y\,g\,Cd}{3\times112}$$

$$= \frac{7/244\times10^{23}}{6\times6/02\times10^{23}} \begin{cases} x = 83/6\,g\,Bi \uparrow \\ y = 67/2\,g\,Cd \downarrow \end{cases} \xrightarrow[\text{جرم‌تیغه‌ها}]{\text{اختلاف}} 150/8\,g$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۰۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

تنها عبارت «الف» نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت «الف»: به مرور زمان غلظت کاتیون Z^{n+} افزایش و غلظت کاتیون X^{m+} کاهش می‌یابد و نسبت این دو افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول گالوانی توصیف شده عبارتند از:

نیم‌واکنش کاهش: $3\times(A^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow A(s)) E^\circ = -0/4V$

واکنش کلی: $2B(s)+3A^{2+}(aq) \rightarrow 3A(s)+2B^{3+}(aq)$

$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = -0/4-(x) = +0/34$$

$$\Rightarrow x = -0/74$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: E° فلز Li از همه عناصر کمتر است.

عبارت سوم: این ویژگی مربوط به دسته‌ای از باتری‌های لیتیمی است که در تلفن و رایانه همراه به کار می‌روند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

https://konkur.info

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پوربهاوید)*

محلول توصیف شده دارای ۲۰۰ گرم حلال و ۳۰ گرم حل شونده است. از آنجا که نمودار انحلال‌پذیری – دما برای ۱۰۰ گرم حلال رسم می‌شود.

نمک حلال

$۲۰۰g \quad ۳۰g$

$۱۰۰ \quad x \Rightarrow x = ۱۵g$

می‌توان مقدار حل شونده به ازای ۱۰۰ گرم حلال در دمای $۵۰^\circ C$ را به دست آورد.

طبق نمودار داده شده محلولی با ۱۰۰ گرم حلال و ۱۵ گرم حل شونده در دمای $۵۰^\circ C$ یک محلول سیرنشده است که سرد کردن آن تا دمای $۲۰^\circ C$ منجر به تولید ۵ گرم رسوب خواهد شد. به این ترتیب رسوب حاصل از سرد کردن $۲۳۰g$ از چنین محلولی برابر است با:

رسوب محلول

$۱۱۵g \quad ۵g$

$۲۳۰ \quad x \Rightarrow x = ۱۰g$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

ابتدا معادله انحلال‌پذیری نمک x را تعیین می‌کنیم:

$$S - ۴۶ = \left(\frac{۵۸-۴۶}{۶۰-۳۰}\right)(\theta - ۳۰)$$

$$S = ۰/۴\theta + ۳۴$$

حال معادله انحلال‌پذیری نمک Y را با شیب خط بدست آمده در معادله انحلال‌پذیری x به دست می‌آوریم:

$$S - ۴۵ = ۰/۴(\theta - ۶۰)$$
$$\Rightarrow S = ۰/۴\theta + ۲۱$$

توجه کنید حداقل عرض از مبدأ برای این که نمودار Y همواره پایین‌تر از نمودار X باشد، هنگامی بدست می‌آید که دو خط موازی باشند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های «الف» و «ب» و «ت» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) چون شیب معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما منفی است، با افزایش دما انحلال‌پذیری کاهش می‌یابد. (رابطهٔ معکوس)

ب) طبق معادلهٔ انحلال‌پذیری داریم:

$$\theta = ۱۰^\circ C \rightarrow S = ۳۸ - ۰/۲ \times ۱۰ = ۳۶$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{۳۶}{۱۰۰+۳۶} \times ۱۰۰ \simeq ۲۶/۵\%$$

پ) طبق معادلهٔ انحلال‌پذیری داریم:

$$\theta = ۲۰ \rightarrow S = ۳۸ - ۰/۲ \times ۲۰ = ۳۴$$

یعنی در ۱۰۰ گرم حلال می‌توانیم ۳۴ گرم از این نمک اضافه کنیم، در حالی که در عبارت گفته شده ۳۲ گرم از این نمک را حل کرده‌ایم که محلولی سیرنشده می‌باشد.

ت) با سرد کردن محلول (کاهش دما) انحلال‌پذیری (S) افزایش می‌یابد و نمک ته‌نشین نمی‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا جرم نمک و جرم محلول ۱۰ مولار $NaNO_۳$ را محاسبه می‌کنیم.

$$۱۰mol\,NaNO_۳ \times \frac{۸۵g\,NaNO_۳}{۱mol\,NaNO_۳} = ۸۵۰g\,NaNO_۳$$

https://konkur.info

$$\text{محلول } 1850\text{g} = \frac{\text{محلول } 1/85\text{g}}{\text{محلول } 1\text{mL}} \times \frac{\text{محلول } 1000\text{mL}}{\text{محلول } 1\text{L}} \times \text{محلول } 1\text{L}$$

$$\text{جرم حلال} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = 1850 - 850 = 1000\text{g}$$

$$\begin{bmatrix} \text{آب} \\ 1000\text{g} \sim 850\text{g NaNO}_3 \\ \text{آب} \\ 100\text{g} \sim x \end{bmatrix} x = 85\text{g}$$

که این عدد همان انحلال‌پذیری است.

$$S = 0/8\theta + 72 \Rightarrow 85 = 0/8\theta + 72$$

$$\theta = 16/25^\circ\text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۹، ۱۰۰ و ۱۰۳)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

برای تعیین معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک AB می‌توان نوشت:

$$\text{شیب} = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{37 - 25}{20 - 0} = \frac{12}{20} = 0/6$$

$$\Rightarrow \text{معادلهٔ انحلال‌پذیری}: S = 0/6\theta + 25$$

از آنجا که با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری این نمک افزایش می‌یابد، نمودار انحلال‌پذیری آن صعودی است و با افزایش دمای یک محلول سیرشده به محلولی سیرنشده خواهیم رسید. از طرفی ۰/۳ مول از نمک AB جرمی معادل با 36g دارد که حل شدن این مقدار نمک در ۱۰۰ گرم آب در دمای 20°C منجر به تهیه محلولی سیرنشده خواهد شد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

NF_3 و SO_2 هر دو مولکول‌های قطبی به شمار می‌روند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

در بین مولکول‌های داده شده اتانول، آب، کربن مونواکسید و فسفرتری‌کلرید چنین شرایطی دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

تنها مقایسهٔ اول نادرست است و انحلال‌پذیری اتانول و استون در آب بی‌نهایت است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

تمام عبارت‌های گفته شده درست هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

همهٔ عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: در حالت بخار مولکول‌های آب آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر جابه‌جا می‌شوند.

مورد دوم: در حالت مایع، پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب قوی است.

مورد سوم: ساختار یخ در سه بعد گسترش یافته است.

مورد چهارم: چگالی آب هنگام انجماد کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت داده شده و عبارت اول نادرست هستند.

نقطه جوش اتانول از استون بیشتر است و سخت‌تر تبخیر می‌شود.

عبارت اوّل: در بدن انسان اغلب محلول‌ها آبی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

https://konkur.info

شیمی ۲

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

استفاده از برادهٔ منیزیم به جای یک قطعه از آن منجر به افزایش سطح تماس فلز با محلول اسیدی شده و در نتیجه سرعت واکنش را بیشتر می‌کند.

از آنجا که واکنش دهنده‌های این واکنش $(HCl(aq), Mg(s))$ گازی شکل نیستند، افزایش فشار تأثیری بر روی سرعت واکنش ندارد. رقیق کردن محلول اسیدی (با افزودن آب به آن) و کاهش دمای ظرف، هر دو منجر به کاهش سرعت این واکنش خواهند شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

هیچ رابطهٔ خاصی بین سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها وجود ندارد و این سرعت‌ها ممکن است با یکدیگر برابر باشند و یا نباشند. (به ضریب آن‌ها بستگی دارد.)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت‌های «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، گاز اکسیژن تولید می‌شود:

$$2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$$

عبارت «ب»: ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع است.

