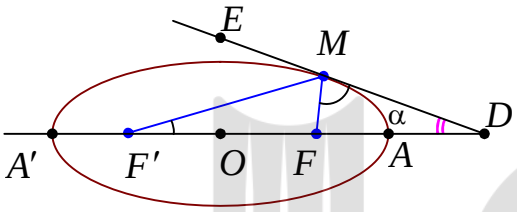
بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info

باسمه تعالی

درس هندسه۳ پایه‌ی ۱۲ ریاضی فیزیک

۱ : در شکل مقابل نقطه‌ی D روی امتداد قطر بزرگ بیضی بوده و DE در نقطه‌ی M بر بیضی مماس شده است. اگر اندازه‌ی زاویه های FMD و $FF'M$ به ترتیب برابر ۶۰ و ۲۰ درجه باشند. اندازه‌ی زاویه‌ی α را بیابید.



حل :

$$\angle FMD = \angle F'ME = ۶۰^\circ$$

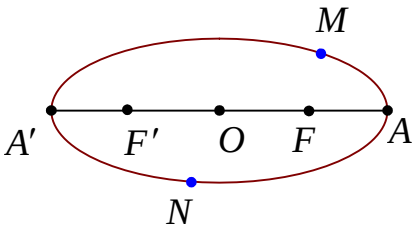
$$\rightarrow \angle F'ME + \angle F'MF + \angle FMD = ۱۸۰ \rightarrow \angle F'MF = ۶۰^\circ$$

$$\Delta(MFD) : \angle DFM = ۸۰^\circ$$

$$\rightarrow \alpha = ۱۸۰ - (۶۰ + ۸۰) = ۱۸۰ - ۱۴۰ = ۴۰^\circ$$

***

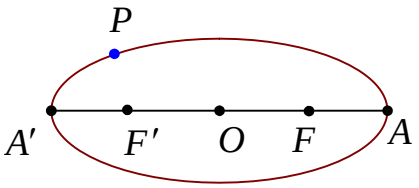
۲ : در شکل مقابل دو نقطه‌ی M و N روی بیضی قرار دارند. اگر $MF + MF' = ۱۰$ و $NF = ۳$ واحد طول باشد. مقدار NF' را بیابید.



حل :

$$MF + MF' = NF + NF' \rightarrow ۱۰ = ۳ + NF' \rightarrow NF' = ۷$$

***

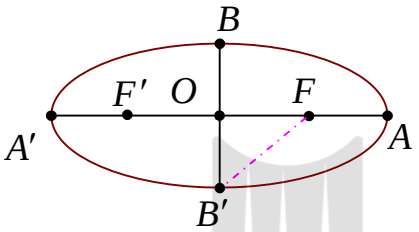


۳: در شکل مقابل نقطه‌ی P روی بیضی قرار دارد. اگر $OA = ۸$ و $PF' = ۴$ سانتی متر باشند. طول PF را تعیین کنید.

حل :

$$a = OA = ۸ \quad و \quad PF + PF' = ۲a \xrightarrow{PF'=۴} PF + ۴ = ۲(۸) \rightarrow PF = ۱۲\ cm$$

***



۴: در شکل مقابل $B'F = ۵$ و $AF = ۱$ سانتی متر است. طول OB و OF را تعیین کنید.

حل :

$$B'F = BF = ۵ \quad و \quad BF + BF' = ۲a \rightarrow ۲BF = ۲a \rightarrow BF = a \rightarrow a = ۵$$

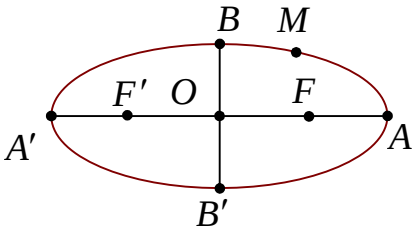
$$OF + AF = OA = a \rightarrow c + ۱ = ۵ \rightarrow c = ۴$$

$$OF = c = ۴$$

$$OB \quad b \quad \sqrt{a^۲ \quad c^۲} \quad \sqrt{۲۵ - ۱۶} \quad \sqrt{۹} \quad ۳$$

***

۵: در شکل مقابل نقطه‌ی M روی بیضی قرار دارد. اگر $OB = ۲\sqrt{۱۰}$ و $FA = ۴$ واحد طول باشند.



الف : حاصل $MF + MF'$ را بیابید.

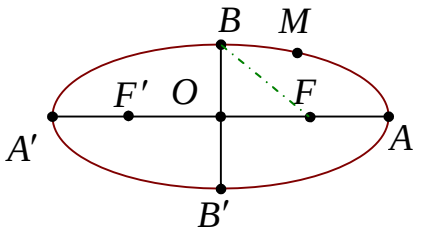
ب : مقدار $\frac{OF}{OA}$ را بدست آورید.

