بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

Konkur.info

https://konkur.info

به نام خدا

نام و نام خانوادگی: اداره آموزش و پرورش استان..... طراح سوال:.....

کلاس: ..... آزمون فصل 1 دوازدهم تجربی تاریخ: .....

۱- معادله‌ی $\frac{x+1}{2} - \frac{3}{1-x} = \frac{11}{2}$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱) یک ریشه‌ی مضاعف دارد. ۲) دو ریشه‌ی حقیقی دارد.
۳) یک ریشه‌ی صفر دارد. ۴) ریشه‌ی حقیقی ندارد.

۲- معادله‌ی رادیکالی $\sqrt{x^2 - \frac{1}{x}} - x = 2$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱) یک ریشه‌ی صحیح ۲) یک ریشه‌ی گویا
۳) یک ریشه‌ی اصم ۴) دو ریشه‌ی مختلف العلامت

۳- نامعادله $|x - x^3| \leqslant x$ در مجموعه اعداد صحیح دارای چند جواب است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) بی‌شمار

۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1} + 1 > \sqrt{x} + x$ شامل چند عضو صحیح است؟

۱) هیچ ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

۵- مجموعه جواب های نامعادله $\frac{x^4 - 2\sqrt{2}x^2 + 3}{x^2 - x - 2} \leqslant 0$ کدام است؟

۱) $-1 < x < 2$ ۲) $-1 \leqslant x \leqslant 2$ ۳) $-1 \leqslant x < 2$ ۴) $-3 < x < 2$

۶- در کدام‌یک از روابط زیر، y تابعی از x است؟

۱) $y^2 - y = 2x + 1$ ۲) $|y| = \sin\left(\frac{\pi|x|}{x}\right)$
۳) $|x - 1| + |y^2 - 1| = 0$ ۴) $y = \begin{cases} x+1 & x > 2 \text{ و } \\ x-1 & x < 3 \text{ و } \end{cases}$

۷- به فرض آن که $f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \sqrt{x}$ دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ کدام است؟

۱) $(0, +\infty)$ ۲) $(0, 1)$ ۳) $(1, +\infty)$ ۴) $[0, 1)$

۸- در کدام گزینه توابع f و g با هم برابرند؟

۱) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ و $g(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-1}$
۲) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$ و $g(x) = x^2 + 1$
۳) $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1}\right]$ و $g(x) = 0$
۴) هر سه گزینه

۹- در تساوی $f(2x+1) + f(7) = x^2 + 1$ مقدار $f(0)$ کدام است؟

۱) $-\frac{15}{4}$ ۲) -4 ۳) $\frac{17}{4}$ ۴) $-\frac{17}{4}$

https://konkur.info

۱۰- اگر $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt[3]{x-1}}$ و $g(x)=\frac{x}{x-2}$، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱- اگر $g(x)=\frac{x-1}{x}$ و $f(g(x))=\sqrt{2x-1}$ آنگاه ضابطه $f(x)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ۲) $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ۳) $\sqrt{x^2-1}$ ۴) $\sqrt{1-x^2}$

۱۲- اگر $fof(x)=3\sqrt{f(x)}-2$ و $gof(x)=\frac{f(x)+1}{f(x)-1}$ باشد، دامنه‌ی تابع gof کدام است؟

۱) $[0,+\infty)$ ۲) $R-\{1\}$
۳) $[0,1)\cup(1,+\infty)$ ۴) $(0,+\infty)$

۱۳- اگر $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)=\frac{1-x^2}{2x}$ باشد، تابع $y=f(\sin x)$ برابر است با:

۱) $\tan x$ ۲) $\frac{1}{\cos x}$ ۳) $\frac{1}{\sin x}$ ۴) $\cot x$

۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی n تابع $f(x)=|x+7-2n|-|x+n|$ صعودی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۱۵- اگر $f(x)=1-|1-x^2|$ ، آنگاه تابع با ضابطه‌ی $y=|f(x)|$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر نزولی اکید است؟

۱) $\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$ ۲) $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ ۳) $\left(\frac{1}{2},2\right)$ ۴) $\left(-3,-\frac{3}{2}\right)$