عبارت «پ»: نادرست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا باید سرعت تغییر غلظت HCl در بازه‌های زمانی گفته شده را به دست آوریم:

$$\overline{R}_{(HCl)_{(20-40)s}} = \frac{|0/250 - 0/350|}{40-20} = \frac{0/100}{20}$$

$$= 0/005\,mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$\overline{R}_{(HCl)_{(150-600)s}} = \frac{|0/050 - 0/140|}{600-150} = 0/0002\,mol.L^{-1}.s^{-1}$$

به این ترتیب سرعت واکنش در این بازه‌های زمانی برابر است با:

$$\overline{R}_{(\text{واکنش})_{(20-40)s}} = \frac{\overline{R}_{HCl}}{4} = \frac{0/005}{4}\,mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$\overline{R}_{(\text{واکنش})_{(150-600)s}} = \frac{\overline{R}_{HCl}}{4} = \frac{0/0002}{4}\,mol.L^{-1}.s^{-1}$$

در نتیجه برای تعیین نسبت خواسته شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\overline{R}_{(\text{واکنش})_{(20-40)}}}{\overline{R}_{(\text{واکنش})_{(150-600)}}} = \frac{\frac{0/005}{4}}{\frac{0/0002}{4}} = 25$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

برای تعیین زمان مورد نیاز برای مصرف شدن فلز مس در طی واکنش خواهیم داشت:

$$1152g\,Cu \times \frac{1mol\,Cu}{64g\,Cu} \times \frac{2mol\,NO}{3mol\,Cu} = 12mol\,NO$$

$$\Rightarrow \overline{R} = \frac{\Delta[NO]}{\Delta t} \Rightarrow 0/004 = \frac{\frac{12}{5}}{\Delta t(s)}$$

$$\Rightarrow \Delta t(s) = 600s \Rightarrow 10min$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2Li_2O_2 + 2CO_2 \rightarrow 2Li_2CO_3 + O_2$$

به ازای تولید هر مول گاز O_2، جرم ماده جامد به اندازهٔ ۵۶ گرم افزایش می‌یابد:

$$2\times[2(7)+12+48] - 2\times[2(7)+32] = 56g$$

$$15g_{\text{افزایش جرم}} \times \frac{1molO_2}{56g_{\text{افزایش جرم}}} \times \frac{22400mL\,O_2}{1mol\,O_2} = 6000mL\,O_2$$

$$R_{O_2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6000}{5\times60} = 20mL.s^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

$$\text{مول آغازی گاز } O_2 = 5/6L \times \frac{1molO_2}{22/4LO_2} = \frac{1}{4}molO_2$$

$$\text{مول } O_2 \text{ پس از } 300s = 4g \times \frac{1molO_2}{32gO_2} = \frac{1}{8}molO_2$$

https://konkur.info

$$\Delta n(O_2) = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$$

$$\overline{R}(O_2) = -\frac{\Delta[O_2]}{\Delta t} = -\frac{-\frac{1}{8}\,mol}{5\,min} = \frac{1}{1600}\,mol.L^{-1}.min^{-1}$$

$$\overline{R}(SO_3) = 2\overline{R}(O_2) = 2\times\frac{1}{1600} = \frac{1}{800}\,mol.L^{-1}.min^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

معادلهٔ واکنش گاز نیتروژن مونواکسید (NO) و گاز اکسیژن (O_2) به صورت زیر است:

$$\underset{\text{بی‌رنگ}}{2NO(g)} + O_2(g) \rightarrow \underset{\text{قهوه‌ای رنگ}}{2NO_2(g)}$$

۱) ضریب استوکیومتری NO دو برابر ضریب استوکیومتری O_2 است. نمودار گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 برابر a و نمودار O_2 برابر c و نمودار NO برابر b می‌باشد.

۲) از آن جا که ضریب استوکیومتری O_2 نصف NO_2 است بنابراین سرعت مصرف O_2 نیز، نصف سرعت تولید NO_2 است.

$$\frac{\overline{R}_{O_2}}{\overline{R}_{NO_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \overline{R}_{O_2} = \frac{1}{2}\overline{R}_{NO_2}$$

۳) در بازهٔ زمانی ۳ تا ۷ ساعت، سرعت مصرف گاز NO، با سرعت تولید گاز NO_2 برابر است، چون تغییرات یکسان و ضریب دو ماده نیز با هم برابر است.

۴) همان طور که مشاهده می‌شود طی ۱۴ ساعت ۰/۰۴ مول NO_2 تولید شده است که از این مقدار ۰/۰۲ آن طی ۳ ساعت اول تولید شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در ۳ ساعت اول نیمی از NO_2 تشکیل شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا با توجه به واکنش رابطهٔ سرعت را می‌نویسیم:

$$\overline{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\overline{R}_{SO_3}}{2} = \frac{\overline{R}_{SO_2}}{2} = \overline{R}_{O_2}$$

$$\Rightarrow \overline{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[SO_3]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[SO_2]}{2\Delta T} = \frac{\Delta[O_2]}{\Delta T}$$

$$-\frac{\Delta[SO_3]}{2\Delta T} = 7/5\times10^{-3}\,\frac{mol}{L.min} \rightarrow \frac{-(x-0/1)}{2\times\frac{20}{60}} = 7/5\times10^{-3}$$

$$-(x-0/1)\times3 = 15\times10^{-3} \Rightarrow x-0/1 = -5\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow x = 0/095\,\frac{mol}{L}$$

$$\frac{\Delta[O_2]}{\Delta T} = 7/5\times10^{-3}\,\frac{mol}{L.min} \Rightarrow \frac{y-0}{\frac{20}{60}} = 7/5\times10^{-3}$$

$$3y = 7/5\times10^{-3} \Rightarrow y = 2/5\times10^{-3}\,\frac{mol}{L}$$

$$x + y = 9/75\times10^{-2}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$4KNO_3(s) \xrightarrow{t>500^\circ C} 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$$

کاهش جرم در این واکنش مربوط به جرم گازهای N_2 و O_2 می‌باشد. به ازای تولید ۵ مول O_2 و ۲ مول N_2 ۲۱۶ گرم از جرم مخلوط کاسته می‌شود.

$$?L\,O_2 = 4/32g_{\text{کاهش جرم}} \times \frac{5mol\,O_2}{216g_{\text{کاهش جرم}}}$$

$$\times\frac{24LO_2}{1mol\,O_2} = 2/4LO_2$$

$$\overline{R}_{O_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2/4LO_2}{300s} = 8\times10^{-3}\,L.s^{-1}$$

$$?g\,K_2O = 2/4LO_2 \times \frac{1mol\,O_2}{24LO_2} \times \frac{2mol\,K_2O}{5mol\,O_2}$$

$$\times\frac{94g\,K_2O}{1mol\,K_2O} = 3/76g\,K_2O$$ تولید شده در ۵ دقیقه

$$\frac{2min}{5min} = \frac{xgK_2O}{3/76gK_2O} \Rightarrow x = 1/504g \simeq 1/5gK_2O$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

https://konkur.info

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** (محمد عظیمیان‌زواره)

انحلال‌پذیری KNO_3 در دمای $39^\circ C$ برابر با ۶۰ گرم (در ۱۰۰ گرم آب) می‌باشد:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{60}{160} \times 100 = \%37/5$$

برای محلول سیرشدهٔ پتاسیم کلرید می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{رسوب } 60g}{\text{محلول } 150g} = \frac{\text{رسوب } 10g}{\text{محلول } 90g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۲)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** (فرزاد رضایی)

ابتدا مقدار رسوب را به‌دست می‌آوریم:

مقدار محلول در دمای $60^\circ C$ گرم $182/5 = 60^\circ C$ گرم (۸۲/۵ گرم حل شونده + ۱۰۰ گرم آب)