حل :

$$b = OB = ۲\sqrt{۱۰}$$

$$a = OA = OF + FA = c + ۴$$

$$BF = BF' = a \rightarrow BF = c + ۴$$



در مثلث قائم الزاویه‌ی OBF رابطه‌ی فیثاغورس را می نویسیم.

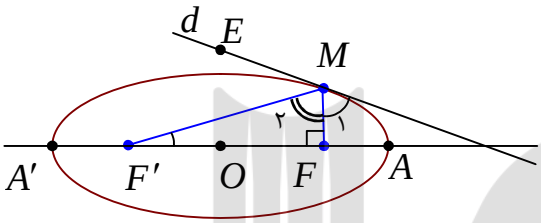
$$(c+۴)^۲ = c^۲ + (۲\sqrt{۱۰})^۲ \to c^۲ + ۸c + ۱۶ = c^۲ + ۴۰$$

$$\to ۸c = ۴۰ - ۱۶ \to ۸c = ۲۴ \to c = ۳ \xrightarrow{a=c+۴} a = ۷$$

$$\frac{OF}{OA} = \frac{c}{a} = \frac{۳}{۷}$$

***

۶: در شکل مقابل، طول قطر بزرگ بیضی ۱۲سانتی متر است. ابتدا از کانون F خطی عمود کرده تا بیضی را در نقطه‌ی M قطع کند و سپس از نقطه‌ی M خط d را مماس بر بیضی رسم کرده باشیم. اگر اندازه‌ی زاویه‌ی EMF' برابر ۶۰ درجه باشد. طول قطر کوچک بیضی را بیابید.



حل :

$$AA' = ۲a = ۱۲ \to a = ۶$$

$$\angle M_۱ = ۶۰ \xrightarrow{\angle M_۱ + \angle M_۲ + ۶۰ = ۱۸۰} \angle M_۲ = ۶۰ \to \angle MF'F = ۳۰$$

و چون در هر مثلث قائم الزاویه، ضلع روبرو به زاویه‌ی ۳۰ درجه نصف وتر است، پس :

$$MF = \frac{۱}{۲}MF' \xrightarrow{MF + MF' = ۲a = ۱۲} \frac{۱}{۲}MF' + MF' = ۱۲ \to \frac{۳}{۲}MF' = ۱۲ \to MF' = ۸$$

$$\to MF = ۴$$

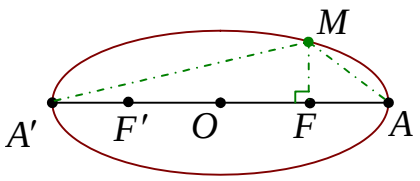
$$\Delta(MFF'): FF'^۲ + MF^۲ = MF'^۲ \to FF'^۲ + ۱۶ = ۶۴ \to FF'^۲ = ۶۴ - ۱۶ = ۴۸$$

$$\to FF' = \sqrt{۴۸} \to FF' = ۴\sqrt{۳} \xrightarrow{FF' = ۲c} ۲c = ۴\sqrt{۳} \to c = ۲\sqrt{۳}$$

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ \to ۳۶ = b^۲ + ۱۲ \to b^۲ = ۲۴ \to b = \sqrt{۲۴} \to b = ۲\sqrt{۶}$$

***

۷: در شکل مقابل از کانون F خط MF عمود بر AA' رسم شده است. اگر $\frac{AF}{OF}=\frac{۱}{۲}$ و $MA=\sqrt{۵}$ و $MA'=\sqrt{۲۹}$ باشد. طول پاره خط MF' را بیابید.



حل :

$$OF=OF'=c \quad و \quad \frac{AF}{OF}=\frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow AF=A'F'=\frac{c}{۲}\rightarrow A'F=A'F'+FF'=\frac{c}{۲}+۲c=\frac{۵}{۲}c$$

حال با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث های قائم الزاویه‌ی $MA'F$ و MAF داریم:

$$\left.\begin{array}{l} MF^{۲}=MA'^{۲}-A'F^{۲}=۲۹-\frac{۲۵}{۴}c^{۲} \\ MF^{۲}=MA^{۲}-AF^{۲}=۵-\frac{۱}{۴}c^{۲} \end{array}\right\}\rightarrow ۲۹-\frac{۲۵}{۴}c^{۲}=۵-\frac{۱}{۴}c^{۲}\rightarrow ۲۴=\frac{۲۴}{۴}c^{۲}$$