۱۶- ضابطه تابع معکوس تابع $f(x)=x^4-2x^2+1$ با شرط $x\geq 1$ کدام است؟

۱) $y=\sqrt{1+\sqrt{x}}$ ۲) $y=\sqrt{1-\sqrt{x}}$ ۳) $y=-\sqrt{1+\sqrt{x}}$ ۴) $y=-\sqrt{1-\sqrt{x}}$

۱۷- در تابع معکوس‌پذیر: $f(x)=\sqrt{x+1+\sqrt{x-2}}$ حاصل $f^{-1}\left(\sqrt{3}\right)$ چقدر است؟

۱) ۲و۳ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

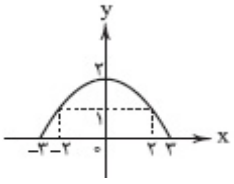
۱۸- اگر $f(x)=\frac{2x-1}{x+3}$ نمودار دو تابع f , f^{-1} در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) غیرمتقاطع

۱۹- اگر $g(x)=f(3x-4)$, $f^{-1}(x)=x+\sqrt{x}$، حاصل $g^{-1}(16)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۰- اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، دامنه‌ی تابع $y=\frac{1}{[f(x)]}$ کدام است؟



۱) $[-3,3]-\{\pm 2\}$ ۲) $[-3,3]-(-2,2)$
۳) $[-3,3]-[-2,2]$ ۴) $[-2,2]$

https://konkur.info

۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x+۱}{۲}-\frac{۳}{۱-x}=\frac{۱۱}{۲}\rightarrow\frac{x+۱}{۲}+\frac{۳}{x-۱}=\frac{۱۱}{۲}\rightarrow\frac{(x+۱)(x-۱)+۶}{۲(x-۱)}=\frac{۱۱}{۲}$$

$$\rightarrow x^{۲}-۱+۶=۱۱x-۱۱\rightarrow x^{۲}-۱۱x+۱۶=۰$$

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=۱۱-۴(۱)(۱۶)=۱۲۱-۶۴=۵۷>۰$$

چون مبین معادله، عددی مثبت است، لذا معادله دو ریشه‌حقیقی دارد.

۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x^{۲}-\frac{۱}{x}}-x=۲\rightarrow\sqrt{x^{۲}-\frac{۱}{x}}=x+۲\rightarrow x^{۲}-\frac{۱}{x}=x^{۲}+۴x+۴$$

$$\rightarrow\frac{-۱}{x}=۴x+۴\rightarrow-۱=۴x^{۲}+۴x$$

$$\rightarrow۴x^{۲}+۴x+۱=۰\rightarrow(۲x+۱)^{۲}=۰\Rightarrow۲x+۱=۰\rightarrow x=\frac{-۱}{۲}$$

ملاحظه می‌شود که معادله‌ی فوق شامل یک ریشه‌ی مضاعف بوده که مقدار آن، عددی گویا است.

۳- گزینه ۱ صحیح است. $x=۰$ یک جواب است. واضح است که $x>۰$ باشد و داریم:

$$|x|\left|۱-x^{۲}\right|\leqslant x\Rightarrow x\left|۱-x^{۲}\right|\leqslant x\Rightarrow\left|۱-x^{۲}\right|\leqslant۱\Rightarrow-۱\leqslant۱-x^{۲}\leqslant۱\Rightarrow۰\leqslant x^{۲}\leqslant۲$$

$$\Rightarrow-\sqrt{۲}\leqslant x\leqslant\sqrt{۲}\Rightarrow۰<x\leqslant\sqrt{۲}\Rightarrow x=۱$$

۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x+۱}}+۱>\sqrt{x}+x\Rightarrow\frac{\sqrt{x}\left(۱+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+۱}}+۱>\sqrt{x}+x$$

$$\Rightarrow\sqrt{x}+۱>\sqrt{x}+x\Rightarrow x<۱$$

$$\xrightarrow{x\geqslant۰}۰\leqslant x<۱\xrightarrow{x\in Z}x=۰\Rightarrow$$ شامل یک عضو است.

۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$x^{۴}-۲\sqrt{۲}\,x^{۲}+۳>۰$ همواره مثبت $\Delta<۰\Rightarrow x^{۲}-x-۲<۰\Rightarrow-۱<x<۲$

۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|y|=\operatorname{Sin}\left(\frac{\pi|x|}{x}\right)=\begin{cases}\operatorname{Sin}\left(\frac{\pi x}{x}\right)=\operatorname{Sin}\pi=۰\ ;\ x>۰\\ \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi(-x)}{x}\right)=\operatorname{Sin}(-\pi)=۰\ ;\ x<۰\end{cases}\Rightarrow|y|=۰\Rightarrow y=۰$$

بنابراین ضابطه‌ی این تابع به‌صورت $f(x)=۰$ با شرط $D_f=R-\{۰\}$ است.

۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x+۱}{x}=t\Rightarrow\frac{۱}{x}=t-۱\Rightarrow x=\frac{۱}{t-۱}\Rightarrow f(t)=\sqrt{\frac{۱}{t-۱}}\Rightarrow D_f=(۱,+\infty)$$

۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در گزینه‌های ۱ و ۲ ، تساوی دامنه‌ها برقرار نیست. در گزینه‌ی ۳ ، $D_f=D_g=R$ و

با توجه به اینکه $۰<\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}<۱$ آنگاه $\left[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}\right]=۰$

https://konkur.info

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با قرار دادن $x = ۳$ مقدار $f(۷)$ را حساب می‌کنیم:

$$x = ۳ \Rightarrow f(۷) + f(۷) = ۳^۲ + ۱ \Rightarrow f(۷) = ۵$$

$$f(۲x + ۱) + ۵ = x^۲ + ۱ \Rightarrow f(۲x + ۱) = x^۲ - ۴$$

برای پیدا کردن $f(۰)$ به جای x عدد $-\frac{۱}{۲}$ را قرار می‌دهیم.

$$f(۰) = \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۲ - ۴ = \frac{۱}{۴} - ۴ = -\frac{۱۵}{۴}$$

۱۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$D_f = R - \{۱\}\ ,\ D_g = R - \{۲\} \Rightarrow D_f \cap D_g = R - \{۱\ ,\ ۲\}$$

$$g(x) = ۰ \Rightarrow \frac{x}{x - ۲} = ۰ \Rightarrow x = ۰$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\} = (R - \{۱\ ,\ ۲\}) - \{۰\} = R - \{۱\ ,\ ۲\ ,\ ۰\}$$

بنابراین دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ سه عدد صحیح را شامل نمی‌شود.

۱۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $g(x)=t$ فرض شود از رابطه $t=\frac{x-۱}{x}$ مقدار x برحسب t محاسبه می‌شود:

$$tx=x-۱\rightarrow x=\frac{۱}{۱-t}$$ در نتیجه $$f(x)=\sqrt{\frac{۱+x}{۱-x}}$$

$$f(t)=\sqrt{\frac{۲}{۱-t}-۱}=\sqrt{\frac{t+۱}{۱-t}}$$

۱۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$fof(x) = ۳\sqrt{f(x)} - ۲ \Rightarrow f(f(x)) = ۳\sqrt{f(x)} - ۲ \Rightarrow f(x) = ۳\sqrt{x} - ۲$$

$$gof(x) = \frac{f(x) + ۱}{f(x) - ۱} = \frac{۳\sqrt{x} - ۱}{۳\sqrt{x} - ۳} \Rightarrow D_{gof} = [۰\ ,\ +\infty) - \{۱\} = [۰\ ,\ ۱) \cup (۱\ ,\ +\infty)$$

۱۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{۲x}{۱ + x^۲}\right) = \frac{۱ - x^۲}{۲x}$$

$$\xrightarrow{x \to tg\frac{x}{۲}} f\left(\frac{۲tg\frac{x}{۲}}{۱ + tg^۲\frac{x}{۲}}\right) = \frac{۱ - tg^۲\frac{x}{۲}}{۲tg\frac{x}{۲}}$$

$$\begin{cases} Sin\ ۲\alpha = \dfrac{۲tg\ \alpha}{۱ + tg^۲\alpha} \\ Cos\ ۲\alpha = \dfrac{۱ - tg^۲\alpha}{۱ + tg^۲\alpha} \\ tg\ ۲\alpha = \dfrac{۲tg\ \alpha}{۱ - tg^۲\alpha} \end{cases}$$