مقدار محلول در دمای $20^\circ C$ گرم $132^\circ C = 20^\circ C$ گرم (۳۲ گرم حل شونده + ۱۰۰ گرم آب)

اگر دمای محلول را از ۶۰ به ۲۰ برسانیم مقدار حلال ثابت و به اندازهٔ اختلاف انحلال‌پذیری دو محلول، رسوب پتاسیم نیترات تشکیل خواهد شد. یعنی ۵۰/۵ گرم به ازای ۱۸۲/۵ گرم محلول اما در اینجا ۳۶/۵ گرم محلول داریم. پس:

۵۰/۵ گرم رسوب ۱۸۲/۵ گرم محلول

x گرم رسوب ۳۶/۵ گرم محلول

گرم رسوب پتاسیم نیترات $x = 10/1$

با توجه به واکنش زیر و محاسبات استوکیومتری داریم:

$$2KNO_3 \longrightarrow 2KNO_2 + O_2$$

$$10/1 g KNO_3 \times \frac{1 mol\ KNO_3}{101 g\ KNO_3} \times \frac{1 mol\ O_2}{2 mol\ KNO_3} \times \frac{32 g\ O_2}{1 mol\ O_2}$$

$$= 1/6 g O_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** (آروین شجاعی)

$$S_A = S_B \Rightarrow -0/3\theta + 70 = 1/4\theta + 36$$

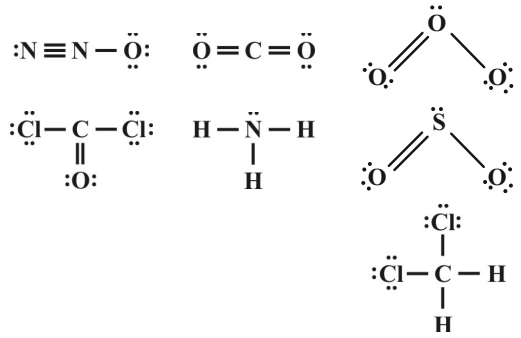
$$\Rightarrow 1/7\theta = 34 \Rightarrow \theta = 20^\circ C$$

نمک A شیب منفی داشته و انحلال‌پذیری آن گرماده است. بنابراین با کاهش دما نه تنها در محلول رسوب نمی‌دهد. بلکه انحلال‌پذیری آن بیشتر می‌شود. بنابراین مقدار رسوب برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** (مهلا تابش‌نیا)

مولکول O_3 همانند مولکول‌های N_2O، SO_2، NH_3، $COCl_2$ و CH_2Cl_2 در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. ساختار لوویس این ترکیبات داده شده در سوال به‌صورت زیر است:



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** (مبینا شراختی‌پور)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در گروه ۱۴، CH_4 و SiH_4 هر دو ناقطبی بوده و نقطهٔ جوش SiH_4 بیشتر از CH_4 است.

گزینهٔ «۲»: با این که HCl و HF هر دو قطبی‌اند اما HF با وجود جرم مولی کمتر به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطهٔ جوش بیشتری نسبت به HCl دارد. پس لزوماً با افزایش جرم مولی نقطهٔ جوش افزایش نمی‌یابد.

گزینهٔ «۴»: نقطهٔ جوش HF، $19^\circ C$ بوده و در دمای اتاق $(25^\circ C)$، به‌صورت گاز می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پور جاوید)

جرم نمک حل شده در ۹۰۰ گرم محلول ۵۰۰۰۰ppm برابر است با:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 50000 = \frac{x}{900} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 45 g KCl$$

مقدار حلال موجود در این محلول برابر است با:

$$\text{محلول } 900g = \text{حل شونده } 45g + \text{آب } xg \Rightarrow x = 855g \text{ آب}$$

انحلال پذیری KCl در دمای $90^\circ C$ در آب عبارت است از:

$$S = (0/3 \times 90) + 27 = 54 g KCl$$

به این ترتیب مقدار KCl مورد نیاز برای حل شدن در ۸۵۵ گرم آب و تولید محلول سیر شده برابر خواهد بود با:

$$855g \text{ آب} \times \frac{54 g KCl}{100 g \text{ آب}} = 461/7 g\ KCl$$

https://konkur.info

در نتیجه مقدار KCl اضافی مورد نیاز برابر است با:

$$۴۶۱/۷ - ۴۵ = ۴۱۶/۷\ g\ KCl$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۵، ۱۰۲ و ۱۰۳)

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

در دمای $۵۶^\circ C$ حدود ۱۰۰ گرم $KNO_۳$ در ۱۰۰ گرم آب حل‌شده و ۲۰۰ گرم محلول سیر شده از پتاسیم نیترات ایجاد می‌کند.

$$?molKNO_۳ = ۱۰۰g\,KNO_۳ \times \frac{۱mol\,KNO_۳}{۱۰۰g\,KNO_۳} = ۱mol\,KNO_۳$$

$$V = ۲۰۰g \times \frac{۱mL}{۱g} \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} = ۰/۲L$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{۱}{۰/۲} = ۵mol.L^{-۱}$$

گزینهٔ «۱»: دو نقطه را روی نمودار در نظر می‌گیریم؛ دمای $۱۰۰^\circ C$ که انحلال‌پذیری برابر با $\frac{۲۰g}{۱۰۰g\,H_۲O}$ است و دمای $۰^\circ C$ که انحلال‌پذیری $۳۶g$ است.

$$S = a\theta + b; b = ۳۶,\ a = \frac{S_۲ - S_۱}{\theta_۲ - \theta_۱}$$

$$a = \frac{۲۰ - ۳۶}{۱۰۰ - ۰} = -۰/۱۶$$

$$S = -۰/۱۶\theta + ۳۶$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: انحلال‌پذیری در دو دمای داده شده را تعیین می‌کنیم:

$$\theta = ۲۵^\circ C: \text{درصد جرمی} = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ = \frac{S}{S + ۱۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow S = ۲۵$$

$$\theta = ۶۰^\circ C: \text{درصد جرمی} = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۴۰ = \frac{S}{S + ۱۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow S = \frac{۲۰۰}{۳} \simeq ۶۶/۶۶$$

گزینهٔ «۲»: به ازای کاهش دمای محلول سیرشده به جرم ۱۶۶/۶۶ گرم از دمای $۶۰^\circ C$ به دمای $۲۵^\circ C$ به اندازهٔ تفاوت انحلال‌پذیری $(۶۶/۶۶ - ۲۵ = ۴۱/۶۶ = \frac{۱۲۵}{۳})$ رسوب تشکیل می‌شود. بنابراین:

$$\text{رسوب } ۱۲۵g = \frac{\frac{۱۲۵}{۳}g\ \text{رسوب}}{\frac{۵۰۰}{۳}g\ \text{محلول}} \times ۵۰۰g\ \text{محلول}$$

گزینهٔ «۳»: با جای‌گذاری اطلاعات مربوط به انحلال‌پذیری در دمای $۲۵^\circ C$ داریم:

$$S = ۱/۱۹\theta + b \Rightarrow ۲۵ = ۱/۱۹ \times ۲۵ + b \Rightarrow b = -۴/۷۵$$

گزینهٔ «۴»: مقدار حل‌شونده برابر است با:

$$\text{حل‌شونده } ۲۰۰g = \frac{\text{حل‌شونده } ۲۰g}{\text{محلول } ۱۰۰g} \times \text{محلول } ۱۰۰۰g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(سید محمدرضا میرقائمی)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است. زیرا در معادلهٔ انحلال‌پذیری داده شده، شیب منفی است پس می‌توان آن را به انحلال گرماده لیتیم سولفات نسبت داد.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. زیرا با توجه به معادلهٔ انحلال‌پذیری داده شده، با افزایش دما انحلال‌پذیری کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. زیرا در دمای $۴۰^\circ C$، انحلال‌پذیری این نمک برابر ۳۰ گرم است. پس برای تهیهٔ یک محلول سیرشده می‌توان ۶۰ گرم از آن را در ۲۰۰ گرم آب حل کرد.