$$\rightarrow ۲۴=۶c^{۲}\rightarrow c^{۲}=۴\rightarrow c=۲$$

$$a=OF+AF=c+\frac{۱}{۲}c=\frac{۳}{۲}c\xrightarrow{c=۲}a=\frac{۳}{۲}(۲)=۳$$

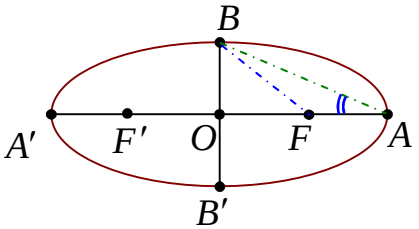
$$\Delta(MAF):MA^{۲}=MF^{۲}+AF^{۲}\rightarrow(\sqrt{۵})^{۲}=MF^{۲}+(۱)^{۲}\rightarrow MF^{۲}=۴\rightarrow MF=۲$$

از طرفی چون نقطه‌ی M روی بیضی قرار دارد. پس :

$$MF+MF'=۲a\rightarrow ۲+MF'=۶\rightarrow MF'=۴$$

***

۸: در شکل مقابل $OB=۳$ و اندازه‌ی زاویه‌ی OAB برابر ۳۰ درجه است. طول پاره خط های BF و OF را بیابید.



حل :

$OA = a$ و $OB = b$

$$\Delta(OBA): \tan ۳۰ = \frac{OB}{OA} \to \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۳}{OA} \to OA = \frac{۹}{۳}\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳} \to a = ۳\sqrt{۳}$$

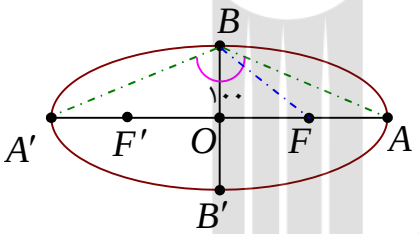
$$BF + BF' = ۲a \xrightarrow{BF=BF'} BF = a \to BF = ۳\sqrt{۳}$$

$$OF = c \xrightarrow{a^۲=b^۲+c^۲} c = \sqrt{\sqrt{\quad} - (۳)^۲} = \sqrt{۲۷-۹} = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

***

۹: در بیضی شکل مقابل ، کانون F وسط پاره خط OA است.

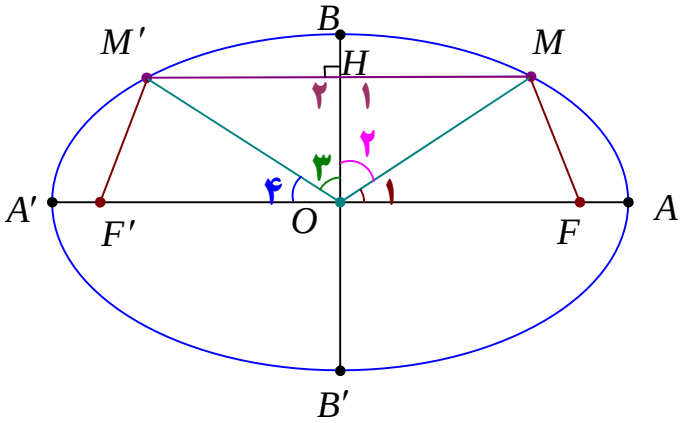
اگر اندازه‌ی زاویه‌ی ABA' برابر ۱۰۰ درجه باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی BFA را به دست آورید.



حل : در مثلث قائم الزاویه‌ی OBF داریم: $OF = \frac{۱}{۲}a$ و $BF = a$، پس OF برابر نصف وتر است. لذا اندازه‌ی زاویه‌ی OBF برابر ۳۰ درجه است. همچنین اندازه‌ی زاویه‌ی OFB برابر ۶۰ درجه می باشد. در نهایت نتیجه می شود که $\angle BFA = ۱۲۰^\circ$

***

۱۰: در شکل مقابل نقاط M و M' روی بیضی چنان قرار دارند که $MH = M'H$ و MM' بر BB' عمود است. ثابت کنید ذوزنقه‌ی $MM'FF'$ متساوی الساقین است.



حل : ابتدا پاره خط های OM و OM' را رسم می کنیم و نشان می دهیم که مثلث های OHM و OHM' همنهشت هستند.

$$\left.\begin{array}{c} OH = OH \\ \angle H_۱ = \angle H_۲ = ۹۰^\circ \\ MH = MH' \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta(OMH) \cong \Delta(OM'H)$$

$$\rightarrow OM = OM',\ \angle O_۲ = \angle O_۳$$

در نتیجه خواهیم داشت $\angle O_۱ = \angle O_۴$ و لذا مثلث های OMF و $OM'F'$ طبق (ض ز ض) همنهشت خواهند شد. پس: $MF = M'F'$

***

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO
Konkur
.info
https://konkur.info