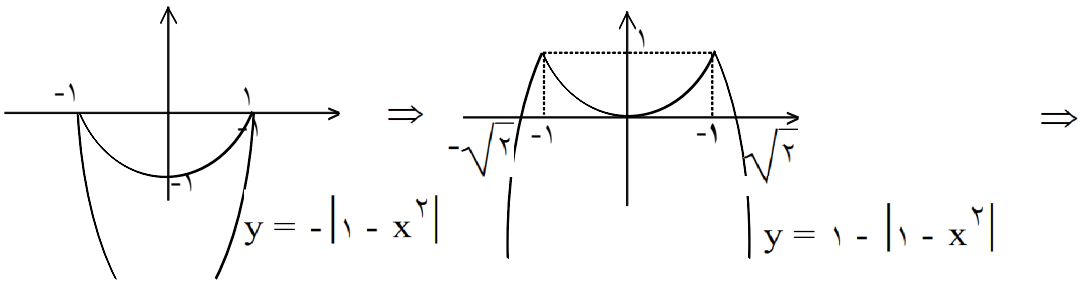
$$\Rightarrow f(Sin\ x) = \frac{۱}{tg\ x} = Cotg\ x$$

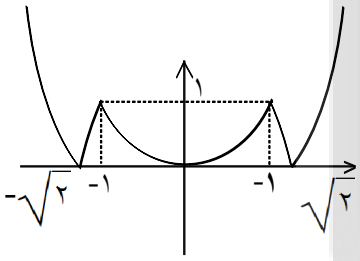
۱۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تابع $y = |x - a| - |x - b|$ با فرض $b \geqslant a$ صعودی است.

$$-n \geqslant ۲n - ۷ \Rightarrow n \leqslant \frac{۷}{۳} \Rightarrow n = ۱\ ,\ n = ۲$$

https://konkur.info

۱۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.





$$f(x) = x^{۴} - ۲x^{۲} + ۱ \Rightarrow y = (x^{۲} - ۱)^{۲} \Rightarrow \sqrt{y} = |x^{۲} - ۱|$$
$$x \geq ۱ \Rightarrow x^{۲} \geq ۱ \Rightarrow x^{۲} - ۱ \geq ۰ \Rightarrow |x^{۲} - ۱| = x^{۲} - ۱$$
$$\Rightarrow \sqrt{y} = x^{۲} - ۱ \Rightarrow$$

-۱۶

$$x^{۲} = \sqrt{y} + ۱ \Rightarrow |x| = \sqrt{\sqrt{y} + ۱}$$
$$x \geq ۱ \Rightarrow x > ۰ \Rightarrow |x| = x$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{۱ + \sqrt{y}} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{۱ + \sqrt{x}}$$

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

https://konkur.info

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(\sqrt{۳},a)\in f^{-۱} \Rightarrow (a,\sqrt{۳})\in f \Rightarrow \sqrt{x+۱+\sqrt{x-۲}}=\sqrt{۳} \Rightarrow x+۱+\sqrt{x-۲}=۳ \Rightarrow \sqrt{x-۲}=۲-x \Rightarrow x=۲$$

۱۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f^{-۱}(x)=\frac{-۳x-۱}{x-۲} \Rightarrow \frac{-۳x-۱}{x-۲}=\frac{۲x-۱}{x+۳} \Rightarrow x^{۲}+x+۱=۰ \xrightarrow{\Delta<۰} f, f^{-۱} \text{ غیر متقاطع}$$

۱۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$g(x)=f(۳x-۴) \Rightarrow y=f(۳x-۴) \Rightarrow ۳x-۴=f^{-۱}(y) \Rightarrow x=\frac{۴+f^{-۱}(y)}{۳}$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{۴+f^{-۱}(x)}{۳} \Rightarrow g^{-۱}(۱۶)=\frac{۴+۱۶+۴}{۳}=۸$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع $y=\frac{۱}{[f(x)]}$ به صورت $D_f-\{x \mid [f(x)]=۰\}$ می‌باشد، داریم:

$$[f(x)]=۰ \Rightarrow ۰ \le f(x)<۱ \xrightarrow{\text{طبق نمودار}} -۳ \le x < -۲ \text{ یا } ۲ < x \le ۳$$

پس دامنه‌ی تابع موردنظر به صورت $[۲ , -۲]$ است.

https://konkur.info

بروزترین و برترین
سایت کنکوری کشور
WWW.KONKUR.INFO

Konkur.info

https://konkur.info