گزینهٔ «۴»: درست است. زیرا:

$$S = -۰/۱۵\theta + ۳۶ \begin{cases} ۴۰^\circ C \rightarrow S = ۳۰g \\ ۶۰^\circ C \rightarrow S = ۲۷g \end{cases} \Rightarrow \text{رسوب } ۳g \rightarrow \text{محلول } ۱۳۰g$$

بنابراین با گرم کردن یک محلول ۲۶۰ گرمی از آن از دمای $۴۰^\circ C$ تا $۶۰^\circ C$، ۶ گرم رسوب حاصل می‌شود.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

الف) درست است. نقطهٔ جوش $H_۲S$ و HBr به ترتیب برابر با $-۶۰^\circ C$ و $-۶۷^\circ C$ است. بنابراین، گاز $H_۲S$ آسان‌تر از گاز HBr به حالت مایع تبدیل می‌شود.

ب) نادرست است. از اتانول و استون نمی‌توان محلول سیرشده در آب تهیه کرد زیرا به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

پ) نادرست است. در ساختار یخ، فضاهای خالی در سه بُعد گسترش یافته است.

ت) درست است. گشتاور دو قطبی مولکول‌های $H_۲O$ و $H_۲S$ به ترتیب برابر با $۱/۸۵D$ و $۰/۹۷D$ است. این کمیت‌ها نشان می‌دهد قدرت نیروهای بین مولکولی آب نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

(شیمی ۱، آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

https://konkur.info

حسابان ۲- اختیاری

۱۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(لیلا مرادی)*

آهنگ متوسط تغییر تابع را با فرمول زیر می‌توان به‌دست آورد:

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{\sqrt{18-2}-\sqrt{2-2}}{2}=\frac{4-0}{2}=2$$

و برای محاسبهٔ آهنگ لحظه‌ای تغییر باید از تابع مشتق بگیریم:

$$f'(x)=\frac{4x}{2\sqrt{2x^2-2}}\Rightarrow f'(4)=\frac{16}{2\sqrt{30}}=\frac{8}{\sqrt{30}}$$

نسبت آهنگ متوسط به آهنگ لحظه‌ای برابر است با:

$$\frac{2}{\frac{8}{\sqrt{30}}}=\frac{\sqrt{30}}{4}$$

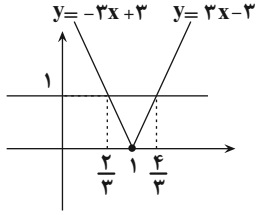
(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تن‌آرا)*

تابع $f(x)=|x^3-1|$ در $x=0$ دارای مشتق صفر است $(b=0)$ زیرا:

$$x<1\rightarrow f(x)=-x^3+1\Rightarrow f'(x)=-3x^2\Rightarrow f'(0)=0$$

بنابراین معادلهٔ خط مماس در $x=0$ به‌صورت $y=1$ خواهد بود. $(f(0)=1)$ همچنین f در $x=1$ مشتق‌ناپذیر است $(a=1)$ و شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:



$$f'_-(1)=\lim_{x\to1^-}\frac{|x^3-1|}{x-1}=\lim_{x\to1^-}-(x^2+x+1)=-3$$

$$f'_+(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{|x^3-1|}{x-1}=\lim_{x\to1^+}(x^2+x+1)=3$$

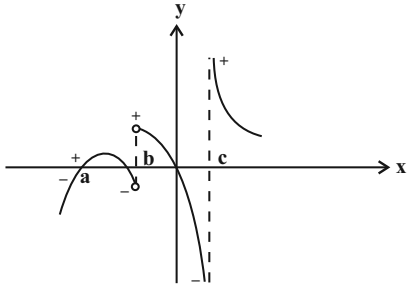
نیم‌مماس‌های راست و چپ در $x=1$ از نقطهٔ $(1,0)$ می‌گذرند، بنابراین معادله نیم‌خط مماس چپ برابر $y=-3x+3$ و معادله نیم‌خط مماس راست به‌صورت $y=3x-3$ خواهد بود. این دو نیم‌خط، خط مماس $y=1$ را در نقاط $x=\frac{2}{3}$ و $x=\frac{4}{3}$ قطع خواهند کرد لذا $S=\frac{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}{2}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

هر وقت مشتق تابع پیوستهٔ f از سمت چپ به راست، از منفی به مثبت تغییر علامت دهد در نمودار f نقطهٔ مینیمم نسبی داریم:

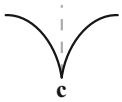
این اتفاق در نقاط به طول‌های a، b و c افتاده است.



نقطهٔ a مینیمم نسبی عادی است. به عنوان مثال:

b نقطهٔ مینیمم گوشه‌ای است. (مشتق راست و چپ نابرابر هستند.) به عنوان مثال:

c نقطهٔ مینیمم با نیم مماس قائم است. (مشتق راست و چپ $\pm\infty$ هستند.) به عنوان مثال:

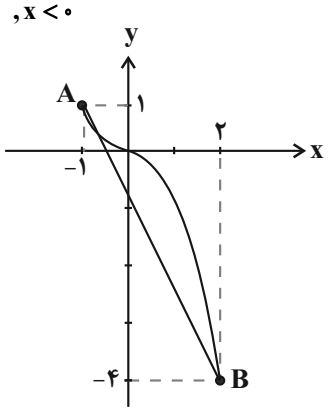


بنابراین ۳ نقطهٔ مینیمم نسبی دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۱۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(بابک سادات)*

$$-x|x|=\begin{cases}-x^2, & x\geq 0\\ x^2, & x<0\end{cases}$$

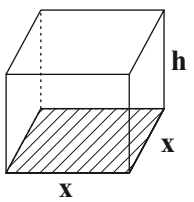


با توجه به نمودار، نقطهٔ A ماکزیمم مطلق و نقطهٔ B، مینیمم مطلق است و فاصلهٔ آن‌ها برابر طول پاره‌خط AB است: $AB=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

۱۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

فرمول هزینه را نوشته و از آن مشتق می‌گیریم:



$$C_{\text{هزینه}}=100x^2+40(4xh)$$

حجم مکعب مستطیل: $x^2h=10\Rightarrow h=\frac{10}{x^2}$

با جای‌گذاری h در معادلهٔ هزینه داریم:

$$C=100x^2+\frac{1600}{x}$$

$$C'_x=200x-\frac{1600}{x^2}=0$$

$$\Rightarrow 200x^3=1600\Rightarrow x^3=8\Rightarrow x=2$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدسجاد پیشوایی)*

کافی است از ضابطهٔ تابع، مشتق بگیریم: $y'=3x^2-2(m+2)x+3$

اگر بخواهیم تابع اکیداً صعودی باشد، باید مشتق تابع همیشه نامنفی باشد، پس:

همواره برقرار است. $a>0\Rightarrow 3>0$

https://konkur.info

$\Delta \le ۰ \Rightarrow (-۲(m+۲))^۲ - ۴(۳)(۳) \le ۰ \Rightarrow (m+۲)^۲ \le ۹$

$\Rightarrow -۳ \le m+۲ \le ۳ \Rightarrow -۵ \le m \le ۱$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(بهرام ملاج)*

نقطهٔ $A(۲,\frac{۴}{۳})$ اکسترمم نسبی تابع است. پس اولا مختصات آن در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند و دوماً $f'(۲)=۰$:

$$A(۲,\frac{۴}{۳}) \Rightarrow \frac{۴+۲a}{۲+b}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳a-۲b=-۲ \Rightarrow a=\frac{۲b-۲}{۳}(I)$$

$$f'(۲)=۰ \Rightarrow f'(x)=\frac{(۲x+a)(x+b)-(۱)(x^۲+ax)}{(x+b)^۲}$$

$$\Rightarrow f'(۲)=(۴+a)(۲+b)-(۴+۲a)=۰ \Rightarrow ab+۴b+۴=۰(II)$$

از جایگذاری I در II داریم:

$$(\frac{۲b-۲}{۳})b+۴b+۴=۰ \Rightarrow ۲b^۲-۲b+۱۲b+۱۲=۰$$

$$\Rightarrow ۲b^۲+۱۰b+۱۲=۰ \Rightarrow b^۲+۵b+۶=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=-۲ \Rightarrow a=-۲ \\ b=-۳ \Rightarrow a=-\frac{۸}{۳} \end{cases}$$

با مشتق‌گیری از تابع f داریم:

$$\Rightarrow f(x)=\frac{x^۲-\frac{۸}{۳}x}{x-۳}=\frac{۳x^۲-۸x}{۳x-۹}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(۶x-۸)(۳x-۹)-۳(۳x^۲-۸x)}{(۳x-۹)^۲}=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=۲ \Rightarrow f(۴)=\frac{۱۶}{۳} \\ x=۴ \end{cases}$$

x		۲		۳		۴	
f'	$+$	۰	$-$	‖	$-$	۰	$+$
f	↗		↘	‖	↘		↗

نقطهٔ $(۴,\frac{۱۶}{۳})$ مینیمم نسبی تابع است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

ابتدا دامنهٔ تعریف تابع را به‌دست می‌آوریم. سپس نقاط بحرانی را می‌یابیم:

$$۱-x^۲ \ge ۰ \to x^۲ \le ۱ \to -۱ \le x \le ۱$$

$$f'(x)=۱+\frac{x}{\sqrt{۱-x^۲}} \xrightarrow{f'(x)=۰} \sqrt{۱-x^۲}=-x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱-x^۲=x^۲ \Rightarrow \begin{cases} x=+\frac{\sqrt{۲}}{۲} & \times \\ x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲} & \checkmark \end{cases}$$

$x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ در معادلهٔ فوق صدق نمی‌کند، پس $x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}$ یک نقطهٔ بحرانی تابع است. حالا مقادیر تابع را به ازای ابتدا، انتهای دامنهٔ تابع و $x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}$ با هم مقایسه می‌کنیم.

$$f(-۱)=a-۱ \quad , \quad f(۱)=a+۱$$

$$f(\frac{-\sqrt{۲}}{۲})=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}+a-\sqrt{\frac{۱}{۲}}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}+a-\frac{\sqrt{۲}}{۲}=a-\sqrt{۲}$$

در نتیجه ماکزیمم مطلق $M=a+۱$ و مینیمم مطلق $m=a-\sqrt{۲}$ است.

$$\frac{M}{m}=۲ \Rightarrow \frac{a+۱}{a-\sqrt{۲}}=۲ \Rightarrow ۲a-۲\sqrt{۲}=a+۱ \Rightarrow a=۱+۲\sqrt{۲}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

$$y=\cos^۲ x+\sqrt{۳}\sin x+a \quad , \quad ۰<x<\frac{\pi}{۲}$$

$$y'=-۲\sin x\cos x+\sqrt{۳}\cos x=\cos x(-۲\sin x+\sqrt{۳})=۰$$

$\cos x=۰ \xrightarrow{x\in(۰,\frac{\pi}{۲})}$ جواب ندارد.

$$۲\sin x=\sqrt{۳} \Rightarrow \sin x=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \xrightarrow{x\in(۰,\frac{\pi}{۲})} x=\frac{\pi}{۳}$$

پس نقطهٔ $(\frac{\pi}{۳},\frac{۳}{۴})$، نقطهٔ اکسترمم نسبی است و در خود تابع صدق می‌کند، لذا:

$$\Rightarrow y(\frac{\pi}{۳})=\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۲}+a=\frac{۳}{۴} \Rightarrow a=-۱$$

(حسابان ۲ – کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

طول نقاط اکسترمم، جواب‌های معادلهٔ $f'(x)=۰$ هستند:

$$f'(x)=a\left(\frac{x^۲+۱-۲x^۲}{(x^۲+۱)^۲}\right)=a\frac{۱-x^۲}{(x^۲+۱)^۲}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=۰} ۱-x^۲=۰ \Rightarrow x=\pm ۱$$

پس نقاط $(-۱,-\frac{a}{۲})$ و $(۱,\frac{a}{۲})$ اکسترمم‌های نسبی نمودار f هستند، فاصلهٔ این نقاط برابر است با:

$$d(a)=\sqrt{(۱-(-۱))^۲+\left(\frac{a}{۲}-\left(-\frac{a}{۲}\right)\right)^۲}$$

$$\Rightarrow d(a)=\sqrt{a^۲+۴}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$d'(a)=\frac{a}{\sqrt{a^۲+۴}} \xrightarrow{a=۱/۵} d'=\frac{۱/۵}{\sqrt{۶/۲۵}}=\frac{۱/۵}{۲/۵}=\frac{۳}{۵}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

https://konkur.info

هندسه ۳ – اختیاری

۱۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی‌اصل)*

فاصلهٔ نقطهٔ (x_0,y_0,z_0) از صفحات xz و xy به‌ترتیب برابر $|y_0|$ و $|z_0|$ می‌باشد. بنابراین داریم:

فاصلهٔ $(1,m-1,1)$ از صفحهٔ xz : $|m-1|$

فاصلهٔ $(1,m-1,1)$ از صفحهٔ xy : ۱

$$\Rightarrow |m-1|=1\Rightarrow \begin{cases} m-1=1\Rightarrow m=2\\ m-1=-1\Rightarrow m=0\end{cases}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*

بردارهای $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ که مؤلفه‌هایشان غیرصفر هستند، موازی‌اند اگر و فقط اگر $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$. طبق فرض، چون $n>0$ است پس مؤلفه‌های دو بردار موازی $\vec{a}$ و $\vec{b}$ غیرصفر بوده و داریم:

$$\frac{m}{n}=\frac{m-2}{-n}=\frac{n}{2m+n}\xrightarrow{\text{تساوی سمت چپ}} m=1$$

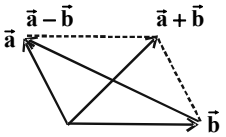
$$\Rightarrow \frac{1-2}{-n}=\frac{n}{2(1)+n}\Rightarrow n^2-n-2=0\xrightarrow{n>0} n=2$$

$$\Rightarrow \vec{a}=(1,-1,2)\Rightarrow |\vec{a}|=\sqrt{6}\ ,\ \vec{b}=(2,-2,4)\Rightarrow |\vec{b}|=2\sqrt{6}$$
$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}=\frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(امید محمدظاهری)*

مطابق شکل بردارهای $a+b$ و $a-b$، اقطار این متوازی‌الاضلاع هستند. داریم:



$$\begin{cases}\vec{a}+\vec{b}=(2+1,-1+2,1-1)=(3,1,0)\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}\\ \vec{a}-\vec{b}=(2-1,-1-2,1+1)=(1,-3,2)\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{14}\end{cases}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اسدی‌امیرآبادی)*

وسط پاره‌خط AB را M می‌نامیم.

$$M=\left(\frac{-3-1}{2},\frac{0+2}{2},\frac{1+1}{2}\right)=(-2,1,1)$$

$$(-2,1,1)+(k^2+1,-k,k-1)=(3,3,-2)$$

$$\Rightarrow (k^2-1,-k+1,k)=(3,3,-2)$$

$$\begin{cases}k^2-1=3\Rightarrow k^2=4\Rightarrow k=\pm2\\ -k+1=3\Rightarrow k=-2\\ k=-2\end{cases}\Rightarrow k=-2$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا شریف‌طبیبی)*

$$\vec{a}.\vec{b}=(-1,1,0).(2,-1,-2)=-2-1+0=-3$$

$$|\vec{b}|=\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{9}=3$$

اگر بردار $\vec{a}'$ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\frac{-3}{9}(2,-1,-2)=\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$$

(هندسه ۳- بردارها؛ مشابه مثال صفحهٔ ۸۰)

https://konkur.info

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

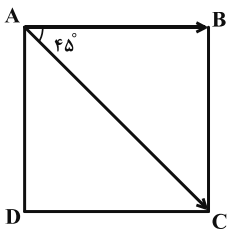
$$\left|(۲\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}+۲\vec{b})\right| = \left|۲\underbrace{\vec{a}\times\vec{a}}_{\vec{0}} + ۴\vec{a}\times\vec{b} + \vec{b}\times\vec{a} + ۲\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{0}}\right|$$

$$= \left|۴\vec{a}\times\vec{b} - \vec{a}\times\vec{b}\right| = ۳\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = ۳|\vec{a}||\vec{b}|\sin ۱۲۰^\circ$$

$$= ۳\times۲\times۳\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۹\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*



$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (-۲-۱)^۲ + (۳+۱)^۲} = ۵$$

طول قطر مربع $\sqrt{۲}$ برابر طول ضلع آن است. از طرفی بردارهای $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ با یکدیگر زاویهٔ ۴۵° می‌سازند، بنابراین داریم:

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{۲}|\overrightarrow{AB}| \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \frac{۵}{\sqrt{۲}}$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos ۴۵^\circ = \frac{۵}{\sqrt{۲}}\times۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲۵}{۲}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود. اگر زاویهٔ حادهٔ بین دو قطر متوازی‌الاضلاع برابر θ باشد، داریم:

$$\vec{a}+\vec{b} = (۱,-۱,۲)+(۱,-۱,۰) = (۲,-۲,۲)$$

$$\vec{a}-\vec{b} = (۱,-۱,۲)-(۱,-۱,۰) = (۰,۰,۲)$$

$$\cos\theta = \frac{\left|(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}-\vec{b})\right|}{|\vec{a}+\vec{b}||\vec{a}-\vec{b}|} = \frac{|۰+۰+۴|}{\sqrt{۴+۴+۴}\times\sqrt{۰+۰+۴}} = \frac{۴}{۲\sqrt{۳}\times۲}$$

$$= \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۱۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(شروین سیّاح‌نیا)*

فرض کنید $\vec{a}=(x,۲y,z)$ و $\vec{b}=(۱,-۱,۳)$، آن‌گاه با توجه به نامساوی کشی-شوارتز داریم:

$$\vec{a}=(x,۲y,z)\ ,\ \vec{b}=(۱,-۱,۳)$$

$$|\vec{a}.\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}| \Rightarrow |x-۲y+۳z| \le \sqrt{x^۲+۴y^۲+z^۲}\times\sqrt{۱+۱+۹}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^۲+۴y^۲+z^۲} \ge \frac{۱۱}{\sqrt{۱۱}} \Rightarrow x^۲+۴y^۲+z^۲ \ge ۱۱$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحهٔ ۷۹)

۱۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(نادر حاجی زاده)*

$$\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c} = \vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})$$

از طرفی:

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = (۱,۱,۱) \Rightarrow \vec{b}+\vec{c} = (۱,۱,۱)-\vec{a} = (۱,۱,۱)-(۲,۱,-۲)$$

$$\Rightarrow \vec{b}+\vec{c} = (-۱,۰,۳)$$

$$\Rightarrow \vec{a}.(\vec{b}+\vec{c}) = (۲,۱,-۲).(-۱,۰,۳) = -۲+۰-۶ = -۸$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

https://konkur.info

ریاضیات گسسته – اختیاری

۱۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مربع‌های لاتین A و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون چهارم و سطر سوم ستون اول در مربع A هر دو برابر ۴ و در مربع C هر دو برابر ۳ است. مربع‌های لاتین B و C متعامد نیستند چون به عنوان مثال درایه‌های سطر اول ستون اول و سطر دوم ستون دوم در مربع B هر دو برابر ۱ و در مربع C نیز هر دو برابر ۱ است.

ولی دو مربع لاتین A و B متعامدند، چون در صورت ترکیب این دو مربع، مربع زیر حاصل می‌شود که در آن هیچ عدد دو رقمی تکراری وجود ندارد.

۱۱	۲۲	۳۳	۴۴
۳۲	۴۱	۱۴	۲۳
۴۳	۳۴	۲۱	۱۲
۲۴	۱۳	۴۲	۳۱

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۱۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

موارد بیان شده در گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» از ویژگی‌های مربع لاتین $n \times n$ است، ولی در یک مربع لاتین، لزوماً اعداد روی قطرها غیرتکراری نیستند. به عنوان مثال به یک مربع لاتین 3×3 در شکل زیر توجه کنید:

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحهٔ ۶۲)

۱۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

مجموع هر سطر یا ستون از یک مربع لاتین 3×3، برابر ۶ و مجموع کل اعداد یک مربع لاتین 3×3، برابر ۱۸ است. مطابق شکل اگر عدد وسط را x فرض کنیم، آنگاه داریم:

•		•
	x	
•		•

مجموع اعداد سطر دوم و ستون دوم $= 12 - x$

مجموع ۴ خانهٔ مورد نظر $= 18 - (12 - x) = 6 + x$

این مقدار زمانی ماکزیمم است که x برابر ۳ باشد که در این صورت حاصل برابر ۹ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک به یک از مجموعه‌ای ۴ عضوی به مجموعه‌ای ۶ عضوی. خودکار اول را به هر یک از ۶ نفر می‌توان اختصاص داد و برای خودکارهای بعدی، هر بار یک نفر از تعداد انتخاب‌ها کم می‌شود، پس تعداد روش‌های انجام این کار برابر است با:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه مثال صفحهٔ ۷۸)

۱۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

فرض کنید A_1 و A_2 زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ A باشند که اعضای آنها به‌ترتیب بر ۵ و ۶ بخش‌پذیر هستند. در این‌صورت داریم:

$$|A_1| = \left[\frac{200}{5}\right] = 40$$

$$|A_2| = \left[\frac{200}{6}\right] = 33$$

$$|A_1 \cap A_2| = \left[\frac{200}{30}\right] = 6$$

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| = 40 + 33 - 6 = 67$$

اعضایی از مجموعهٔ A که بر هیچ‌یک از اعداد ۵ و ۶ بخش‌پذیر نیستند، معادل مجموعهٔ $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$ است. داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2| = |\overline{A_1 \cup A_2}| = |A| - |A_1 \cup A_2| = 200 - 67 = 133$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

اگر S مجموعهٔ توابع f از A به B و A_1، A_2 و A_3 توابعی از A به B باشند که برد آنها به‌ترتیب فاقد ۱، ۲ و ۳ هستند، آنگاه داریم:

$$|S| = 3^4 = 81$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 2^4 = 16$$

https://konkur.info

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1^4 = 1$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3\times 16 - 3\times 1 + 0 = 45$$

تعداد توابعی که $R_f = B$ باشد، معادل تعداد اعضای مجموعهٔ $|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3|$ است، بنابراین داریم:

$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3| = |\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

$$= 81 - 45 = 36$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه فعالیت صفحهٔ ۷۷)

۱۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(سیدومید ذوالفقاری)*

اگر مجموعهٔ بازیکنان فوتبال، والیبال و بسکتبال را به‌ترتیب با A، B و C نمایش دهیم، آنگاه طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow 32 - 4 = 18 + 14 + 10 - 6 - 5 - 4 + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow |A \cap B \cap C| = 1$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۸۳)

۱۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر مجموعهٔ حالت‌هایی که به‌ترتیب حروف T، R و N سر جای خود قرار دارند را با A_1، A_2 و A_3 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 6! = 720$$

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 5! = 120$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 4! = 24$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 3! = 6$$

مجموعهٔ حالت‌هایی که هیچ‌کدام از سه حرف T، R و N سر جای خود قرار نداشته باشند، معادل مجموعهٔ $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}$ است که طبق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 3\times 120 - 3\times 24 + 6 = 294$$

$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}| = |\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

$$= 720 - 294 = 426$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

تابع f را می‌توان به یکی از دو حالت $f = \{(1,2),(2,\square),(3,\square),(4,\square)\}$ یا $f = \{(1,3),(2,\square),(3,\square),(4,\square)\}$ نوشت که برای پر کردن مؤلفه‌های دوم در هر کدام از این دسته توابع $4\times 3\times 2 = 24$ روش وجود دارد و در نتیجه تعداد توابع مورد نظر برابر $2\times 24 = 48$ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تعداد روش‌هایی که می‌توان بین n روستا جاده احداث کرد، معادل تعداد گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ یعنی برابر $2^{\binom{n}{2}}$ است.

حال اگر مجموعهٔ حالت‌هایی که هر یک از روستاهای a، b و c بدون ارتباط با سایر روستاها باقی می‌مانند را به ترتیب با مجموعه‌های A، B و C نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$|S| = 2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$$

$$|A| = |B| = |C| = 2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$$

$$|A \cap B| = |A \cap B| = |B \cap C| = 2^{\binom{3}{2}} = 2^3 = 8$$

$$|A \cap B \cap C| = 2^{\binom{2}{2}} = 2^1 = 2$$

$$|A \cup B \cup C| = 3\times 64 - 3\times 8 + 2 = 170$$

تعداد حالت‌هایی که هیچ کدام از روستاهای a، b و c بدون ارتباط با سایر روستاها نمانند معادل تعداد اعضای مجموعهٔ $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ است، بنابراین داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |S| - |A \cup B \cup C| = 1024 - 170 = 854$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۷۶)

https://konkur.info

فیزیک ۳- اختیاری

۱۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم که در آزمایش یانگ، پهنای نوارها متناسب با طول‌موج نور فرودی است.

$$f_{هوا} = f_{آب} + \frac{۲۰}{۱۰۰} f_{آب} = ۱/۲ f_{آب} \Rightarrow \frac{f_{هوا}}{f_{آب}} = ۱/۲$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \, , \, v = \frac{c}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{هوا}}{\lambda_{آب}} = \frac{v_{هوا}}{v_{آب}} \times \frac{f_{آب}}{f_{هوا}} = \frac{n_{آب}}{n_{هوا}} \times \frac{f_{آب}}{f_{هوا}} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۱}{۱/۲} = \frac{۱۰}{۹}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با استفاده از رابطهٔ بین طول‌موج هماهنگ‌های تار و طول تار، داریم:

$$n \frac{\lambda_n}{۲} = L \Rightarrow ۳ \frac{\lambda_۳}{۲} = ۲۰ \Rightarrow \lambda_۳ = \frac{۴۰}{۳} cm$$

روش دوم: اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، برابر با بسامد اصلی تار است.

داریم:

$$f_۱ = ۳۲۰ - ۲۸۰ = ۴۰Hz$$

$$f_۱ = \frac{v}{۲L} \Rightarrow ۴۰ = \frac{v}{۲ \times ۰/۲} \Rightarrow v = ۱۶ \frac{m}{s}$$

بسامد هماهنگ سوم برابر است با:

$$f_n = n f_۱ \Rightarrow f_۳ = ۳ f_۱ = ۳ \times ۴۰ = ۱۲۰Hz$$

آنگاه داریم:

$$\lambda_۳ = \frac{v}{f_۳} = \frac{۱۶}{۱۲۰} m = \frac{۴}{۳۰} m = \frac{۴۰}{۳} cm$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(خرشاد زاهدی)*

انرژی هر فوتون:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(۶/۴ \times ۱۰^{-۳۴}) \times (۳ \times ۱۰^{۸})}{۳۰۰ \times ۱۰^{-۹}}$$

$$\Rightarrow E = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} J$$

انرژی کل منبع نور:

$$E_{کل} = P \Delta t = ۱۲۰(۱) = ۱۲۰J$$

تعداد فوتون‌ها:

$$n_{فوتون} = \frac{E_{کل}}{E_{فوتون}} = \frac{۱۲۰}{۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۱۸/۷۵ \times ۱۰^{۱۹} = ۱/۸۷۵ \times ۱۰^{۲۰}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

در توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک فیزیک کلاسیک، به دو نتیجهٔ مغایر با آزمایش دست می‌یابیم:

۱) طبق فیزیک کلاسیک، هر چه شدت نور فرودی (البته در بسامد معین) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد که با آزمایش مغایرت دارد.

۲) فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کرد که اثر فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ می‌دهد، در صورتی که در آزمایش اینگونه نیست.

دقت کنید در گزینهٔ «۲»، هرگاه تعداد لامپ‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد می‌کنیم. بنابراین گزینهٔ «۴» صحیح است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

در ابتدا رابطهٔ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز را می‌نویسیم، سپس تندی بیشینه را محاسبه می‌کنیم.

$$K_{max} = hf - W_۰ \xrightarrow[f = \frac{c}{\lambda}]{K_{max} = \frac{۱}{۲} m v^۲_{max}}$$

$$\frac{۱}{۲} m v^۲_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱} v^۲_{max} = (\frac{۱۲۴۰}{۲۰۰} - ۴/۳۸) \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱} v^۲_{max} = (۶/۲ - ۴/۳۸) \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow v^۲_{max} = ۴ \times ۱۶ \times ۱۰^{۱۰} \Rightarrow v_{max} = ۸ \times ۱۰^{۵} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

https://konkur.info

۱۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

الف) درست

ب) درست

پ) نادرست – طیف گسیلی خطی برای اتم‌های هر گاز منحصربه‌فرد است.

ت) درست

بنابراین ۳ عبارت درست است.

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی راست پیمان)*

با توجه به معادلهٔ ریدبرگ، گسترهٔ طول‌موج اختلاف بلندترین طول‌موج و کوتاه‌ترین طول‌موج تابشی در هر رشته یا سری است. پس گسترهٔ طول‌موج برای رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ با جایگذاری $n=\infty$ و $n=2$ در معادلهٔ ریدبرگ به‌دست می‌آید و برای رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ با استفاده از $n=\infty$ و $n=3$ این گستره به‌دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$\text{رشتهٔ لیمان } (n'=1)\begin{cases}\frac{1}{\lambda_{max}}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{4}{3R}\\ \frac{1}{\lambda_{min}}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty^2}\right)\Rightarrow\lambda_{min}=\frac{1}{R}\end{cases}$$

$$\text{گسترهٔ طول‌موج } \Delta\lambda=\lambda_{max}-\lambda_{min}=\frac{4}{3R}-\frac{1}{R}=\frac{1}{3R}(nm)$$

$$\text{رشتهٔ بالمر } (n'=2)\begin{cases}\frac{1}{\lambda'_{max}}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)\Rightarrow\lambda'_{max}=\frac{36}{5R}\\ \frac{1}{\lambda'_{min}}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty^2}\right)\Rightarrow\lambda'_{min}=\frac{4}{R}\end{cases}$$

$$\text{گسترهٔ طول‌موج } \Delta\lambda'=\lambda'_{max}-\lambda'_{min}=\frac{36}{5R}-\frac{4}{R}=\frac{36-20}{5R}=\frac{16}{5R}$$

$$\frac{\Delta\lambda'}{\Delta\lambda}=\frac{\frac{16}{5R}}{\frac{1}{3R}}\Rightarrow\frac{\Delta\lambda'}{\Delta\lambda}=\frac{48}{5}$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا تعداد فوتون‌های گسیلی را با استفاده از رابطهٔ زیر می‌یابیم:

$$N=\frac{n(n-1)}{2}\xrightarrow{n=6}N=\frac{6\times(6-1)}{2}=15$$

برای کوتاه‌ترین طول موج فوتون تابشی، باید الکترون از تراز $n=6$ به تراز $n'=1$ برود، دقت کنید، کوتاه‌ترین طول‌موج فوتون تابشی در حالتی به‌وجود می‌آید که اختلاف دو ترازی که الکترون بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود، بیشترین مقدار را داشته باشد.

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\xrightarrow[n'=1]{n=6}\frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\times\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{36}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\times\frac{35}{36}\Rightarrow\lambda_{min}=\frac{720}{7}nm$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که اختلاف انرژی بین ترازها را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\Delta E(5\to1)=\Delta E_{(5\to2)}+\Delta E_{(2\to1)}$$

$$\Delta E'=\Delta E_{(5\to2)}+\Delta E$$

$$\Delta E'-\Delta E=\Delta E_{(5\to2)}$$

$$\Delta E_{(5\to2)}=E_5-E_2\xrightarrow{E_n=\frac{-E_R}{n^2}}$$

$$\Delta E_{(5\to2)}=\frac{-E_R}{25}-\frac{-E_R}{4}=\frac{21}{100}E_R$$

$$\Delta E_{(5\to2)}=0/21E_R$$

با توجه به این که E_R یک ریدبرگ نام دارد، پس:

$$\Delta E'-\Delta E=0/21$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)

۱۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا انرژی الکترون در مدار nاُم را به‌دست می‌آوریم:

$$E_n=\frac{-E_R}{n^2}\xrightarrow{r_n=a_0n^2}E_n=\frac{-E_Ra_0}{r_n}$$

$$\xrightarrow[r'=4a_0]{r=16a_0}E'-E=\frac{-E_Ra_0}{4a_0}-\left(\frac{-E_Ra_0}{16a_0}\right)$$

$$\Rightarrow E'-E=\frac{-3}{16}E_R$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۱)

https://konkur.info

شیمی ۳ – اختیاری

۱۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی خوش‌کیش)*

با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ به سمت راست جابه‌جا می‌شود، بنابراین شمار مول گازهای اکسیژن و گوگرد تری‌اکسید به‌ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. چون فشار افزایش یافته، بنابراین در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، حجم سامانه کمتر می‌شود. به‌دلیل کاهش حجم سامانه، غلظت تمام مواد افزایش می‌یابد. در تعادل $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$، تعداد مول مواد گازی واکنش‌دهنده و فراورده یکسان است. بنابراین تغییر فشار این تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسن لشکری)*

نمودار داده شده مربوط به تعادل گازی $A \rightleftharpoons 2B$ است.

هنگامی‌که حجم افزایش می‌یابد غلظت A و B هر دو کاهش می‌یابد اما تغییرات غلظت B کمتر است زیرا تعادل به سمت تولید B پیش می‌رود. (تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود.)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱» نادرست است. زیرا، با کاهش حجم، فشار افزایش می‌یابد و تعادل به سمت تولید مول گاز کمتر یعنی A پیش می‌رود. (تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود.)

گزینهٔ «۳» نادرست است. زیرا مقدار عددی K فقط به دما بستگی دارد و تغییر حجم مقدار آن را تغییر نمی‌دهد.

گزینهٔ «۴» نادرست است. زیرا با تغییر حجم تعادل جابه‌جا می‌شود و از آن‌جایی که K فقط با دما تغییر می‌کند، مقدار عددی K در دمای تعادل نشان داده شده در نمودار برابر با $\frac{1}{2n}$ خواهد بود:

$$K = \frac{[A]}{[B]^2} = \frac{\frac{1}{2}n}{n^2} = \frac{1}{2n}$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) این واکنش گرماده بوده و با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. بنابراین ثابت تعادل آن در دمای $50^\circ C$ کوچک‌تر از مقدار ثابت تعادل در دمای $35^\circ C$ خواهد بود.

ب) با کاهش غلظت AB، تعادل در جهت رفت (یعنی تعداد مول گازی کم‌تر) جابه‌جا می‌شود.

پ) افزایش دما سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت را افزایش می‌دهد. ولی سرعت واکنش برگشت را بیشتر از واکنش رفت افزایش می‌دهد.

ت) در این واکنش تأثیر افزایش دما (جابه‌جا کردن تعادل در جهت برگشت) برعکس تأثیر افزایش فشار (جابه‌جا کردن تعادل در جهت رفت) است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۶)

۱۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

این واکنش گرماده $(2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3 + Q)$ است و با کاهش دما، غلظت واکنش دهنده‌ها کاهش یافته و غلظت فراورده‌ها افزایش می‌یابد. پس از رسیدن به تعادل جدید نیز غلظت همهٔ مواد ثابت خواهد ماند. توجه داشته باشید که میزان تغییر غلظت مواد متناسب با ضریب مولی آنها در معادلهٔ واکنش است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۱۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف) به ازای تولید هر مول C، ۲ مول B نیز تولید می‌شود. پس مقدار B در تعادل اولیه برابر با یک مول است. با توجه به اینکه حجم ظرف برابر با یک لیتر است می‌توان نوشت:

$$\text{تعادل اولیه} \Rightarrow K = \frac{[B]^2[C]}{[A]^2} = \frac{(1)^2(0/5)}{(1)^2} = 0/5 mol.L^{-1}$$

https://konkur.info

ب) با افزودن C، مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند چون ثابت تعادل فقط تابع دما است.

پ و ت) با افزودن ۰/۳ مول C به سامانه، تعادل در جهت برگشت (مصرف C) پیش می‌رود و تا حدودی مقدار اضافه شده C (نه همهٔ آن) مصرف می‌شود. بنابراین مقدار A و C نسبت به تعادل اولیه افزایش و فقط مقدار B کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۸۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

تزریق مستقیم (و نه غیرمستقیم) آمونیاک به خاک سبب افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی خواهد شد.

در واکنش میان N_2 و H_2 برای تولید NH_3، عدد اکسایش نیتروژن از صفر (در N_2) به -3 (در NH_3) می‌رسد. در نتیجه N_2 کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان زواره)*

این تعادل گرماگیر است $(\Delta H > 0)$ و چون شمار مول‌های گازی در دو طرف تعادل یکسان است؛ با کاهش حجم ظرف در دمای ثابت، تعادل جابه‌جا نمی‌شود و شمار مول‌های مواد شرکت کننده در تعادل ثابت می‌ماند. با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار A_2 و B_2 در تعادل کاهش یافته و ثابت تعادل نیز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(حسن لشکری)*

با توجه به نمودار، واکنش $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$ می‌باشد و داریم:

$$K = \frac{[B]^2}{[A]} = \frac{(0/8)^2}{0/4} = 1/6 mol.L^{-1}$$

وقتی حجم ظرف کاهش یابد تعداد مول A افزایش می‌یابد، زیرا تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی چپ جابه‌جا می‌شود و مقدار عددی ثابت تعادل تغییر نمی‌کند؛ زیرا فقط تغییر دما، می‌تواند K را تغییر دهد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدمحسن محمدزاده‌مقدم)*

با توجه به ضرایب استوکیومتری می‌توان مقدار O_2 تولید شده را محاسبه کرد:

$$0/2 mol NO_2 \times \frac{1 mol O_2}{4 mol NO_2} = 0/05 mol O_2$$

اکنون ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[NO_2]^4[O_2]}{[N_2O_5]^2} = \frac{\left(\frac{0/2}{2}\right)^4\left(\frac{0/05}{2}\right)}{\left(\frac{0/4}{2}\right)^2} = 6/25\times10^{-5} mol^3.L^{-3}$$

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمدمحسن محمدزاده‌مقدم)*

تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ گرماگیر است، بنابراین با افزایش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و شمار مول‌های مواد گازی در سامانهٔ تعادلی افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: با کاهش حجم در دمای ثابت، غلظت تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: طبق اصل لوشاتلیه با افزودن مقداری NO_2، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود، اما تمام NO_2 اضافی مصرف نمی‌شود، بنابراین در تعادل جدید $[NO_2]$ افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۴»: شدت رنگ سامانه به غلظت ماده رنگی بستگی دارد. با افزایش حجم، غلظت تمام گونه‌ها کاهش می‌یابد، بنابراین شدت رنگ سامانه کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳ - شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۷)

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

https://konkur.info